

## ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ КОЛЕБАНИЯ В РЕЗОНАТОРЕ С НЕЛИНЕЙНОЙ ДИССИПАЦИЕЙ.

**С. А. Елисеев**

Мозамбик, Мапуту, Университет Эдуардо Мондлане. E-mail: [Sergy@nambi.uct.mz](mailto:Sergy@nambi.uct.mz)  
Поступила в редакцию 28 октября 1999 г.

Задача исследования электромагнитных колебаний в резонаторе с нелинейной средой поставлена и решена, причем решение получено в классе элементарных функций. Исследована зависимость полей от нелинейности в законе Ома. Доказана целесообразность использования в данной работе метода медленно меняющихся амплитуд.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** эволюционные уравнения, метод медленно меняющихся амплитуд, нелинейный закон Ома.

Решения электродинамических задач для сред, описываемые материальными уравнениями, представляют большой интерес. В данной работе будет рассматриваться среда с нелинейной диссипацией, а именно, поиск точного аналитического решения для электромагнитных колебаний в резонаторе с данной средой. Аналитическое решение задач в случае, когда свойства среды зависят от параметра нелинейно, удается получить редко. В классическом случае, при рассмотрении закона Ома, электромагнитные колебания в резонаторе экспоненциально убывают. В данной работе будет дан ответ, как нелинейная часть закона Ома влияет на поведение электромагнитных колебаний в резонаторе с нелинейной диссипацией. Получение аналитического решения также необходимо для сравнения с результатом численного решения систем нелинейных дифференциальных уравнений.

Традиционные решения уравнений Максвелла в сплошных средах связаны с представлением решений в виде произведения функций, зависящих либо от координат, либо от времени (разделяющиеся решения). При этом временная зависимость обычно исследуется с помощью преобразований Фурье. Многие десятилетия такой подход формировал язык описания волн в оптике, акустике и радиофизике. Однако попытки применить этот подход в классе нелинейных задач натолкнулись на неожиданные трудности как концептуальные, так и вычислительные [1].

В данной работе будут использованы уравнения для описания электродинамической задачи. Метод медленно меняющихся амплитуд будет использован для решения системы нелинейных эволюционных уравнений. Данный подход дает возможность получить аналитическое решение поставленной задачи в классе элементарных функций. Возможность обладания таким решением дает право судить о точности того или иного численного метода, с помощью которого также можно решить данную задачу.

### МОДЕЛЬ И МЕТОДЫ РЕШЕНИЯ

Будем рассматривать следующий случай. Рассматриваем только свободные колебания, т.е. сторонних источников нет. Для простоты рассмотрения положим равным нулю векторы поляризации и намагниченности. Запишем для данного случая систему эволюционных уравнений [2-4].

$$\begin{cases} \frac{de(t)}{dt} + i\omega h(t) = -\frac{1}{V} \int_V \vec{I}_s \cdot \vec{E}^* dV \\ \frac{dh(t)}{dt} + i\omega e(t) = 0 \end{cases} \quad (1)$$

Учитывая, что  $\vec{I}_s = \delta_1 \vec{E} + \delta_3 |\vec{E}|^2 \vec{E}$  и  $\vec{E} = e(t) \vec{E}(\vec{r})$ , где  $\delta_1, \delta_3$  – коэффициенты проводимости, можно записать исходную систему эволюционных уравнений:

$$\begin{cases} \frac{de(t)}{dt} + i\omega h(t) + 4\pi\delta_1 e(t) + 2\chi\delta_3 e^3(t) = 0; & e(0) = e_0 \\ \frac{dh(t)}{dt} + i\omega e(t) = 0; & h(0) = h_0 \end{cases} \quad (2)$$

Запишем данную систему уравнений в матричной форме:

$$\frac{d}{dt} \begin{pmatrix} e(t) \\ h(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 2\pi\delta_1 + \chi\delta_3 e^2(t) & i\omega \\ i\omega & -2\pi\delta_1 - \chi\delta_3 h^2(t) \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e(t) \\ h(t) \end{pmatrix} = -2\pi\delta_1 \begin{pmatrix} e(t) \\ h(t) \end{pmatrix} - \chi\delta_3 \begin{pmatrix} e^3(t) \\ h^3(t) \end{pmatrix} \quad (3)$$

Пренебрегая нелинейностью в левой части, будем искать решение в виде:

$$\begin{pmatrix} e(t) \\ h(t) \end{pmatrix} = e^{-tA}, \quad \text{где } A = \begin{pmatrix} 2\pi\delta_1 & i\omega \\ i\omega & -2\pi\delta_1 \end{pmatrix} \quad (4)$$

Вычисляя экспоненту от матрицы, и подставляя в исходное решение (4), мы получим уравнение для  $e(t)$  и  $h(t)$ :

$$\begin{aligned} e(t) &= u(t) \left\{ \cos \xi t - \frac{2\pi\delta_1}{\xi} \sin \xi t \right\} - iv(t) \frac{\omega}{\xi} \sin \xi t \\ h(t) &= v(t) \left\{ \cos \xi t - \frac{2\pi\delta_1}{\xi} \sin \xi t \right\} - iu(t) \frac{\omega}{\xi} \sin \xi t \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\xi = \sqrt{\omega^2 - 4\pi\delta_1^2}$ .

Введем малый параметр  $\gamma = \frac{2\pi\delta_1}{\xi}$  и следующие переобозначения:

$$\begin{aligned} u(t) \cos \xi t - iv(t) \frac{\omega}{\xi} \sin \xi t &= \tilde{A}^e; \quad -u(t) \sin \xi t = \tilde{B}^e; \\ v(t) \cos \xi t - iu(t) \frac{\omega}{\xi} \sin \xi t &= \tilde{A}^h; \quad v(t) \sin \xi t = \tilde{B}^h; \end{aligned}$$

Учитывая все вышеизложенное, перепишем уравнение (3) в виде:

$$\begin{aligned} \dot{u} \left\{ \cos \xi t - \frac{2\pi\delta_1}{\xi} \sin \xi t \right\} - iv \frac{\omega}{\xi} \sin \xi t &= -2\pi\delta_1 \left\{ u \left[ \cos \xi t - \frac{2\pi\delta_1}{\xi} \sin \xi t \right] - iv \frac{\omega}{\xi} \sin \xi t \right\} - \chi\delta_3 \{ \tilde{A}^e + \gamma \tilde{B}^e \}^3 \\ \dot{v} \left\{ \cos \xi t - \frac{2\pi\delta_1}{\xi} \sin \xi t \right\} - iu \frac{\omega}{\xi} \sin \xi t &= -2\pi\delta_1 \left\{ v \left[ \cos \xi t - \frac{2\pi\delta_1}{\xi} \sin \xi t \right] - iu \frac{\omega}{\xi} \sin \xi t \right\} - \chi\delta_3 \{ \tilde{A}^h + \gamma \tilde{B}^h \}^3 \end{aligned}$$

Усредняем данную систему дифференциальных уравнений с помощью метода амплитуд, учитывая, изменение функций  $u(t)$  и  $v(t)$  за период невелико по сравнению с изменением тригонометрических функций  $\cos \xi t$  и  $\sin \xi t$  [5]. Пренебрегая  $\gamma^2$  и  $\gamma^3$ , получим систему дифференциальных уравнений:

$$\begin{cases} \dot{u} = -\alpha u + i\beta u^2 v - i\beta v^3; & u(0) = e_0 \\ \dot{v} = -\alpha v - i\beta u^2 u - i\beta u^3; & v(0) = h_0 \end{cases} \quad (6)$$

где  $\alpha = 2\pi\delta_1$ ,  $\beta = \frac{3}{8}\chi\delta_3 \frac{\omega}{\xi} \frac{4\pi\delta_1}{\xi}$ .

Делим первое уравнение на  $v$ , второе на  $u$ , вычитаем из первого второе, учитывая, что  $v \neq 0$ , и  $u \neq 0$ , обозначаем  $v^2 = u^2 - \rho^2$ , получим следующее дифференциальное уравнение:

$$\frac{d\rho}{dt} = -\alpha\rho; \quad (7)$$

Решая данное уравнение, и представив неизвестные функции в виде  $v(t) = \rho(t)chZ(t)$  и  $u(t) = \rho(t)shZ(t)$ , где  $Z(t)$  – неизвестная функция, можно легко получить выражение для  $u$  и  $v$ :



$$\begin{aligned} u(t) &= \bar{e}^{\alpha t} \rho(0) \operatorname{sh} \left\{ \frac{i\beta \rho^2(0)}{2\alpha} \bar{e}^{2\alpha t} + \operatorname{arsh} \frac{e_0}{\rho(0)} - i \frac{\beta \rho^2(0)}{2\alpha} \right\} \\ v(t) &= \bar{e}^{\alpha t} \rho(0) \operatorname{ch} \left\{ \frac{i\beta \rho^2(0)}{2\alpha} \bar{e}^{2\alpha t} + \operatorname{arch} \frac{h_0}{\rho(0)} - i \frac{\beta \rho^2(0)}{2\alpha} \right\} \end{aligned} \quad (8)$$

Учитывая выражение (5), мы можем легко найти искомые поля  $e(t)$  и  $h(t)$ .

### ВЫВОДЫ

При исследовании электромагнитных колебаний в резонаторе с нелинейной диссипацией, аналитические решения задач удается получить в случае, когда параметр кубической нелинейности  $\delta_3$  существенно меньше ее линейной части  $\delta_1$ , которое фигурирует в классическом законе Ома. В этом случае электромагнитные колебания в резонаторе экспоненциально убывают с классическим декрементом  $\alpha = \frac{2\pi\delta_1}{\varepsilon}$ . В исследованном случае параметр кубической нелинейности  $\delta_3$  влияет на амплитуду поля в начальный момент времени.

Интересно отметить, что в рассмотренном случае знак параметра  $\delta_3$  не меняет результирующий декремент затухания поля. Полученные аналитические решения задачи представляют интерес для решения систем нелинейных уравнений численным методом, поскольку они дают возможность контролировать результаты вычисления при значениях параметра  $\delta_3$  малых, но отличных от нуля.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шварбуг К. Н. Видеоимпульсы и периодические волны в диспергирующих средах (точно решаемые модели). УФН, 1998, т. 168, №1
2. Богачевский С. Н., Повзнер А. Я. Алгебраические методы в нелинейной теории возмущений. М. Наука, 1987.
3. Третьяков О. А. Метод модового базиса. Радиотехника и электроника, 1986, т. 31, № 6.
4. O. A. Tretyakov. Essentials of nonstationary and nonlinear electromagnetic field theory, in M. Hashimoto, M. Idmen, O. A. Tretyakov, Analytical and numerical methods in electromagnetic theory. Science house Co., Ltd., Tokyo, 1993.
5. Prof. Dr Oleg A. Tretyakov. Evolutionary approach to electromagnetics in time domain. Lecture notes. Part 1. Cavity problem. 1998.

# ОСНОВНЫЕ ФАКТОРЫ, ОГРАНИЧИВАЮЩИЕ ПРЕДЕЛЬНЫЕ ЗНАЧЕНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПОЛЕЙ В СВЕРХПРОВОДЯЩИХ РЕЗОНАТОРАХ

**И.Н. Бондаренко**

*Харьковский военный университет, пл. Свободы, 6, Харьков, 61043, Украина*

Поступила в редакцию 21 октября 1999 г.

Рассмотрены ограничения, накладываемые на величины электромагнитных полей в низкотемпературных сверхпроводящих резонаторах (СПР) такими явлениями как магнитный, термомагнитный и тепловой пробой, ВЧ разряд в газе, автоэлектронная эмиссия, электронный резонансный разряд и т.п. Приведены числовые оценки влияния ограничивающих факторов. На основании проведенного анализа определены требования к технологии изготовления, конструкциям и условиям эксплуатации СПР.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** сверхпроводящий резонатор, поверхностное сопротивление, теплопроводность, термомагнитный, высокочастотный, автоэлектронная эмиссия.

Несмотря на значительный объем исследований, посвященных высокотемпературным сверхпроводникам (ВТСП), резонансные системы, изготовленные из них, используются, в основном, для исследования их же физических свойств и практического интереса, особенно в СВЧ диапазоне, пока не представляют, поскольку их поверхностное сопротивление на несколько порядков выше, чем у низкотемпературных СПР. Это сохраняет востребованность низкотемпературных СПР и актуальность оценки их реальных возможностей.

При высоких значениях добротностей низкотемпературных СПР ( $Q \sim 10^7 - 10^{11}$ ) даже при сравнительно небольших величинах входных электромагнитных сигналов достигаются высокие уровни напряженностей магнитных и электрических полей. При этом проявляется целый ряд физических, технологических и других факторов, ограничивающих возможности применения СПР. Оценки влияния ограничивающих факторов проводятся в различных работах, а в [1] была предпринята попытка осуществить сводную оценку воздействия различных факторов. Однако, разрозненность этих данных, их, в большинстве случаев, качественный характер и, как следствие, отсутствие рекомендаций, затрудняет использование даже имеющихся теоретических и экспериментальных результатов.

Ниже приводится анализ факторов, ограничивающих достижение предельных значений магнитных и электрических полей в СПР при высоких уровнях электромагнитных сигналов, с целью определения требований к технологии и конструкциям, выработки рекомендаций и оценки пределов применимости СПР.

## ЗАВИСИМОСТИ АМПЛИТУД ЭЛЕКТРИЧЕСКОГО И МАГНИТНОГО ПОЛЕЙ ОТ ПАРАМЕТРОВ СПР И МОЩНОСТИ ВХОДНОГО СИГНАЛА

Для детального рассмотрения ограничивающих факторов необходимо определить амплитуды напряженностей электрических и магнитных полей в СПР в зависимости от параметров резонатора и входного сигнала.

Выражения для полей в цилиндрическом резонаторе при возбуждении вида колебаний  $E_{010}$  можно записать следующим образом:

$$E_z = A_{010} I_0 \left( \frac{\eta_{01}}{r_0} r \right); \quad (1)$$

$$H_\varphi = -j A_{010} \frac{\omega \varepsilon_0 r_0}{\eta_{01}} I'_0 \left( \frac{\eta_{01}}{r_0} r \right),$$

где  $A_{010}$  – величина, зависящая от мощности сигнала, вводимого в резонатор, и потерь в нем;  $I_0$  и  $I'_0$  – функция Бесселя и производная функции Бесселя;  $\eta_{01}$  – корень функции Бесселя;  $r_0$  – радиус резонатора;  $\omega$  – рабочая частота;  $r$  – текущая радиальная координата;  $\varepsilon_0$  – диэлектрическая проницаемость вакуума.

Средняя мощность потерь в проводящей оболочке резонатора равна

$$P_n = \frac{1}{2} R_n \int_s |H_\tau|^2 ds = A_{010}^2 R_n \left( \frac{\omega \varepsilon_0}{\eta_{01}} \right)^2 \pi r_0^3 \left[ h + r_0 I_1^2(\eta_{01}) \right], \quad (2)$$



где  $R_n$  – поверхностное сопротивление материала резонатора;  $H_\tau$  – напряженность магнитного поля вблизи поверхности;  $h$  – высота резонатора.

Из (2) можно найти выражения для  $A_{010}$

$$A_{010} = \sqrt{\frac{P_n}{R_n \left( \frac{\omega \epsilon_0}{\eta_{01}} \right)^2 \pi r_0^3 [h + r_0 I_1^2(\eta_{01})]}} \quad (3)$$

Предполагая потери в резонаторе, обусловленными только  $R_n$ , а также учитывая, что  $R_n = \frac{G}{Q_0}$ ;  $Q_0 = Q_n(1 + \beta_1 + \beta_2)$ , где  $G$  – геометрический фактор резонатора (для вида колебаний  $E_{010} G = 302$  Ом при  $2r_0 = h$ ,  $\omega = \eta_{01} / (r_0 \sqrt{\epsilon_0 \mu_0})$ ), выражение (3) для проходного резонатора можно переписать в виде

$$A_{010} = \sqrt{\frac{4P_{вх} Q_n \beta_1}{G_{E_{010}} (1 + \beta_1 + \beta_2) \pi r_0 \frac{\epsilon_0}{\mu_0} [h + r_0 I_1^2(\eta_{01})]}} \quad (4)$$

где  $P_{вх}$  – мощность сигнала на входе резонатора;  $\mu_0$  – магнитная проницаемость вакуума.

Аналогичное выражение можно получить для вида колебаний  $H_{011}$  в цилиндрическом резонаторе. Выражения для полей:

$$\begin{aligned} H_z &= B_{011} I_0 \left( \frac{\mu_{01}}{r_0} r \right) \sin \left( \frac{\pi}{h} z \right); \\ H_r &= B_{011} \frac{\pi r_0}{h \mu_{01}} I_0' \left( \frac{\mu_{01}}{r_0} r \right) \cos \left( \frac{\pi}{h} z \right); \\ E_\phi &= j B_{011} \frac{\omega \mu_0 r_0}{\mu_{01}} I_0' \left( \frac{\mu_{01}}{r_0} r \right) \sin \left( \frac{\pi}{h} z \right), \end{aligned} \quad (5)$$

где  $\mu_{01}$  – корень производной функции Бесселя.

Коэффициент  $B_{011}$  может быть определен из следующего соотношения

$$B_{011} = \sqrt{\frac{4P_{вх} Q_n \beta_1}{G_{H_{011}} (1 + \beta_1 + \beta_2) \pi r_0 \left[ \frac{1}{4} I_0^2(\mu_{01}) h + \frac{\pi r_0^3}{(h \mu_{01})^2} I_1^{20}(\mu_{01}) \right]}} \quad (6)$$

(Величина  $G_{H_{011}} = 780$  Ом при  $h = 2r_0$ ).

На рис. 1 и 2 приведены зависимости коэффициентов  $A_{010}$  и  $B_{011}$  от мощности входного сигнала ( $P_{вх} = 10^{-3} - 1$  Вт), нагруженной добротности ( $Q_n = 10^6 - 10^{11}$ ) при различных коэффициентах связи ( $\beta_1 = \beta_2 = 0,01; 0,1; 1,0$ ), вычисленные по формулам (4) и (6) для цилиндрических резонаторов трехсантиметрового диапазона с размерами: для вида колебаний  $E_{010} - h = 2r_0 = 2,3 \cdot 10^{-2}$  м;  $H_{011} - h = 2r_0 = 4 \cdot 10^{-2}$  м.

Подставляя численные значения в соотношения (1) и (5) нетрудно убедиться, что напряженности магнитных и электрических полей в СПР достигают значительных величин даже при сравнительно невысоких уровнях мощности входного сигнала. Однако, при высоких значениях напряженностей электрических и магнитных полей начинают проявляться различные нежелательные эффекты и явления, которые приводят к снижению предельных уровней электромагнитных полей в СПР.

### КРИТИЧЕСКОЕ МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

Зависимость  $H_{кр}$  от температуры определяется по соотношению [2]

$$H_{кр} = H_{кр}(0) (1 - t_{пр}^2), \quad (7)$$

где  $H_{кр}(0)$  – критическое значение напряженности магнитного поля при нулевой температуре,  $t_{пр} = T / T_k$ .

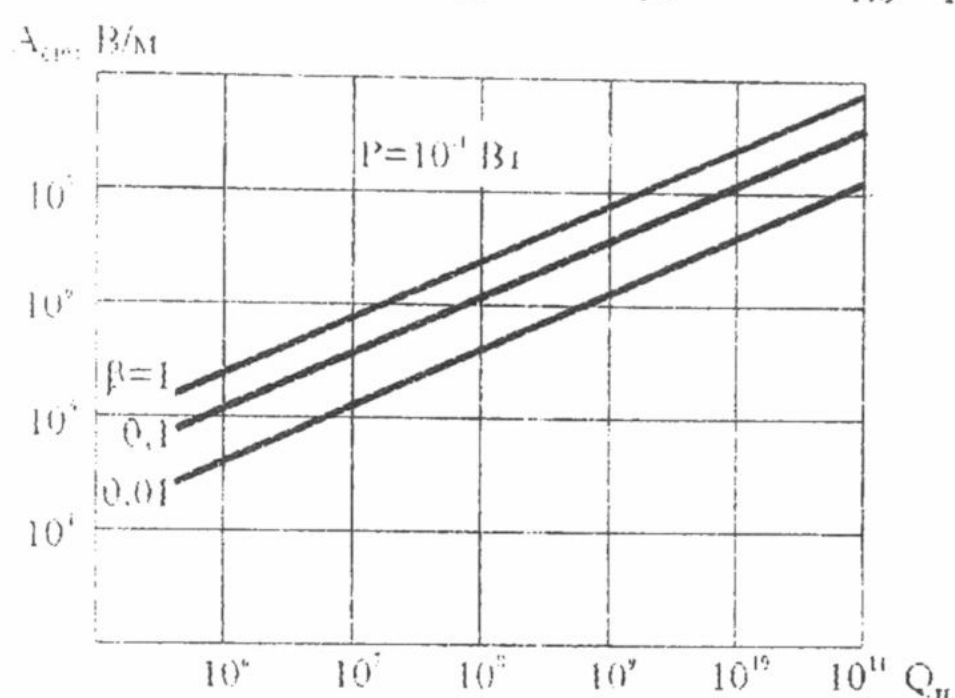
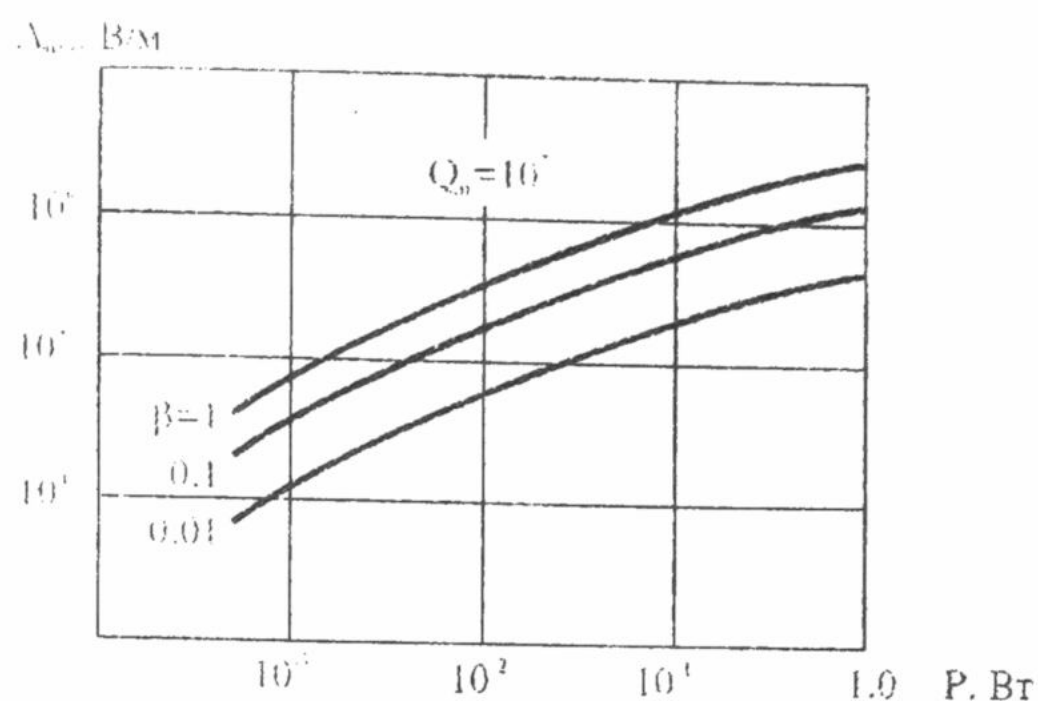


Рис. 1. Зависимость коэффициентов  $A_{010}$  от мощности входного сигнала и нагруженной добротности

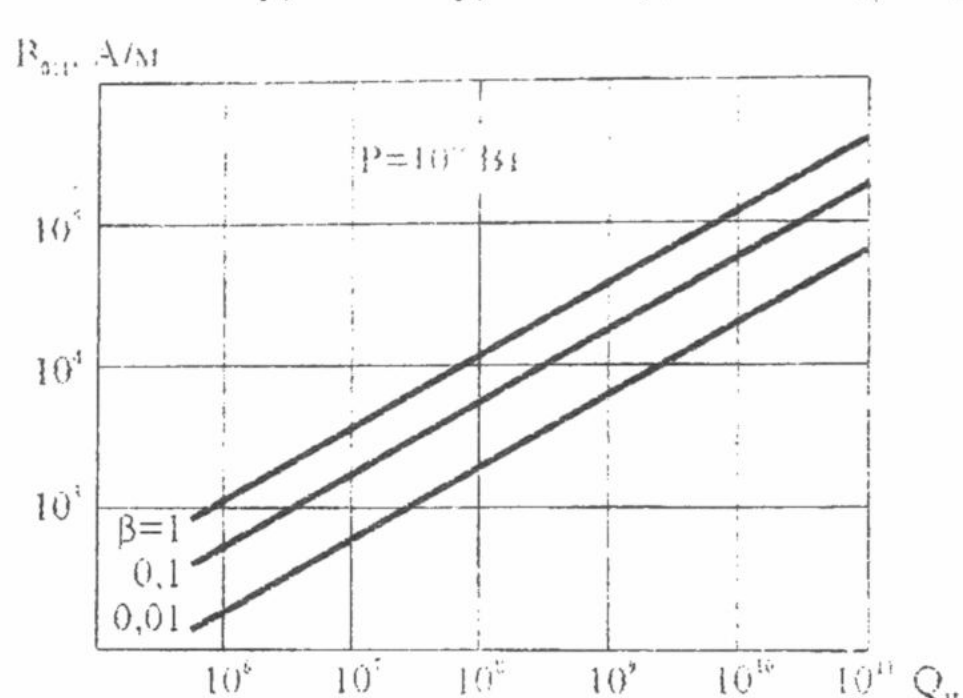
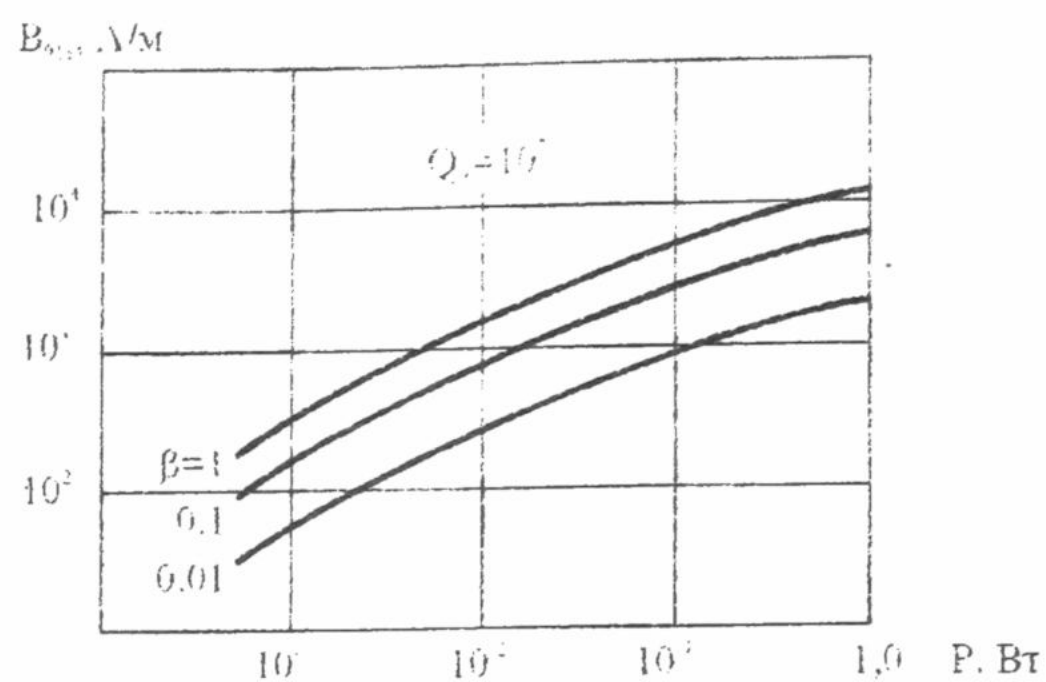


Рис. 2. Зависимость коэффициентов  $B_{011}$  от мощности входного сигнала и нагруженной добротности

Для изготовления СПР в основном используются такие материалы как  $Pb$  ( $T_K=7,18$  К),  $Nb$  ( $T_K=9,25$  К) и  $Nb_3Sn$  ( $T_K=18,2$  К) [1, 3–5]. Критические значения напряженностей магнитного поля для этих сверхпроводников равны соответственно:  $Pb$ ,  $H_{кр}(0) \approx 6,4 \cdot 10^4$  А/м;  $Nb$ ,  $H_{кр}(0) = 1,54 \cdot 10^5$  А/м [4],  $Nb_3Sn$ ,  $H_{кр}(0) = 2,8 \cdot 10^5$  А/м [6]. При этом необходимо учесть, что  $Nb$  и  $Nb_3Sn$  сверхпроводники II рода и для них величины  $H_{кр}(0)$  найдены из соотношения, связывающего между собой разность свободных энергий нормального  $F_n$  и сверхпроводящего  $F_c$  состояния –  $F_n - F_c = \mu_0 H_{кр}^2 / 2$ , в то время как  $H_{кр1}(0)$  для  $Nb$  и  $Nb_3Sn$  равны соответственно  $\sim 1,3 \cdot 10^5$ ;  $\sim 0,18 \cdot 10^5$  А/м [6, 7]. Если учесть, что СПР эксплуатируется в основном в интервале температур 1,5 – 4,2 К, и воспользоваться соотношением (7), то для трех выбранных сверхпроводников можно получить ряд значений критических магнитных полей (см. Таблицу 1).

Таблица 1.

| $H(T), 10^5$ А/м | $Pb$ | $Nb$ | $Nb_3Sn$ |
|------------------|------|------|----------|
| $H_{кр1}(1,5)$   | –    | 1,27 | 0,18     |
| $H_{кр}(1,5)$    | 0,61 | 1,5  | 2,8      |
| $H_{кр1}(4,2)$   | –    | 1,03 | 0,17     |
| $H_{кр}(4,2)$    | 0,42 | 1,2  | 2,65     |

Поскольку в экспериментальных работах по исследованию СПР из  $Nb$  были достигнуты значения критических высокочастотных полей, лежащие между  $H_{кр1}$  и  $H_{кр}$  [8, 9], по-видимому, предельными следует считать  $H_{кр}$ . Сопоставляя оценки, приведенные в таблице 1 и полученные с помощью соотношений (1), (4), (5) и (6) можно убедиться, что магнитные поля на рабочих поверхностях СПР достигнут



критических значений при  $P_{вх} \sim 0,1 \text{ Вт}$ ,  $\beta_1 = \beta_2 = 1$ ,  $Q_H \sim 10^{10}$ ;  $\sim 10^{11}$ ,  $\sim 1,5 - 4 \cdot 10^{11}$  для  $Pb$ ,  $Nb$  и  $Nb_3Sn$  соответственно. Следовательно, даже при сравнительно невысоких уровнях высокочастотной мощности, значения полей в СПР составляют величины, близкие к критическим. Для резонаторов с добротностями  $\sim 10^7$ , которые являются типичными для температуры 4,2 К, величина входной мощности может быть увеличена на три-четыре порядка.

Однако, проведенные оценки справедливы лишь для случая идеального СПР, т.е. резонатора с идеально гладкими и чистыми рабочими поверхностями и идеальной теплопроводностью стенок. В реальном СПР микронеровности на поверхности будут приводить к появлению локальных участков, где магнитное поле будет достигать критических значений и переводить сверхпроводник в нормальнопроводящее состояние. При этом за счет увеличения поверхностного сопротивления будут расти тепловые потери, увеличиваться температура и снижаться  $H_{кр}(T)$  соседних участков поверхности и т.д., до тех пор пока весь СПР или часть его не станут нормальнопроводящими.

В [10] рассмотрено влияние микронеровностей на увеличение  $H_{кр}$  на поверхности сверхпроводника. Для острия в виде полуэллипсоида с симметрией вращения получено следующее выражение

$$H_{кр.лок} = \beta_H \cdot H_{кр} = \left\{ 1 - \left[ 1 - \frac{2\alpha^3}{\alpha + \left( \frac{1-\alpha^2}{2} \right) \lg \frac{1-\alpha}{1+\alpha}} \right]^{-1} \right\} \cdot H_{кр}, \quad (8)$$

где  $H_{кр.лок}$  — напряженность поля на конце полуэллипсоида;  $\alpha = (1 - b^2/a^2)^{1/2}$ ;  $a, b$  — полуоси эллипсоида. При  $1 \leq a/b \leq \infty$ , величина  $\beta_H$  меняется в пределах от 1,5 до 2.

В случае складки бесконечной длины, имеющей в сечении полуэллипс

$$H_{кр.лок} = \beta_H \cdot H_{кр} = \left( \frac{a}{b} + 1 \right) \cdot H_{кр}, \quad (9)$$

где  $H_{кр.лок}$  — напряженность поля на гребне складки.

Видно, что такая неоднородность с  $a/b \gg 1$  может привести к значительному снижению величин  $H_{кр}$ . Складки подобного типа могут образоваться на рабочих поверхностях резонатора в результате механической обработки (может быть устранено или существенно уменьшено последующей химической или электрохимической полировкой) или на границах зерен кристаллитов сверхпроводника с характерными размерами, сравнимыми с размерами резонатора (следовательно необходимо стремиться к использованию поликристаллических структур или монокристаллов). На практике величина  $a/b \leq 10$  и данный механизм «магнитного пробоя» снижает  $H_{кр}$  в несколько раз. Следует отметить, что на реальных сверхпроводящих рабочих поверхностях резонаторов редко встречаются неровности в виде одиночных выступов или складок. Чаще имеет место наличие большого количества микронеровностей различной формы и размеров. Но, в этом случае, можно предполагать увеличение размагничивающего фактора, или, что одно и то же, уменьшение  $H_{кр.лок}$  на гребнях неоднородностей меньшим за счет взаимного экранирования соседними неоднородностями друг друга. Поэтому оценки (8) и (9) можно считать предельными.

Одним из факторов, снижающих значения предельных магнитных полей в СПР, является термомагнитный пробой. Конечное значение теплопроводности материала стенок резонатора приводит к тому, что не все тепло, выделяющееся в поверхностном слое резонатора при протекании в нем высокочастотных токов, успевает отводиться в жидкий гелий и, как следствие, стенки резонатора нагреваются и переходят в нормально проводящее состояние. Источниками таких локальных перегревов могут служить участки поверхности, на которых имеются различные неоднородности (вкрапления примесных атомов и молекул газов, границы зерен, дислокации, участки фаз с более низкой  $T_K$  или теплопроводностью, другие нарушения кристаллической структуры, микронеровности и т.п.).

Уравнение теплового баланса для СПР можно записать в следующем общем виде [9]

$$\frac{1}{2} R_{сш}(T_1, H_\tau) H_\tau^2 = k |\text{grad } T|, \quad (10)$$

где  $R_{сш}(T_1, H_\tau)$  — поверхностное сопротивление;  $k$  — теплопроводность;  $T_1$  — температура внутренней поверхности резонатора. Величина  $R_{сш}(T_1, H_\tau)$  описывается выражением

$$R_{\text{сп}}(T_1/H_\tau) = \left\{ R_{\text{ост}} + \frac{A_0}{T_1} \exp \left[ -\frac{\Delta(T_1)}{kT_1} \right] \right\} \left[ 1 + \gamma (H_\tau/H_{\text{кр}})^2 \right], \quad (11)$$

где  $R_{\text{ост}}$  – остаточное сопротивление сверхпроводника;  $A_0$  – коэффициент, зависящий от частоты;  $\Delta(T_1)$  – энергетическая щель;  $1 + \gamma (H_\tau/H_{\text{кр}})^2$  – учитывает зависимость  $R_{\text{сп}}$  от напряженности магнитного поля (величина  $\gamma$  порядка единицы).

Предполагая, что  $k$  практически не зависит от температуры, уравнение (10) для цилиндрического резонатора с радиусом внутренней стенки  $r_1$ , внешней  $r_2$ , можно привести к следующему виду:

$$\frac{1}{2} R_{\text{сп}}(T_1, H_\tau) \cdot H_\tau^2 = \frac{k}{r_1 \ln(r_2/r_1)} (T_1 - T_2). \quad (12)$$

( $T_2$  – температура хладагента снаружи охлаждаемого объекта).

В случае  $d \ll r_1$ , где  $d$  – толщина стенки резонатора:

$$\frac{1}{2} R_{\text{сп}}(T_1, H_\tau) \cdot H_\tau^2 = \frac{k}{d} (T_1 - T_2). \quad (13)$$

При работе с жидким гелием ниже  $\lambda$ -точки (2, 172 К) между внешней поверхностью резонатора и жидким гелием появится разность температур  $\Delta T = T_2 - T_{\text{II}}$  ( $T_{\text{II}}$  – температура сверхтекучего гелия), обусловленная сопротивлением Капицы  $R_k$ . Соотношение между  $R_k$ ,  $\Delta T$  и тепловым потоком  $q$  будет следующим [11]:

$$R_k q = \Delta T \left\{ 1 + \frac{3}{2} \frac{\Delta T}{T_{\text{II}}} + \left( \frac{\Delta T}{T_{\text{II}}} \right)^2 + \frac{1}{4} \left( \frac{\Delta T}{T_{\text{II}}} \right)^3 \right\} = \Delta T f. \quad (14)$$

Подставляя (14) в (13) получим

$$H_\tau^2 = \frac{2}{R_{\text{сп}}(T_1, H_\tau)} \frac{(T_1 - T_{\text{II}})}{d/k + R_k/f}. \quad (15)$$

Предполагая  $\Delta T \ll T_{\text{II}}$  и пренебрегая малыми членами в (14), приведем (15) к следующему упрощенному виду

$$H_\tau^2 \left[ 1 + \gamma (H_\tau/H_{\text{кр}})^2 \right] = \frac{2}{R_{\text{сп}}(T_1)} \frac{1}{d/k + R_k} (T_1 - T_{\text{II}}). \quad (16)$$

Решая (16) получим выражение для  $H_\tau$ , определяющее величину напряженности магнитного поля  $H_{\text{лок}}$ , при которой будет наступать терромагнитный пробой

$$H_{\text{лок}} = \left\{ H_{\text{кр}} \left[ \frac{H_{\text{кр}}^2}{4\gamma^2} + \frac{2(T_{\text{кр}} - T_{\text{II}})}{R'_{\text{сп}}(T)(d/k + R_k)} \right]^{1/2} + \frac{H_{\text{кр}}^2}{2\gamma} \right\}^{1/2}, \quad (17)$$

где  $T_{\text{кр}}$  – критическая температура перехода в нормальнопроводящее состояние участка поверхности с неоднородностью.

При этом значение  $R'_{\text{сп}}(T)$ , при котором начинается пробой, можно найти из условия

$$R'_{\text{сп}}(T) \geq \frac{8(T_{\text{кр}} - T_{\text{II}})}{(d/k + R_k) H_{\text{кр}}^2}. \quad (18)$$

На рис. 3 приведен график зависимости  $R'_{\text{сп}}(T)$  от  $T_{\text{кр}}$  для Nb (принималось  $\gamma = 1$ ,  $d = 3 \cdot 10^{-3}$  м,  $R_k^{-1} = 0,02 \cdot T_{\text{II}}^{4,65} \cdot 10^4$  Вт·м<sup>-2</sup>·К<sup>-1</sup> [11, 12],  $k = 20$  Вт·м<sup>-1</sup>·К<sup>-1</sup> [11, 12],  $H_{\text{кр}} = 1,5 \cdot 10^5$  А/м,  $T_{\text{II}} = 2$  К).  $R'_{\text{сп}}(T)$  лежит в пределах  $1 - 7 \cdot 10^{-6}$  Ом. Следовательно, наличие на поверхности ниобиевого резонатора участков с сопротивлением свыше  $(1 - 7) \cdot 10^{-6}$  Ом

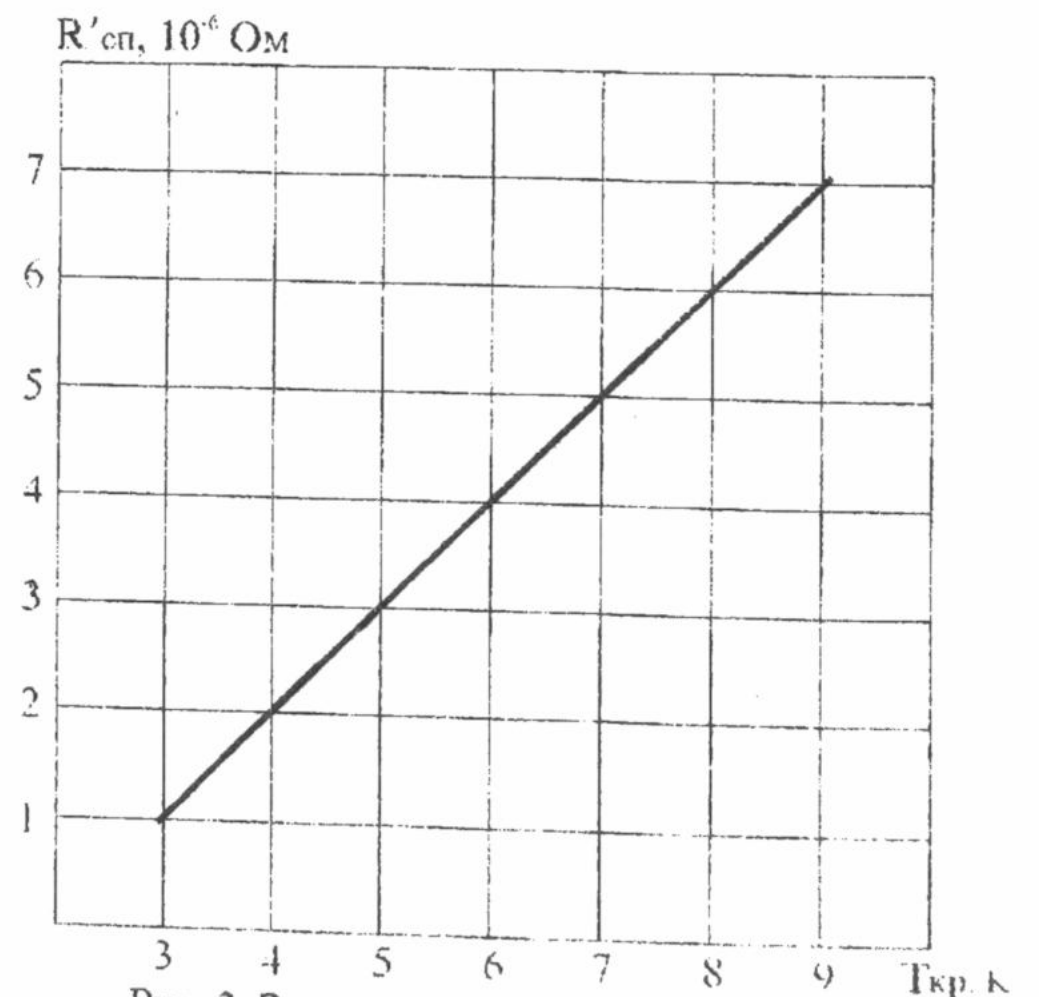


Рис. 3. Зависимость сопротивления участков сверхпроводящей поверхности от температуры их перехода в нормальнопроводящее состояние



будет приводить к снижению предельно достижимых магнитных полей в резонаторе за счет возникновения термомангнитного пробоя. При этом, в зависимости от величин  $d$ ,  $k$  и  $R_k$  отношение  $H_{кр}/H_{лок}$  может составлять от нескольких единиц до нескольких десятков.

Необходимо отметить, что использование уравнения теплового баланса в виде (12) соответствует рассмотрению цилиндрического резонатора как бесконечного цилиндра с  $r_1 < r < r_2$  и однородным распределением поля вдоль стенок, представление соотношением (13) соответствует рассмотрению бесконечной пластины с толщиной  $d$  и однородным распределением поля вдоль нее.

Учет того, что резонатор является цилиндром с конечными размерами ( $r_1 < r < r_2$ ,  $0 < z < h$ ) приводит к усложнению уравнения теплового баланса. Разность температур между внутренней стенкой резонатора и ванной жидкого гелия запишется следующим образом [11]:

$$T_1 - T_{II} = -\frac{2}{k\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{F_0(n\pi r_1/h, n\pi r_2/h)}{nF_1(n\pi r_1/h, n\pi r_2/h)} \sin \frac{n\pi z}{h} \int_0^h q(z') \sin \frac{n\pi z'}{h} dz', \quad (19)$$

где

$$F_0(x, y) = I_0(x)K_0(y) - K_0(x)I_0(y),$$

$$F_1(x, y) = I_1(x)K_0(y) - K_1(x)I_0(y),$$

$I_0, I_1$  и  $K_0, K_1$  — модифицированные цилиндрические функции (функции Бесселя мнимого аргумента и функции Макдональда, соответственно).

В случае вида колебаний  $H_{011}$  тепловой поток через единицу поверхности

$$q(z) = \frac{H_{\tau}^2}{2} \sin(\pi z/h) R_{сп}(T_1, H_{\tau}) \quad (20)$$

При  $z = h/2$ , где  $H_{\tau}$  достигает максимума

$$T_1 - T_{II} = \frac{H_{\tau}^2}{2} R_{сп}(T_1, H_{\tau}) \eta, \quad (21)$$

где

$$\eta = -\frac{2}{k\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{F_0(n\pi r_1/h, n\pi r_2/h)}{nF_1(n\pi r_1/h, n\pi r_2/h)} \sin \frac{n\pi}{2} [\cos(n\pi) - 1] \left[ \left( \frac{1}{n+2} - \frac{1}{n} \right) - \left( \frac{1}{n} - \frac{1}{n-2} \right) \right] \quad (22)$$

С учетом выражений (13) и (15) получим

$$H_{\tau}^2 = \frac{2}{\eta R_{сп}(T_1, H_{\tau})} \cdot \frac{T_1 - T_{II}}{d/k + R_k/f} \quad (23)$$

На рис. 4 приведены графики зависимостей  $H_{\tau}(T_{II})$ , найденные с учетом соотношений (12), (15), и (23). (При этом рассматривался ниобиевый резонатор дециметрового диапазона, возбуждаемый на виде колебаний  $H_{011}$  с  $d = 4,6 \cdot 10^{-3}$  м,  $R_{ост} = 1,66 \cdot 10^{-6}$  Ом,  $A_0 = 1,63 \cdot 10^{-2}$ ,  $R_k = 0,02$   $T_{II}^{4.65}$  при различных значениях  $k$ ). Графики показывают, что даже приближенное соотношение (15) позволяет производить оценку величины  $H_{лок}$  с достаточной точностью.

В большинстве практических устройств, использующих СПР, температура жидкого гелия выше  $\lambda$  — точки (обычно 4,2 К). При этом теплопроводность гелия очень сильно падает и становится равной  $0,02$  Вт·м $^{-1}$ ·К $^{-1}$  [13]. Это, в свою очередь, приведет к существенному снижению  $H_{лок}$  (12), (15), (23). Однако на практике значительного снижения  $H_{лок}$  не наблюдается, поскольку в  $HeI$  происходит теплообмен также за счет тепломассопереноса. В связи с этим ограничения, накладываемые на величину

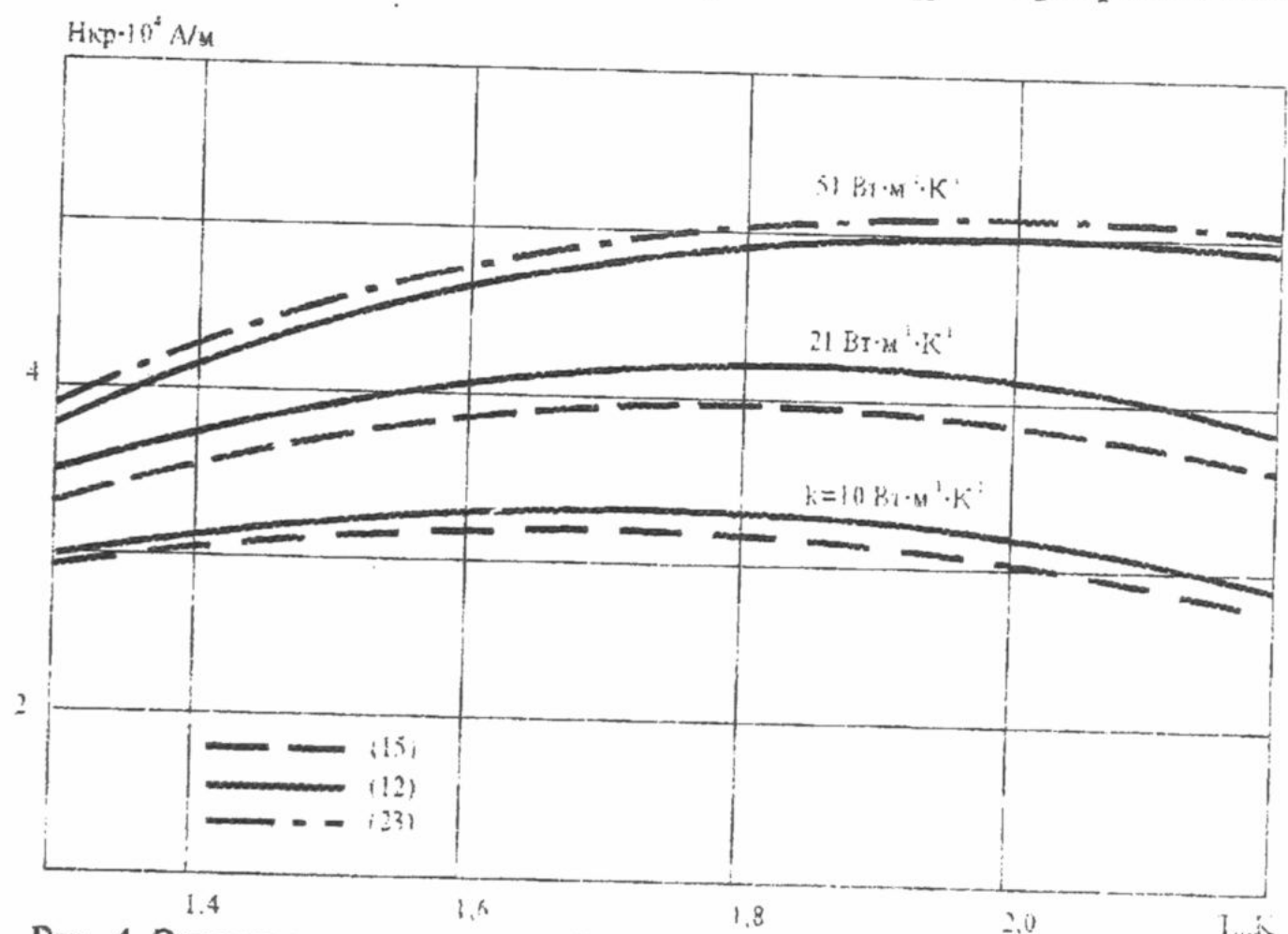


Рис. 4. Зависимость критической величины напряженности магнитного поля на внутренней поверхности сверхпроводящего резонатора от температуры на его наружной поверхности



$H_{\text{лок}}$  низкой теплопроводностью  $HeI$ , будут проявляться при импульсных сигналах с длительностями, сравнимыми с временем протекания процессов теплопереноса.

При импульсном сигнале зависимость теплового потока через стенку резонатора от времени приобретает следующий вид

$$q(t_1 - \tau) = \frac{R_{\text{сп}}(T_1, H_\tau)}{2} \cdot H_\tau^2 \left\{ 1 - \exp \left[ -\frac{\omega_0}{2Q_H} (t_1 - \tau) \right] \right\}^2, \quad (24)$$

где  $t_1$  – длительность импульса;  $\tau$  – текущее время.

Предполагая  $HeI$  в виде полубесконечной среды, в которой нет массопереноса, а также учитывая, что сопротивление Капицы в этом случае будет мало по сравнению с температурным градиентом в гелии, можно в выражении (14) ограничиться только первым членом и тогда уравнение теплового баланса будет выглядеть следующим образом:

$$\frac{R_{\text{сп}}(T_1, H_\tau) H_\tau^2}{2} = \frac{T_1}{d/k + R_k} - \frac{S}{d/k + R_k} H_\tau^2, \quad (25)$$

где

$$S = \frac{1}{\sqrt{KC\pi}} \frac{R_{\text{сп}}(T_1, H_\tau)}{2} \int_0^{t_1} \left\{ 1 - \exp \left[ -\frac{\omega_0}{2Q_H} (t_1 - \tau) \right] \right\}^2 \frac{d\tau}{\sqrt{\tau}}, \quad (26)$$

$K$  и  $C$  – теплопроводность и теплоемкость  $HeI$ .

Из (25) для  $H_{\text{лок}}$  получим следующее выражение

$$H_{\text{лок}}^2 = \frac{T_1}{d/k - R_k} \left( \frac{R_{\text{сп}}(T_1, H_\tau)}{2} + \frac{S}{d/k + R_k} \right)^{-1} \quad (27)$$

Для цилиндрических стенок вместо  $d/k$  подставляется  $\frac{r_1 \ln(r_2/r_1)}{k}$ .

Из (27) видно, что величина  $H_{\text{лок}}$  на стенках резонатора при его охлаждении в  $HeI$  будет дополнительно уменьшаться за счет уменьшения теплопроводности  $HeI$  (помимо влияния уменьшения величины  $R_k$  и роста  $R_{\text{сп}}(T_1, H_\tau)$  при повышении температуры).

Таким образом, для снижения влияния эффекта термомангнитного пробоя на величину  $H_{\text{кр.лок}}$ , необходимо, наряду с улучшением качества рабочей поверхности СПР с целью ликвидации "слабых" участков, уменьшать толщину стенок резонатора, для его изготовления использовать материалы с высокой теплопроводностью. Кроме того, как было показано в [12] отожженный материал с полированной поверхностью, соприкасающейся с жидким гелием, имеет меньший температурный скачок за счет сопротивления Капицы.

Минимальная толщина стенок резонатора определяется требованиями к его механической жесткости. В [14] исследовались ниобиевые резонаторы с толщиной стенок 1 мм. При этом были получены стабильные значения высокочастотных магнитных полей  $H_{\text{кр}}$  (1,5 K)  $\sim 7.2 \cdot 10^4$  А/м, в то время как максимальные достигнутые значения  $H_{\text{кр}}$  (1,5 K)  $\sim 1.27 \cdot 10^5$  А/м [8, 9].

Факторы, влияющие на величину теплопроводности и сопротивление Капицы достаточно полно рассмотрены в [1]. К сожалению, выбор материалов для изготовления СПР ограничен. Это, в основном, уже упоминавшиеся Pb, Nb, Nb<sub>3</sub>Sn, причем последний, как правило, формируется на ниобиевой подложке. Все эти материалы имеют невысокую теплопроводность. Поэтому наиболее перспективный путь – формирование тонкого рабочего слоя толщиной несколько мкм на подложке из материала с высокой теплопроводностью. Однако, при этом увеличивается вклад температурных скачков на границах различных материалов [1].

Резонаторы со стенками в виде слоев материалов с разной теплопроводностью будут по-разному вести себя по отношению к импульсным СВЧ сигналам в зависимости от временных параметров импульса. Например, если длительность импульса будет меньше времени тепловой релаксации в системе сверхпроводящий слой – подложка или сверхпроводник –  $HeI$  (или поверхностный слой – массивный материал), то может происходить переход в нормальнопроводящее состояние поверхностного слоя резонатора за время действия импульса, а затем, если интервал между импульсами больше времени тепловой релаксации, возврат в сверхпроводящее состояние. При длительности импульса большей времени тепловой релаксации и его амплитуде, приводящей к установлению значительных напряженностей полей, термомангнитный пробой будет происходить также как и при непрерывном СВЧ сигнале. В [15] на нио-

биевых резонаторах были зафиксированы два вида термомагнитного пробоя с различными длительностями. При этом пробой с малой длительностью происходил при переходе в нормальнопроводящее состояние поверхностного слоя сверхпроводника. По-видимому, можно утверждать, что в системе поверхностный слой – подложка – жидкий гелий, с различными значениями теплопроводности в каждом слое и  $K_{\text{пс}} < K_{\text{п}} < K_{\text{He}}$  могут наблюдаться термомагнитные пробой трех длительностей.

На величину предельных значений напряженностей полей в СПР влияет также то, что при постоянной величине входной мощности и установившемся тепловом режиме их значения будут уменьшаться вследствие роста потерь в стенках резонатора за счет увеличения  $R_{\text{сп}}$  при повышении температуры.

В СПР проявляется, также, целый ряд нежелательных эффектов, вызываемых электрической компонентой электромагнитного поля.

### КРИТИЧЕСКОЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКОЕ ПОЛЕ

Из графиков, приведенных на рис. 1 и 2, соотношений (1) и (5) для электрических компонент электромагнитных полей в резонаторе можно определить, что в зависимости от добротности и мощности сигнала, вводимого в СПР, величина напряженности электрического поля будет изменяться в пределах от  $10^4$  до  $10^8$  В/м. Такие значения электрических полей могут вызвать как высокочастотный разряд в остаточных газах, так и эмиссию электронов из поверхности резонатора.

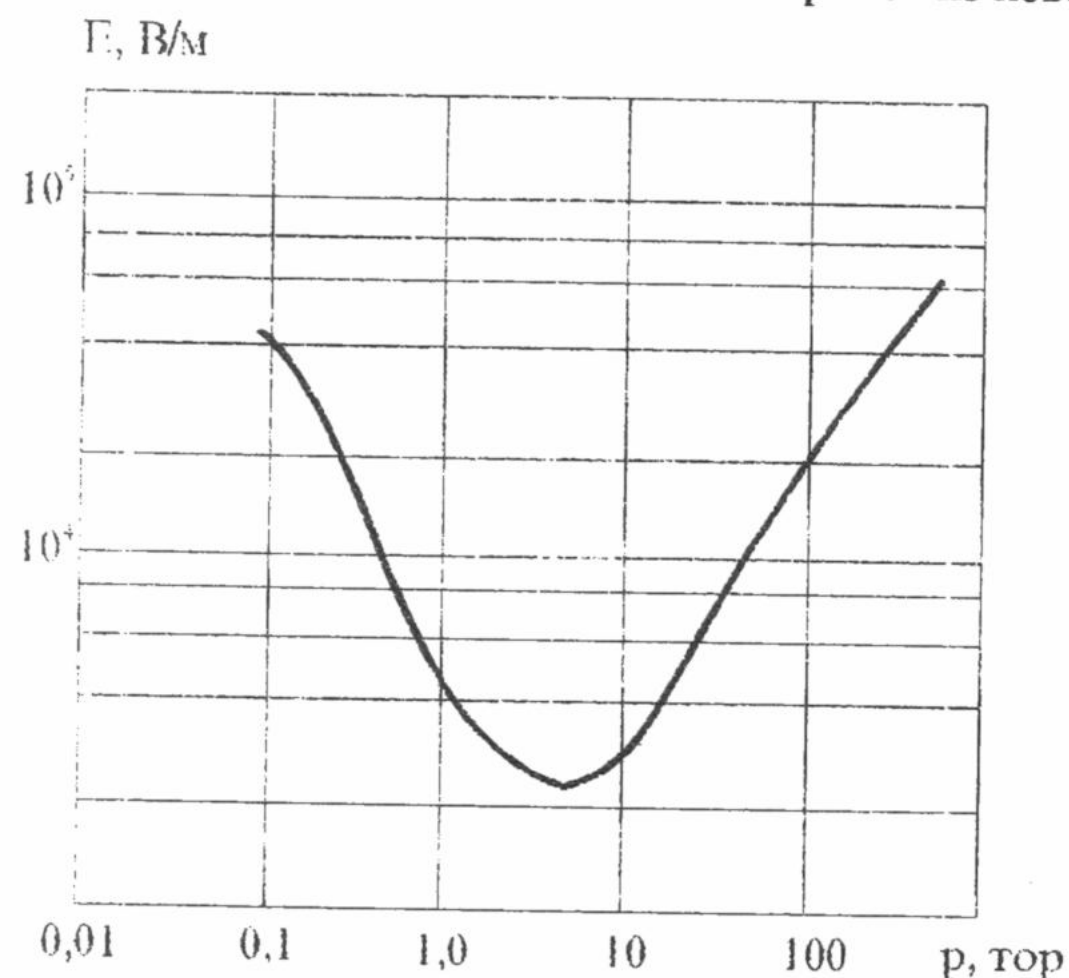


Рис. 5. Зависимость пробойного значения электрического поля от давления для гелия [17]

В работе [16] было зафиксировано появление высокочастотного газового разряда при  $Q_n \sim 2 \cdot 10^7$ ,  $P_{\text{вх}} \sim 10^{-2}$  Вт, и давлении гелия, который использовался как теплообменный газ,  $p \sim 0,1$  тор. Из формул (1), (4) – (6) можно определить, что напряженность электрического поля при этом составляла  $\sim 3,6 \cdot 10^4$  В/м. На рис. 5 приведена типичная кривая зависимости пробойного поля от давления газа, полученная для гелия [17]. Из графика видно, что значения напряженности электрического поля, достигнутые в [16], соответствуют пробойным полям, получаемым при экстраполяции графика в район давлений  $\sim 0,1$  тор. Необходимо также отметить, что наиболее вероятно появление пробоя при давлении гелия порядка нескольких единиц тор, поскольку пробойные поля в этом случае составляют величины  $10^3 - 10^4$  В/м.

В [18] указывается, что одной из возможных причин ограничения предельных значений полей, достигаемых в СПР, может быть конденсация остаточных газов на сверхпроводящих поверхностях в виде микрокапель и образование, таким образом, участков с повышенным тепловыделением за счет отличной от нуля величины  $\text{tg} \delta$  конденсата и большой амплитуды электрических полей. Появление таких участков на сверхпроводящей поверхности может привести к их преждевременному тепловому пробую.

Отмеченные выше эффекты, обусловленные остаточными газами, можно существенно ослабить или полностью устранить путем более тщательного вакуумирования резонаторов, однако их необходимо иметь ввиду, поскольку при эксплуатации СПР могут появиться газы за счет процессов диффузии или газовыделения.

Следующим ограничивающим фактором в достижении предельных значений электромагнитных полей в СПР является автоэлектронная эмиссия.

Действительно, амплитуды полей  $10^6 - 10^8$  В/м близки к значениям, вызывающим автоэлектронную эмиссию, которая проявляется при полях порядка  $10^9 - 10^{10}$  В/м [19]. Плотность автоэмиссионного тока определяется по формуле Фаулера – Нордгейма

$$j = 1,55 \cdot 10^{-6} \frac{E_{\text{л}}^2}{\varphi} \exp \left[ - \frac{6,85 \cdot 10^7 \cdot \varphi^{3/2}}{E_{\text{л}}} \Theta \left( \frac{3,62 \cdot 10^{-4} \sqrt{E_{\text{л}}}}{\varphi} \right) \right] \quad (28)$$

где  $\varphi$  – работа выхода электрона, эВ;  $E_{\text{л}}$  – локальное электрическое поле в точке эмиссии, В/см;  $\Theta(y)$  – функция Нордгейма.



Подставляя в формулу (28) значения  $E_d$  и учитывая, что для  $Pb$  и  $Nb$   $\phi \sim 4\text{эВ}$  [20], можно получить для поля  $E_d \sim 6 \cdot 10^7$  В/см плотность тока  $\sim 2 \cdot 10^7$  А/см<sup>2</sup>, а при  $E_d \sim 10^7$  В/см — величину тока на 20 порядков меньшую. Это свидетельствует, что даже относительно небольшое изменение величины  $E_d$  может привести к существенному росту автоэмиссионного тока. Однако, в данном примере в (28) подставлялись значения электрических полей намного большие, чем могут быть достигнуты в СПР даже при добротностях  $\sim 10^{11}$ . В тоже время экспериментально при амплитудах ВЧ полей  $10^6$  В/м в СПР были зафиксированы эмиссионные токи на много порядков большие, чем рассчитанные по формуле (28) [1]. Этот эффект объясняется тем, что величина  $E_d$  за счет наличия микронеровностей и неоднородностей может быть во много раз больше  $E_{вч}$ . В [19] показано, что величина  $E_d$  может быть определена из следующей формулы

$$E_d = \frac{2U}{2 \ln \frac{4R}{r}}, \quad (29)$$

где  $U$  — напряжение между электродами;  $R$  — расстояние между электродами;  $r$  — радиус эмиттера.

Предполагая величину  $r = 10^{-6}$  м (соответствует 8-10 классу чистоты обработки поверхности),  $R = 2,3 \cdot 10^{-2}$  м (вид колебаний  $E_{010}$ ,  $f = 10$  ГГц) при  $E_{вч} \approx 10^6$  В/м получим из (29)  $E_d = 4,6 \cdot 10^9$  В/м. При таком значении  $E_d$  плотность эмиссионного тока будет равна  $9,2 \cdot 10^5$  А/см<sup>2</sup>. Естественно, что максимального значения эмиссионный ток будет достигать периодически при максимуме ВЧ поля.

Автоэлектронная эмиссия одновременно будет приводить к появлению других нежелательных эффектов, таких как нагрев микроучастков поверхности СПР за счет тока эмиссии (эффект Ноттингама) и появление локального магнитного поля, обусловленного током эмиссии. В работе [21] показано, что микроучасток поверхности в виде выступа с малым радиусом может повысить свою температуру до критического значения при полях  $E_{вч} \sim 2,5 - 3 \cdot 10^7$ ;  $1 - 1,5 \cdot 10^8$  В/м для  $Pb$  и  $Nb$  соответственно.

При  $r = 3 \cdot 10^{-8}$  м, напряженности электрических полей  $E \sim 2,7 \cdot 10^7$ ;  $3,3 \cdot 10^7$  В/м вызывают появление эмиссионных токов с напряженностями магнитных полей выше соответствующих критических значений для  $Pb$  и  $Nb$  [3].

Таким образом, если не принимать специальных мер по улучшению качества обработки поверхности, то критические значения электрических полей будут  $\sim 10^6 - 10^7$  В/м, а такие величины могут быть достигнуты уже при  $Q_H \sim 10^7$  и  $P_{вх} \sim 1$  Вт (4).

Электроны, появившиеся в полости резонатора в результате автоэлектронной эмиссии, под воздействием высокочастотного поля могут приобрести энергию, достаточную для стимуляции процесса вторичной эмиссии. Если коэффициент вторичной эмиссии больше единицы, а фаза ВЧ поля соответствует ускоряющему воздействию на электроны, тогда даже при небольшом начальном количестве автоэлектронов в полости резонатора может возникнуть низковольтный резонансный ВЧ разряд, который еще называют вторичным электронным резонансным разрядом или мультипакторным эффектом [1].

Упрощенно процесс формирования разряда происходит следующим образом. Несколько электронов, первоначально имеющих в разрядном промежутке, направляются с большой скоростью к одному из электродов, где они выбивают вторичные электроны. Эмитируемые электроны полем противоположного знака переносятся к другому электроду за время приблизительно равное половине периода колебаний ВЧ поля, создавая новую группу вторичных электронов, которые, в свою очередь, ускоряются по направлению к первому электроду. Далее процесс повторяется. Если вторичная эмиссия заметно больше единицы, то число колеблющихся электронов должно заметно возрасти за небольшой промежуток времени до очень больших величин, приводящих к пробое.

Теоретическая оценка разрядных характеристик может быть произведена из следующих допущений. Предположим, что электрическое поле между торцевыми стенками цилиндрического резонатора возбужденного на виде колебаний  $E_{010}$ , меняется по закону  $E = E_m \sin \omega t$ . Влиянием пространственного заряда пренебрегаем, а также считаем, что за время порядка половины периода колебаний, электрон приобретает энергию, достаточную для достижения величины коэффициента вторичной эмиссии, большей единицы. Влиянием магнитного поля также пренебрегаем. В этом случае уравнение движения электрона можно записать в таком виде

$$\frac{d^2x}{dt^2} = \frac{e}{m} E_m \sin \omega t \quad (30)$$

где  $e, m$  — заряд и масса электрона.

Дважды интегрируя это уравнение, получаем

$$\frac{dx}{dt} = v_0 + \frac{eE_m}{\omega m} (\cos \omega t_0 - \cos \omega t), \quad (31)$$

$$x = x_0 + v_0(t - t_0) + \frac{eE_m}{\omega^2 m} [(\omega t - \omega t_0) \cos \omega t_0 - \sin \omega t + \sin \omega t_0]. \quad (32)$$

Предполагая  $v_0 = 0$ ;  $\omega t_0 = 0$ ;  $t = T/2$ ;  $x - x_0 = d$ , где  $d$  — амплитуда смещения электрона, из (31) и (32) получим

$$v = \frac{2eE_m}{\omega m}; \quad (31a)$$

$$d = \frac{eE_m \pi}{\omega^2 m}. \quad (32a)$$

Учитывая (31a) можно записать следующее выражение

$$W_i = \frac{2e^2 E_m}{\omega^2 m} \quad (33)$$

где  $W_i$  — энергия, достаточная для стимуляции эффекта вторичной эмиссии.

Из (33) получим выражение для величины ускоряющего электрического поля:

$$E_m = \omega \sqrt{\frac{mE_i}{2e}} \quad (34)$$

где  $E_i = W_i/e$ .

Принимая  $W_i = 20$  эВ (для  $Pb$  и  $Nb$  энергия ионизации, достаточная для отрыва одного электрона 7.41 и 6.77 эВ, двух — 29, 85 и 27,99 эВ [22]; в [23] минимальной энергией, достаточной для стимуляции вторичной эмиссии, принимается энергия равная работе выхода, а наиболее вероятной — величина  $\sim 100$  эВ — 1 кэВ) и  $\omega = 2\pi \cdot 10^{10}$ , получим  $E_m \sim 4,74 \cdot 10^5$  В/м. Таким образом, даже при добротности  $Q_H \sim 10^7$  и  $P_{вх} \sim 0,1$  Вт в СПР может возникнуть резонансный разряд. В тоже время первичные электроны могут обладать начальной скоростью, а это значит, что даже меньших полей будет достаточно для проявления мультипакторного эффекта.

Необходимо отметить, что на практике процесс протекает несколько сложнее, чем в проведенном рассмотрении. Подставляя значение  $E_m$  в (32a) получим  $d \approx 7 \cdot 10^{-5}$  м в то время как резонатор с  $f_p \approx 10$  ГГц, возбужденный на виде колебаний  $E_{010}$ , будет иметь высоту  $h \approx 2,8 \cdot 10^{-2}$  м. Подставляя полученное значение  $E_m$  в выражение (32a) и предполагая величину  $d \sim 10^{-2}$  м, определим, что при частотах  $f \leq 8 \cdot 10^8$  Гц, электроны будут достигать противоположного электрода за время, равное половине периода, скорость их при этом будет  $\sim 0,1$  с, где  $c$  — скорость света.

Из проведенных оценок можно сделать вывод, что эффект вторичного электронного резонансного разряда только для сравнительно низких частот будет обусловлен взаимодействием электронов, ускоренных за половину периода, с противоположными стенками резонатора. На более высоких частотах электроны за это время не будут достигать поверхности резонатора. В этом случае процесс ускорения электрона сменится его торможением в течении следующего полупериода, а затем опять ускорением, и так до тех пор пока электрон не достигнет противоположной стенки, т.е. необходимо  $n$  периодов колебаний, чтобы электрон достиг противоположной поверхности резонатора. Величина  $n$  характеризует отношение времени пролета электронов к периоду ВЧ колебаний и определяет порядок мультипактора. Кроме того различают два типа резонансного разряда: одноточечный и двухточечный [3]. Одноточечный разряд имеет место, когда вторичная эмиссия происходит на той же поверхности, с которой вылетел первичный электрон, двухточечный — на противоположной.



Проведенное рассмотрение не учитывает влияние ВЧ магнитного поля. Воздействие магнитного поля будет приводить к тому, что траектории ускоряемых электронов будут смещаться из областей максимальных электрических полей к боковым стенкам резонатора, что в конечном итоге, приведет к возникновению вторичной эмиссии на боковых поверхностях резонатора. В [1] приводятся примеры, подтверждающие такую возможность.

Существенным фактором, влияющим на возникновение мультипакторного эффекта является величина коэффициента вторичной эмиссии. В связи с этим предпринимаются различные попытки снизить величину этого коэффициента. Так, в [24] исследовалось влияние покрытий различной толщины из материалов с уменьшенной величиной коэффициента вторичной эмиссии, таких как  $Ti$ ,  $Rh$ ,  $TiN$ . Было получено почти полное исчезновение эффекта резонансного разряда, однако добротность резонаторов при этом уменьшилась почти на порядок за счет потерь в защитных пленках. В работе [25] исследовались ниобиевые поверхности. Было показано, что в зависимости от технологии они могут иметь довольно сложную структуру, состоящую из различных слоев, которые различно влияют на коэффициент вторичной эмиссии. Так, например, слой  $Nb_2O_5$  увеличивает его на 30 %, а слой  $Nb_2O_5 - H_2O$  еще дополнительно на 20 %, в тоже время полимеризованные карбонильные соединения на поверхности, за счет своего отрицательного заряда снижают вторичную эмиссию на 50 %.

Эффективный способ уменьшения мультипактора предлагается в [26]. Поверхность резонатора в тех местах, где взаимодействие электронов с ней наиболее сильное, делается профилированной (ребристой). Причем размер гребней и канавок выбирается таким, чтобы затруднить эмиссию вторичных электронов и снижать энергию первичных. Это позволило почти в два раза увеличить предельные значения электрических полей, при одновременном двукратном росте добротности СПР.

### ВЫВОДЫ

Проведенное рассмотрение касалось таких процессов, ограничивающих достижение предельных значений магнитных и электрических полей в СПР, как магнитный, термомагнитный и тепловой пробой, ВЧ разряд в газе, автоэлектронная эмиссия и вторичный электронный резонансный разряд, причем каждый из этих процессов рассматривался в отдельности, в то время как в реальном СПР эти эффекты взаимосвязаны и могут стимулировать друг друга. Так, например, даже очень слабая автоэлектронная эмиссия будет способствовать возникновению вторичного электронного резонансного разряда, первичные и вторичные электроны, выходящие из металла, изменяют характеристики поверхности, что ведет к появлению «слабых» участков поверхности. В «слабых» местах либо повышена температура, либо ослаблены сверхпроводящие свойства и, как следствие, токи, наводимые магнитным полем, будут приводить к усиленному нагреву и в дальнейшем могут привести к термомагнитному пробую. Таким образом, для оценки возможных предельных значений электромагнитных полей в резонаторе необходим одновременный учет не только всех процессов, а также взаимного их влияния друг на друга, что осуществить практически невозможно. Учет взаимного влияния ограничивающих факторов будет по-видимому, приводить к некоторому снижению величины полей, полученных для независимых процессов.

При выборе материалов для изготовления СПР на предельные значения электромагнитных полей необходимо кроме критической температуры и напряженности критического магнитного поля учитывать также целый ряд таких факторов, как теплопроводность материала, способность поверхности адсорбировать различные примеси, совершенство структуры, постоянство стехиометрии, возможность получения максимально гладкой поверхности и другие. Неучет их может привести к тому, что материал с высокой  $T_{кр}$  и  $H_{кр}$  окажется хуже, чем другой, имеющий более низкое  $T_{кр}$  и  $H_{кр}$ . Подобная картина наблюдается с соединением  $Nb_3Sn$ , которое имеет высокую  $T_{кр}$  и высокое ожидаемое  $H_{кр}^{ВЧ}$ , но на практике не обеспечивает достижения значений напряженностей магнитных полей, близких к  $Nb$ , величины  $T_{кр}$  и  $H_{кр}$  которого значительно ниже [27, 28]. Основным ограничивающим фактором, в данном случае, является термомагнитный пробой, проявляющийся за счет пониженной теплопроводности слоя  $Nb_3Sn$  по сравнению с  $Nb$ , наличие на поверхности микроучастков с пониженной  $T_{кр}$  (вкрапления соединений  $NbSn_2 - T_{кр} = 2,1$  К;  $Nb_6Sn_5 - T_{кр} = 2,6$  К и  $NbSn - T_{кр} = 3,1$  К). По-видимому, дальнейшее совершенствование технологии и использование минимально тонких слоев  $Nb_3Sn$ , наносимых на основу из материала с высокой теплопроводностью, позволят приблизиться к предсказываемым теорией значениям.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Диденко А.Н., Севрюкова Л.М., Ятис А.А. Сверхпроводящие ускоряющие СВЧ-структуры. М. Энергоиздат, 1981. 208с.
2. Де Жен П. Сверхпроводимость металлов и сплавов. Пер. с англ. Под ред. Л.П. Горькова. М. Мир, 1968. 280 с.

3. Диденко А.Н. Сверхпроводящие волноводы и резонаторы. М. Сов. радио, 1973. 256 с.
4. Менде Ф.Ф., Бондаренко И.Н., Трубицын А.В. Сверхпроводящие и охлаждаемые резонансные системы. К. Наук. думка, 1976. 272 с.
5. Брагинский В.Б., Митрофанов В.П., Панов В.И. Системы с малой диссипацией. М. Наука, 1981. 142 с.
6. Уильямс Дж. Сверхпроводимость и ее применение в технике. М. Мир, 1973. 296 с.
7. Физико-химические основы получения сверхпроводящих материалов. Под ред. Е.М. Савицкого. М. Металлургия, 1981. 480 с.
8. Diepers H., Martens H., Schnitzke K., Schmidt O. Superconducting niobium cavities prepared by electropolishing and anodizing // IEEE Trans. Nucl. Sci. – 1973. – Vol. 20, N 3. – P. 68-70.
9. Hillenbrand B., Martens H., Schnitzke K., Diepers H., On the preparation and a thermal breakdown mechanism of superconducting niobium X-band cavities with high magnetic flux densities // In: Proc. 12-th Int. Conf. High Energy Accel., Stanford. – 1974. – P. 143-146.
10. Bergeret H., Septier A. Renforcement local du champ magnétique HF au voisinage des aspérités d'une surface métallique supraconductrice // C. r. Acad. Sc. Paris. – 1970. – t. 271 B. – P. 1048-1050.
11. Isagawa S., Isagawa K. Limitation of rf field by thermal breakdown in superconducting niobium cavity // Cryogenics. – 1980. – Vol. 20, N 12. – P. 677-680.
12. Mittag K. Kapitza conductance and thermal conductivity of copper, niobium and aluminium in the range from 1,3 to 2.1 K // Cryogenics. – 1973. – Vol. 13, N 2. – P. 94-99.
13. Фастовский В.Г., Петровский Ю.В., Ровинский А.Е. Криогенная техника. М. Энергия, 1974. 496 с.
14. Krause N., Hillenbrand B., Uzèl Y., Schnitzke K. Superconducting properties and limitations of thin-wall niobium and niobium-tin cavities // Appl. Phys. – 1983. – Vol. A 30. – P. 67-71.
15. Hallbritter J. RF breakdown of superconducting cavities // In: Proc. Appl. Supercond. Conf. Annapolis. – 1972. – P. 662-666.
16. Дедик Ю.В., Иваницкий К.П., Каплун З.Ф. О явлении высокочастотного газового разряда в сверхпроводящем резонаторе // Электронная техника, Сер.1. Эл-ка СВЧ. – 1969, № 11. – С. 169-169.
17. Мак-Доналд А. Сверхвысокочастотный пробой в газах. М. Мир, 1969. 212 с.
18. Коровин О.П. Влияние остаточного газа на работу сверхпроводящего резонатора // ЖТФ. – 1977. – Т. 47, № 11. – С. 2447-2448.
19. Елинсон М.И., Васильев Г.Ф. Автоэлектронная эмиссия. М. ГИФМЛ, 1958. 272 с.
20. Фоменко В.С., Подчерняева И.А. Эмиссионные и адсорбционные свойства веществ и материалов (справочник). М. Атомиздат, 1975. 320 с.
21. Septies A., Ngyen Tuong Viet. Recent investigations of the ORSAY group on RF properties and applications of superconducting cavities // IEEE Trans. Nucl. Sci. – 1971. – Vol. 18, N 3. – P. 139-140.
22. Киттель Ч. Введение в физику твердого тела. М. Наука, 1978. 792 с.
23. Фридрихов С.А., Мовнин С.М. Физические основы электронной техники. М. Высшая школа, 1982. 608 с.
24. Padamsee H., Banner M., Tigner M. Suppressin of multipactoring in superconducting cavities // IEEE Trans. Nucl. Sci. – 1977. – Vol. 24, N 3. – P. 1101-1103.
25. Grundner M., Hallbritter J. On surfase coatings and secondary yield of Nb<sub>3</sub>Sn and Nb // J. Appl. Phys. – 1980. – Vol. 51, N 10. – P. 5396-5405.
26. Padamsee H., Proch D., Kneisel P., Mioduszewski J. Field strenth limitations in superconducting cavities – multipacting and thermal breakdown // IEEE Trans. on Magn. – 1981. – Vol. 17, N 1. – P. 947-950.
27. Pfister H. Superconducting cavities // Cryogenics. – 1976. – Vol. 16, N 1. – P. 17-24.
28. Hillenbrand B., Martens H. Superconducting Nb<sub>3</sub>Sn cavities with high quality factors and high critical flux densities // J. Appl. Phys. – 1976. – Vol. 47, N 9. – P. 4151-4155.
29. Hallbritter J On weak superconducting spots in Nb<sub>3</sub>Sn // Journal de Physique. – 1978. – Vol. 39, N 8. – C6-396 – C6-397.



## ОСОБЕННОСТИ ФОРМИРОВАНИЯ КОЛЕБАНИЙ В ТРАВАТРОНЕ

О.С. Шостко

Харьковский национальный университет, 310077, г. Харьков, пл. Свободы, 4

Поступила в редакцию 1 декабря 1999 г.

Проведен анализ особенностей формирования высокочастотных колебаний в траватроне. Получены соотношения, определяющие связь основных характеристик формируемого излучения (максимальной амплитуды, несущей частоты колебаний и длительности импульса) с параметрами траватрона.

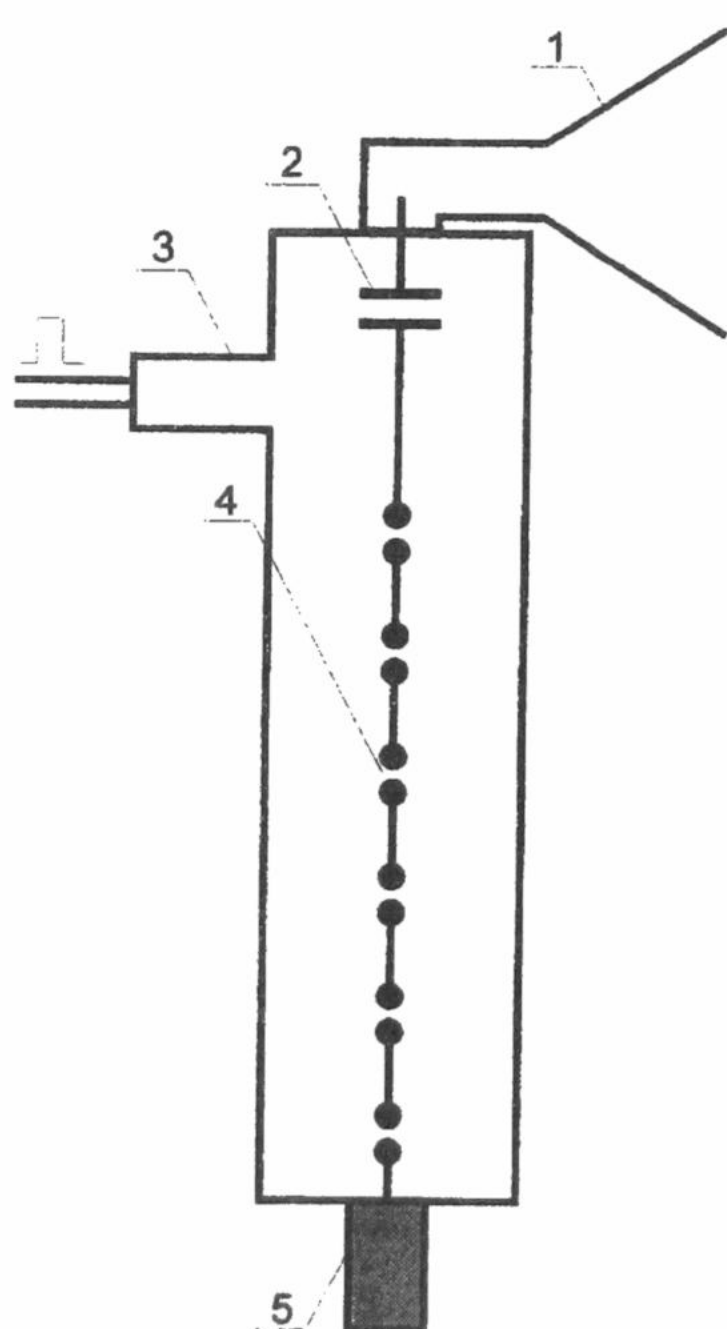
**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** электромагнитное излучение, сигнал, искровые генераторы, траватрон.

В настоящее время наблюдается значительный интерес к вопросам формирования широкополосных импульсов и создания широкополосных излучающих систем. Такие системы находят широкое применение в радиолокации, для геологической разведки полезных ископаемых и ледовой разведки, во многих других областях современной науки и технологии. Один из путей построения широкополосных источников излучения связан с искровыми генераторами, классическим примером которых является вибратор Герца.

Разновидностью искровых генераторов-излучателей является траватрон [1]. Он представляет собой отрезок коаксиальной линии, вдоль центрального проводника которой расположен многоэлементный разрядник. Отличительной особенностью траватрона, как указывается в [1], является простота конструкции высокий КПД преобразования постоянного тока в напряжение высокочастотных колебаний (порядка 40 %). Отсутствие публикаций, посвященных рассмотрению принципа действия траватрона, анализу условий его возбуждения и обеспечения предельных параметров генерируемого излучения приводит к необходимости восполнения указанных данных, что и является целью настоящей статьи.

## АНАЛИЗ КОЛЕБАТЕЛЬНЫХ ПРОЦЕССОВ

Схема траватрона, предложенного в [1], представлена на рис.1, где 1 - рупор передатчика, 2 - заграждающий конденсатор для напряжения постоянного тока, 3 - индуктивный входной фидер, 4 - высоковольтные переключающие разрядники, 5 - поглощающая нагрузка.



Эквивалентная схема траватрона приведена на рис. 2, где  $C_{p_n}$  и  $C_{z_n}$  соответственно емкости между электродами разрядников и емкости электродов на землю (на внешний проводник коаксиальной линии). Пробой промежутков имитируется замыканием ключей К. Данная схема представляет собой сложный емкостной делитель напряжения. При подаче высоковольтного импульса на вход многоэлементного разрядника напряжение на электродах разрядника перед пробоем первой секции распределится по закону [2]

$$U_{k+1} = U_0 \operatorname{sh}[(m-k)\gamma] / \operatorname{sh}[m\gamma], \quad (1)$$

где  $U_0$  - напряжение высоковольтного источника,  $m$  - количество разрядников,  $k$  - порядковый номер электрода,  $\gamma = \ln \left[ 1 + \left( C_3 / 2C_p \right) \left( 1 + \sqrt{4C_p / C_3 + 1} \right) \right]$ .

Из выражения (1) можно найти напряжение на любом зазоре. Например, перед пробоем первого промежутка напряжение на первом зазоре будет равно:

$$\begin{aligned} \Delta U_1 &= U_1 - U_2 = U_0 \left[ 1 - \operatorname{sh}(m-1)\gamma / \operatorname{sh}(m\gamma) \right] = \\ &= U_0 \left[ 1 - \frac{e^{(m-1)\gamma} - e^{-(m-1)\gamma}}{e^{m\gamma} - e^{-m\gamma}} \right]. \end{aligned} \quad (2)$$

Рис. 1. Схема траватрона.

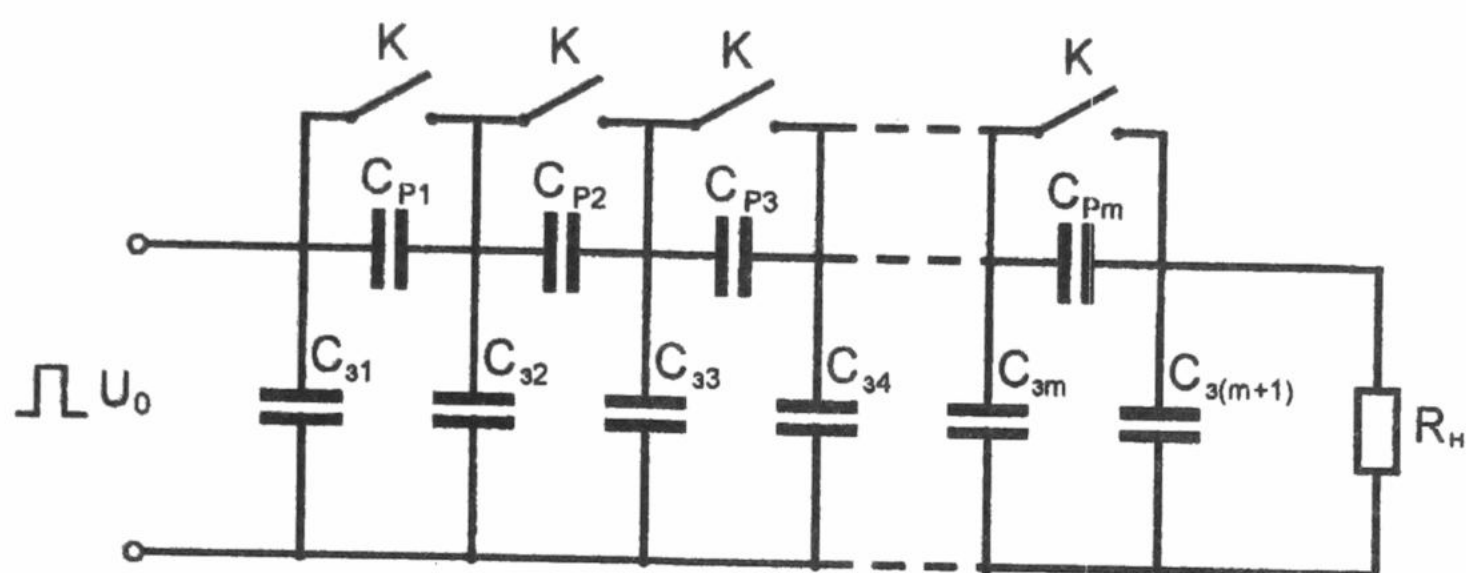


Рис. 2. Эквивалентная схема траватрона.

При  $\gamma \geq 1$  и  $m > 3$  выражение (2) может быть упрощено:

$$\Delta U_1 = U_0 [1 - e^{(m-1)\gamma} / e^{m\gamma}] = U_0 [1 - e^{-\gamma}].$$

Так при  $\gamma = 3$  величина  $\Delta U_1$  составляет 95% от  $U_0$ . Аналогичным образом находим разность потенциалов напряжения  $\Delta U_2$  на втором зазоре перед пробоем первого разрядника ( $j = 0$ ):

$$\Delta U_2 = U_2 - U_3 = U_0 \left[ \frac{\text{sh}(m-1)\gamma}{\text{sh}(m\gamma)} - \frac{\text{sh}(m-2)\gamma}{\text{sh}(m\gamma)} \right] \approx U_0 \left[ \frac{e^{(m-1)\gamma} - e^{(m-2)\gamma}}{e^{m\gamma}} \right] = U_0 [e^{-\gamma} - e^{-2\gamma}]. \quad (3)$$

При  $\gamma = 3$  величина  $\Delta U_2$  составляет всего 4,7% от  $U_0$ . Таким образом, основная часть напряжения, прикладываемого к многоэлементному разряднику, приходится на первый зазор. В связи с этим в многоэлементном разряднике сначала всегда пробивается первый зазор, а затем все последующие. После пробоя первого зазора напряжение на остальных разрядниках перераспределится.

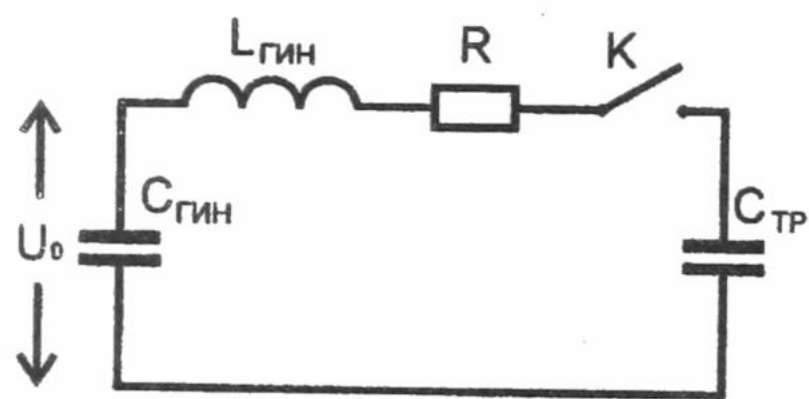


Рис. 3. Эквивалентная схема цепи заряда коаксиальной конструкции траватрона

Эквивалентная схема цепи заряда коаксиальной конструкции траватрона от генератора импульсного напряжения (ГИН), выполненного по схеме умножения напряжения, представлена на рис. 3., где  $L_{гин}$  - эквивалентная индуктивность зарядного контура ГИНа,  $C_{гин}$  - эквивалентная емкость ГИНа ( $C_{гин} = C/n$ , где  $n$  - число каскадов умножения,  $C$  - емкость в каждом каскаде),  $R$  - зарядное сопротивление,  $C_{тр}$  - эквивалентная емкость траватрона.

Можно показать, что эквивалентная емкость траватрона после пробоя  $k$  разрядников при  $C_3 \gg C_P$  будет определяться величиной

$$C_{тр} = kC_3 + \frac{C_P C_3}{C_P + C_3} \approx kC_3,$$

т.е. емкость траватрона перед пробоем первого разрядника ( $k = 1$ ) практически равна емкости первой секции траватрона. По мере пробивания разрядников емкость траватрона будет увеличиваться пропорционально числу пробитых разрядников.

При условии, что  $R = 2\sqrt{L_{гин}/C_{тр}}$  и  $C_{гин} \gg C_{тр}$ , ток в такой цепи при замыкании ключа  $K$  изменяется по закону [3]:

$$I = \frac{U_0}{L_{гин}} t e^{-\frac{t}{\tau}}.$$

Тогда, напряжение на емкости  $C_{тр}$

$$U_c = \frac{1}{C_{тр}} \int_0^t I(t) dt = \frac{U_0}{L_{гин} C_{тр}} \int_0^t t e^{-\frac{t}{\tau}} dt = U_0 \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} - \frac{t}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} \right), \quad (4)$$

где  $\tau = \sqrt{L_{гин} C_{тр}}$ ,  $t$  - время с момента подключения траватрона к источнику высокого напряжения.



Процесс заряда первой секции траватрона прекратится как только напряжение на первом разряднике достигнет пробивного. С учетом (2) и (4) изменение напряжения на первом разряднике в зависимости от времени описывается выражением:

$$\Delta U_{C_{p1}} = U_0(1 - e^{-\gamma}) \left( 1 - e^{-\frac{t}{\tau}} - \frac{t}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} \right). \quad (5)$$

Приравнявая величину  $\Delta U_{C_{p1}}$  значению пробивного напряжения  $U_{пр}$  для заданной величины зазора получим уравнение для определения интервала времени  $t_{пр}$  до пробоя первого разрядника:

$$1 - e^{-\frac{t}{\tau}} - \frac{t}{\tau} e^{-\frac{t}{\tau}} = \frac{U_{пр}}{U_0(1 - e^{-\gamma})}. \quad (6)$$

Таким образом, заряд емкости первой секции траватрона будет происходить в течении времени, соответствующего выбранному значению  $\delta$ . После срабатывания первого разрядника заряды на емкостях  $C_3$  первой и второй секции траватрона окажутся равными и на суммарной емкости  $2C_3$ , образованной этими секциями, установится напряжение  $\sim U_C(1 + e^{-\gamma})/2$ . Напряжение на этой емкости будет продолжать расти, пока не пробьется второй разрядник. Процесс будет продолжаться до тех пор, пока не пробьется последний разрядник.

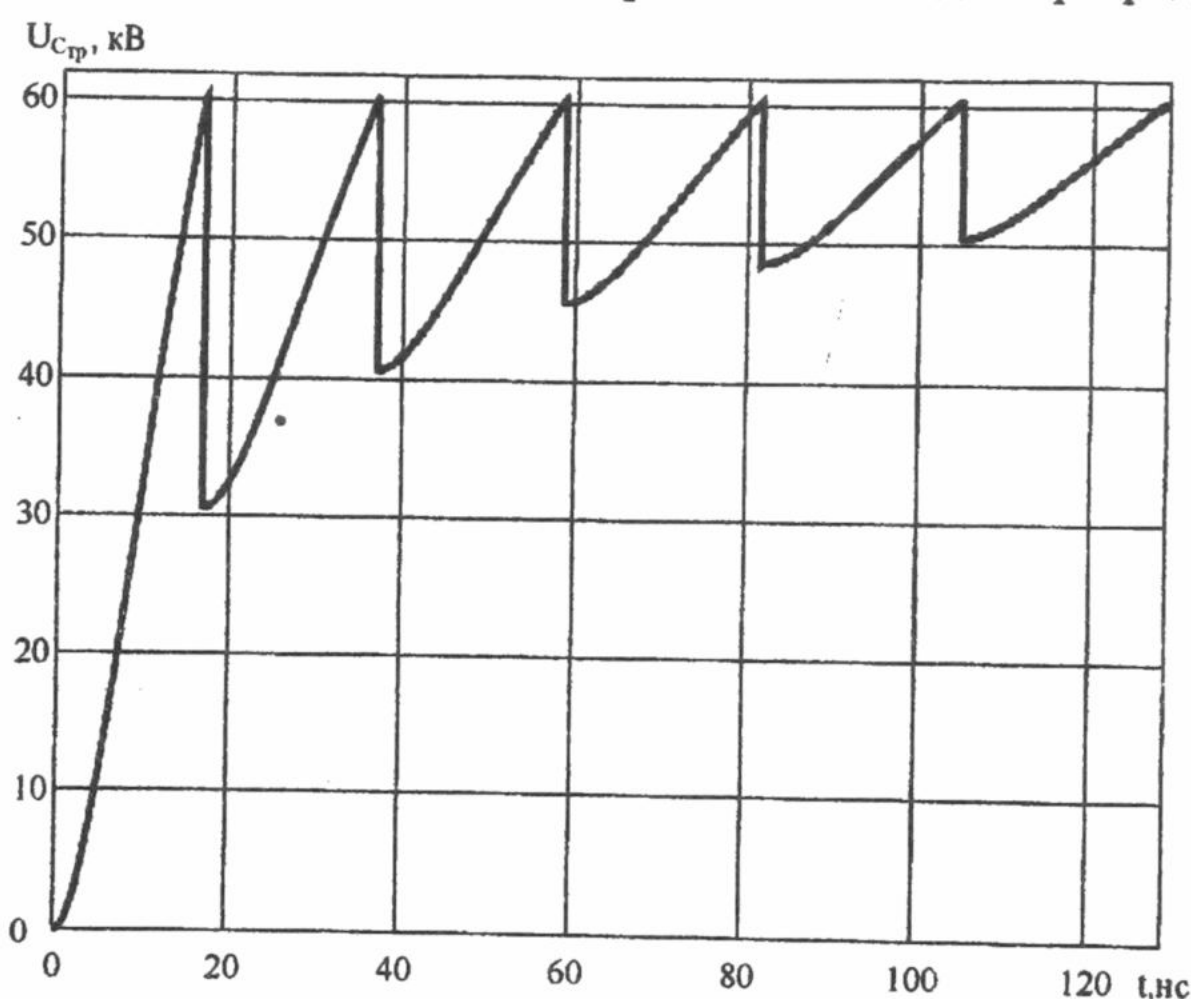


Рис. 4. Вид колебания формируемого на выходе траватрона.

На выходе траватрона будет формироваться колебание, вид которого приведен на рис.4. Такое колебание будет формироваться при количестве разрядников  $N = 7$ , величине зазора разрядников  $\delta = 3$  мм, пробивном напряжении разрядников  $U_{пр} = 60$  кВ (зазоры разрядников заполнены конденсаторным маслом), величине емкости одной секции траватрона  $C_3 = 14$  пФ, напряжении высоковольтного источника  $U_0 = 110$  кВ и величине параметра  $\gamma = 4,56$ , при условии, что  $C_{гин} \gg C_{тр}$ .

Максимальная амплитуда колебаний определяется величиной пробивного напряжения разрядников:

$$A = 0.25 U_{пр}.$$

Длительность колебательного процесса определяется количеством разрядников. Период колебаний будет возрастать за счет возрастания суммарной емкости траватрона по мере увеличения числа пробитых разрядников. Величина первого периода  $T$ , а следовательно и начальной частоты  $f = 1/T$  определяется величиной зазора разрядника  $\delta$  и величиной емкости одной секции траватрона  $C_3$ . В общем случае

$$T = t_{пр} + t_k,$$

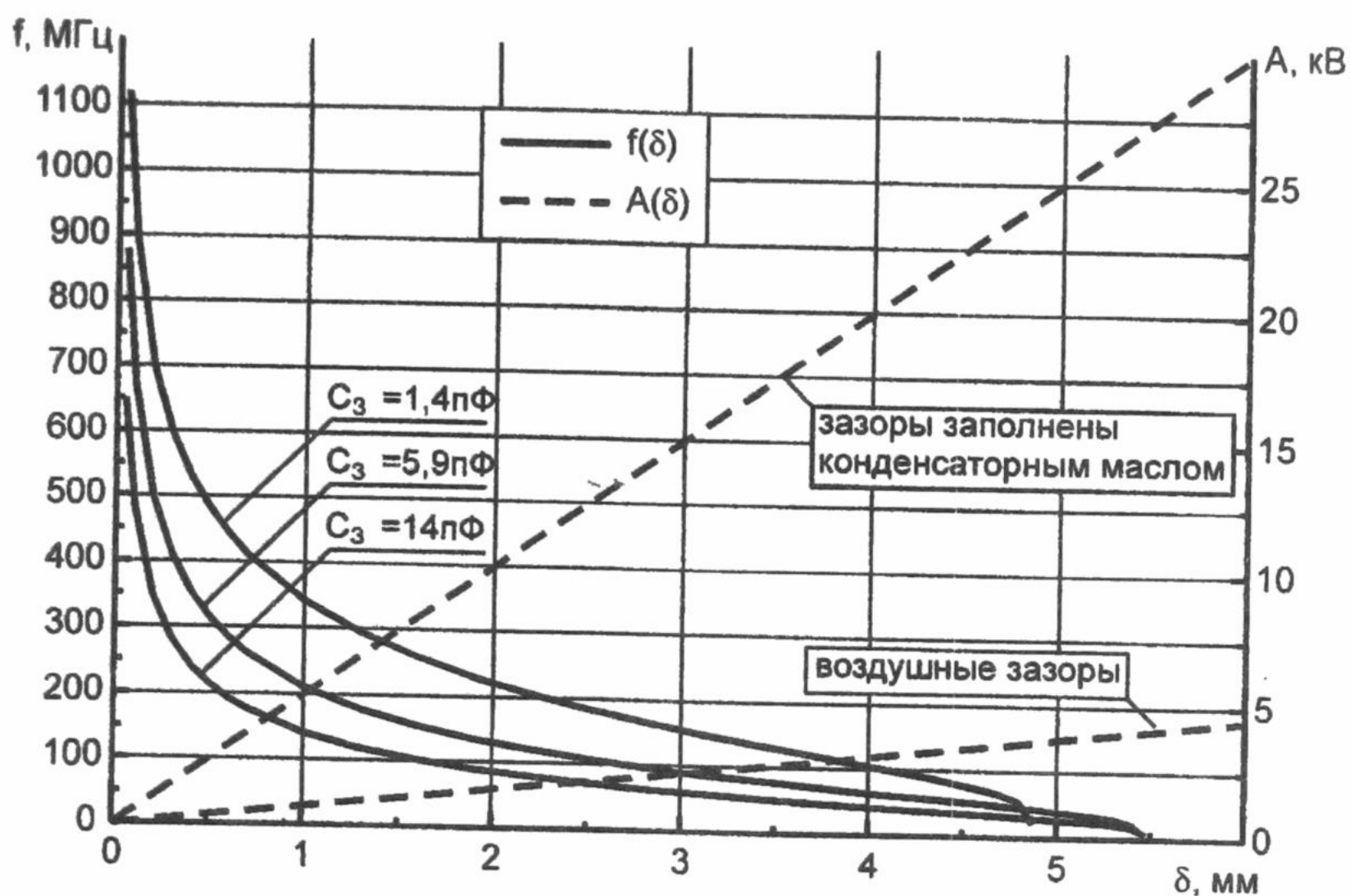


Рис.5. Зависимость амплитуды  $A$  и частоты  $f$  колебаний траватрона от величины зазора.

где  $t_{пр}$  – определяется из уравнения (6),  $t_k = 2p\delta^2 / aU_0^2$  – время коммутации разрядников [2],  $p$  – давление газа,  $\delta$  – величина пробиваемого зазора,  $a$  – постоянная характеристика для заданного газа ( $a = (0,8...1)$  атм·см<sup>2</sup>/(с·В<sup>2</sup>) – для воздуха и азота,  $a = 30$  атм·см<sup>2</sup>/(с·В<sup>2</sup>) – для аргона),  $U_0$  – прикладываемое к зазору напряжение. Предельная частота колебаний траватрона будет ограничена величиной времени коммутации  $t_k$ .

Зависимости начальных значений частоты и максимальной амплитуды колебаний от величины зазора  $\delta$  разрядников, для случая их размещения в конденсаторном масле (при напряжении высоковольтного источника  $U_0 = 110$  кВ) приведены на рис.5. Полученные результаты хорошо согласуются с экспериментом. Из графика видно, что уменьшение емкости каждой секции траватрона позволяет при тех же зазорах увеличить частоту генерируемых колебаний.

Для увеличения амплитуды генерируемых колебаний необходимо увеличивать зазоры разрядников и давление воздуха в разрядных промежутках или поместить разрядники в трансформаторное (конденсаторное) масло. При этом для сохранения частоты генерируемых колебаний необходимо уменьшать величину емкости каждой секции траватрона.

### ВЫВОДЫ

Проведенный анализ показывает, что траватрон позволяет формировать короткие импульсы частотно-модулированного электромагнитного излучения, начальная частота которых зависит от величины зазора разрядников, величины емкости секции траватрона и может перестраиваться путем изменения этих величин. Длительность импульса определяется числом разрядников. Амплитуда формируемых колебаний зависит от величины пробивного напряжения разрядников и может быть повышена при увеличении давления воздуха в разрядных промежутках, или помещении разрядников в трансформаторное (конденсаторное) масло.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Новый универсальный радиолокационный передатчик //Электроника. - 1970. - Т.43. - N 13. с.32.
2. Месяц Г.А. Генерирование мощных наносекундных импульсов.- М.: Сов. радио, 1974.- 256с.
3. Атабеков Г.И. Теория линейных электрических цепей. - М.: Сов. радио, 1960. - 712 с.



## АНАЛИТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ УРАВНЕНИЯ ГЕЛЬМГОЛЬЦА ДЛЯ ВОЛНОВОГО ПУЧКА В СВОБОДНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

**Н.П. Егорова**

*Харьковский национальный университет, пл. Свободы 4, Харьков, 61077, Украина*

Поступила в редакцию 3 декабря 1999г.

В работе рассмотрен новый подход к решению уравнения Гельмгольца. Получено аналитическое решение, в котором зависимость амплитуды от продольной координаты описывается функцией Вебера. Результаты статьи могут использоваться для анализа полей открытых колебательных систем, антенн, передающих линий и других устройств в коротковолновой части миллиметрового диапазона.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** волновые пучки, уравнение Гельмгольца.

В различных электронных приборах миллиметрового и субмиллиметрового диапазонов волн в качестве колебательных систем используются открытые резонаторы. Традиционно при нахождении электромагнитных полей в открытых резонаторах или зеркальных передающих линиях передач ограничиваются параксиальным приближением, что позволяет упростить задачу и перейти от уравнения Гельмгольца к параболическому, решение которого представляется функциями Гаусса-Эрмита [1- 3]. При уменьшении характерных размеров резонансных систем по сравнению с длиной волны в связи с тенденцией миниатюризации электронных приборов необходима корректировка в решении уравнения, описывающего распространение волнового пучка. Для этой цели предлагается новый подход к определению аналитического решения уравнения Гельмгольца, который справедлив в более широких пределах изменения соотношения длины волны и апертуры системы.

### РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

Закон распространения волнового пучка получим в результате решения уравнения Гельмгольца

$$\nabla^2 u + k^2 u = 0. \quad (1)$$

Будем исходить из того факта, что поле в квазиоптической области параметров достаточно хорошо описывается волновыми пучками. В отличие от известного решения, справедливого в параксиальном приближении, поле  $u$  представим в виде разложения по функциям Гаусса-Эрмита с неизвестной амплитудой, изменяющейся в направлении распространения поля, а именно

$$u(y, z) = \exp(ikz - i\omega t) \Phi_m(w(z)) \Psi_m\left(\frac{\sqrt{2}y}{w(z)}\right), \quad (2)$$

где

$$\Psi_m\left(\frac{\sqrt{2}}{w(z)} y\right) = H_m\left(\frac{\sqrt{2}}{w(z)} y\right) \exp\left[-\frac{y^2}{G(z)}\right], \quad (3)$$

$w(z)$  - комплексный параметр пучка, определяющий гауссовское распределение интенсивности в пучке по координате  $y$ , кроме того  $w(z)$  определяет кривизну волнового фронта, который вблизи от оси является сферическим;  $\Phi_m(w(z))$  - функция, которую необходимо определить;  $G(z)$  - комплексный параметр пучка, определяющий гауссовское распределение интенсивности в пучке по координате  $y$ . Временной фактор  $\exp(-i\omega t)$  для сокращения записи в дальнейшем будем опускать.

Покажем теперь, что можно получить приближенное решение уравнения (1), а также найти параметры волнового пучка, если искомое решение представляется в форме (2), при этом учитывается вторая производная  $\partial^2 u / \partial z^2$  в отличие от известных решений [1,2]

$$\begin{aligned} \Phi_m(w(z)) \left\{ \frac{2}{w^2(z)} H_m'' \left( \frac{\sqrt{2}y}{w(z)} \right) - \frac{2}{G(z)} \left( 1 - \frac{2y^2}{G(z)} \right) H_m \left( \frac{\sqrt{2}y}{w(z)} \right) - \frac{4y\sqrt{2}}{G(z)w(z)} H_m' \left( \frac{\sqrt{2}y}{w(z)} \right) + \right. \\ \left. + \Psi_m''(z) \left( \frac{\sqrt{2}y}{w(z)} \right) + 2ik\Psi_m'(z) \left( \frac{\sqrt{2}y}{w(z)} \right) \right\} + \Phi_m'(w(z)) \left[ (2ikw'(z) + w''(z)) H_m \left( \frac{\sqrt{2}y}{w(z)} \right) \right] + \\ + 2w'(z) \Psi_m'(z) \left( \frac{\sqrt{2}y}{w(z)} \right) + \Phi_m''(w(z)) w'^2(z) H_m \left( \frac{\sqrt{2}y}{w(z)} \right) = 0. \end{aligned} \quad (4)$$

В (4) добавим и вычтем  $\frac{4m}{w^2(z)} H_m \left( \frac{\sqrt{2}y}{w(z)} \right)$ . После преобразования получим

$$\begin{aligned} \Phi_m(w(z)) \left\{ \frac{2}{w^2} H_m'' \left( \frac{\sqrt{2}y}{w(z)} \right) - \frac{4\sqrt{2}y}{G(z)w(z)} H_m' \left( \frac{\sqrt{2}y}{w(z)} \right) + \frac{4m}{w^2(z)} H_m \left( \frac{\sqrt{2}y}{w(z)} \right) + \right. \\ \left. + \frac{2y^2}{G^2(z)} (2 + ikG'(z)) H_m \left( \frac{\sqrt{2}y}{w(z)} \right) - \left( \frac{4m}{w^2(z)} + \frac{2}{G(z)} \right) H_m \left( \frac{\sqrt{2}y}{w(z)} \right) - \frac{2\sqrt{2}ikw'}{w^2} y H_m' \left( \frac{\sqrt{2}y}{w(z)} \right) \right\} + \\ + \Phi_m'(w(z)) [2ikw'(z) + w''(z)] H_m \left( \frac{\sqrt{2}y}{w(z)} \right) + \Phi_m''(w(z)) w'^2 H_m \left( \frac{\sqrt{2}y}{w(z)} \right) + O \left( \frac{1}{w^4(z)} \right) = 0. \end{aligned} \quad (5)$$

В дальнейшем малыми порядка  $w^{-4}(z)$  будем пренебрегать.

В работе [2] на этом этапе решения не рассматривались величины пропорциональные  $w'(z)$ , что эквивалентно предположению о том, что ширина пучка не является быстро изменяющейся функцией  $z$ . В данной работе такое ограничение не вводится.

Рассмотрим слагаемые  $\alpha$  и  $\gamma$  в формуле (5)

$$\begin{aligned} \frac{2}{w^2(z)} H_m'' \left( \frac{\sqrt{2}y}{w(z)} \right) - \frac{4\sqrt{2}y}{G(z)w(z)} H_m' \left( \frac{\sqrt{2}y}{w(z)} \right) + \frac{4m}{w^2(z)} H_m \left( \frac{\sqrt{2}y}{w(z)} \right) - \frac{2\sqrt{2}ikw'(z)}{w^2(z)} y H_m' \left( \frac{\sqrt{2}y}{w(z)} \right) = \\ = \frac{2}{w^2(z)} \left[ H_m'' \left( \frac{\sqrt{2}y}{w(z)} \right) - \sqrt{2}w(z)y \left( \frac{2}{G(z)} + \frac{ikw'(z)}{w(z)} \right) H_m' \left( \frac{\sqrt{2}y}{w(z)} \right) + 2m H_m \left( \frac{\sqrt{2}y}{w(z)} \right) \right] \end{aligned}$$

Для того, чтобы выражение в квадратных скобках было уравнением для полиномов Эрмита  $m$ -го порядка ( $m$  - индекс поперечного типа волны), необходимо выполнение условия

$$\frac{2}{G(z)} + \frac{ikw'(z)}{w(z)} = \frac{2}{w^2(z)} \quad (6)$$

Из условия (6) определим

$$G(z) = w^2(z) \left[ 1 - \frac{ik}{4} w'(z)w(z) \right]^{-1}.$$

Если принять, что

$$w^2(z) = \frac{2z}{ik} + \hat{W}^2, \quad (7)$$

где  $\hat{W}$  - значение ширины волнового пучка в горловине.  
Тогда

$$w'(z) = \frac{1}{ikw(z)}; \quad w''(z) = \frac{1}{k^2 w^3(z)}; \quad (w^2(z))' = \frac{2}{ik} \text{ и } G(z) = 2w^2(z). \quad (8)$$

Подставляя  $G(z)$  в формулу (3) получим



$$\Psi_m\left(\frac{\sqrt{2}}{w(z)}y\right) = H_m\left(\frac{\sqrt{2}}{w(z)}y\right) \exp\left(-\frac{1}{2} \frac{y^2}{w^2(z)}\right) \quad (9)$$

Уравнение (5) для функции  $\Phi_m(w(z))$  с учетом (8) принимает вид

$$-\frac{1}{k^2 w^2(z)} \Phi_m''(w(z)) + k \left( \frac{1}{k^3 w^3(z)} - \frac{2}{kw(z)} \right) \Phi_m'(w(z)) - \frac{1}{w^2(z)} (2m+1) \Phi_m(w(z)) = 0. \quad (10)$$

При выводе формулы (10) предполагалось, что

$$|w^2(z)| \gg 1. \quad (11)$$

Проведя в формуле (10) подстановку

$$\Phi_m(w(z)) = \exp\left[\frac{1}{2}(k^2 w^2(z) + \ln kw(z))\right] \varphi_m(kw(z)),$$

в результате получим

$$\varphi_m''(kw(z)) + \left[4m+2 - \frac{3}{4k^2 w^2(z)} - k^2 w^2(z)\right] \varphi_m(kw(z)) = 0.$$

С учетом условия (11)

$$\varphi_m''(kw(z)) + 2 \left[2m+1 - \frac{k^2 w^2(z)}{2}\right] \varphi_m(kw(z)) = 0, \quad (12)$$

произведя замену  $\tilde{w}(z) = \sqrt{2}w(z)$ , перепишем уравнение (12) относительно новой переменной

$$\varphi_m''(k\tilde{w}(z)) + \left(2m+1 - \frac{k^2 \tilde{w}^2(z)}{4}\right) \varphi_m(k\tilde{w}(z)) = 0.$$

Обозначим  $2m+1 = \nu + \frac{1}{2}$ , тогда  $\varphi_\nu(k\tilde{w}(z))$  - будет функцией Вебера  $D_\nu(k\tilde{w}(z))$ , где  $\nu = 2m + 1/2$ .

Таким образом функция  $\Phi_m(w(z))$ , входящая в искомое решение уравнения Гельмгольца, будет следующей

$$\Phi_m(w(z)) = \exp\left[\frac{1}{2}(k^2 w^2(z) + \ln kw(z))\right] D_{2m+1/2}(\sqrt{2}kw(z)).$$

После подстановки найденных значений функций  $\Phi_m(w(z))$  и  $\Psi_m\left(\frac{\sqrt{2}y}{w(z)}\right)$  в (2) решение исходного уравнения принимает вид

$$u(y, z) = \exp(ikz) \exp\left[\frac{1}{2}(k^2 w^2(z) + \ln kw(z))\right] D_{2m+1/2}(\sqrt{2}kw(z)) H_m\left(\frac{\sqrt{2}y}{w(z)}\right) \exp\left(-\frac{y^2}{2w^2(z)}\right). \quad (13)$$

Из приведенного решения следует, что поле в поперечном сечении отличается от традиционного решения уравнения Гельмгольца в параболическом приближении, описанного функциями Гаусса-Эрмита на множитель  $\exp[-y^2/2w^2]$ . Наличие в общем решении (13) функции  $D_{2m+1/2}(\sqrt{2}kw(z))$  указывает на осциллирующий характер поля в направлении распространения. Число осцилляций поля связано с нулями функции Вебера, причем число их определяется индексом многочлена. Согласно теории нули функции Вебера возникают при  $|\sqrt{2}kw(z)| < (2m + 1/2)$ .

На рис.1 приведены пространственные распределения модулей амплитуд, полученных при уточненном решении уравнения Гельмгольца для различного типа полей волновых пучков. Из рисунков следует существенная зависимость пространственных распределений от продольной координаты для различных типов волновых пучков, что отличает полученное решение от известных.

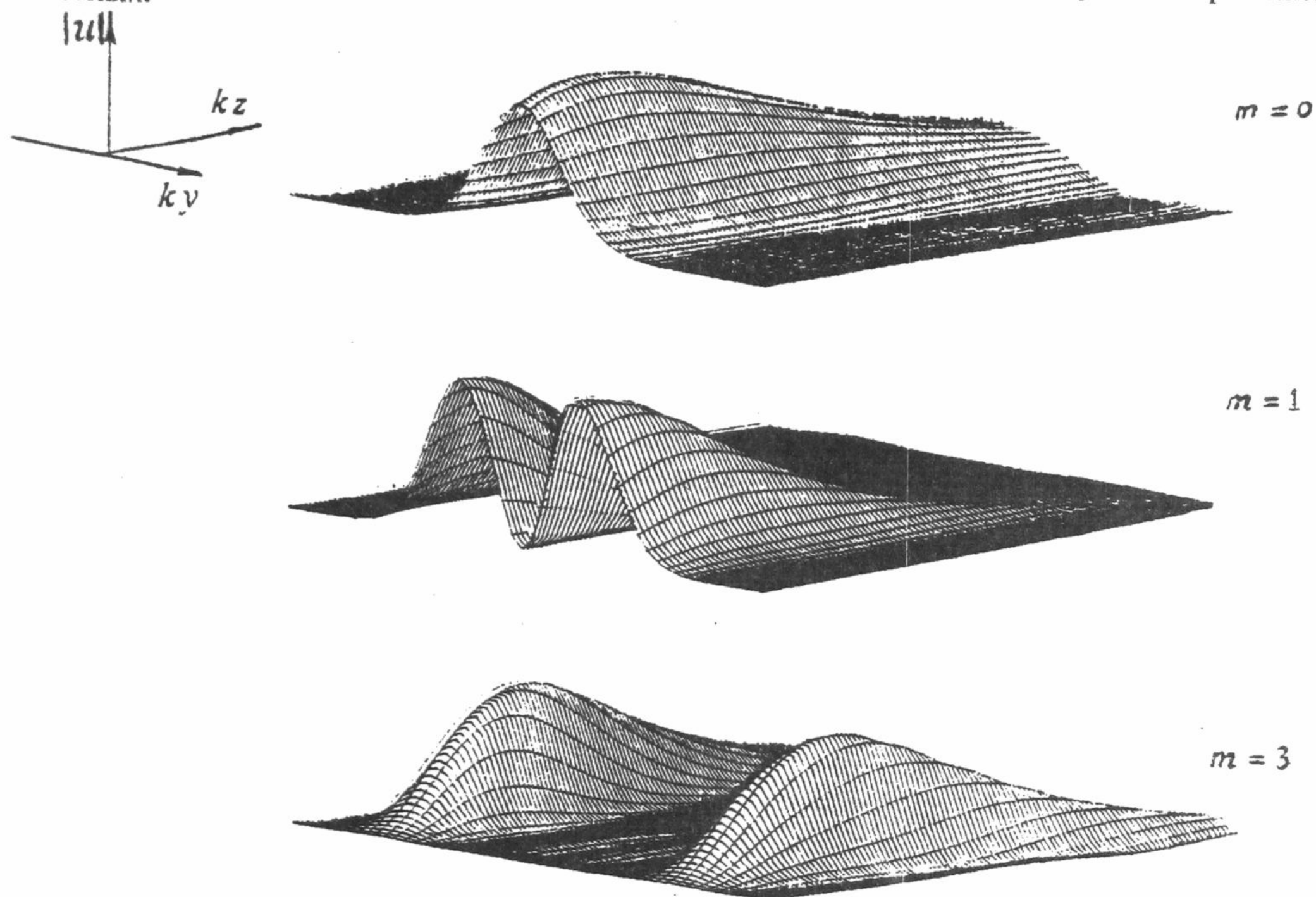


Рис.1. Пространственные распределения модулей амплитуд различных типов волновых пучков;  $0.5 \leq kz \leq 25.5$ ,  $\Delta kz = 0.25$ ;  $-15 \leq ky \leq 15$ ,  $\Delta ky = 0.6$ ;  $k\hat{W} = 5$ .

Эта особенность проявляется при малых значениях отношения ширины пучка к длине волны, которая определяется значением параметра  $k\hat{W}$ .

### ВЫВОДЫ

Анализ полученного решения с учетом введенного допущения ( $|w^2(z)| \gg 1$ ) показывает, что оно описывает поля ограниченных в пространстве источников, когда параметры пучков изменяются в более широких пределах, чем в случае параксиальных волновых пучков. Зависимость поля волнового пучка от продольной координаты связана с шириной волнового пучка, отнесенной к длине волны и характеризуется асимптотическими свойствами функции Вебера.

Полученное решение может оказаться полезным для анализа полей открытых колебательных систем, антенн, передающих линий и других устройств в коротковолновой части миллиметрового диапазона.

### БЛАГОДАРНОСТЬ

Автор выражает признательность проф. Третьякову О.А. за ценные консультации и обсуждение результатов.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kogelnik H., Li T. Laser beams and resonators // Applied Optics. - 1966.- V.5, N.10. - P. 1550 - 1567.
2. Tompkins D.R., Rodney Jr. and P.F. Six-parameter Gaussian modes in free space // Physical Review A. - 1975. - V.12, N.2. - P. 599 - 610.
3. Грикуров В.Э., Киселев А.П. Гауссовы пучки на больших дальностях// Изв. вузов. Радиофизика. - 1986. - Т.24, N/3. - С.307-313.



# НЕСТАЦИОНАРНОЕ АКСИАЛЬНО СИММЕТРИЧНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ИСТОЧНИКА В ПЛОСКОМ ВОЛНОВОДЕ

**Н.К. Сахненко, А.Г. Нерух**

*ХТУРЭ, Харьков, пр. Ленина, 14*

Поступила в редакцию 6 декабря 1999г.

Получено явное выражение для электромагнитного поля, возбуждаемого нестационарным аксиально симметричным источником в плоском волноводе, заполненном меняющейся во времени плазмой.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** уравнение, метод, функция Грина, резольвентный оператор.

Рассмотрим излучение аксиально симметричного источника в плоском волноводе, заполненном холодной изотропной плазмой. Плотность плазмы и, соответственно, плазменная частота зависят от времени, т. е. поляризация среды определяется выражением

$$\bar{P}(t, r) = \frac{1}{4\pi} \int_{-\infty}^t dt' \omega_e^2(t')(t-t') \bar{E}(t', r) \text{ - внутри волновода.}$$

Будем считать, что изменение плазмы во времени начинается с нулевого момента, тогда электромагнитное поле в волноводе будет описываться уравнением

$$\bar{E} = \bar{E}_0 - \frac{4\pi}{v^2} \hat{G} * \left( \frac{\partial^2}{\partial t'^2} \hat{V}_e \bar{E} \right), \quad (1)$$

где  $\bar{E}_0$  - поле в волноводе до нулевого момента времени,  $\hat{G}$  - тензорная функция Грина, (\*) обозначает

свертку по всем переменным,  $\hat{V}_e = \frac{1}{4\pi} (\omega_e^2 \int_0^t dt' (t-t') - (\varepsilon - 1))$  - оператор среды, записанный для

случая скачкообразного изменения плотности плазмы в нулевой момент времени

$$\omega_e(t) = \begin{cases} 0, & t < 0 \\ \omega_e, & t \geq 0 \end{cases}$$

$\varepsilon$  - диэлектрическая проницаемость фоновой среды в волноводе,  $v = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon}}$ ,  $c$  - скорость света.

## ФУНКЦИЯ ГРИНА В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ СИСТЕМЕ КООРДИНАТ

Тензорная функция Грина может быть представлена в виде:

$$G_{ij} = -\frac{v^2}{4\pi} \left( \frac{\partial^2}{\partial x_i \partial x_k} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \delta_{ik} \right) \tilde{f}_{kj}, \text{ где } \frac{\partial^2}{\partial t^2} \tilde{f}_{ij} = f_{ij} \text{ и функции } f_{ij} \text{ удовлетворяют уравнению}$$

$$-\frac{\partial^2 f_{ij}}{\partial x_k^2} + \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} f_{ij} = 4\pi \delta_{ij} \cdot \delta(t-t') \cdot \delta(\vec{r} - \vec{r}') \quad (2)$$

Из (2) следует, что тензор  $\hat{f}$  является диагональным, т. е.  $f_{ij} = f_{ij} \delta_{ij}$ . В силу цилиндрической симметрии задачи, уравнение (1) удобно решать в цилиндрической системе координат. Если оси  $Ox$  и  $Oy$  направить в плоскости стенок волновода, а ось  $Oz$  - перпендикулярно стенкам, то преобразование координат всех векторов будет осуществляться с помощью матрицы

$$\hat{\Phi} = \begin{pmatrix} \cos \varphi & \sin \varphi & 0 \\ -\sin \varphi & \cos \varphi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Уравнение (2) в цилиндрической системе координат будет иметь вид

$$\left(\frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \rho \frac{\partial}{\partial \rho} + \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2}{\partial z^2} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2}\right) f_{ij} = -4\pi \delta_{ij} \delta(t-t') \frac{\delta(\rho-\rho')}{\rho} \delta(\varphi-\varphi') \delta(z-z') \quad (3)$$

Функции  $f_{ij}$  должны также удовлетворять граничным условиям на границе рассматриваемого пространства, которые в данном случае представляют собой равенство нулю тангенциальных составляющих на стенках волновода. Чтобы обеспечить эти условия, функцию Грина будем искать в виде разложения по собственным электрическим функциям плоского волновода.

$\psi_{n,x} = \sin \lambda_n z$ ,  $\psi_{n,y} = \sin \lambda_n z$ ,  $\psi_{n,z} = \cos \lambda_n z$ , где  $\lambda_n = \frac{n\pi}{b}$ ,  $b$  – расстояние между стенками волновода. Представим функции  $f_{ij}$  в виде ряда по функциям  $\psi_{n,i}$  и по азимутальному углу

$$f_{ij} = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \sum_{n=0}^{+\infty} g_{kn}(\tau, \rho, \rho') e^{ik(\varphi-\varphi')} \psi_{n,i}(z) \psi_{n,i}(z') \delta_{ij}, \quad \text{где } \tau = t - t' \quad (4)$$

Коэффициенты ряда представим в виде преобразования Ханкеля  $k$ -ого порядка

$$g_{kn}(\tau, \rho, \rho') = \int_0^\infty s J_k(s\rho) \bar{g}_{kn}(\tau, s, \rho') ds \quad (5)$$

Подставляя разложения (4), (5) в уравнение (3), а также известные представления  $\delta$ -функции [2] и, приравнявая коэффициенты, при одинаковых собственных функциях волновода, получим уравнение для коэффициентов ряда.

$$((s^2 + \lambda_n^2)v^2 + \frac{\partial^2}{\partial \tau^2}) \bar{g}_{kn}(\tau, s, \rho') = \frac{4v^2}{b} \delta(\tau) J_k(s\rho')$$

Известно, что фундаментальным решением оператора  $(\frac{d^2}{d\tau^2} + \omega^2)$  является регулярная обобщенная функция  $\Theta(\tau) \frac{\sin \omega \tau}{\omega}$ ,  $\omega > 0$  [3], где  $\Theta(\tau)$  – единичная функция Хевисайда.

С учетом этого, посредством обратного преобразования Ханкеля, получаем

$$g_{kn}(\tau, \rho, \rho') = \frac{4v}{b} \int_0^\infty s J_k(s\rho) J_k(s\rho') \Theta(v\tau) \frac{\sin v\tau \sqrt{s^2 + \lambda_n^2}}{\sqrt{s^2 + \lambda_n^2}} ds \quad (6)$$

В уравнении (1) в силу свойств свертки операцию дифференцирования по времени можно перенести на функцию Грина. С учетом (4) и (6), производная от функции Грина будет равна

$$\frac{\partial^2}{\partial t^2} \hat{G} = -\frac{v^2}{4\pi} (\text{grad div} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \hat{I}) \hat{G}_w, \quad \text{где } \hat{G}_w = \sum_{k,n} g_{kn}(\tau, \rho, \rho') e^{ik(\varphi-\varphi')} \hat{\psi}_n(z) \hat{\psi}_n(z'),$$

$\hat{I}$  – единичный оператор. Интегральное уравнение для поля получим, подставив в (1) функцию Грина.

$$\begin{aligned} \hat{\Phi} \vec{E}(t, \vec{r}) &= \hat{\Phi} \vec{E}_0(t, \vec{r}) + \\ &+ \frac{1}{\varepsilon} \sum_{k,n} \int_0^\infty dt' \int_0^\infty \rho' d\varphi' \int_0^{2\pi} d\varphi' \int_0^b dz' (\text{grad div} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \hat{I}) \hat{\psi}_n(z) \hat{\psi}_n(z') e^{ik(\varphi-\varphi')} \cdot g_{kn}(\tau, \rho, \rho') \hat{\Phi} \hat{V}_e \vec{E}(t', \vec{r}'), \\ \vec{r} &= (\rho, \varphi, z) \end{aligned} \quad (7)$$

дифференциальный оператор в полярных координатах:

$$\text{grad div} = \begin{pmatrix} \frac{\partial}{\partial \rho} \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \rho} \rho & \frac{\partial}{\partial \rho} \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial \varphi} & \frac{\partial^2}{\partial \rho \partial z} \\ \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \rho \partial \varphi} \rho & \frac{1}{\rho^2} \frac{\partial^2}{\partial \varphi^2} & \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2}{\partial \varphi \partial z} \\ \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2}{\partial \rho \partial z} \rho & \frac{1}{\rho} \frac{\partial^2}{\partial \varphi \partial z} & \frac{\partial^2}{\partial z^2} \end{pmatrix}$$



Представим также искомое поле в виде  $\vec{E} = \sum_{l,m} \hat{\psi}_m(z) e^{ik\varphi} \int_0^\infty \xi J_l(\xi\rho) \hat{V}_e \begin{pmatrix} E_{lm,x}(t',\xi) \\ E_{lm,y}(t',\xi) \\ E_{lm,z}(t',\xi) \end{pmatrix} d\xi$  (8)

Подставив это разложение в уравнение (7) и выполнив интегрирование по переменным  $z', \varphi', \rho', s$ , получим

$$\vec{E} = \vec{E}_0 + \frac{4\pi v}{\varepsilon} \hat{\Phi}^{-1} \sum_{n,k} (\text{grad div} - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \hat{I}) \hat{\psi}_n(z) e^{ik\varphi} \int_0^\infty \int_0^\infty \xi J_k(\xi\rho) \frac{\sin v\tau \sqrt{\xi^2 + \lambda_n^2}}{\sqrt{\xi^2 + \lambda_n^2}} \Theta(v\tau) \hat{\Phi} \hat{V}_e \vec{E}_{kn}(t',\xi) d\xi dt'$$

Применив дифференциальный оператор, после несложных, но громоздких преобразований, приравняем коэффициенты при одинаковых собственных функциях плоского волновода  $\xi J_k(\xi\rho) e^{ik\varphi} \psi_{n,l}$  и

получим уравнения для коэффициентов разложения поля  $\vec{E}_{kn}$

$$\vec{E}_{kn} = \vec{E}_{kn}^0 + \frac{4\pi v}{\varepsilon} \int_0^\infty dt' \left( \frac{\sin v\tau \sqrt{\xi^2 + \lambda_n^2}}{\sqrt{\xi^2 + \lambda_n^2}} \Theta(v\tau) \hat{V}_e \left( \frac{\xi^2}{4} \hat{T}_2 \vec{E}_{k+2n} + \frac{\xi \lambda_n}{2} \hat{T}_1 \vec{E}_{k+1,n} - \frac{\xi \lambda_n}{2} \hat{T}_1 \vec{E}_{k-1,n} + \right. \right. \\ \left. \left. + \frac{\xi^2}{4} \hat{T}_2 \vec{E}_{k-2n} + (-\frac{\xi^2}{2} \hat{T}_{0,1} - \lambda_n^2 \hat{T}_{0,2}) \vec{E}_{kn} \right) - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left( \frac{\sin v\tau \sqrt{\xi^2 + \lambda_n^2}}{\sqrt{\xi^2 + \lambda_n^2}} \Theta(v\tau) \right) \hat{V}_e \hat{I} \vec{E}_{kn} \right) \quad \text{где}$$

введены матрицы

$$\hat{T}_{0,1} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad \hat{T}_{0,2} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}; \quad \hat{T}_1 = \begin{pmatrix} 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & -i \\ 1 & i & 0 \end{pmatrix}; \quad \hat{T}_2 = \begin{pmatrix} 1 & i & 0 \\ i & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}; \quad (9)$$

В этом уравнении связаны коэффициенты ряда с разными индексами. Этого можно избежать, если ввести новые функции:

$$F_{kn,1} = (E_{kn,x} - iE_{kn,y}) + (E_{k+2n,x} + iE_{k+2n,y}) \\ F_{kn,2} = (E_{k+2n,x} + iE_{k+2n,y}) - (E_{kn,x} - iE_{kn,y}) \\ F_{kn,3} = E_{k+1n,z} \quad (10)$$

Для этих функций из системы (9) получим более простую систему уравнений (11)

$$\vec{F}_{kn} = \vec{F}_{kn}^0 + \frac{4\pi v}{\varepsilon} \int_0^\infty dt' \hat{D} \frac{\sin v\tau \sqrt{\xi^2 + \lambda_n^2}}{\sqrt{\xi^2 + \lambda_n^2}} \hat{V}_e \vec{F}_{kn}, \quad \hat{D} = \begin{pmatrix} -\frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} & 0 & 0 \\ 0 & -\xi^2 - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} & 2\lambda_n \xi \\ 0 & \lambda_n \frac{\xi}{2} & -\lambda_n^2 - \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \end{pmatrix}$$

### РЕШЕНИЕ ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ

Построим резольвентный оператор  $\hat{R}$  для интегро-дифференциального уравнения (11). Этот оператор должен удовлетворять уравнению  $\hat{R} - \hat{K}\hat{R} = \hat{K}$ ,

где  $\hat{K}$  - ядро исходного уравнения (11). Перейдем к скобочным обозначениям Дирака [1].

$$\langle p | \hat{K} | p' \rangle_{ij} = \int_0^\infty dt \int_0^\infty dt' \langle p | t \rangle_{im} \langle t | \hat{K} | t' \rangle_{mn} \langle t' | p' \rangle_{nj}, \quad \text{где}$$

$$\langle t | p \rangle_{ij} = \delta_{ij} e^{pt}, \quad \langle p | t \rangle_{ij} = \delta_{ij} e^{-pt}.$$

Вид ядра определяет структуру искомой резольвенты.

$$\langle p|\hat{R}|p'\rangle = \begin{pmatrix} B(p) & 0 & 0 \\ 0 & -\xi^2 A(p) + B(p) & 2\xi\lambda_n A(p) \\ 0 & \frac{1}{2}\xi\lambda_n A(p) & -\lambda_n^2 A(p) + B(p) \end{pmatrix} \cdot \frac{1}{p-p'}$$

Из предположения, что аналитические свойства функций  $A(p)$  и  $B(p)$  такие же, как у ядра  $\langle \vec{p}|\hat{K}|\vec{p}'\rangle$ , следует, что путь интегрирования в (12) должен располагаться так, чтобы выполнялись условия  $\text{Re } p > \text{Re } p_1 > \text{Re } p'$ . Выберем его таким образом, чтобы все особые точки по переменной  $p$  находились слева от пути интегрирования. Выполнив интегрирование, найдем  $A(p)$  и  $B(p)$  и импульсное представление резольвенты

$$\langle p|\hat{R}|p'\rangle = -\frac{\omega_e^2 + (1-\varepsilon)p^2}{p^2 + c^2(\lambda_n^2 + \xi^2) + \omega_e^2} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{c^2\xi^2}{p^2 + \omega_e^2} + 1 & -\frac{c^2}{p^2 + \omega_e^2} 2\xi\lambda_n \\ 0 & -\frac{c^2}{p^2 + \omega_e^2} \frac{1}{2}\xi\lambda_n & \frac{c^2\lambda_n^2}{p^2 + \omega_e^2} + 1 \end{pmatrix} \frac{1}{p-p'}$$

где  $c$  — скорость света. Обратное преобразование дает представление резольвентного оператора, зависящего от времени

$$\langle t|\hat{R}|t'\rangle_{ij} = \int_{\alpha-i\infty}^{\alpha+i\infty} \frac{dp}{2\pi i} \int \frac{dp'}{2\pi i} \langle t|p\rangle_{im} \langle p|\hat{R}|p'\rangle_{mn} \langle p'|t'\rangle_{nj}$$

Решение уравнения (11) определяется по формуле  $\vec{F}_{kn} = \vec{F}_{kn}^0 + \int_0^\infty dt' \langle t|\hat{R}|t'\rangle \vec{F}_{kn}^0$ . Выразив

коэффициенты разложения в ряд  $\vec{E}_{kn}$  через  $\vec{F}_{kn}$  из (10)

$$E_{kn,x} = \frac{1}{4}(F_{kn,1} - F_{kn,2} + F_{k-2n,1} + F_{k-2n,2})$$

$$E_{kn,y} = \frac{i}{4}(F_{kn,1} - F_{kn,2} - F_{k-2n,1} - F_{k-2n,2})$$

$$E_{kn,z} = F_{k-1n,3}$$

получим явное представление для поля  $\vec{E}$

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В данной работе построена тензорная функция Грина для плоского волновода, а также получено явное представление электромагнитного поля, возбуждаемого нестационарным аксиально-симметричным источником в плоском волноводе, заполненном холодной изотропной плазмой.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Нерух А.Г., Хижняк Н.А. Современные проблемы нестационарной макроскопической электродинамики. Харьков. НПО "Тест-радио". 1991. 279с.
2. Фелсен Л. Маркувиц Н. Излучение и рассеяние волн. М. Мир. Т.1. 1978. 552с.
3. Кеч В. Теодореску П. Введение в теорию обобщенных функций с приложениями в технике. М. Мир. 1978. 520с.



# НЕРЕГУЛЯРНОЕ РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОГО СИГНАЛА В РЕГУЛЯРНОЙ НЕСТАЦИОНАРНОЙ СРЕДЕ

К.М. Емельянов<sup>1</sup>, А.Г. Нерух<sup>2</sup>

<sup>1</sup> Харьковский Национальный университет, пл. Свободы 4, Харьков, 61077, Украина  
Тел.: +380 572 45 72 57, E-mail: K.Yemelyanov@univer.kharkov.ua

<sup>2</sup> Харьковский технический университет радиозлектроники, пр. Ленина 14, Харьков, 61166, Украина  
Тел.: +380 572 40 93 72, E-mail: Nerukh@ddan.kharkov.ua

Поступила в редакцию 10 ноября 1999 г.

Рассмотрено преобразование электромагнитного сигнала в среде, изменение во времени диэлектрической проницаемости и проводимости которой моделируется конечной последовательностью периодических прямоугольных импульсов. Показано, что при определенном соотношении параметров среды и сигнала поведение вторичных волн в такой среде носит нерегулярный характер. Проведена численная оценка параметра нерегулярности.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** нестационарная электродинамика, гауссов пучок, параметр Херста.

## ВВЕДЕНИЕ

Параметрические явления в активных средах давно привлекают внимание в связи с возможностью генерации и усиления электромагнитных волн как при взаимодействии зарядов с пространственно-периодической средой [1], [2], так и при временной модуляции параметров среды [3], [4]. В системах с распределенными параметрами в основном рассматривается нестационарность среды, вызванная бегущей синусоидальной волной возмущения диэлектрической проницаемости. В этом случае решение электродинамической задачи ищется приближенно в виде разложения по малому параметру.

Исследование нестационарных электромагнитных явлений важно также для задач управления электромагнитным сигналом путем регулирования во времени параметров среды, например, в оптоэлектронных системах [5]. Один из возможных путей такого управления – изменение параметров среды с помощью конечного пакета импульсов возмущения состояния среды.

В данной статье исследуется преобразование гауссового пучка в среде, параметры которой изменяются по закону конечного пакета прямоугольных периодических импульсов. При таком характере нестационарности при определенных соотношениях между параметрами среды и падающей волны может иметь место появление нерегулярных свойств у вторичных волн.

## ОСНОВНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Пусть в безграничной диэлектрической диссипативной среде до нулевого момента времени существует электромагнитная волна. Начиная с нулевого момента времени, диэлектрическая проницаемость  $\epsilon(t)$  и проводимость  $\sigma(t)$  среды изменяются во времени под действием внешней силы по закону конечного пакета из  $N$  прямоугольных периодических импульсов. Будем полагать, что на интервалах возмущения  $(n-1)T < t < T_1 + (n-1)T$ ,  $n = 1, \dots, N$  диэлектрическая проницаемость и проводимость принимают значения  $\epsilon_1$  и  $\sigma_1$ , а на интервалах покоя  $T_1 + (n-1)T < t < nT$ ,  $n = 1, \dots, N$   $\epsilon$ ,  $\sigma = 0$ , соответственно:

$$\begin{aligned}\epsilon(t) &= \epsilon + (\epsilon_1 - \epsilon) \sum_{k=1}^N \{\theta(t - (k-1)T) - \theta(t - T_1 - (k-1)T)\}, \\ \sigma(t) &= \sigma_1 \sum_{k=1}^N \{\theta(t - (k-1)T) - \theta(t - T_1 - (k-1)T)\}.\end{aligned}\tag{1}$$

Здесь  $T$  – период изменения параметров среды,  $T_1$  – длительность интервала возмущения,  $\theta(t)$  – ступенчатая функция Хевисайда.

В работе [6] было показано, что задача о рассеянии гармонического сигнала в такой среде имеет

точное аналитическое решение. Задача о рассеянии гауссова пучка является более сложной и для нее аналитическое решение получить не удастся, поэтому задача решалась численно.

Исходная электродинамическая задача в скалярном одномерном случае формулируется в виде интегрального уравнения Вольтерра второго рода

$$E(t, x) = E_0(t, x) - \frac{1}{2v\epsilon} \int_0^\infty dt' \int_{-\infty}^\infty dx' \left\{ \sigma(t') + (\epsilon(t') - \epsilon) \frac{\partial}{\partial t} \right\} \delta\left(t - t' - \frac{|x - x'|}{v}\right) E(t', x'), \quad (2)$$

где  $E_0(t, x)$  – первичное электромагнитное поле, существующее в среде до момента времени  $t = 0$ ,  $\delta(t)$  – дельта функция Дирака,  $v = c/\sqrt{\epsilon}$ ,  $c$  – скорость света в вакууме.

Для дальнейших расчетов удобно перейти к безразмерным координате  $\xi = \kappa x$  и времени  $\tau = \kappa v t$ , где  $\kappa$  – скалярный множитель с размерностью волнового числа. Тогда уравнение (2) примет вид

$$E(\tau, \xi) = a^2(\tau) E_0(\tau, \xi) - \frac{a^2(\tau)}{2} \frac{\partial}{\partial \xi} \int_0^\tau d\tau' \frac{1 - a^2(\tau')}{a^2(\tau')} [E(\tau', \xi + \tau - \tau') - E(\tau', \xi - \tau + \tau')] - \\ - \frac{a^2(\tau)}{2} \int_0^\tau d\tau' \frac{2b(\tau')}{a^2(\tau')} [E(\tau', \xi + \tau - \tau') + E(\tau', \xi - \tau + \tau')], \quad (3)$$

$$\text{где } a(\tau) = \frac{\epsilon}{\epsilon(\tau/\kappa)}, \quad b(\tau) = \frac{\sigma(\tau/\kappa)}{2\kappa\epsilon(\tau/\kappa)}.$$

В качестве первичного поля рассматривается гауссов пучок  $E_0(\tau, \xi) = E_0 \exp\left[-\frac{(\tau - \tau_0 - \xi)^2}{4s^2}\right]$ ,

где  $s = \kappa w$ ,  $w$  – полуширина гауссового пучка.

Уравнение (3) описывает эволюцию сигнала и определяет величину поля в точке  $(\tau, \xi)$  через величины полей в предшествующие моменты времени вдоль линий  $\xi' = \xi \pm (\tau - \tau')$ . Для численных расчетов на плоскости  $(\tau, \xi)$  используется прямоугольная сетка  $\Delta\xi = \gamma \Delta\tau$ , где  $\gamma > 1$ . Выбор такой сетки обеспечивает устойчивость решения [7] и дает значительный выигрыш в точности счета по сравнению с квадратной сеткой. В расчетах используется значение  $\gamma = 5$ . Решение уравнения (3) проводится методом прямого численного интегрирования [8].

Временное распределение поля гауссового пучка в зависимости от различных соотношений между параметрами импульсов возбуждения диэлектрической проницаемости и проводимости среды представлены на Рис.1, 2. Во всех рассмотренных случаях параметры гауссового пучка выбраны следующим образом:  $E_0 = 1$ ,  $\xi = 0$ ,  $\tau_0 = 3$ ,  $s = 1$ .

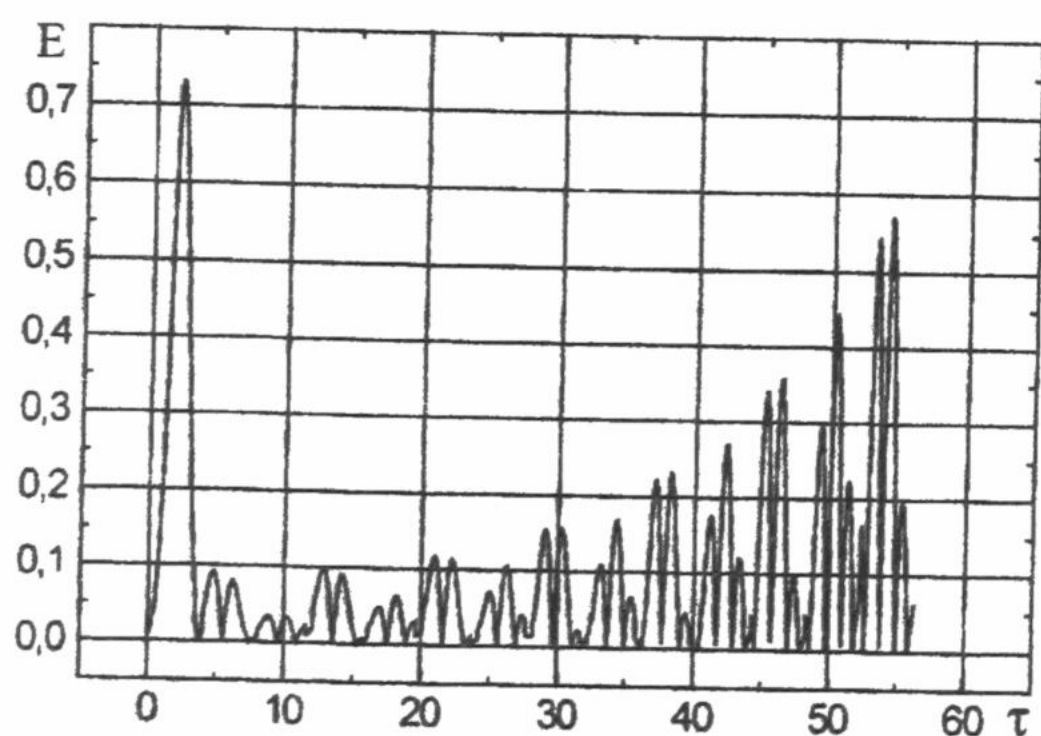


Рис.1 Распределение рассеянного поля гауссового пучка при  $a = 1.5$ ,  $b = 0.01$ ,  $\tau_1 = 3.5$ ,  $\tau_2 = \pi/6$

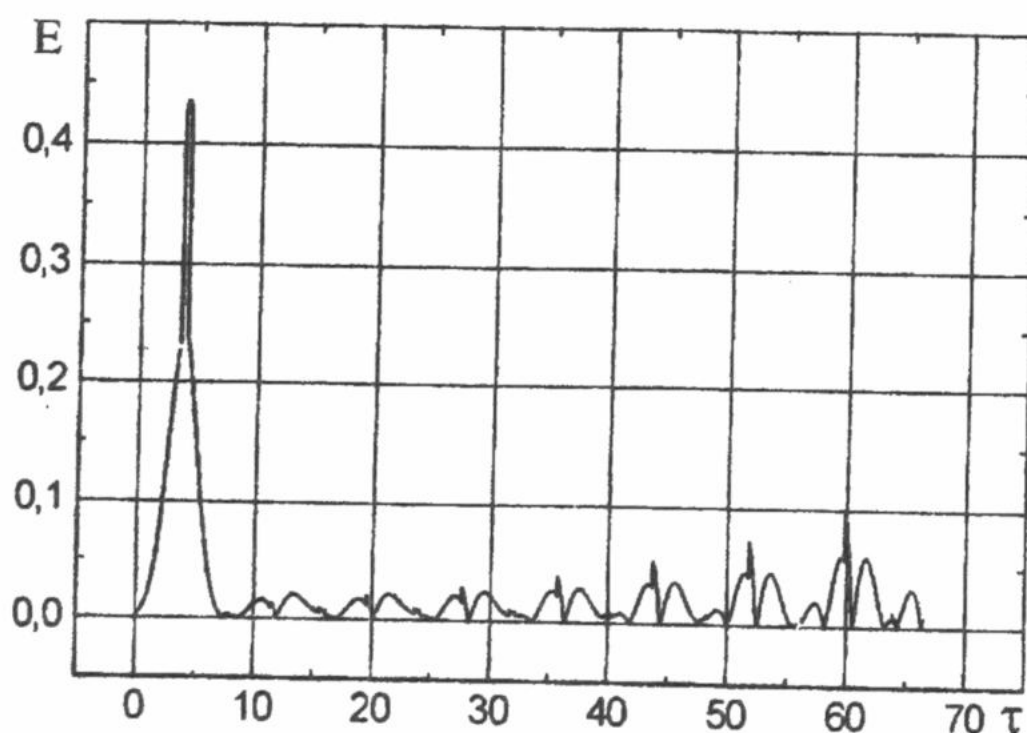


Рис.2 Распределение рассеянного поля гауссового пучка при  $a = 0.75$ ,  $b = 0.01$ ,  $\tau_1 = 3.5$ ,  $\tau_2 = \pi/6$



Для случая преобразования плоской волны было показано, что при определенных соотношениях между параметрами среды и падающей волны реакция электромагнитного поля на изменение диэлектрической и магнитной проницаемости носит нерегулярный характер [6]. В качестве критерия определяющего интервалы изменения параметров, для которых имеет место появление нерегулярности поведения вторичных волн, был предложен обобщенный параметр, связывающий параметры среды с параметрами электромагнитной волны. Воспользуемся этим критерием и для анализа рассеяния гауссового пучка. В этом случае обобщенный параметр, который определяет нерегулярный характер изменения вторичных волн, имеет вид

$$u = \cos(q\tau_1) \cos \tau_2 - \frac{a^2 + 1}{2q} \sin(q\tau_1) \sin \tau_2, \quad (5)$$

где  $\tau_1 = \omega_0 T_1$ ,  $\tau_2 = \omega_0 (T - T_1)$ ,  $q = \sqrt{a^2 - b^2}$ , при  $a > b$  и  $q = i\sqrt{b^2 - a^2}$ , при  $a < b$ . Здесь  $a$  и  $b$  значения функций  $a(\tau)$  и  $b(\tau)$  на интервалах возмущения, на интервалах покоя  $a(\tau) = 1$ ,  $b(\tau) = 0$ .

В качестве  $\omega_0$  выбрана частота, соответствующая максимуму спектра гауссового пучка.

Поведение амплитуд вторичных волн при изменении количества импульсов  $N$  зависит от того, больше или меньше единицы обобщенный параметр  $u$ . При  $u < 1$  поведение вторичных волн носит нерегулярный характер. Значения  $u > 1$  соответствуют монотонному изменению.

Для количественной оценки нерегулярности поведения вторичных волн использовался метод Херста [9]. Согласно этому методу асимптотическое поведение амплитуды вторичной волны  $E$  характеризуется параметром Херста  $H$

$$H \sim \frac{\ln(R_N/S_N)}{\ln N}, \quad (4)$$

где  $R_N = \max_{1 \leq k \leq N} X(k, N) - \min_{1 \leq k \leq N} X(k, N)$ ,  $X(k, N) = \sum_{i=1}^k (E_i - \langle E \rangle_N)$ ,

$$S_N = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (E_i - \langle E \rangle_N)^2}, \quad \langle E \rangle_N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N E_i.$$

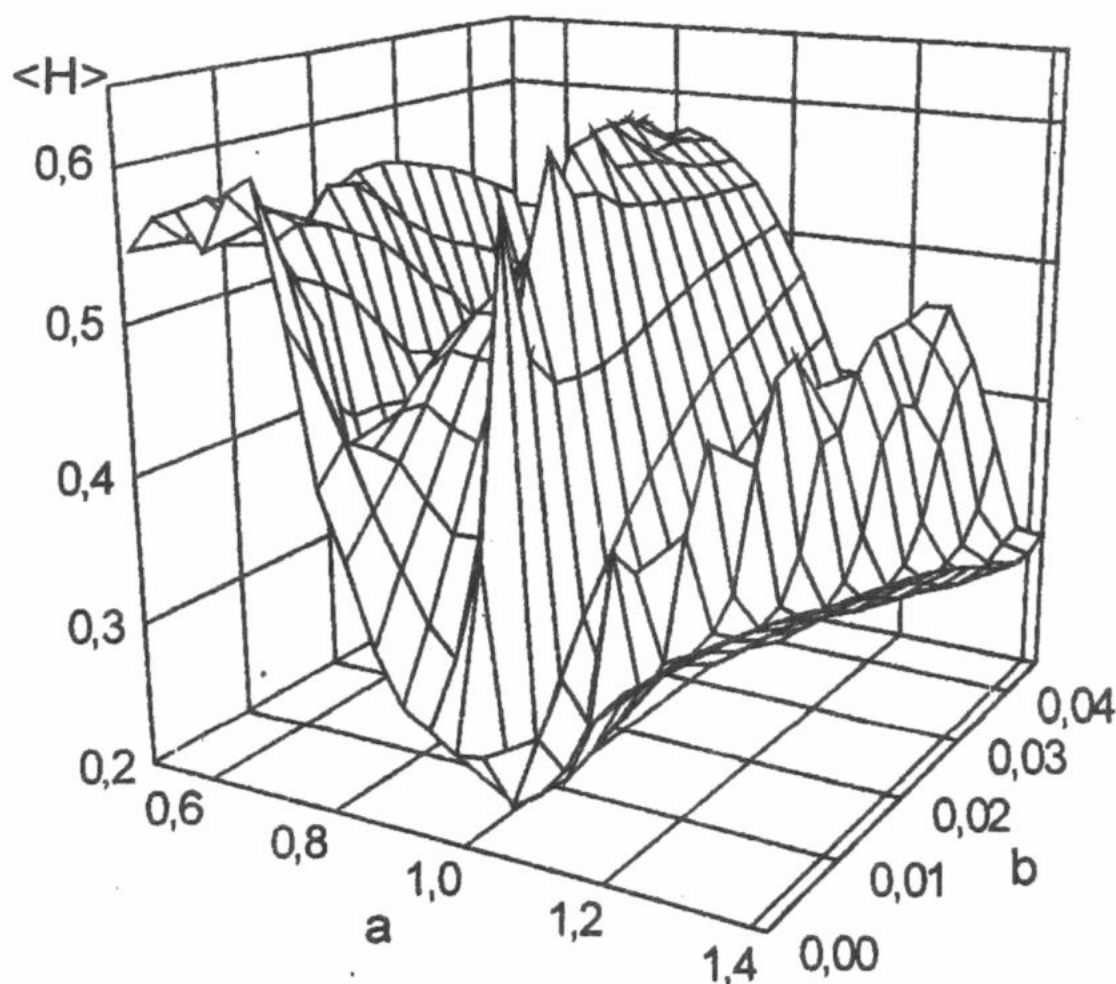


Рис. 3. Зависимость усредненного по времени индекса Херста от величин скачков диэлектрической проницаемости и проводимости среды при  $\tau_1 = 3.5$ ,  $\tau_2 = \pi/6$ .

Для белого шума (совершенно некоррелированного сигнала) этот показатель  $H = 0.5$ . Величина  $H > 0.5$  соответствует коррелированности процесса с сохранением тенденции изменения величины,  $H < 0.5$  соответственно изменению тенденции на противоположную [10].

График зависимости усредненного по времени параметра Херста от величин скачков параметров среды представлен на Рис. 3. Интервалы изменения параметров среды соответствуют области нерегулярного поведения вторичных волн, т.е. значениям  $a$  и  $b$  для которых  $u < 1$ .

Видно, что явление перемежаемости имеет место при значениях  $a = 0.8 \dots 1.0$ , т.е. в случае гауссового пучка нет точного соблюдения критерия оценки нерегулярности поведения вторичных волн, который применялся для случая преобразования плоской волны.

Для оценки точности вычислений использовалось аналитическое решение задачи о распространении плоской волны в среде,

параметры которой изменяются по закону конечного пакета прямоугольных импульсов [6]. Относительная ошибка численного алгоритма по сравнению с точным аналитическим решением в зависимости от величины шага  $\Delta\tau$  приведена на Рис. 4.

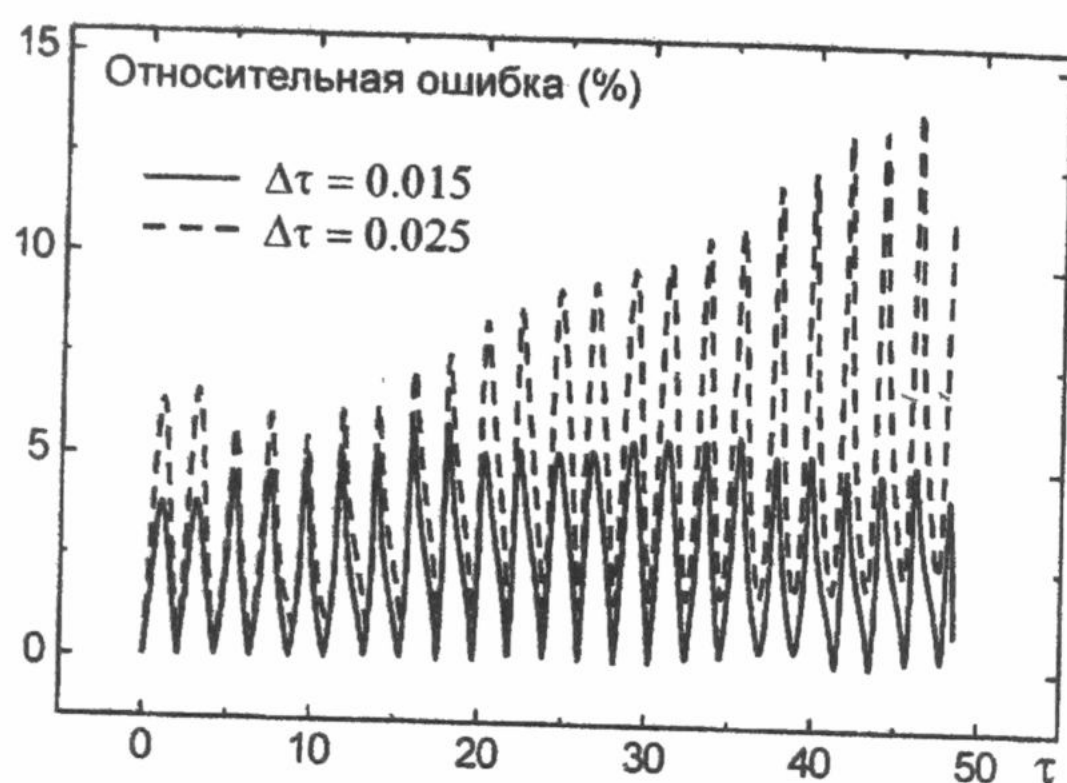


Рис. 4. Зависимость относительной ошибки вычислений от величины шага по времени при  $a = 1.5$ ,  $b = 0.01$ ,  $\tau_1 = 3.5$ ,  $\tau_2 = \pi/6$

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В статье рассмотрена задача о преобразовании гауссова пучка в среде, с диэлектрической проницаемостью и проводимостью изменяющимися во времени по закону конечного пакета периодических прямоугольных импульсов.

Решение электродинамической задачи получено методом прямого численного решения интегрального уравнения Вольтерра. Проведена оценка точности численного алгоритма на тестовой задаче, допускающей аналитическое решение.

Было показано, что при определенном соотношении параметров среды и сигнала имеет место возникновение хаотического поведения вторичных волн в регулярной среде. С помощью метода Херста сделаны количественные оценки условий возникновения нерегулярности вторичных волн.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ya.B. Fainberg, N.A. Khizhnyak, "Energy Losses by the Charge Passing through the Slaty Dielectric," *Journal of Experimental and Theoretical Physics*, Vol. 32, 1957, pp. 883–895, (in Russian).
2. G. Bekefi, J.S. Wurtele, and I.H. Deutsch, "Free-Electron-Laser Radiation Induced by a Periodic Dielectric Medium," *Phys. Rev.*, Vol. A-34, 1957, pp. 1228–1236.
3. F.R. Morgenthaler, "Velocity Modulation of Electromagnetic Waves," *IRE Trans. Microwave Theory Tech.*, Vol. MTT-6, No. 4, 1958, p 167–172.
4. F.A. Harfoush, A. Taflove, "Scattering of Electromagnetic Waves by a Material Half-Space with a Time-Varying Conductivity," *IEEE Trans. Antennas Propagation*, Vol. 39, 1991, pp. 898–906.
5. J. Wiesenfeld, Wavelength Conversion Technology, 1998 *Proc. of "COST 240 Management Committee Meeting,"* Institute of Telecommunications Publications, Warsaw, 1998.
6. A.G. Nerukh, "Intermittency of Electromagnetic Waves in a Regular Time-Varying Medium," *Journal of Physics D: Applied Physics*, Vol. 32, 1999, pp. 2006–2013.
7. A. Taflove, *Computational Electrodynamics: The Finite-Difference Time-Domain Method*, Artech House, Boston, 1995.
8. A.G. Nerukh, I.V. Scherbatko, O.N. Rybin, "The Direct Numerical Calculation of an Integral Volterra Equation for an Electromagnetic Signal in a Time – Varying Dissipative Medium," *J. of Electromagnetic Waves and Applications*, Vol. 12, No 1, 1998, pp. 167 – 176.
9. A.J. Lichtenberg, M.A. Lieberman, *Regular and stochastic motion*, Springer-Verlag, New York, 1983.
10. Hurst, R.P. Blackand, Y.M. Simaika, *Long-Term Storage: An Experimental Study*, Constable, London, 1965.



# СОБСТВЕННЫЕ РЕЖИМЫ КВАЗИПЕРИОДИЧЕСКОГО ЦИЛИНДРИЧЕСКОГО ВОЛНОВОДА С РЕАКТИВНЫМИ ДИАФРАГМАМИ

В.В. Харди́ков

Харьковский государственный университет, пл. Свободы 4, Харьков, 310077. Украина

Поступила в редакцию 14 декабря 1999 года

В данной работе исследованы собственные режимы квазипериодического цилиндрического волновода с реактивными диафрагмами. Выявлена связь частот полной прозрачности и собственных комплексных частот структуры. Определено влияние собственных режимов на амплитудно-частотные характеристики.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** волноводные неоднородности, собственные режимы, волновод с реактивными диафрагмами

Собственные режимы неоднородных систем составляют физическую основу формирования полей, при возбуждении внешними источниками и позволяют определить их количественные характеристики [1]. Выявление их сопряжено, как правило, с численной реализацией решения многопараметрического дисперсионного уравнения в комплексной плоскости собственных частот или волновых векторов и, как следствие, с трудностями физического анализа.

В [2] получено аналитическое решение задачи дифракции симметричных волн на периодической последовательности реактивных диафрагм в цилиндрическом волноводе. В настоящей работе анализируются их собственные волновые вектора и их связь со свободными и вынужденными резонансными колебаниями, влияние на амплитудно-частотные характеристики.

## РЕЗОНАНСНЫЕ ПАРАМЕТРЫ

Рассматривается цилиндрический волновод с периодической (период  $L$ ) последовательностью из  $N$  чередующихся магнитоэлектрических ( $\epsilon_j, \mu_j$ ) шайб толщиной  $b_j$  с кольцевыми или радиальными диафрагмами между ними (рис. 1). Характерные размеры диафрагм намного меньше длины волны ( $\kappa = l/\lambda \ll 1$ ), а расстояние между ними больше длины волны ( $L > \lambda$ ). Коэффициенты рассеяния симметричных волн в таком приближении представлены в [2] аналитическими формулами через полиномы Могина  $P_N(X)$ , где  $X = (t_{11} + t_{22})/2$ ,  $t_{ik}$  – матрица передачи базового элемента.

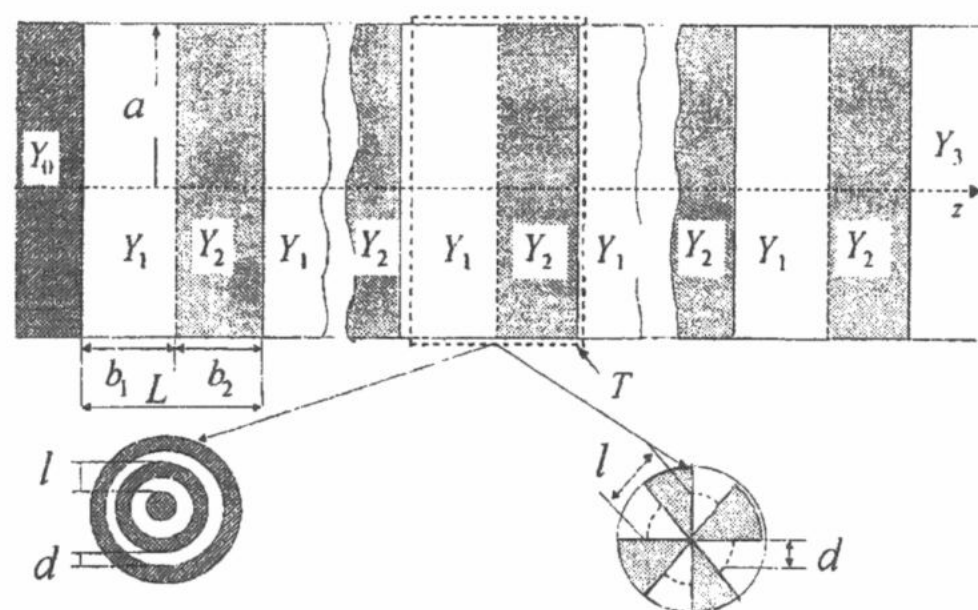


Рис. 1. Диафрагмированный цилиндрический волновод.

Для частного случая ( $\gamma_1^s = \gamma_2^s = \gamma_0^s$ ,  $Y_0^s = Y_1^s = Y_2^s = Y_3^s = Y^s$ ) они имеют вид:

$$R = t_{21} P_N(X) / (t_{11} P_N(X) - P_{N-1}(X)),$$

$$\tau = 1 / (t_{11} P_N(X) - P_{N-1}(X)).$$

Из дисперсионного уравнения  $X = \cos \gamma^s L$  определяется постоянная распространения волны в бесконечном аналоге исследуемой структуры, а также ее зоны прозрачности  $|X| \leq 1$ . Для недиссипативных систем они чередуются с периодом  $\gamma_0^s L = \pi$  и в отсутствие потерь для волновода с кольцевыми диафрагмами определяются неравенствами для  $TM_{0n}$  – и  $TE_{0n}$  – волн соответственно:

$$-ctg(\gamma_0^e L/2) \leq \gamma_0^e L \cdot U_- \text{ и } U_+ / \gamma_0^h L \leq tg(\gamma_0^h L/2), \text{ для } 2p\pi < \gamma_0^s L \leq \pi (2p+1),$$

$$tg(\gamma_0^e L/2) \leq \gamma_0^e L \cdot U_- \text{ и } U_+ / \gamma_0^h L \leq -ctg(\gamma_0^h L/2), \text{ для } \pi (2p+1) < \gamma_0^s L \leq 2\pi (p+1),$$

где  $U_- = -|\ln 0.5(1-u)|/(2\pi L/l)$ ,  $U_+ = (2\pi L/l)/|\ln 0.5(1+u)|$ ,  $u = \cos(\pi d/l)$ . Видно, что для  $TE_{0n}$ -волн с ростом частоты ( $\gamma_0^h L$ ) ширина зон прозрачности увеличивается, а для альтернативной поляризации – уменьшается. Определяющим фактором для ширины зоны прозрачности является степень

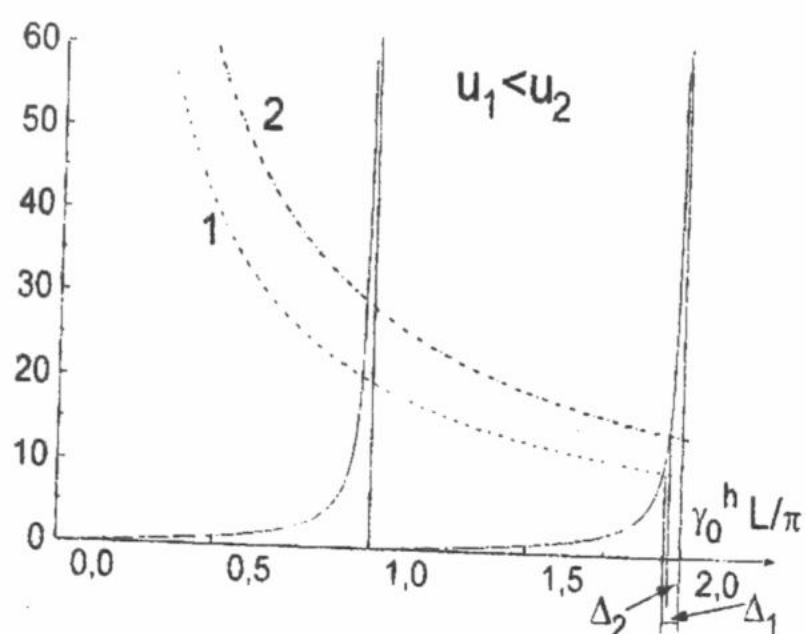


Рис.2. Динамика зон прозрачности бесконечно-го аналога (случай  $TE_{0n}$ -волн).

и характер частотной зависимости прозрачности кольцевых (радиальных) диафрагм. Для используемых на практике построений ( $|u| \leq 0,9$ ,  $L/l \geq 10$ ) сильная ( $|U_-| \ll 1$ ) электродинамическая связь между регулярными участками волновода по  $TM_{0n}$ -волнам приводит к широкой зоне прозрачности ( $\Delta(\gamma_0^e L) \leq \pi$ ). Для  $TE_{0n}$ -волн прозрачность кольцевых диафрагм мала ( $|U_+| \gg 1$ ) зоны прозрачности весьма узкие ( $\Delta(\gamma_0^h L) \sim \kappa$ ) и расположены вблизи значений  $\gamma_0^h L = p\pi$  (см.рис.2).

Указанные особенности амплитудно-частотных зависимостей позволяют получить приближенное аналитическое решение уравнения  $P_N(X_\nu) = 0$  ( $X_\nu = \cos \nu\pi/N$ ,  $\nu = 1, 2, \dots, N-1$ ), относительно параметров диафрагмированного волновода, обеспечивающих его полную прозрачность ( $R = 0$ ).

Для последовательности кольцевых диафрагм оно определяется уравнениями

$$\cos \nu\pi/N = \cos \gamma_0^h L + (U_+/\gamma_0^h L) \sin \gamma_0^h L \quad \text{для } TE_{0n}\text{-волн}, \quad (1.a)$$

$$\cos \nu\pi/N = \cos \gamma_0^e L + (U_-/\gamma_0^e L) \sin \gamma_0^e L \quad \text{для } TM_{0n}\text{-волн}. \quad (1.6)$$

Представление правой части уравнения (1.a) линейной функцией в виде разложения в точках  $\gamma_0^h L = p\pi$  даст с высокой точностью резонансные значения ( $\gamma_0^h L$ ) в четных ( $p = 2k$ ) и нечетных ( $p = 2k-1$ ,  $k = 1, 2, \dots$ ) зонах прозрачности.

$$\left\{ \begin{array}{l} (\gamma_0^h L)_\nu^{(2k)} \\ (\gamma_0^h L)_\nu^{(2k-1)} \end{array} \right\} = \left\{ \begin{array}{l} 2k\pi \\ \pi(2k-1) \end{array} \right\} \cdot \left[ 1 - (\ln 0.5(1+u)/(2\pi L/l)) \cdot \left\{ \begin{array}{l} \sin^2 \nu\pi/2N \\ \cos^2 \nu\pi/2N \end{array} \right\} \right]. \quad (2)$$

Если интервал между крайними резонансными значениями  $\Delta(\gamma_0^h L)^{(p)} = |(\gamma_0^h L)_{N-1}^{(p)} - (\gamma_0^h L)_1^{(p)}|$  рассматривать как ширину зоны прозрачности, то

$$\Delta(\gamma_0^h L)^{(p)} = 2p\pi \cos(\pi/N)/U_+.$$

Можно видеть, что ширина зоны увеличивается с частотой ( $p \sim \gamma_0^h L/\pi$ ) и с уменьшением параметра заполнения ( $u$ ).

### СОБСТВЕННЫЕ ЧАСТОТЫ

Рассмотрим собственные режимы волновода. Под собственными режимами мы понимаем режимы, в которых однородные уравнения Максвелла в структуре имеют не нулевые решения, удовлетворяющие граничным условиям, при условии отсутствия падающих волн ( $A_0 = 0$ ). Как видно из определения, собственные режимы полностью определяются геометрией структуры. В случае, последовательности диафрагм в волноводе с однородным заполнением дисперсионное уравнение для собственных частот ( $\kappa^c = \kappa'_c + i\kappa''_c$ ) имеет вид:

$$t_{11}P_N - P_{N-1} = 0. \quad (3)$$

Можно показать, что вещественных решений этого уравнения не существует.



Решение уравнения (3) основано на методе последовательного спуска. Сначала определялись значения  $\kappa'_c$ , дающие минимум его правой части. Последние использовались для нахождения  $\kappa''_c$ , обеспечивающих минимум функционала в комплексной плоскости. Эти два этапа позволяют попасть в малую окрестность решения. Для уточнения решения строились сетки с уменьшающимся шагом. Такой алгоритм, как правило, уже на четвертой итерации дает стабилизацию решения с точностью  $\sim 0,1 - 0,01\%$ .

Знание  $\kappa_c$  позволяет определять собственную добротность системы [3]:

$$Q = -\kappa'_c / 2\kappa''_c.$$

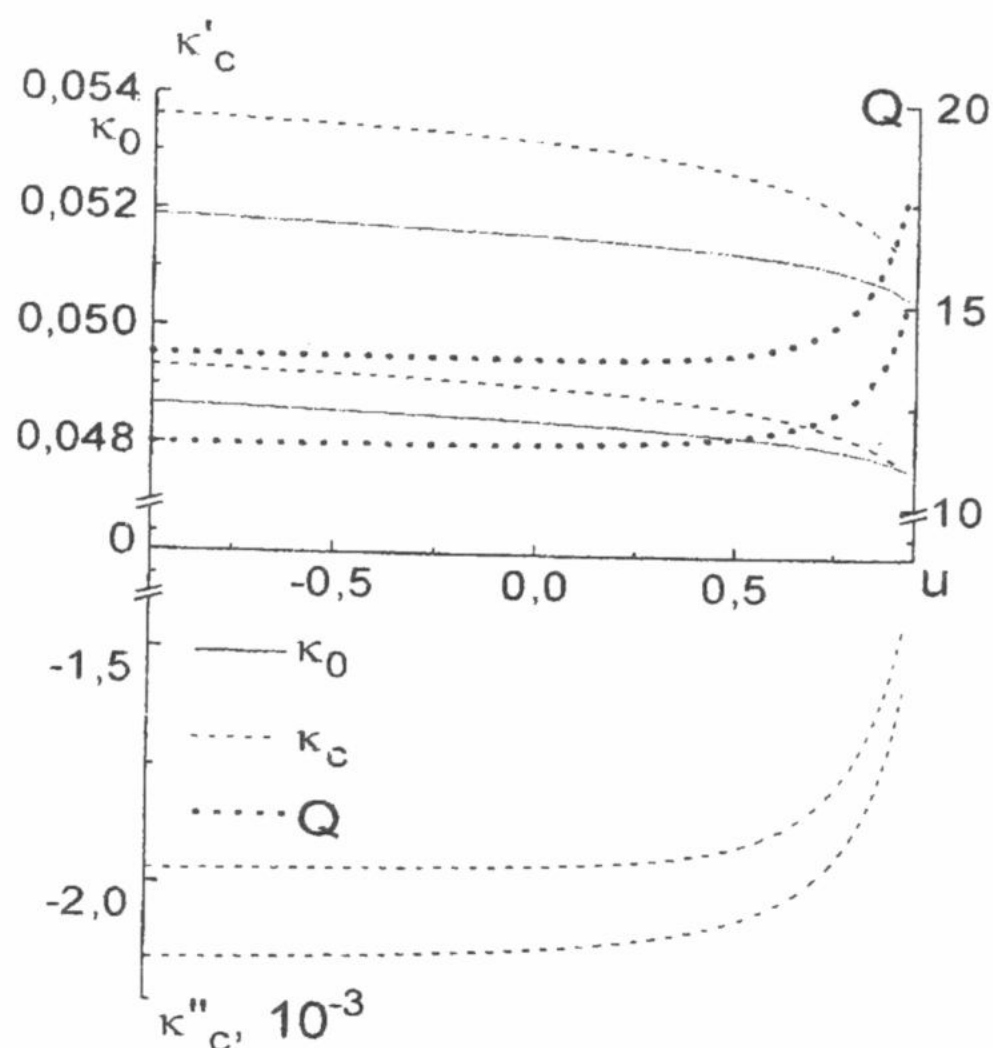


Рис.3. Зависимости  $\kappa_c$ ,  $\kappa_0$  и  $Q$   $TE_{01}$ -волны трехзвенного фильтра из радиальных диафрагм от  $u$  ( $L/a = 2$ ,  $a/l = 15$ ,  $\epsilon_i = \mu_i = 1$ ).

На рис. 3–4 представлены зависимости от  $u$  комплексной частоты ( $\kappa_c$ ) и добротности ( $Q$ ) собственных колебаний  $TE_{01}$ -волн трехзвенного фильтра из радиальных диафрагм при отсутствии диссипативных потерь (рис.3) и трехзвенного фильтра из кольцевых диафрагм при наличии диссипативных потерь (рис.4). С ростом параметра заполнения зона прозрачности для фильтра из кольцевых диафрагм заметно уменьшается, а для фильтра из радиальных диафрагм остается почти постоянной. Это объясняется поляризационной чувствительностью диафрагм. Кольцевая диафрагма сильно влияет на структуру  $TE_{01}$ -волны, а радиальная – слабо. Добротность в обоих случаях увеличивается с ростом  $u$ , поскольку радиационные потери уменьшаются ( $\sim d/l$ ). Отметим также снижение добротности с увеличением диссипативных потерь в системе (рис.4). Уменьшение радиационных потерь имеет место и при увеличении длины периода ( $L/a$ ). Об этом свидетельствуют зависимости собственных частот ( $\kappa_c$ ) и добротности ( $Q$ )

колебаний  $TE_{01}$ -волн для кольцевых диафрагм, представленные на рис.5.

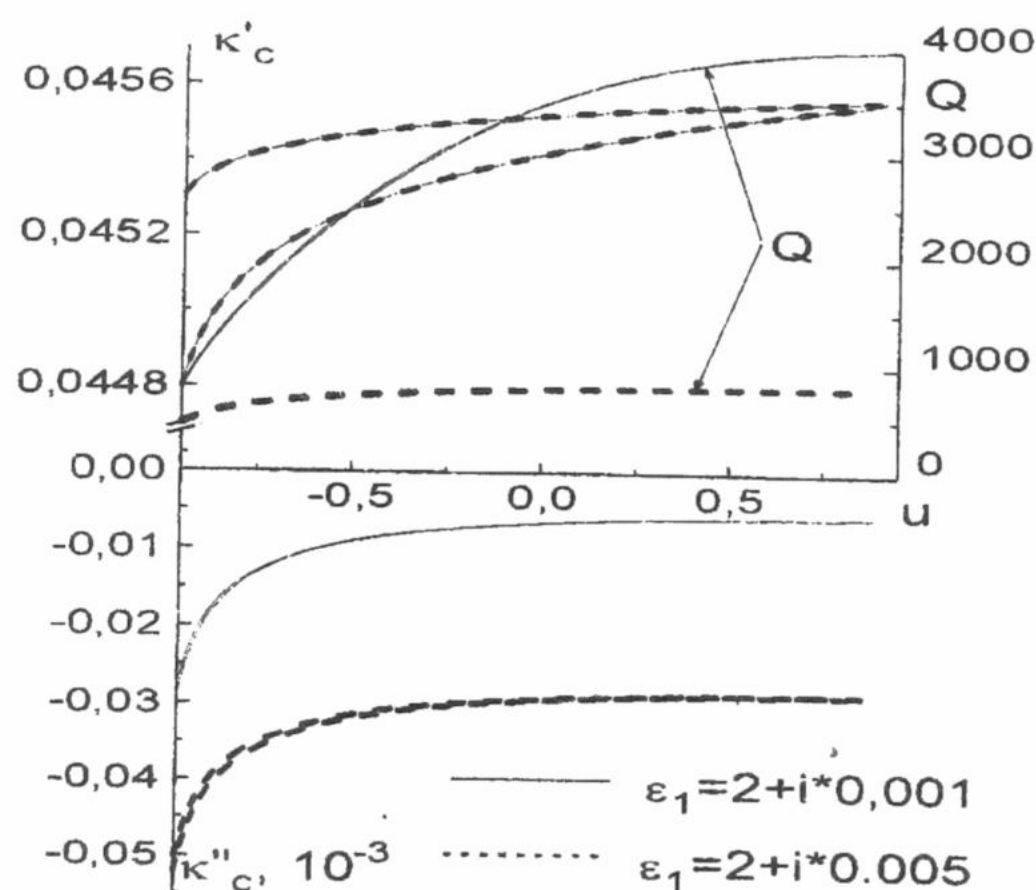


Рис.4. Зависимости  $\kappa_c$   $TE_{01}$ -волны трехзвенного фильтра из кольцевых диафрагм от  $u$  при наличии диссипативных потерь ( $L/a = 2$ ,  $a/l = 15$ ,  $\epsilon_i = \mu_i = 1$ ,  $\mu_i = 1$ , ( $i = 0,2,3$ )).

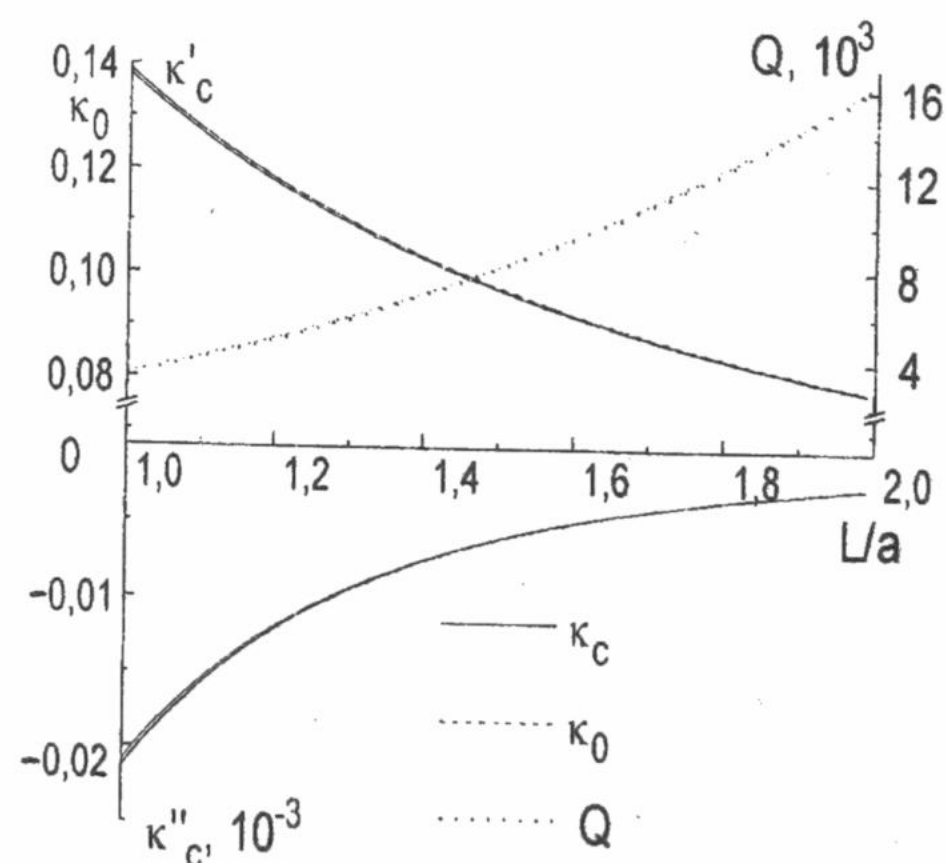


Рис.5. Зависимости  $\kappa_c$ ,  $\kappa_0$  и  $Q$   $TE_{01}$ -волны трехзвенного фильтра из кольцевых диафрагм от  $L/a$ . ( $u = 0$ ,  $a/l = 15$ ,  $\epsilon_i = \mu_i = 1$ ).

Проанализируем случай неоднородного заполнения базового элемента (см.рис.6). Зависимость собственной комплексной частоты от параметра  $b_1/L$  носит нелинейный характер и имеет высокочастотные осцилляции. Этот эффект заслуживает особого внимания, так как позволяет не изменяя геометрической длины системы ( $NL$ ) значительно изменять частотные свойства системы.

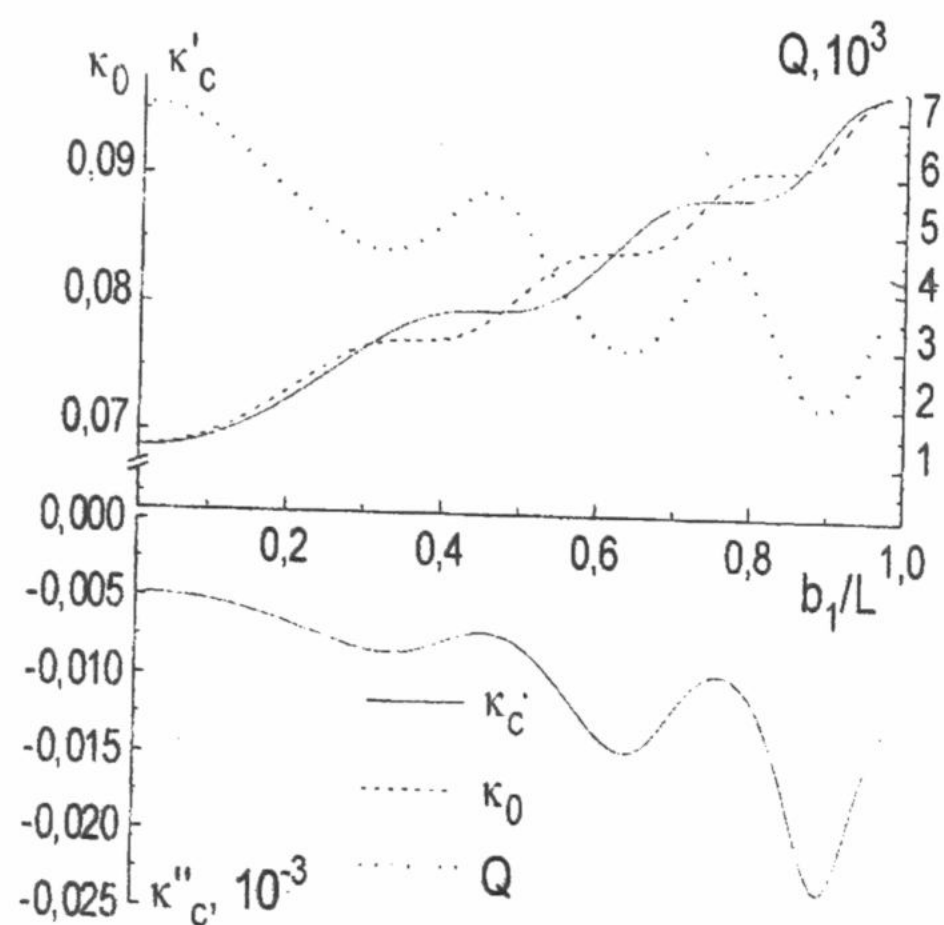


Рис.6. Зависимости  $k_c$ ,  $k_0$  и  $Q$   $TE_{01}$ -волны двухзвенного фильтра из кольцевых диафрагм от  $b_1/L$ . ( $L/a = 2$ ,  $a/l = 12$ ,  $u = 0$ ,  $\epsilon_2 = 2$ ,  $\mu_1 = 1$ ,  $\epsilon_0 = \epsilon_1 = \epsilon_3 = 1$ ).

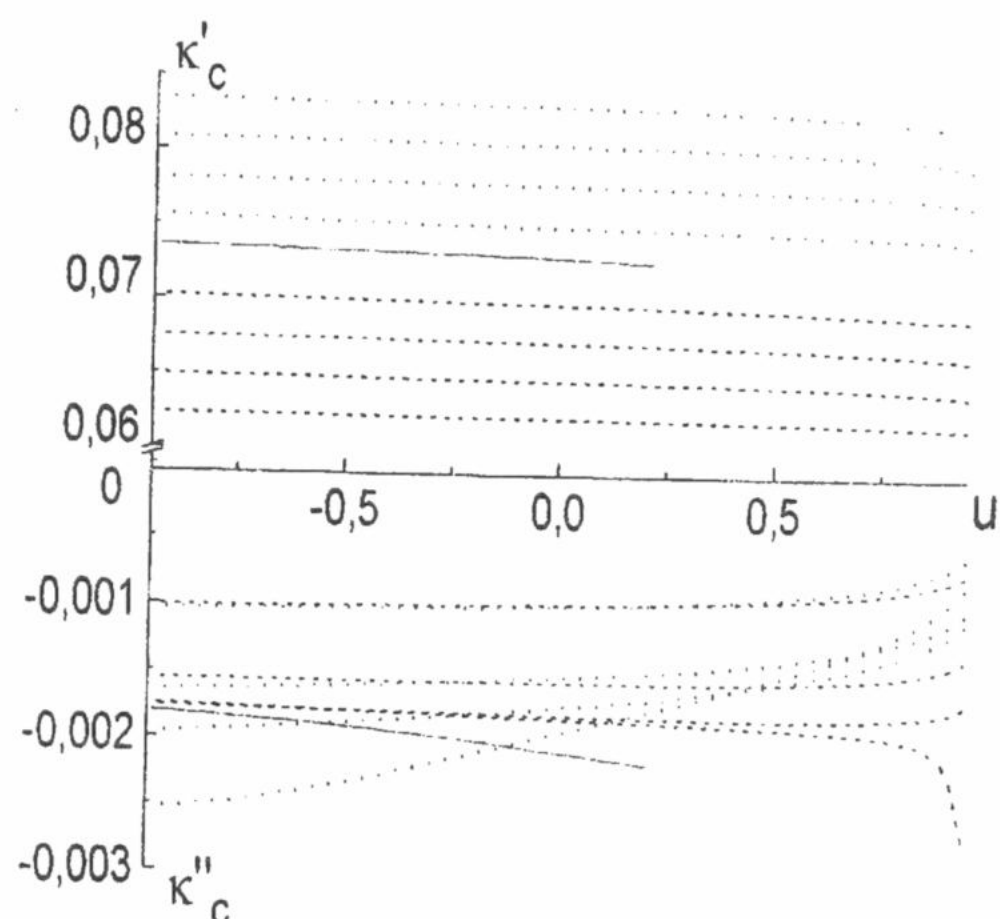


Рис 7. Зависимости  $k_c$   $TE_{01}$ -волны пятизвенного фильтра из радиальных диафрагм от  $u$  ( $L/a = 2$ ,  $a/l = 15$ ,  $\epsilon_i = \mu_i = 1$  ( $i = 0, 2, 3$ ),  $\epsilon_1 = 2$ ,  $\mu_2 = 1$ ,  $b_1/L = 0,5$ ).

Представленная на рис.7 зависимость комплексных частот  $TE_{01}$ -волн пятизвенного фильтра из радиальных диафрагм от  $u$  иллюстрирует возможность существования межзонных собственных частот. Этот эффект наблюдается при неоднородном заполнении базового элемента и сильной электродинамической связи между регулярными участками волновода.

### ВЫВОДЫ:

Можем сделать вывод, что режимы полной прозрачности носят резонансный характер и обусловлены распространением в структуре волн близких по частоте к собственным. Можно видеть (см.рис.3 – 6), что собственные частоты описывают правильно не только динамику зависимостей резонансов от параметров системы, но так же позволяют получить значения частот полной прозрачности с большой степенью достоверности. Их точность тем выше, чем выше добротность исследуемого режима.

Выявлена нелинейная зависимость добротности и частот полной прозрачности от длины магнитоэлектрических шайб в случае неоднородного заполнения волновода. Этот эффект носит практическое значение, так как позволяет изменять частотные свойства системы, не изменяя общей длины волновода.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.

1. Динамическая теория решеток / В.П. Шестопалов, Ю.К. Сиренко. – Киев: Наук. думка, 1989. – 213 с.
2. В.Б. Казанский, В.В. Подлозный, В.В. Хардинов. Исследование характеристик рассеяния последовательности однотипных элементов с использованием теоремы Кели–Гамильтона, Электромагнитные волны и электронные системы. – 1999. – т.4 – №3. – С.
3. Дифракция волн на решетках / В.П. Шестопалов, Л.Н. Литвиненко, С.А. Масалов, В.Г. Сологуб. – Харьков: Изд-во Харьк. ун-та, 1973. – 278 с.



# ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ПОЛЯ В РЕЗОНАТОРЕ, ЗАПОЛНЕННОМ НЕСТАЦИОНАРНЫМ ДИЭЛЕКТРИКОМ

М. С. Антюфеева, О. А. Третьяков

Харьковский национальный университет им. В.Н.Каразина, пл. Свободы 4, Харьков, 61077, Украина

Поступила в редакцию 22 декабря 1999

В данной работе представлено теоретическое исследование изменения со временем электромагнитных полей в резонаторе произвольной формы, заполненном однородным нестационарным диэлектриком без дисперсии. Для решения задачи использован метод модового базиса. Получены аналитические решения для возбуждении резонатора мгновенным, периодическим и гармоническим сигналом.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** электродинамика во временной области, метод модового базиса, резонатор, нестационарное заполнение, вынужденные колебания.

В настоящее время значительно усилился интерес к нестационарным задачам электродинамики. Интенсивно изучаются вопросы распространения негармонических сигналов в стационарных неоднородных средах и распространения электромагнитных волн в нестационарных безграничных средах, а так же эволюции электромагнитных колебаний в электродинамических системах, таких как резонатор или волновод, заполненных нестационарной средой и (или) возбужденных негармоническим сигналом. Последняя из упомянутых задач является весьма важным разделом электродинамики, поскольку при изменении во времени параметров среды изменяются все характеристики электромагнитных колебаний, существующих в резонаторах или волноводах.

Для решения внутренних электродинамических задач наиболее часто используется метод комплексных амплитуд (МКА), накладывающий значительные ограничения на материальные уравнения, в частности, требующий их стационарности. Для исследования нестационарных процессов, протекающих в резонаторе или волноводе с изменяющимися параметрами среды, в данной работе применяется метод модового базиса [1, 2], допускающий не только нестационарность материальных уравнений, но и их нелинейность.

## ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Для случая нестационарных задач использование метода модового базиса приводит к представлению электромагнитных полей в резонаторе в виде модового разложения с разделением временной и пространственной зависимостей, т.е.

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \sum_{n=1}^{\infty} e_n(t) \mathbf{E}_n(\mathbf{r}), \quad \mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \sum_{n=1}^{\infty} h_n(t) \mathbf{H}_n(\mathbf{r}). \quad (1)$$

В нашем случае функции пространственных переменных есть элементы базиса, которые имеют физический смысл свободных вихревых колебаний резонатора. Они определяются как решения хорошо изученных граничных задач Дирихле и Неймана на собственные значения для Лапласиана. Уравнения для временных коэффициентов получаются путём проектирования уравнений Максвелла на базис. Для среды, диэлектрическая проницаемость которой зависит от времени по экспоненциальному закону

$$\epsilon(t) = \epsilon_0 / (1 - \epsilon_1 e^{-t/T}), \quad (2)$$

такие эволюционные уравнения имеют следующий вид:

$$\frac{d}{dt} x_n(t) + 2\beta x_n(t) + i \frac{\omega_{n0}}{\mu} y_n(t) = -4\pi j_n^e(t) + 2\beta \epsilon_1 e^{-t/T} x_n(t); \quad x_n(t)|_{t=0} = \epsilon(t) e_n^0; \quad (3)$$

$$\frac{d}{dt} y_n(t) + i \frac{\omega_{n0}}{\epsilon_0} x_n(t) = -4\pi j_n^h(t) + i \frac{\omega_{n0}}{\epsilon_0} \epsilon_1 e^{-t/T} x_n(t); \quad y_n(t)|_{t=0} = \mu h_n^0, \quad (4)$$

где  $\beta = 2\pi\sigma/\epsilon_0$ ,  $\omega_{n0} = k_n c$  - набор собственных частот колебаний пустого резонатора и введена замена  $x_n(t) = \epsilon(t) e_n(t)$ ,  $y_n(t) = \mu(t) h_n(t)$ ,  $e_n(t)$ ,  $h_n(t)$  - временные компоненты разложения напряженностей электрического и магнитного полей, соответственно,  $e_n^0$ ,  $h_n^0$  - их значения в начальный момент времени (начальные условия). В правых частях уравнений (3), (4) фигурируют временные коэффициенты из разложений заданных функций сторонних источников поля по эле-

модям базиса, записанных в виде, аналогичном (1):

$$\mathbf{J}_e(\mathbf{r}, t) = \sum_{n=1}^{\infty} j_n^e(t) \mathbf{E}_n(\mathbf{r}), \quad \mathbf{J}_h(\mathbf{r}, t) = \sum_{n=1}^{\infty} j_n^h(t) \mathbf{H}_n(\mathbf{r}).$$

Система дифференциальных уравнений (3) - (4) легко приводится к интегральному виду:

$$x_n(t) = e^{-\beta t} (x_n^0 \cos \omega_n t - i \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu}} y_n^0 \sin \omega_n t) - 4\pi \left[ \int_0^t e^{-\beta(t-t')} j_n^e(t') \cos \omega_n(t-t') dt' - \right. \\ \left. - i \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu}} \int_0^t e^{-\beta(t-t')} j_n^h(t') \sin \omega_n(t-t') dt' \right] + \int_0^t \frac{\omega_{n0} \epsilon_1}{\sqrt{\epsilon_0 \mu}} e^{-\beta(t-t')} e^{-t'/T} \sin \omega_n(t-t') x_n(t') dt' \quad (5)$$

$$y_n(t) = e^{-\beta t} (y_n^0 \cos \omega_n t - i \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu}} x_n^0 \sin \omega_n t) - 4\pi \left[ \int_0^t e^{-\beta(t-t')} j_n^h(t') \cos \omega_n(t-t') dt' - \right. \\ \left. - i \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon_0}} \int_0^t e^{-\beta(t-t')} j_n^e(t') \sin \omega_n(t-t') dt' \right] + \int_0^t i \frac{\omega_{n0}}{\epsilon_0} \epsilon_1 e^{-\beta(t-t')} e^{-t'/T} \cos \omega_n(t-t') y_n(t') dt' \quad (6)$$

где  $\omega_n = \sqrt{\frac{\omega_{n0}^2}{\epsilon \mu} - \beta^2}$  - набор собственных частот колебаний резонатора, заполненного средой с диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_0$ .

### РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ И ОБСУЖДЕНИЕ РЕЗУЛЬТАТОВ

Получим решения для временных коэффициентов разложения напряженностей электромагнитного поля при возбуждении резонатора мгновенным сигналом в виде дельта-функции:

$$j_n^e(t) = J_n \delta(t - t_0), \quad j_n^h(t) = 0, \quad (7)$$

при нулевых начальных условиях. В этом случае, решив интегральное уравнение (5) методом итераций или с помощью резольвенты [3] и используя (6) как прямую формулу, найдем искомые коэффициенты

$$e_n(t) = -\frac{4\pi J_n}{\epsilon(t)} e^{-\beta(t-t_0)} \cos \left[ \omega_n(t-t_0) - \frac{\omega_{n0}}{\sqrt{\epsilon_0 \mu}} \frac{\epsilon_1 T}{2} (1 - e^{-t/T}) \right]; \quad t \geq t_0 \quad (8)$$

$$h_n(t) = i \frac{4\pi J_n}{\sqrt{\epsilon_0 \mu}} e^{-\beta(t-t_0)} \sin \left[ \omega_n(t-t_0) - \frac{\omega_{n0}}{\sqrt{\epsilon_0 \mu}} \frac{\epsilon_1 T}{2} (1 - e^{-t/T}) \right]; \quad t \geq t_0 \quad (9)$$

Как следует из полученных решений, временная зависимость электромагнитного поля в резонаторе представляет собой экспоненциально затухающие гармонические колебания, амплитуда, фаза и частота которых также экспоненциально изменяются со временем, что объясняется видом исходной зависимости (2) диэлектрической проницаемости.

Рассмотрим возбуждение резонатора периодическим сигналом, состоящим из мгновенных импульсов, так что

$$j_n^e(t) = J_n (\delta(t - t_0) + \delta(t - t_1) + \delta(t - t_2) + \dots + \delta(t - t_k)) = J_n \sum_k \delta(t - t_k), \quad (10)$$

при нулевых начальных условиях и магнитной функции сторонних источников. В силу линейности среды интегральное уравнение (5) также линейно, следовательно решение такой задачи можно записать как сумму решений для соответствующих одиночных мгновенных импульсов:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = -\frac{4\pi}{\epsilon(t)} e^{-\beta t} \sum_{n=1}^{\infty} \mathbf{E}_n(\mathbf{r}) J_n \sum_k e^{\beta t_k} \cos \left[ \omega_n(t-t_k) - \frac{\omega_{n0}}{\sqrt{\epsilon_0 \mu}} \frac{\epsilon_1 T}{2} (1 - e^{-t/T}) \right], \quad t \geq t_0;$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = i \frac{4\pi}{\sqrt{\epsilon_0 \mu}} e^{-\beta t} \sum_{n=1}^{\infty} \mathbf{H}_n(\mathbf{r}) J_n \sum_k e^{\beta t_k} \sin \left[ \omega_n(t-t_k) - \frac{\omega_{n0}}{\sqrt{\epsilon_0 \mu}} \frac{\epsilon_1 T}{2} (1 - e^{-t/T}) \right], \quad t \geq t_0.$$

Рассмотрим возбуждение резонатора гармоническим сигналом произвольной частоты. Пусть



начальные условия для временных коэффициентов нулевые, а функции сторонних источников заданы в виде

$$j_n^e(t) = J_n^e \cos \Omega_n t; \quad j_n^h(t) = J_n^h \cos \Omega_n t. \quad (11)$$

В этом случае свободная функция интегрального уравнения (5) будет иметь вид

$$f(t) = -2\pi J_n^e f_1(t) + 2\pi i J_n^h \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu}} f_2(t),$$

где

$$f_1(t) = \left[ \frac{\sin \Omega_n t}{\omega_n + \Omega_n} + \frac{\sin(\Omega_n t + \gamma_n)}{\sqrt{\beta^2 + (\omega_n - \Omega_n)^2}} + e^{-\beta t} \left\{ \frac{\sin \omega_n t}{\omega_n + \Omega_n} - \frac{\sin(\omega_n t + \gamma_n)}{\sqrt{\beta^2 + (\omega_n - \Omega_n)^2}} \right\} \right];$$

$$f_2(t) = \left[ \frac{\cos \Omega_n t}{\omega_n + \Omega_n} + \frac{\cos(\Omega_n t - \gamma_n)}{\sqrt{\beta^2 + (\omega_n - \Omega_n)^2}} - e^{-\beta t} \left\{ \frac{\cos \omega_n t}{\omega_n + \Omega_n} + \frac{\cos(\omega_n t - \gamma_n)}{\sqrt{\beta^2 + (\omega_n - \Omega_n)^2}} \right\} \right],$$

где  $\gamma_n = \arctg[\beta/(\Omega_n - \omega_n)]$ , и в силу линейности интегрального уравнения (5) его решение запишется в виде:

$$x_n(t) = -2\pi J_n^e f_1(t) + 2\pi i J_n^h \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu}} f_2(t) + \frac{\omega_{n0}}{\sqrt{\epsilon_0 \mu}} \epsilon_1 U_e(t), \quad (12)$$

где

$$U_e(t) = \int_0^t e^{-\beta(t-t')} e^{-t'/T} \left( -2\pi J_n^e f_1(t') + 2\pi i J_n^h \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu}} f_2(t') \right) \sin \left[ \omega_n(t-t') + \frac{\omega_{n0}}{\sqrt{\epsilon_0 \mu}} \frac{\epsilon_1 T}{2} (e^{-t/T} - e^{-t'/T}) \right] dt'$$

Соответственно, подставив (12) в (6) можно найти вторую искомую функцию системы уравнений, и перейдя к первоначальным переменным можно получить решение для системы эволюционных уравнений (3), (4) в случае гармонического возбуждения резонатора с нулевыми начальными условиями. Напряженности электрического и магнитного поля будут соответственно:

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\epsilon(t)} \sum_{n=1}^{\infty} \left( -2\pi J_n^e f_1(t) + 2\pi i J_n^h \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu}} f_2(t) + \frac{\omega_{n0}}{\sqrt{\epsilon_0 \mu}} \epsilon_1 U_e(t) \right) \mathbf{E}_n(\mathbf{r});$$

$$\mathbf{H}(\mathbf{r}, t) = \frac{1}{\mu} \sum_{n=1}^{\infty} \left( -2\pi J_n^h f_1(t) + 2\pi i J_n^e \sqrt{\frac{\mu}{\epsilon_0}} f_2(t) + i \frac{\omega_{n0}}{\epsilon_0} \epsilon_1 U_h(t) \right) \mathbf{H}_n(\mathbf{r}),$$

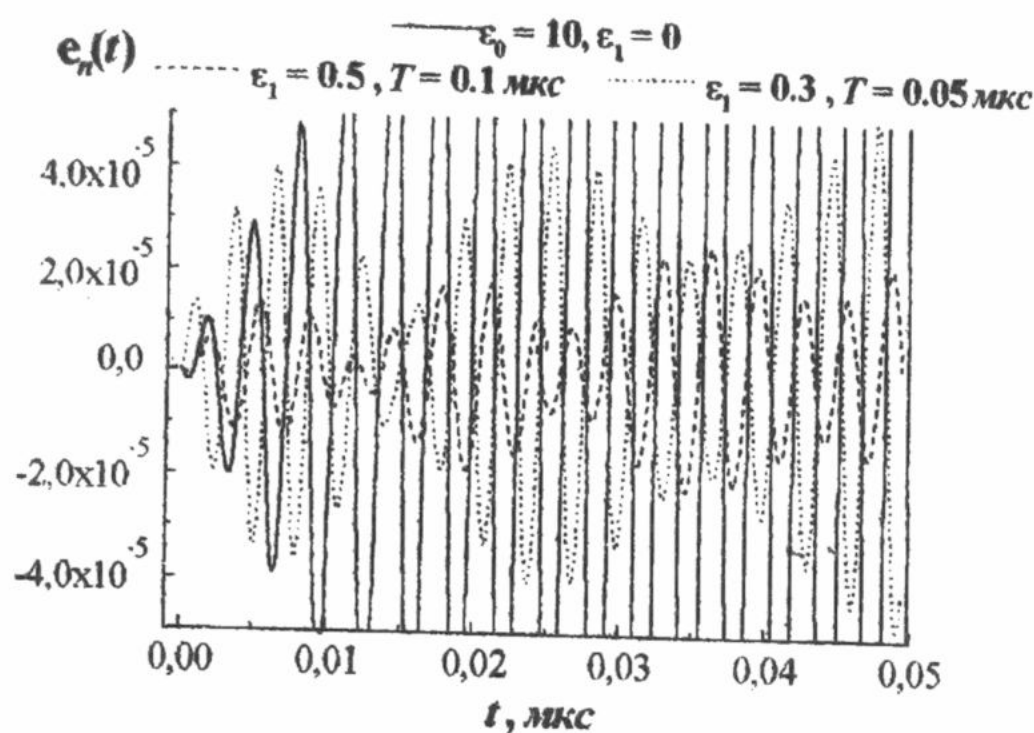
где

$$U_h(t) = \int_0^t e^{-\beta(t-t')} e^{-t'/T} \cos \omega_n(t-t') \left( -2\pi J_n^e f_1(t') + 2\pi i J_n^h \sqrt{\frac{\epsilon_0}{\mu}} f_2(t') + \frac{\omega_{n0}}{\sqrt{\epsilon_0 \mu}} \epsilon_1 U_e(t') \right) dt'$$

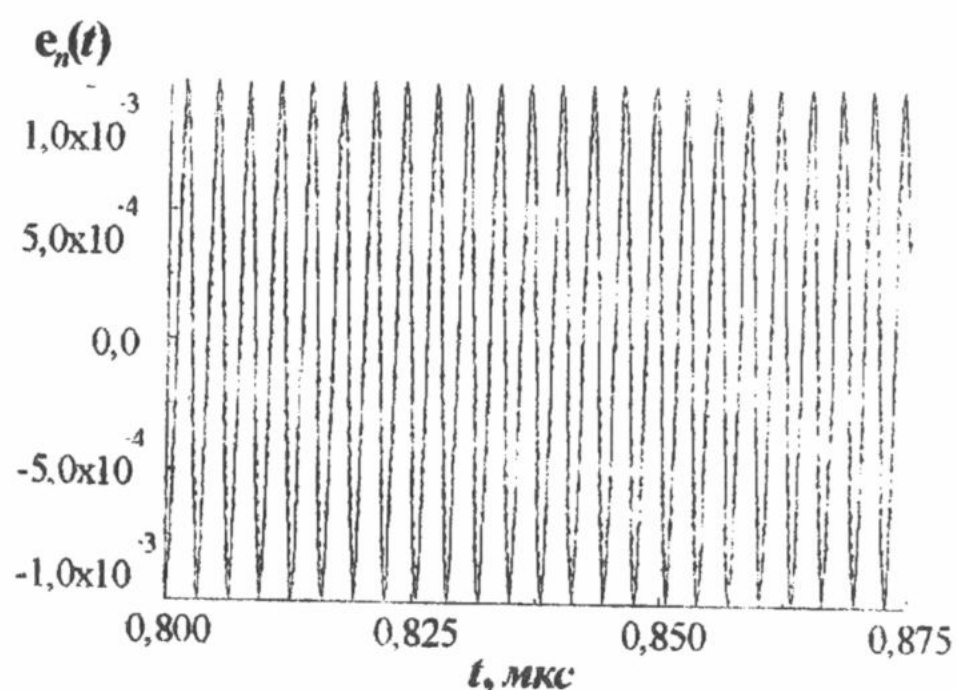
Зависимость от времени коэффициента разложения электрического поля  $e_n(t)$  была рассчитана численно, для случая  $J_n^h = 0$ ,  $\Omega = \omega$ . При этом  $\gamma_n = \pi/2$  и свободная функция интегрального уравнения (5) будет:

$$f(t) = -\frac{2\pi J_n^e}{\beta} (1 - e^{-\beta t}) \cos \omega_n t.$$

При возбуждении резонатора, заполненного нестационарной средой, на собственной частоте колебаний резонатора, заполненного диэлектрической проницаемостью  $\epsilon_0$ , в начальные моменты времени, проиллюстрированные на рис. 1а, 2а для различных значений параметров  $\epsilon_1$  и  $T$ , существует довольно сложное по характеру изменение со временем амплитуды, фазы и частоты нестационарного колебания. Но ввиду экспоненциальной зависимости от времени диэлектрической проницаемости среды (2), через некоторое время, при установлении стационарного значения диэлектрической проницаемости, в резонаторе устанавливаются колебания с частотой  $\omega_n$  и амплитудой, равной амплитуде стационарного колебания (рис. 1б, 2б). Понятно, что по мере увеличения  $T$  амплитуда медленнее выходит на стационарный уровень.

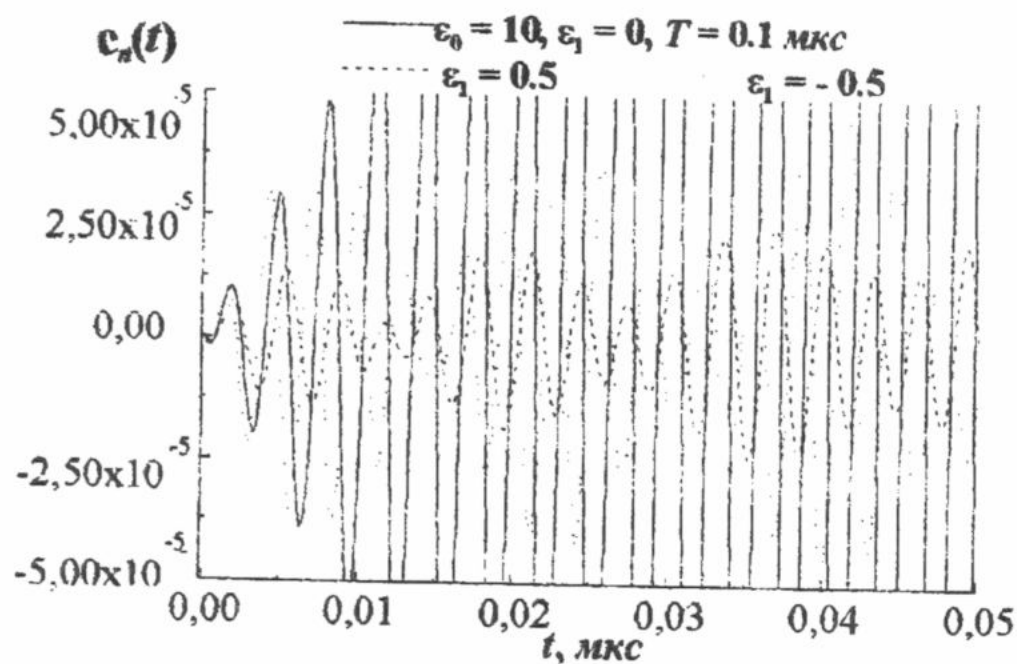


а) временной интервал  $0 \div 0.05$  мкс

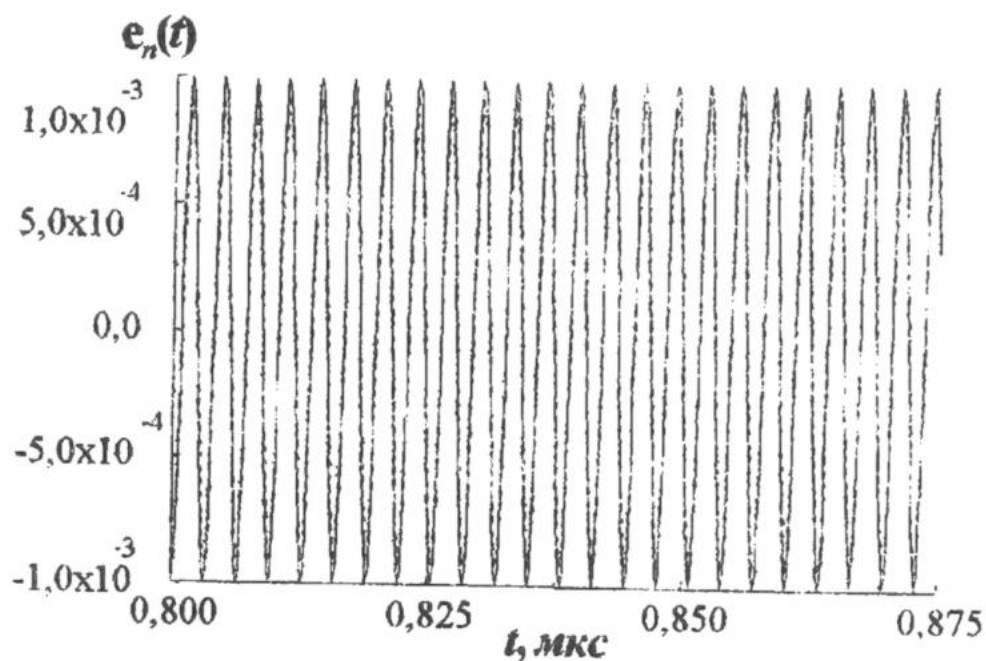


б) временной интервал  $0.8 \div 0.875$  мкс

Рис. 1. Изменение со временем коэффициента разложения напряженности электрического поля при различных значениях  $\epsilon_1$  и  $T$ .



а) временной интервал  $0 \div 0.05$  мкс



б) временной интервал  $0.8 \div 0.875$  мкс

Рис. 2. Изменение со временем коэффициента разложения напряженности электрического поля при различных значениях  $\epsilon_1$ .

В ходе решения были сделаны ограничения, на параметры среды:

$$\frac{1}{T} \ll \omega, \quad |\epsilon_1 T| < \frac{2\sqrt{\mu\epsilon_0}}{\omega_{n0}}. \quad (13)$$

Необходимо отметить, что хотя условия (13) и свидетельствуют о медленности изменения диэлектрической проницаемости среды по сравнению с изменением коэффициентов разложения напряженностей электромагнитного поля со временем, но они не достаточны для использования методов, применимых к квазистационарным задачам. То есть, даже при таких ограничениях среда, заполняющая резонатор, не является квазистационарной.

### ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Таким образом, с использованием метода модового базиса получены решения для внутренней граничной задачи электродинамики об объемном резонаторе произвольной формы, заполненном нестационарным диэлектриком. Выписаны простые аналитические выражения для напряженностей электрического и магнитного поля в случае мгновенного и периодического возбуждения резонатора. Представлена эволюция временных коэффициентов разложения электромагнитного поля в случае возбуждения резонатора гармоническим сигналом.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Третьяков О.А. Метод модового базиса. Радиотехника и электроника, 1986, т. 31, № 6, с. 1071-1082.
2. Третьяков О.А. Волноводные эволюционные уравнения. Радиотехника и электроника, 1989, т. 34, № 5, с.917-926.
3. Краснов М.Л., Кисилев А.И., Макаренко Г.И. Интегральные уравнения. М.: Наука, 1976.
4. Градштейн И.С. и Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1962.



## О НЕУСТОЙЧИВОСТИ ОГРАНИЧЕННОЙ ПЛАЗМЫ С ТОКОМ

**В.С.Попов**

*Харьковский национальный университет им.В.Н.Каразина. 61077, Харьков-77, пл.Свободы, 4.*

Поступила в редакцию 16 декабря 1999г.

В гидродинамическом приближении получены и исследованы дисперсионные уравнения поверхностных волн в полупространстве и слое, заполненных холодной электронно-ионной плазмой, электроны которой движутся относительно ионов с постоянной скоростью. Показано, что в случае очень медленных поверхностных волн решения дисперсионных уравнений могут быть представлены в аналитической форме. Отмечена возможность возникновения неустойчивых колебаний. Определены спектральные границы и характер неустойчивостей.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** плазма, граничные условия, дисперсионное уравнение, поверхностные волны, неустойчивость.

Для исследования электромагнитных свойств плазмы, находящейся во внешнем электрическом поле, с успехом используется модель электронно-ионной плазмы, электроны которой движутся относительно ионов с постоянной скоростью дрейфа [1-3]. В дальнейшем такую систему для краткости будем называть плазмой с током. С помощью такой модели исследованы неустойчивости как неограниченной [1-3], так и ограниченной [4-5] плазмы. В последнем случае, однако, изучена только ионно-звуковая неустойчивость, обусловленная черенковским механизмом затухания или раскачки колебаний (неустойчивость кинетического типа). В то же время в плазме с током могут развиваться также и гидродинамические неустойчивости, вызываемые группировкой (бунчировкой) электронов (например, неустойчивость типа Бунемана [6]). С целью исследования такого рода неустойчивостей в ограниченной плазме ниже в рамках линейной гидродинамической теории проанализированы решения дисперсионного уравнения поверхностной ветви колебаний плазмы с током, занимающей полупространство или плоскопараллельный слой. Такие исследования представляют интерес не только для построения общей картины колебаний ограниченной плазмы с током (газоразрядной, полупроводниковой и термоядерной, создаваемой, например, за счет омического нагрева), но могут оказаться полезными также и в плазменной электронике, поскольку устанавливают условия генерирования и усиления колебаний.

### ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Пусть однородная незамагниченная холодная плазма с током занимает слой  $0 < z < L$  (переход к полупространству в этом случае можно сделать с помощью предельного перехода  $L \rightarrow \infty$ ). Предполагается, что: 1) границы плазмы резкие (плоскости  $z=0$  и  $z=L$ ); 2) электроны плазмы движутся относительно ионов со скоростью  $\vec{u}(u, 0, 0)$ ,  $u/c \ll 1$ , где  $c$  - скорость света в пустоте; 3) все переменные величины характеризуются фактором  $\exp(ik_x x - i\omega t)$ , а  $\partial/\partial y = 0$ ; 4) область пространства вне слоя заполнена диэлектриком с проницаемостью  $\tilde{\epsilon}$ ; 5) ленгмюровские частоты электронов и ионов плазмы равны  $\omega_{Le}$  и  $\omega_{Li}$  соответственно.

### ДИСПЕРСИОННОЕ УРАВНЕНИЕ

Дисперсионное уравнение, определяющее все особенности колебательных процессов в рассматриваемой структуре, нетрудно получить, приравняв нулю детерминант системы линейных алгебраических уравнений, получаемых в результате подчинения полей граничным условиям. Последние в свою очередь есть результат интегрирования уравнений Максвелла по бесконечно-тонкому слою при  $z=0$  и  $z=L$ . В случае беспотоковой плазмы граничные условия состоят в непрерывности тангенциальных

компонент электрического и магнитного полей. При наличии же в плазме потоков заряженных частиц тангенциальная компонента вектора магнитной индукции, перпендикулярная скорости потока, терпит разрыв [7]. В нашем случае таковой является компонента  $B_y$ , граничные условия для которой выглядят следующим образом:

$$B_y \left\{ \begin{matrix} z = +0 \\ z = L - 0 \end{matrix} \right\} - B_y \left\{ \begin{matrix} z = -0 \\ z = L + 0 \end{matrix} \right\} = \frac{\omega_{Le}^2 u}{\omega'^2 c} E_z \left\{ \begin{matrix} z = +0 \\ z = L - 0 \end{matrix} \right\} - \frac{\omega_{Le}^2 u^2}{\omega'^2 c^2} B_y \left\{ \begin{matrix} z = +0 \\ z = L - 0 \end{matrix} \right\}, \quad (1)$$

где  $\omega' = \omega - k_x u$ .

Соотношение (1) может быть получено также с помощью преобразований Лоренца [8], хотя следует отметить, что такого рода разрыв не является релятивистским эффектом, а обусловлен наличием в выражении электрической индукции производных по нормали к границе раздела [2], которые имеют место только при гидродинамическом описании и отсутствуют в кинетической теории (например, при зеркальном отражении частиц от границы плазмы [4,5]).

Совместно с условием непрерывности компонент поля  $E_x$ ,  $E_y$  и  $B_x$  на границах слоя условие (1) приводит к двум независимым дисперсионным уравнениям для волн с компонентами  $(E_x, E_z, B_y)$  и  $(E_y, B_x, B_z)$ , которые условно можно назвать Е- и Н-волнами. В свою очередь каждое из этих уравнений распадается на два независимых уравнения для симметричных и антисимметричных волн (в дальнейшем величинам, определяющим эти волны, приписываются индексы  $s$  и  $a$  соответственно). Уравнения эти можно представить в следующем виде:

$$\epsilon' k_z + \tilde{\epsilon} g \Psi_v = 0, \quad v = s, a \quad (\text{Е-волны}) \quad (2)$$

$$\tilde{k}_z + g \Psi_v = 0 \quad v = s, a \quad (\text{Н-волны}) \quad (3)$$

где

$$g = \sqrt{k_x^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \epsilon}, \quad \tilde{k}_z = \sqrt{k_x^2 - \frac{\omega^2}{c^2} \tilde{\epsilon}}, \quad \Psi_s = \text{cth} \frac{gL}{2}, \quad \Psi_a = \text{th} \frac{gL}{2}, \quad (4)$$

$$\epsilon' = 1 - \omega_{Le}^2 / \omega'^2 - \omega_{Li}^2 / \omega^2, \quad \epsilon = 1 - \omega_{Le}^2 / \omega^2 - \omega_{Li}^2 / \omega^2.$$

Каждая пара уравнений (2) и (3) в случае, когда  $gL \rightarrow \infty$ , вырождается в одно уравнение, описывающее Е- или Н-волны в плазменном полупространстве. В этом случае  $v = h$ ,  $\Psi_h = 1$ . Нетрудно видеть, что решения, соответствующие поверхностным волнам, возможны только для Е-волн и только в области частот, где  $\epsilon' < 0$ . Дальнейшее рассмотрение ограничено случаем очень медленных поверхностных волн, когда можно предположить, что  $c \rightarrow \infty$ . Тогда уравнение (2) приобретает вид:

$$1 - \omega_{Li}^2 / \omega^2 - \omega_{Le}^2 / \omega'^2 + \tilde{\epsilon} \Psi_v = 0 \quad (5)$$

где:  $\Psi_s = \text{cth} \frac{k_x L}{2}$ ,  $\Psi_a = \text{th} \frac{k_x L}{2}$ ,  $\Psi_h = 1$  (полупространство).

По своей структуре это уравнение аналогично уравнению продольных волн в неограниченной плазме и для его решения можно использовать методику, изложенную в [1-3]. Так, например, в области частот  $\omega \geq k_x u$  корни уравнения (5) относительно  $\omega$  имеют вид:

$$\omega_v^\pm = k_x u \pm \omega_{Le} / \sqrt{\tilde{\epsilon} \Psi_v + 1} \quad (6)$$

Выражение (6) описывает устойчивые поверхностные колебания в слое и полупространстве ( $\Psi_h = 1$ ), которые смещены на величину  $\Delta\omega = k_x u$ . Иная картина наблюдается в области частот  $\omega \ll k_x u$ , где корни уравнения (5) имеют вид:

$$\omega_v^\pm = \pm \omega_{Li} / \sqrt{\tilde{\epsilon} \Psi_v + 1 - \omega_{Le}^2 / k_x^2 u^2} \quad (7)$$

Видно, что при  $k_x^2 u^2 < \omega_{Le}^2 / (\tilde{\epsilon} \Psi_v + 1)$  поверхностные колебания с  $\omega_v^\pm$  становятся неустойчивыми (в неограниченной плазме неустойчивость продольных колебаний наступает при  $k_x u < \omega_{Le}$ ). Если  $k_x^2 u^2 \ll \omega_{Le}^2 / (\tilde{\epsilon} \Psi_v + 1)$ , то инкремент нарастания равен

$$\delta \approx (\omega_{Li} / \omega_{Le}) k_x u \quad (8)$$

и он полностью совпадает с инкрементом нарастания объемных продольных волн в неограниченной



плазме [1-3]. Максимальное значение инкремента наступает при  $k_{xu} \rightarrow \omega_{Le} / \sqrt{\tilde{\epsilon}\Psi_v + 1}$ . В соответствии с [1-3] находим, что

$$\delta_{\max} = 2^{-4/3} \sqrt{3} (\tilde{\epsilon}\Psi_v + 1)^{-1/2} (\omega_{Li} / \omega_{Le})^{2/3} \omega_{Le}, \quad (9)$$

Видно, что в отличие от максимального инкремента продольных колебаний в неограниченной плазме в (9) присутствует множитель  $(\tilde{\epsilon}\Psi_v + 1)^{-1/2}$ .

Характер неустойчивости поверхностных колебаний нетрудно установить по методике, изложенной в [1]. Для этого уравнение (5) решается относительно  $k_x$  при действительных  $\omega$ . Наиболее просто это сделать для плазменного полупространства ( $\Psi_v = 1$ ). Тогда

$$k_x^{\pm} = \frac{\omega}{u} (1 \pm \omega_{Le} / \sqrt{\omega^2 (\tilde{\epsilon} + 1) - \omega_{Li}^2}). \quad (10)$$

Легко видеть, что точки ветвления функций  $k_x^{\pm}(\omega)$  являются вещественными и, следовательно, неустойчивость носит конвективный характер. При  $\omega < \omega_{Li} / \sqrt{\omega^2 (\tilde{\epsilon} + 1) - \omega_{Li}^2}$  колебания с волновым числом  $k_x^{+}(\omega)$  испытывают усиление в направлении скорости дрейфа электронов. Для колебаний же с волновым числом  $k_x^{-}(\omega)$  имеет место режим непропускания. К аналогичным выводам можно прийти, проанализировав графики функций  $k_x^{\pm}(\omega)$  по правилам Стэррока [1].

### ВЫВОДЫ

В гидродинамическом приближении получены дисперсионные уравнения поверхностных волн в плазменном слое и полупространстве при наличии дрейфа с постоянной скоростью электронов относительно ионов. В случае очень медленных поверхностных волн ( $c \rightarrow \infty$ ) получены аналитические решения дисперсионных уравнений. Показано, что при этом в ограниченной плазме развивается гидродинамическая неустойчивость, аналогичная неустойчивости типа Бунемана в неограниченной плазме. Отмечены отличия спектров неустойчивых колебаний от неограниченной плазмы. Показано, что этот тип неустойчивости имеет конвективный характер.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. А.И. Ахиезер, И.А. Ахиезер, Р.В. Половин, А.Г. Ситенко, К.Н. Степанов. Электродинамика плазмы. М. Изд-во "Наука", 1974, 719с.
2. В.Л. Гинзбург, А.А. Рухадзе. Волны в магнитоактивной плазме. М. Изд-во наука", 1975, 255с.
3. А.Б. Михайловский. Теория плазменных неустойчивостей. М.. Атомиздат. Т.1, 1970, 294с.
4. Е.Абу-Ассали, Б.А.Альтеркоп, Р.Д. Джамалов, А.А. Рухадзе. ЖЭТФ. 1963. Т.64, вып. 6, с.2054.
5. А.Г. Загородний, И.П. Якименко. Физика плазмы. 1978. Т.4, с. 420.
6. О. Buneman. Phys/Rev.Lett. V.1, 1958, p.8; Phys. Rev. V.115, 1959, p.603.
7. М.Ф. Горбатенко. ЖТФ. 1963. Т.33, вып. 96 с.1070.
8. В.Г. Гавриленко, Г.А. Лупанов, Н.С. Степанов. ЖТФ. 1971. Т.41, вып. 3, с.534.

## РАДИОФИЗИЧЕСКИЕ ИССЛЕДОВАНИЯ ИСКУССТВЕННЫХ ПЛАЗМЕННЫХ ОБРАЗОВАНИЙ, ВЫЗЫВАЕМЫХ ВЫБРОСАМИ ХИМИЧЕСКИХ РЕАГЕНТОВ В ИОНОСФЕРЕ

В. Л. Дорохов, Л. С. Костров, С. И. Мартыненко, В. Т. Розуменко, В. Г. Сомов, О. Ф. Тырнов, А. М. Цымбал

Харьковский национальный университет им. В. Н. Каразина, пл. Свободы 4, Харьков, 61077 Украина  
Sergey.I.Martynenko@univer.kharkov.ua

Поступила в редакцию 25 декабря 1999 г.

В данной работе с использованием наземных методов радиозондирования получены характеристики искусственных плазменных образований, вызываемых выбросами химических реагентов в ионосферу с борта ракет. По экспериментальным данным оценены напряженности электрического поля в ионосферной Е-области.  
**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** ионосфера, выбросы химических реагентов, электрическое поле.

Известно, что эксперименты по инъекции в ионосферу с борта космического аппарата искусственных плазменных образований (ИПО) открывают большие возможности как в моделировании и диагностике природных явлений, так и в расширении возможностей ионосферной радиосвязи (см., напр., [1]). Исследования возникающих при этом явлений еще далеки от завершения, что обусловлено как многообразием происходящих физических процессов, так и сложностью и высокой стоимостью используемой в экспериментах космической техники. Поэтому каждый эксперимент вышеуказанного типа имеет большую самостоятельную научную и практическую ценность.

Данная работа посвящена анализу результатов радиофизических исследований ИПО при выбросах в ионосферу плазмообразующих химических реагентов, которые были проведены с участием Харьковского госуниверситета.

### МЕТОДИКА ЭКСПЕРИМЕНТОВ

Эксперименты по радиозондированию ИПО, возникающих при выбросах в ионосферу активных химических реагентов, проводились в течение 1986–1992 гг. в районах г. Волгограда [2] и г. Харькова. Для диагностики ИПО использовались подвижная установка частичных отражений (рабочие частоты  $f = 1,6 - 3,5$  МГц, длительности зондирующих импульсов  $\tau = 25 - 100$  мкс с частотой повторения 1 Гц, раздельная регистрация интенсивности отраженных (рассеянных) сигналов  $A_{s\pm}^2$  в диапазоне действующих высот  $z_g = 50 - 200$  км с шагом по высоте от 3 до 12 км для обыкновенной (индекс "+") и необыкновенной (индекс "-") компонент и соответствующих интенсивностей шумов  $A_{n\pm}^2$ , а также подвижный комплекс активного доплеровского зондирования (рабочие частоты 1,5–15 МГц, излучались импульсы длительностью 500 мкс). Ионосферная обстановка контролировалась с помощью данных вертикального зондирования.

Высоты выбросов составляли  $z_o \sim 120 - 140$  км, а горизонтальные удаления центров областей выбросов до пункта приема-передачи зондирующих сигналов были  $h_o \sim 100$  км и  $h_o \sim 50$  км. Наклонный прием сигналов позволил улучшить их выделение на фоне мешающих отражений от естественных спорадических ионосферных слоев на высотах  $z \approx 90 - 130$  км за счет существенного отличия индикатрис рассеяния ИПО и спорадических слоев (естественные  $E_s$  на высотах  $z \geq 140 - 150$  км обычно отсутствовали). Проведенные для условий экспериментов и модели ИПО из [3] расчеты дистанционно-угловых характеристик отраженных (рассеянных) от ИПО КВ радиосигналов также подтвердили этот вывод [2].

Основные данные экспериментов по радиозондированию ИПО, вызываемых выбросами бария в Е-области ионосферы, приведены в таблице 1.

Проведенные для условий экспериментов оценки энергетических характеристик отраженных от ИПО радиосигналов показали, что надежный однопозиционный прием сигналов на фоне шумов



Таблица 1.

Основные условия экспериментов по радиозондированию ИПО, вызываемых выбросами бария в Е-области ионосферы.

| №<br>п/п | Дата     | Время<br>выброса,<br>мск | Масса<br>выброса, кг | $z_0$ ,<br>км | $h_0$ ,<br>км | $f$ ,<br>МГц |
|----------|----------|--------------------------|----------------------|---------------|---------------|--------------|
| 1        | 16.10.86 | 17:47:48                 | 0,1                  | 134           | 100           | 1,7          |
| 2        | 17.10.86 | 03:46:36                 | 0,1                  | 141           | 100           | 1,7          |
| 3        | 17.10.86 | 05:27:38                 | 0,1                  | 137           | 100           | 1,7          |
| 4        | 05.10.88 | 18:10:29                 | 0,5–1                | 135           | 50            | 2,0          |

обеспечивается только при значениях электронной концентрации в ИПО  $N \geq N_c$ , где  $N_c$  – критическая электронная концентрация для зондирующей волны с частотой  $f$ . Поэтому факт наличия заметных отраженных от ИПО сигналов позволял оценивать по минимуму значения  $N$  в ИПО.

### РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Для исследования динамики сравнительно слабых ИПО использовалась временная зависимость произведения  $\overline{A_{s+}^2} \cdot \overline{A_{s-}^2}$  (черта означает операцию усреднения на последовательных минутных интервалах времени). Пример такой зависимости, полученной 17.10.86 около 05:00 (время московское, см. табл. 1), приведен на рис.1. Здесь  $D_0$  – наклонная дальность от пункта приема-передачи до середины импульсного объема для отраженных радиосигналов, двойной стрелкой отмечен момент выброса 0,1 кг бария, а одинарной – момент старта ракеты МР-12,  $D_0 = 180$  км приблизительно соответствует наклонной дальности до начального положения ИПО. Хорошо прослеживается момент образования ИПО и его дальнейшая эволюция.

Определяя из экспериментов поперечную к геомагнитному полю компоненту скорости дрейфа ИПО  $V_{\perp}$ , можно получать значения соответствующей компоненты электрического поля  $E$  (см., напр., [1]). К сожалению в наших экспериментах определялась составляющая скорости ИПО по наклонной дальности радиолуча, поэтому проведенные оценки величин электрического поля носят приближенный характер.

В таблицу 2 сведены полученные основные результаты радиозондирования ИПО, вызываемых выбросами с борта ракет бария в Е-области ионосферы. Здесь  $\Delta t_1$  и  $\Delta t_2$  – времена развития и существования ИПО, вызывающего отражения;  $l$  – характерный размер ИПО;  $V$  – скорость перемещения (или расширения) ИПО вдоль наклонной дальности;  $E$  – оценки напряженности электрического поля в ионосфере по методике из [1]. Полученные результаты хорошо согласуются, например, с данными, приведенными в [1, 4].

Таблица 2.

Основные результаты экспериментов по радиозондированию ИПО при выбросах бария в ионосфере.

| №<br>п/п | Дата     | $N_c$ ,<br>см <sup>-3</sup> | $t_1$ ,<br>мин. | $t_2$ ,<br>мин. | $l$ ,<br>км | $V$ ,<br>м/с | $E$ ,<br>мВ/м |
|----------|----------|-----------------------------|-----------------|-----------------|-------------|--------------|---------------|
| 1        | 16.10.86 | $3,6 \cdot 10^4$            | 1,5–3,5         | 8–10            | 15          | –            | –             |
| 2        | 17.10.86 | $3,6 \cdot 10^4$            | 2,5             | 7               | 10–20       | 200          | 10            |
| 3        | 17.10.86 | $3,6 \cdot 10^4$            | 1               | 6–7             | 10–20       | 50           | 2,5           |
| 4        | 05.10.88 | $5,0 \cdot 10^4$            | 0,1–1,5         | 3               | 6–20        | 100          | 5             |

В результате однопозиционной доплеровской радиолокации на частоте  $f = 3,7$  МГц регистрировались отраженные сигналы в периоды релаксации и турбулизации ИПО, а затем строились динамические доплеровские спектры. Время развития ИПО (до появления отраженного сигнала) составляло ~80–120 с, время релаксации – ~35–40 мин. Размытие спектров в периоды турбулизации достигало единиц герц. Расчеты показали, что в период расширения возмущения (~0–1 мин) доплеровское смещение частоты КВ радиосигнала может достигать до ~10 Гц со скоростью перестройки ~10 Гц/мин.

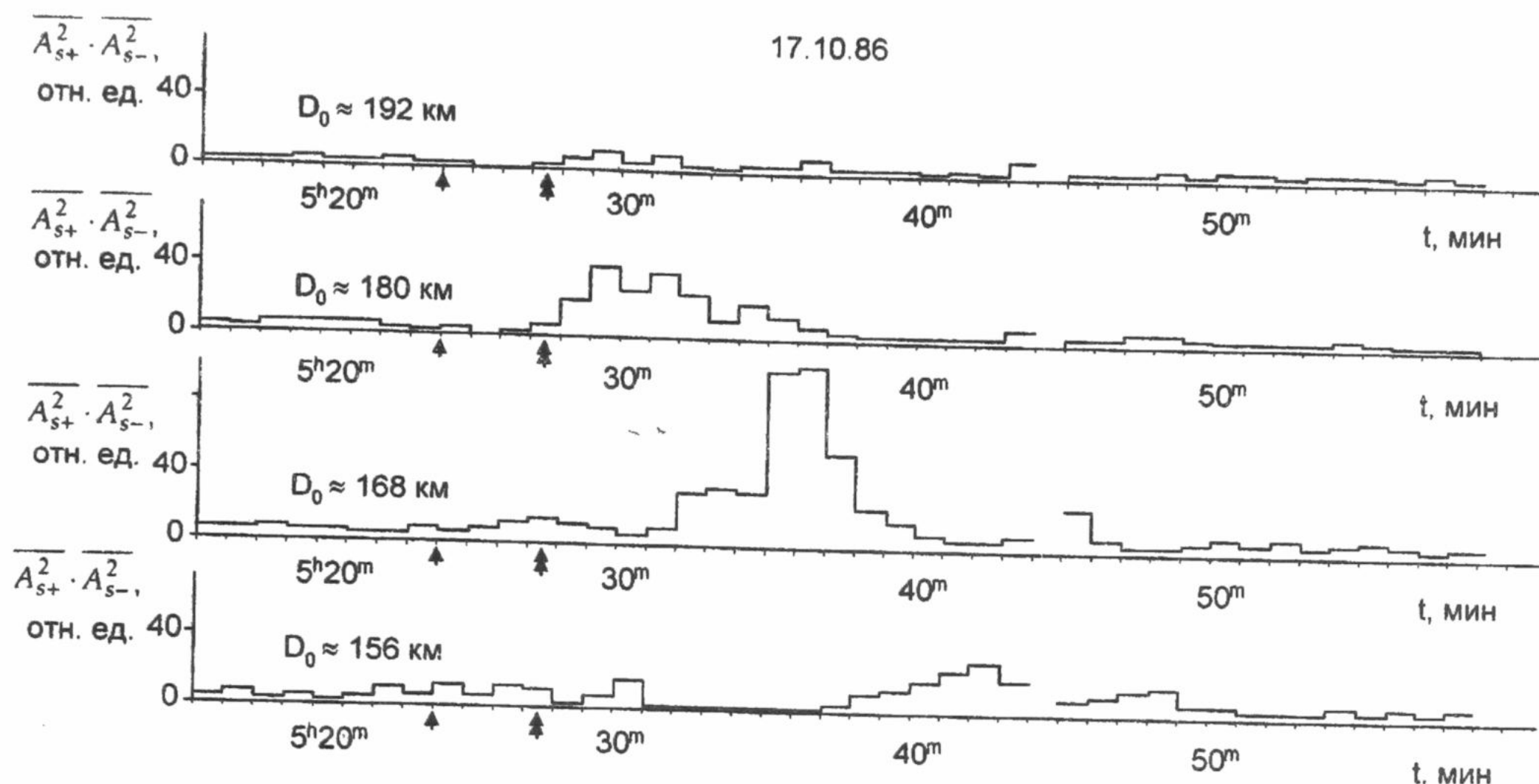


Рис. 1. Экспериментальная временная зависимость величины  $\overline{A_{s+}^2} \cdot \overline{A_{s-}^2}$  при выбросе 100 г бария в утренней Е-области.

Эксперименты по доплеровскому зондированию ИПО ( $f = 3,7$  МГц), возникающих при движении крупных космических аппаратов, проводились в 1992 г. в районе г. Харькова в период интенсивного торможения орбитальной станции "Салют-7" на трех последовательных перед падением витках (высоты орбит  $z_1 = 160$  км,  $z_2 = 128$  км,  $z_3 = 110$  км). Система многоканального доплеровского зондирования со стробированием по дальности позволяла регистрировать как зеркально отраженные с высот максимума F-области сигналы, так и отражения с нижележащих высот. В период 1-го и 2-го пролетов никаких дополнительных отражений на частоте зондирования не наблюдалось. На последнем перед падением витке было зарегистрировано отражение сигнала с временной задержкой, соответствующей дальности до траектории пролета станции, и интенсивностью  $\sim (-40)$  дБ от интенсивности сигнала зеркального отражения от F-области. Время наблюдения сигнала составляло  $T \sim 2,5$  мин с доплеровским смещением частоты 0,1–0,15 Гц. Это свидетельствует о том, что обгорание элементов конструкции станции в верхней атмосфере привело к образованию ИПО с  $N \geq 1,7 \cdot 10^5$  см $^{-3}$ . Малая эффективная поверхность отражения и небольшое время существования "следа" указывают на незначительные радиальные размеры ИПО. При этом скорость распыления ИПО была  $V < 10$  м/с.

Таким образом, полученные в данной работе результаты свидетельствуют об эффективности упомянутых выше радиофизических методов для диагностики параметров искусственных плазменных образований, вызываемых в ионосфере различными типами выбросов химических реагентов, а также для дистанционной диагностики ионосферных электрических полей, что важно, например, как для исследования динамики ионосферной плазмы, так и для изучения ионосферного распространения радиоволн в возмущенных условиях и расширения возможностей ионосферной радиосвязи.

### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Филипп Н. Д., Ораевский В. Н., Блаунштейн Н. Ш., Ружин Ю. Я. Эволюция искусственных плазменных неоднородностей в ионосфере Земли. Кишинев. Штиинца, 1986. 246 с.
2. Dorokhov V. L., Kashirin A. I., Kostrov L. S. et al. Investigation of artificial ionospheric disturbances caused by releases of chemical reagents, and their effect on radiowave propagation // Proc. 3th URSI Symp. on Modification of the Ionosphere by Powerful Radio Waves (Suzdal, 1991). М. IZMIRAN, 1991. Pp. 192–193.
3. Мартыненко С. И. Моделирование регулярной структуры ионосферных возмущений, вызываемых выбросами химических реагентов // Вестн. Харьк. ун-та. Радиофизика и электроника. 1998. № 405. С. 150–156.
4. Volland H. Atmospheric electrodynamics. – Berlin: Springer-Verlag, 1984. 205 p.



## О РЕГУЛИРОВАНИИ ВОЗДУХОСОДЕРЖАНИЯ В ВОДЕ С ПОМОЩЬЮ ТРЕХСАНТИМЕТРОВЫХ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН

Б. Г. Емец

Харьковский национальный университет им. В. Н. Каразина, 61077, Харьков, пл. Свободы, 4  
Поступила в редакцию 21 октября 1999 г.

Рассмотрены процессы возникновения и исчезновения воздушных микропузырьков в жидкой воде. Показано, что динамическое равновесие между указанными процессами может быть сдвинуто в одну или другую сторону с помощью облучения образца воды трехсантиметровыми электромагнитными волнами.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** вода, зародыши кавитации, воздушные пузырьки, электромагнитные трехсантиметровые волны, конвекция.

Известно, что наша планета непрерывно подвергается воздействию космических лучей. Поверхности Земли достигают, в основном, т. н. продукты вторичных космических излучений – нейтроны, мюоны, протоны, электроны, гамма-кванты. При прохождении тяжелых частиц через воду, в ней возникают дельта-электроны, которые, в свою очередь, образуют перегретые микрообласти (тепловые пики) в объеме образца [1]. Взрывообразное расширение теплового пика порождает ударную волну [2]. Упругие колебания, распространяясь в воде, содержащей растворенный воздух, способствуют переводу газовых молекул из растворенного состояния в свободное. (Чередующиеся сжатия и разрежения благоприятствуют формированию воздушных микропузырьков – т. н. зародышей кавитации). «Ответственность» космических лучей за возникновение зародышей кавитации в воде подтверждена экспериментально [3].

Поскольку растворимость воздуха в воде уменьшается с ростом температуры, то нагревание жидкости должно приводить к увеличению числа возникающих микропузырьков. Применение СВЧ-излучения позволяет создавать в жидком образце тепловое поле различных конфигураций. В настоящей работе рассмотрено влияние трехсантиметровых электромагнитных волн на концентрацию воздушных микропузырьков в воде.

### МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Объектом исследования была дважды дистиллированная вода (объем 0,6 см<sup>3</sup>), помещенная в цилиндрическую ампулу из стекла сорта «пирекс». Концентрация воздушных пузырьков в воде определялась с помощью ядерного магнитного резонанса (ЯМР) [4] с использованием методики, изложенной в [5]. Необходимые измерения скоростей спин – решеточной протонной магнитной релаксации ( $T_1^{-1}$ ) и спин – спиновой протонной магнитной релаксации ( $T_2^{-1}$ ) велись с помощью ЯМР – релаксометра (рабочая частота 15,9 МГц).

Облучение воды выполнялось генератором типа 51 И ( $\lambda = 3,2$  см; выходная мощность – до 10 мВт). Эксперименты проводились при температуре 20 °С.

### РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Вначале было выполнено измерение концентрации воздушных пузырьков, содержащихся в контрольном (необлученном СВЧ-энергией) образце. Согласно оценкам, приведенным в литературе [3], космические лучи порождают в воде пузырьки радиусом  $R \sim 10^{-9}$  м. На сферические газовые включения в воде действует т. н. «лапласовское» давление  $P_L = 2\sigma / R$ , которое для пузырька указанного радиуса имеет величину порядка тысячи атмосфер. (Здесь  $\sigma = 0,07$  Н/м – поверхностное натяжение воды на границе с воздухом). Это давление заставляет возникший пузырек разрушиться, раствориться в жидкости. Однако, не все образовавшиеся пузырьки растворяются. Этому препятствуют процессы, сопровождающие упомянутые выше ударные волны, возникающие в ходе попадания высокоэнергетичных частиц в воду. Упругие колебания среды обеспечивают условия для увеличения размеров пузырьков за счет т. н. «выпрямленной диффузии» [6]; они также значительно повышают вероятность столкновений пузырьков между собой [7]. При столкновениях пузырьки могут объединяться (это термодинамически оправдано [8]). Оба отмеченных процесса способствуют появлению



«укрупненных», жизнеспособных пузырьков. Некоторые из них, - те, что побольше, - всплывают (архимедова подъемная сила) и покидают жидкость; остальные диффундируют в объеме. Таким образом, в реальной воде, в результате одновременного протекания двух конкурирующих процессов – рождения и растворения (удаления) пузырьков, - устанавливается динамически равновесная концентрация воздушных включений. Этот статистический ансамбль характеризуется плотностью распределения пузырьков по размерам, которая определяется функцией вида  $n(R) \approx A \cdot R^{-3}$ , где  $A$  – константа [9]. Из приведенного выражения следует, что пузырек «усредненного» размера имеет радиус, близкий по величине радиусу самых маленьких пузырьков, являющихся зародышами кавитации. Методика, изложенная в [5], позволяет из эксперимента определить радиус такого «усредненного» пузырька  $R$  и концентрацию «усредненных» пузырьков  $\nu$ , если известен суммарный объем воздуха, заключенный в пузырьках. Воспользовавшись данными [9], согласно которым в  $1 \text{ м}^3$  воды содержится  $10^{-12} \text{ м}^3$  «пузырькового» воздуха, а также измеренными при  $20^\circ\text{C}$  скоростями релаксации  $T_1^{-1}$  и  $T_2^{-1}$ , из расчетных формул, приведенных в [5], получены «усредненный» радиус пузырьков  $R = (2,7 \pm 1,4) \cdot 10^{-9} \text{ м}$  и концентрация «усредненных» пузырьков  $\nu = (1,2 \pm 0,5) \cdot 10^{13} \text{ м}^{-3}$ .

Определенное нами значение  $R$  близко к радиусу минимальных воздушных пузырьков ( $1,8 \cdot 10^{-9} \text{ м}$ ), обнаруженных в воде в ходе эксперимента по малоугловому рассеянию нейтронов [10]. Факт превышения нашего  $R$  над значением, полученным в [10] неудивителен, т. к. в методике с использованием ЯМР определяется «усредненный» по ансамблю радиус пузырька, а не размер минимального газового включения.

Прежде чем рассматривать эффекты СВЧ-облучения воды, сделаем несколько замечаний относительно зависимости концентрации пузырьков от степени насыщения водной матрицы растворенным воздухом. В [11] показано, что если матрица перенасыщена воздухом, то жизнеспособные пузыри будут не уменьшать, а увеличивать свои размеры до оптимальных величин; в случае же недонасыщения матрицы растворение пузырьков идет более динамично, чем в случае насыщения. При этом необходимо различать режимы, в которых осуществляется движение пузырька: в случае конвективного массопереноса растворение идет гораздо эффективнее, чем в диффузионном режиме [12]. Планируя эксперимент по СВЧ-облучению воды, мы ожидаем некоторого повышения температуры образца (за счет диссипации ЭМ энергии в воде), а, следовательно, создания перенасыщения матрицы воздухом. В этих условиях должен несколько замедлиться темп растворения ансамбля пузырьков и, следовательно, должно быть наблюденно увеличение общего числа газовых включений. Все это, однако, может быть реализовано лишь в том случае, когда растворение идет в диффузионном режиме, т. е. отсутствует конвекция. В конвективном режиме результат может быть прямо противоположным. При конвекции, помимо повышения скорости растворения пузырьков, во всем объеме осуществляются крупномасштабные перемещения масс жидкости; эти массы переносятся вверх, к поверхности раздела, что создает благоприятную возможность пузырькам покинуть жидкость. Оба указанных обстоятельства уменьшают концентрацию пузырьков.

В работах по гидромеханике показано, что при подводе тепла к жидкости через боковую стенку сосуда невозможно избежать конвекции [13]. Если же использовать колебания СВЧ-диапазона, то облучая сосуд сбоку, можно, в принципе, создать диффузионный режим. Это достигается при локализации подводимой СВЧ энергии не на боковой стенке, а в объеме жидкого образца. Такой режим осуществим при помещении образца в ближней зоне излучения, когда в его объеме присутствуют нерегулярные осцилляции амплитуд напряженности электромагнитного поля (т. н. «тонкая структура») [14, 15]. Мы осуществили полчасовое облучение образца в ближней зоне излучающего волновода генератора 51 И. В результате концентрация пузырьков составила  $\nu = (1,9 \pm 0,5) \cdot 10^{13} \text{ м}^{-3}$ , т. е. примерно в 1,6 раза больше, чем в необлученном образце. Здесь был реализован диффузионный режим, т. к. конвекция отсутствовала благодаря специальной конфигурации температурного поля (локализация источника тепла в толще объема образца). Совсем другая картина получается, когда переходим в промежуточную или в дальнюю зону. Полчасовая экспозиция образца, помещенного в промежуточной или в дальней зоне, т. е. в зоне, где нет нерегулярных осцилляций, а присутствует монотонное спадание интенсивности поля вдоль направления распространения, привела к концентрации  $\nu = (0,5 \pm 0,2) \cdot 10^{13} \text{ м}^{-3}$ , т. е. количество пузырьков уменьшилось почти в 2,5 раза по сравнению с нормой. В этом случае температура уменьшалась по мере удаления в глубь образца от стенки, на которую был направлен луч; реализовался конвективный режим. Подробный анализ показывает, что с помощью традиционных источников тепла создать температурное поле специальной конфигурации, исключающее возникновение конвекции, практически невозможно. В то же время, применение электромагнитных СВЧ волн, как показано выше, позволяет решить эту проблему достаточно просто.

После прекращения СВЧ-облучения как в первом, так и во втором случаях происходило медленное восстановление концентрации пузырьков к «норме». Приведенные результаты дают возможность еще раз подтвердить высказанное ранее [16] суждение относительно того, что в воде непрерывно идут два



противоположных процесса – рождение воздушных пузырьков и их исчезновение. Сложившееся равновесие между этими процессами может быть с помощью СВЧ-облучения смещено в одну или в другую сторону.

## ВЫВОДЫ

1. Подтверждено наличие динамического равновесия между непрерывно появляющимися и исчезающими воздушными пузырьками в воде.
2. Показана возможность регулирования воздухосодержания в воде с помощью ее облучения трехсантиметровыми электромагнитными волнами.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Мурзин В. С. Введение в физику космических лучей. М. Атомиздат, 1979. 303 с.
2. Аношин А. И. // Журнал технической физики. 1977. Т. 47. № 10. С. 2786-2192.
3. Messino D. , Sette D. , Wanderlingh F. // Journ. Acoust. Soc. Amer. 1963. V. 35. No 10. P. 1575-1583.
4. Абрагам А. Ядерный магнетизм. М. Изд. ин. лит., 1963. 551 с.
5. Емец Б. Г. // Доповіді НАН України. 1998. № 5. С. 75-78.
6. Капустина О. А. Дегазация жидкостей. – в кн.: Физические основы ультразвуковой технологии. М. Наука, 1970. С. 253-336.
7. Левич В. Г. Физико – химическая гидродинамика. М. Физматгиз, 1959. 699 с.
8. Гегузин Я. Е. , Дзюба А. С. , Кагановский Ю. С. // Доклады АН СССР. 1981. Т. 260. № 4. С. 876-880.
9. Гаврилов Л. Р. Содержание свободного газа в жидкостях и методы его измерения. – в кн. : Физические основы ультразвуковой технологии. М. Наука, 1970. С. 395-426.
10. Бункин Н. Ф. , Виноградова О. А. , Куклин А. И. , Лобеев А. А. , Мовчан Т. Г. // Письма в ЖЭТФ. 1995. Т. 62. № 8. С. 659-662.
11. Дзюба А. С. // Известия вузов. Физика. 1977. № 8. С. 41-45.
12. Дзюба А. С. // УФЖ. 1984. Т. 29. № 12. С. 1807-1813.
13. Сорокин В. С. // Прикладная математика и механика. 1953. Т. 17. № 1. С. 39-48.
14. Горобец Н. Н. // Вестник Харьковского университета. Радиофизика и электроника. 1980. № 9. С. 26-34.
15. Уолтер К. Антенны бегущей волны. М. Энергия, 1970. 392 с.
16. Емец Б. Г. Вестник Харьковского университета. Химия. 1998. № 2. С. 263-265.

# ИССЛЕДОВАНИЕ КАТОДНОГО РАСПЫЛЕНИЯ В ТЛЕЮЩЕМ РАЗРЯДЕ С КОАКСИАЛЬНЫМ ПОЛЫМ КАТОДОМ

**В.М. Ткаченко**

Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина,  
г. Харьков, пл. Свободы, 4, 61077

Поступила в редакцию 10 декабря 1999 г.

В данной работе представлены результаты экспериментального исследования распыления материала стержня (Мо) в разряде с коаксиальным полым катодом в аргоне. Показана возможность линейной регулировки скорости распыления стержня путём изменения его потенциала относительно цилиндра.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** полый катод, тлеющий разряд, катодное распыление, энергия ионов.

Известно, что триодные плазменные распылительные системы по сравнению с простейшими – диодными обладают существенными преимуществами [1]. Однако, в триодных системах плазма создаётся с помощью несамостоятельного дугового разряда с накаливаемым катодом, что в ряде случаев является их недостатком. В данной работе исследуется возможность создания плазмы, необходимой для триодной распылительной системы, с помощью тлеющего разряда с коаксиальным полым катодом, электрические характеристики которого описаны в [2].

## МАТЕРИАЛЫ И МЕТОДЫ

Коаксиальный полый катод, использованный в работе, содержит 2 элемента: металлический цилиндр из листового никеля и расположенный на его оси стержень из молибдена. Диаметр цилиндра – 10 см, длина – 15 см, диаметр стержня – 1 мм. Стержень и цилиндр имели отдельные выводы, что позволяло изменением разности потенциалов между ними регулировать энергию ионов, бомбардирующих стержень. Анод, выполненный в виде диска, размещался у торца цилиндра, и вся эта система устанавливалась под стеклянным колпаком, через который в режиме непрерывного протекания пропусклся аргон высокой чистоты. Коэффициент и скорость распыления стержня измерялись методом взвешивания. Давление аргона в процессе выполнения эксперимента изменялось от 0,02 мм рт. ст. до 0,2 мм рт. ст., ток стержня поддерживался равным 10 мА.

## РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

При зажигании в описанной системе электродов тлеющего разряда в полости цилиндра создаётся плазма, из которой положительные ионы аргона поступают и на цилиндр и на стержень. При подаче на

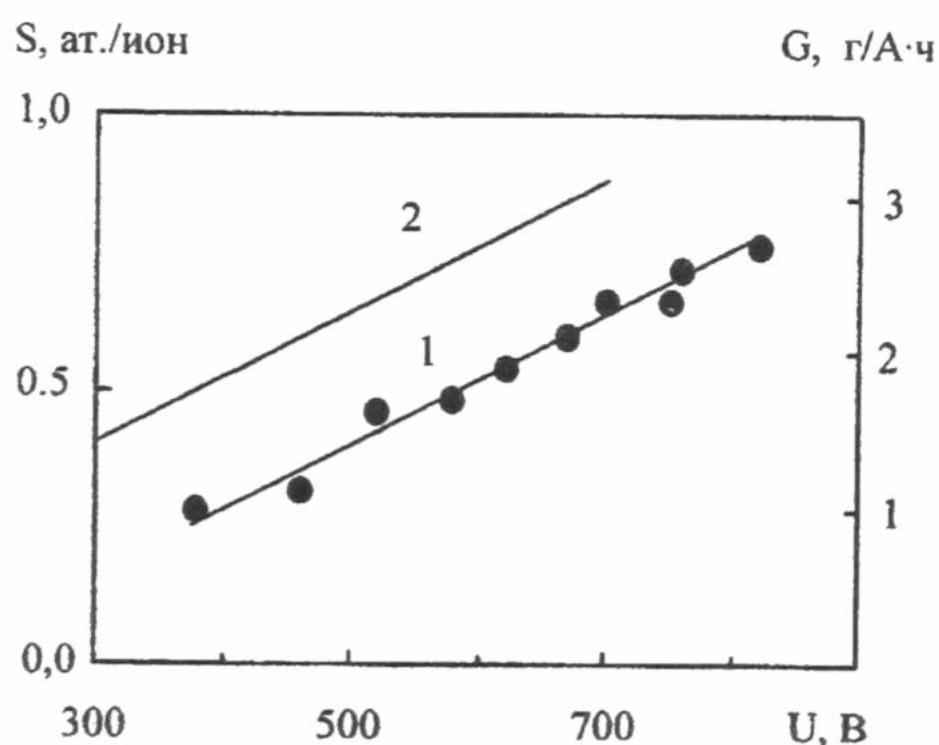


Рис.1. Зависимость коэффициента и скорости распыления молибдена от энергии ионов аргона. 1 – эксперимент, 2 – литературные данные [3].

стержень отрицательного потенциала, равного или превышающего потенциал цилиндра, бомбардировка стержня ионами приводит к его интенсивному распылению. Атомы, распыленные с поверхности цилиндра, ввиду малого диаметра стержня попадают на него в незначительном количестве, поэтому, независимо от соотношения коэффициентов распыления материалов цилиндра и стержня, потеря массы наблюдается только со стержня.

На рис. 1 приведена зависимость коэффициента и скорости распыления материала стержня (молибдена) от энергии ионов аргона, полученная экспериментально (кривая 1) и взятая из литературы (2) [3]. При построении экспериментальной зависимости считалось, что энергия ионов, бомбардирующих стержень, равна напряжению между стержнем и анодом. Различные значения энергии ионов достигались изменением

давления газа и потенциала стержня (0 – 400 В) относительно цилиндра. Совпадение характера приведенных зависимостей свидетельствует, что в исследованном диапазоне давлений газа скорость распыления стержня практически не зависит от давления, а определяется только энергией ионов,



бомбардирующих стержень. Различие между нашими и литературными данными объясняется завышением нами значений энергии ионов, а также попаданием на стержень определённого числа атомов, распылившихся с цилиндра.

Увеличение отрицательного потенциала стержня относительно цилиндра, вызывающее рост скорости распыления стержня, оказывает полезное влияние на разряд в целом. При этом возрастает энергия электронов, поступающих в плазму в результате вторичной эмиссии со стержня, и напряжение горения разряда уменьшается. Наблюдавшееся снижение напряжения горения разряда, а, следовательно, и потребляемой мощности достигает при давлении аргона 0,05 мм рт. ст. 30%, в то время как скорость распыления стержня увеличивается в 1,5 раза.

### **ВЫВОДЫ**

Проведенные исследования показывают перспективность использования коаксиального полого катода в распылительных системах различного назначения.

### **СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ**

1. Технология тонких плёнок. Пер. с англ./ Под ред. Елинсона М.И., Смолко Г.Г. Т.1. М. Сов. радио. 1977. 664 с.
2. Тиманюк В.А., Ткаченко В.М.// ЖТФ. 1989. Т.59. С.195-198.
3. Плешивцев Н.В. Катодное распыление. М. Атомиздат, 1968. 343 с.

# ВЛИЯНИЕ ДИАМЕТРА БОЛОМЕТРА НА РЕГИСТРИРУЕМОЕ ПРОФИЛЬНОЕ РАСПРЕДЕЛЕНИЕ СФОКУСИРОВАННОГО ЛАЗЕРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

**В.М. Кузьмичев, С.В. Погорелов**

*Харьковский государственный университет, кафедра квантовой радиофизики*

*310077, г. Харьков-77, пл. Свободы, 4.*

*Телефон: 45-73-01*

*Поступила в редакцию 11 октября 1999 г.*

Показано, что при диаметре болометра равном среднему квадратичному радиусу оптического пучка, систематическая погрешность регистрируемого среднего квадратического радиуса профильного распределения не превышает +5%, а с уменьшением диаметра быстро падает.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** болометр, лазер, фокальное пятно, профильное распределение, лазерный пучок.

В технологических процессах с использованием сфокусированного лазерного излучения большое значение имеют измерения диаметра фокального пятна в зоне воздействия излучения на обрабатываемый материал. Средства измерений параметров фокального пятна лазера должны обладать высокой оптической прочностью и большим пространственным разрешением при определении распределения интенсивности в сечении пучка. Этим требованиям удовлетворяют тонкопроволочные платиновые болометры с диаметрами в единицы микрометров. Чаще всего фокальный пучок лазерного излучения имеет гауссово или близкое к нему распределение.

Целью настоящей работы является исследование влияния диаметра тонкопроволочного болометра на параметры профильного распределения его выходного сигнала при сканировании сфокусированного гауссова пучка. Возможность измерения диаметра фокального пятна тонкопроволочным болометром была проанализирована в работе [1].

Рассматривается гауссов пучок, имеющий следующее распределение плотности мощности излучения в поперечном сечении

$$W(x, y) = \frac{P}{2\pi\sigma^2} \exp\left(-\frac{x^2 + y^2}{2\sigma^2}\right), \quad (1)$$

где  $P$  – полная мощность пучка;  $\sigma$  – средний квадратический радиус пучка;  $x$  и  $y$  – декартовы координаты. Болометр параллелен оси  $Y$ , а сканирование происходит вдоль оси  $X$ . Середина длины болометра имеет координату  $y=0$ , диаметр его равен  $d$ , полная длина болометра  $2l$  и она удовлетворяет условию  $l > 3\sigma$ .

Линейная плотность падающей мощности на болометр вдоль координаты  $x$  будет

$$W(x) = \int_{-l}^l W(x, y) dy \approx \int_{-\infty}^{\infty} W(x, y) dy = \frac{P}{\sigma\sqrt{2\pi}} \exp\left(-\frac{x^2}{2\sigma^2}\right). \quad (2)$$

Выходной сигнал болометра, работающего в линейном режиме и ось которого имеет координату  $x$  (рис. 1), будет пропорционален полной падающей на него мощности

$$F(x, d) = \eta_0 \int_{x-d/2}^{x+d/2} W(x_1) dx_1, \quad (3)$$

где  $\eta_0$  – коэффициент преобразования болометра;  $x_1$  – переменная интегрирования. Значения  $F(x, d)$  есть регистрируемое болометром профильное распределение лазерного пучка и оно определяет средний квадратический радиус оптического пучка  $\sigma_F(d)$  по выражению

$$\sigma_F^2(d) = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} (x - \bar{x})^2 F(x, d) dx}{\int_{-\infty}^{\infty} F(x, d) dx}, \quad (4)$$

где

$$\bar{x} = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} x F(x, d) dx}{\int_{-\infty}^{\infty} F(x, d) dx}$$



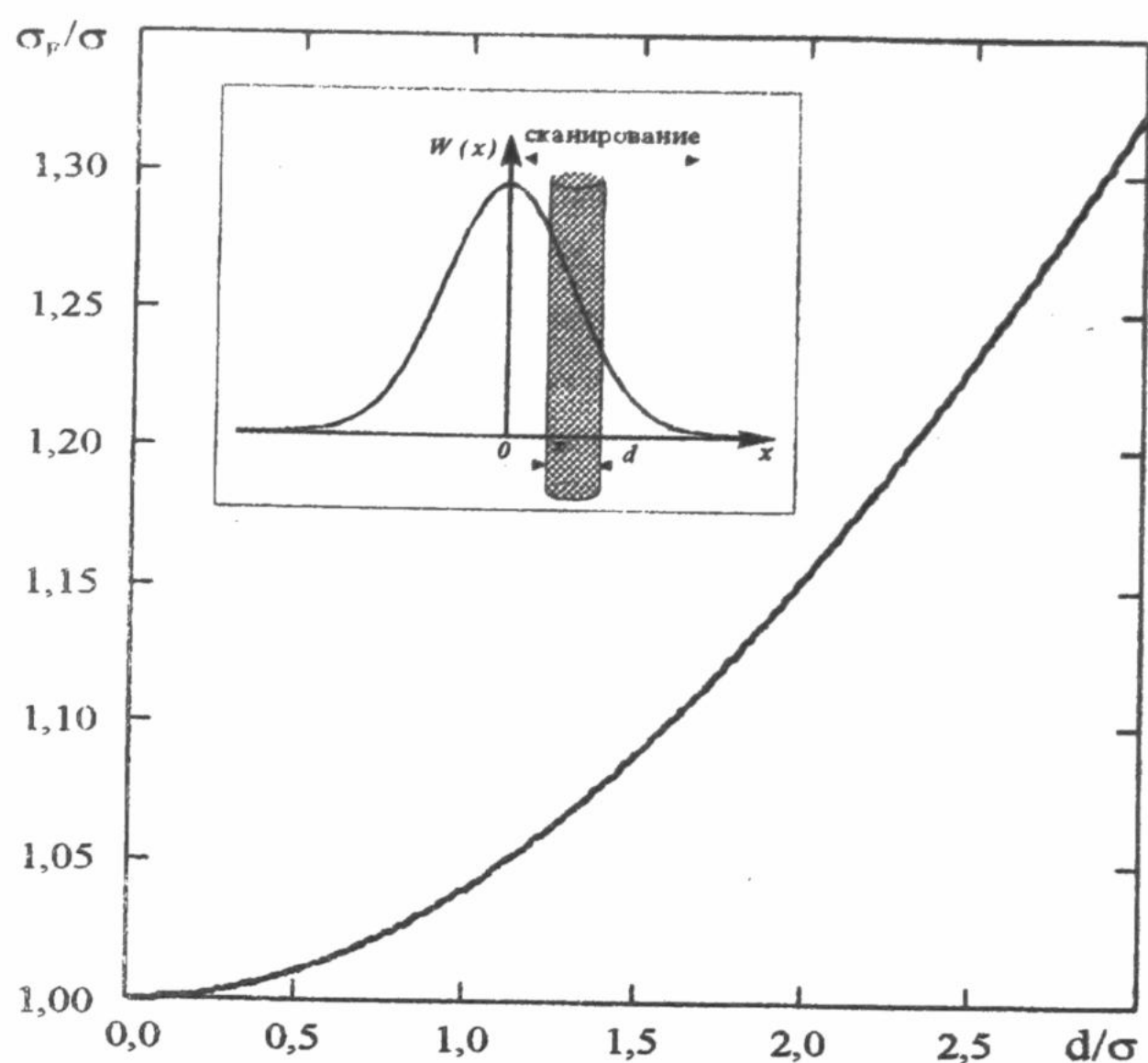


Рис. 1. Регистрируемый болометром нормированный средний квадратический радиус пучка от нормированного диаметра болометра.

есть координата энергетического центра пучка.

Вычисленная зависимость определяемого по сигналу болометра среднего квадратического радиуса пучка  $\sigma_r$ , нормированного на  $\sigma$ , от значения нормированного диаметра болометра  $d/\sigma$  показана на рис.1. Как видно из полученного графика, систематическая погрешность измерения среднего квадратического радиуса фокального пятна излучения болометром, имеющим нормированный диаметр  $d/\sigma=1$ , не превышает +5%. Уменьшение диаметра существенно уменьшает данную погрешность.

На рис.2 показаны относительные распределения разности нормированных величин  $F(x/\sigma, d/\sigma)/F(0, d/\sigma)$  и  $W(x/\sigma)/W(0)$  от нормированной координаты  $x/\sigma$ , то есть

$$R(x/\sigma, d/\sigma) = \left( \frac{F(x/\sigma, d/\sigma)}{F(0, d/\sigma)} \right) / \left( \frac{W(x/\sigma)}{W(0)} \right) - 1, \quad (5)$$

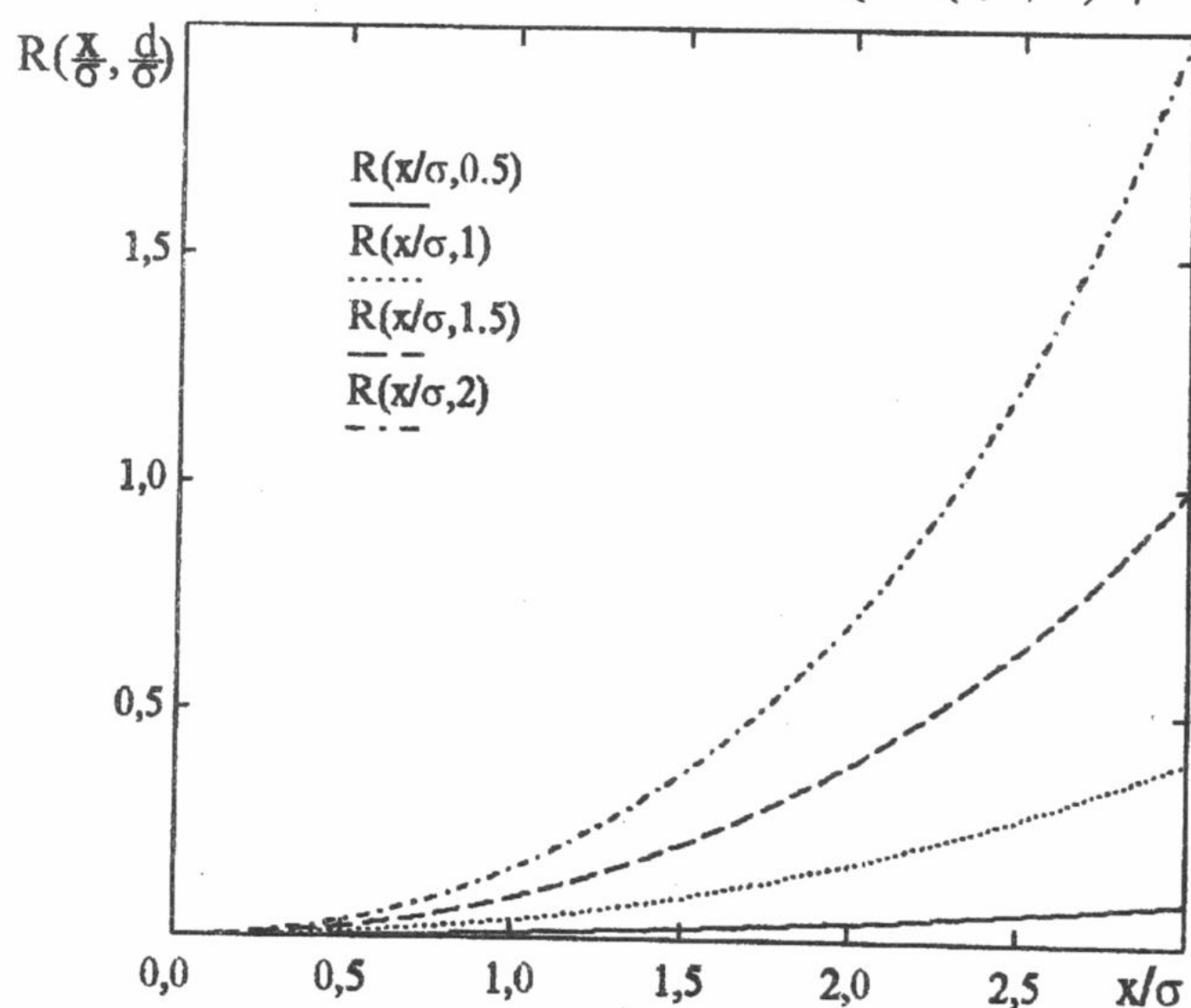


Рис. 2. Относительная систематическая погрешность регистрируемого профильного распределения.

и дающие значения относительной систематической погрешности регистрируемого болометром профильного распределения мощности пучка излучения. Как видно из рисунка, завышение выходного сигнала при сканировании происходит на краях лазерного пучка. Этот процесс усиливается с увеличением диаметра болометра.

Таким образом, в работе проанализировано влияние диаметра сканирующего тонкопроволочного болометра на параметры регистрируемого им профильного распределения гауссова фокального пятна. Показано, что при диаметре болометра равном среднему квадратичному радиусу оптического пучка, систематическая погрешность регистрируемого среднего квадратического радиуса профильного распределения не превышает +5%, а с уменьшением диа-

метра быстро падает. Поэтому тонкопроволочные болометры могут быть использованы для измерения параметров сфокусированного лазерного излучения с диаметром пятна, сравнимым с диаметром болометра и более.

#### СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кузьмичев В.М., Погорелов С.В. Переходные процессы тонкопроволочного болометра фокального пучка лазера // Вестник ХГУ № 405 "Радиофизика и электроника", - Харьков, 1998. - С. 133-136.

## ABSTRACTS

### SOLUTION OF INVERSE PROBLEMS ON FIELD INTERACTION WITH INHOMOGENEOUS PLANE STRUCTURES OF FINITE DIMENSIONS

I.Y. Vorgul

*Kharkov National University, Kharkov 310077, Svoboda Sq., 4; e-mail: yuts@ira.kharkov.ua*

In this paper interaction of electromagnetic field with transient inhomogeneous (in one dimension) conducting medium is investigated. New approach for solving inverse problems for such media is proposed. An algorithm is developed to solve the inverse problems for retrieval of temporal-spatial dependence of one-dimensional media conductivity after reflected and incident fields. Numerical examples demonstrate its application to the problems of diagnostics and synthesis of plane non-transient structures.

**KEY WORDS:** inverse problems of electromagnetics, transient media

### SOLUTION OF THE PROBLEM OF THE SYNTHESIS OF CURRENT DISTRIBUTION IN THE ARRAY OF RADIAL ELECTRIC DIPOLES ON IDEALLY CONDUCTING SPHERE

Yu. M. Penkin

*Kharkov National University, 4 Svoboda Sq., 310077, Kharkov, Ukraine*

The problem of the synthesis of current distribution in the array of radial electric dipoles on ideally conducting sphere is solved. The methods of solution are submitted as for the spherical array with arbitrary disposition of radiators, as for equidistance given complex pattern. In second case the currents of dipoles are obtained by the discrete Fourier transform.

**KEY WORDS:** array, dipole, current distribution, Green function, spherical harmonic functions, mean quadratic error, Fourier transform.

### APPROXIMATE CALCULATION OF THE NEAR FIELD OF A DIPOLE PLACED OVER A DISSIPATIVE HALF-SPACE

V.V. Dolzhikov, P.L. Tokarsky

*Kharkiv State Technical University of Radio Electronics, 14, Lenin Avenue, Kharkiv, 61726, Ukraine*

The approximate expressions for estimating near field vector-potentials of vertical and horizontal Hertzian dipoles located above the flat interface of air/ground are obtained. It was assumed, that the ground has finite conductivity and its relative permittivity noticeably exceeds unit. The simplifications made in integrands of the Sommerfeld integrals, have allowed to reduce these integrals to tabulated ones. The numerical results obtained with using the offered relations are compared with known from the literature.

**KEY WORDS:** electrical dipole, air/ground interface, Sommerfeld integrals.

### EXTERNAL CONDUCTIVITIES OF WIDE SLOTS

V.A. Lyaschenko, V.A. Katrich

*Kharkiv National University, 4 Svoboda Square, Kharkov, 61077, Ukraine, phone: (0572) 47-18-16*

The authors of this paper have investigated the external own and mutual admittances of slot radiators with no limitation on the width of the slot. Sinusoidal harmonics are chosen as the coordinate functions of the distribution of the field along the opening, the field across the slot is supposed to be constant. The paper presents diagrams of the dependencies of the own admittance of the slot on its electric length. The value of admittance is shown to depend essentially on the width and length of the slot and the excitation field wave-length. The limits of the applicability of approximated formulae for external admittance of the slot was determined. Interaction of two arbitrarily-spaced parallel slots has been studied. It is demonstrated that the existence of a strong mutual coupling can be used for realization of the required amplitude-and-phase field distribution in the aperture of the multi-slot antenna, for instance, in case of a distribution similar to the one which is occurred when an antenna operates in the superdirectivity mode.

**KEY WORDS:** slot, radiator, reactive and active admittance, slot interaction, electromagnetic field.



## ENERGETIC CHARACTERISTICS OF TRANSIENT RADIATION FROM THE OPEN END OF A COAXIAL WAVEGUIDE

A.N. Dumin

*Kharkov National University, 61077, Kharkov, Svobody Sq., 4*

The problem of transient wave radiation from the open end of a coaxial waveguide is solved by the Modal Basis Method. The analytical expressions for radiated in free space fields are obtained for the waveguide excitation by TEM-wave with stepwise time-dependence. The solution for wave with arbitrary time-dependence is obtained using numerical calculation of Duhamel's integral. Energetic characteristics of the radiated field are analyzed.

**KEY WORDS:** transient radiation, electromagnetic missile

## REGULARITIES OF FREQUENCY SCANNING IN WAVEGUIDE -SLOT ANTENNAS WITH LONGITUDINAL DIELECTRIC SLAB INSIDE A WAVEGUIDE

L.P.Yatsuk, A.F.Lyakhovsky, A.A.Lyakhovsky

*Kharkov National University, 61077, Kharkov, Svobody Sq., 4*

The possibility of angle-frequency sensibility increase of scanning waveguide-slot antennas by means of using partial dielectric waveguide filling is studied. The case is considered when a thin dielectric slab is centrally situated inside the

rectangular waveguide in parallel to its narrow walls. Dispersing properties of such waveguide regularities of resonance value of a longitudinal slot radiation coefficient as a function of slot center displacement from the narrow wall and band properties of the slot are analyzed. The condition is obtained by which far sidelobes do not increase in the process or scanning.

## MATHEMATICAL MODEL OF RADIATION FROM OPEN-ENDED CIRCULAR WAVEGUIDE

Gorobets N.N., Orlova L.B., Shishkova A.V.

*Kharkov State University, 4 Svobody sq., Kharkov, 310077, Ukraine,*

*(Phone: (0572) 45-71-75, Fax: 0572-47-18-16, E-mail: Nikolay.N.Gorobets@univer.Kharkov.ua)*

The mathematical model of radiation from open-ended circular waveguide, which operating on dominant-mode wave  $H_{11}$  has been developed. The simple approximation formulas allowing to calculate with a big accuracy the power pattern normalized to the radiation power at the major radiation maximum as for one-mode range, as for multimode waveguide on the whole observation-space have been obtained in E- and H- plane. It has been shown that the approximation absolute error does not exceed 2.3 dB till the level -20 dB.

**KEY WORDS:** diffraction, open-ended circular waveguide, Vainshtain method, mathematical model.

## AVERAGE CHARACTERISTICS OF THE CIRCULAR APERTURE WITH TAPERED EXCITATION

V.V. Dolzhikov, Yu. P. Gorelov

*Kharkov State Technical University of Radioelectronics, 61726, Kharkov, pr. Lenina, 14*

The influence of a phase fluctuations of a excitation field on parameters used to describe the average power pattern of the circular aperture with a tapered aperture-field distribution is investigated: the average power in the direction of the main lobe maximum, half-power beam width and side-lobes level. Is shown, that the technique of reduction of a side-lobe level by tapering excitation toward ends of the aperture becomes less effective in the presence of a phase fluctuations even if the variance is small ( $\alpha \leq 0.1$ ). Analytical relations and graphical dependences are given; they allow to calculate the indicated parameters in the wide range of the variance and correlation radius.

**KEY WORDS:** circular aperture, phase fluctuations, tapered excitation.

## HOLOGRAPHIC MODEL OF PHYSIOLOGICAL OPTICS

V.P. Titar, O.V. Shpachenko  
Kharkov National University  
Svoboda Sq., 4 Kharkov, 61077, Ukraine

Optical properties of retina layers of invented eye, which are a system of two one axis crystals with optical axis perpendicular to each other are considered. A mathematical model of light propagation in the retina is developed. The model is based on consequent application of direct tensor calculation methods. Analogs of Fresnel formulae for one-axis crystals applied to anisotropic retina medium were developed; this gives the possibility to calculate electromagnetic field distribution in different retina layers under known characteristics of light wave penetrating into an eye. It is shown that geometrical relations and optical characteristics of eye medium provide a transformation of natural light in two pairs of polarized rays which are capable to interfere. This proves the possibility of dynamic hologram formation in non-linear medium of external segments of photoreceptors.

**KEY WORDS:** retina, anisotropic medium, two-ray refraction, polarization, holography

## INFLUENCE OF PERIODICAL SHIFT IN THE LAYER WIDTH OF THE DIELECTRIC GRATING ON ITS DISPERSION PROPERTIES

K. Yu. Kramarenko, N. A. Khizhnyak  
Kharkiv National University, Kharkiv 310077, 4, Svobody sq.

The question of influence of periodical shift in the layer width of the dielectric grating on its dispersion properties is discussed in the work. For that structure the dispersion equation is obtained. It is investigated numerically. The appearance of the shift leads to the exfoliation of the pass zone of periodical grating without shift. Blanking bands appear inside the pass zone. The number of blanking bands depends upon the frequency of the shift.

**KEY WORDS:** periodical grating, periodical shift, grating with shift, pass zone, blanking band, dispersion equation, dispersion curve.

## RECTENNA DYNAMIC CHARACTERISTICS CALCULATION WITH ACCOUNT TO THE INFLUENCE OF NONLINEAR CAPACITANCE OF RECTIFYING DIODES

A.I. Luchaninov, M.A. Omarov, A.A. Konovaltsev  
Kharkov State Technical University of Radio Electronics  
310726, Kharkov, Lenin av. 14

The influence of nonlinear properties of the barrier capacitance of a rectifying Schottky diode on rectenna energetic parameters is studied. The results of numerical and experimental investigations of dynamic characteristics of the experimental rectenna module in rectenna array conditions are discussed. It is shown that taking into account the dependence of the diode capacitance on the level of an input excitation brings the numerical results substantially closer to the experimental ones and allows to compute the rectenna dynamic characteristics with the lesser error.

**KEY WORDS:** rectenna, Schottky diode, barrier capacitance, nonlinear properties.

## THE CHARACTERISTICS OF AN ELECTROMAGNETIC FIELD OF WIRE ANTENNAS IN A NEAR ZONE

N.N. Gorobets, R.I. Tsekhmistro  
Kharkov State University, 4 Svoboda. Sq., Kharkov, p.o.310077, Ukraine.

In the submitted article the phase, amplitude and angular characteristics of an electromagnetic field of radiation of symmetric short thin dipole antennas in a near zone are analyzed. The dependence of power of an electromagnetic field on length of such antennas and distance from them is investigated also. The criteria of border of applicability of the theory Hertzian dipole for thin antennas and also border of their distant zone are reasonable. It is shown, that with approach of length of the vibrator to lengths equal  $0,02\lambda$  (and less than  $0,02\lambda$ ) can be considered as classical Hertzian dipole.

**KEY WORDS:** electromagnetic field, Hertzian dipole, symmetric vibrator, near zone, difference of phases.

## SPECTRAL HARMONICS POLARIZATION STATE FORMING EQUIPMENT

V.I. Chebotaryov, G.M. Chekalin  
Kharkiv State University, 4 Svobody Square, Kharkiv, 61077, Ukraine

The results of designing equipment for forming vector signal with mirror harmonics polarizations of which are orthogonal are represented. It is also possible to change mirror's harmonics polarizations without breaking its orthogonality.

**KEY WORDS:** vector signal, microwaves, polarization, antenna



## THE CONCEPT OF CREATION OF THE SYSTEMIC THEORY OPTIMAL ADAPTIVE, DYNAMIC AND STATIC HOLOGRAPHIC RADAR INTELLIGENCE SYSTEMS

Matuhin N.I.

*The Kharkov National University, 61077, Kharkov, Svobody Sq., 4, Ukraine*

On a system level the capabilities of creation of the theory optimal are surveyed synthesizing, analysis and conflict control of a condition by composite radar systems. The necessity of creation of the theory is determined by necessity dynamic the coordination of a condition and system behaviour with adaptable - changing by a condition environments. The problem is reduced to creation of a radioholographic system, controllability, possessing property, and acclimatization, and to mining systemic the mathematical vehicle permitting to optimize a condition and behavior Systems. The concept of construction of the theory is surveyed.

**KEY WORD:** dynamical system, conflict control, holographic radar system, differential game.

## SCATTERING COEFFICIENT OF APERTURE ANTENNAS WITH MOUTH OF CIRCULAR FORM

Yu.N. Gorobets

*Kharkov National University, 4, Svobody Sq., Kharkov, 61077, Ukraine*

The scattering coefficient of aperture antenna dependence on amplitude distribution form and sizes was investigated. It is shown that exciting antenna optimal conditions which provide maximum ratio of directivity to scattering coefficient are existing.

**KEY WORDS:** radiotelescopes, radiometers, antennas, scattering coefficient.

## EFFICIENCY of mm-WAVE GaAs-OSCILLATORS, OPERATED on HARMONICS

A.V.Dyadtchenko, A.V.Mishnyov, E.D. Prokhorov, N.I.Beletsky, N.E.Polyansky

*Kharkiv National University, 4, Svoboda sq., Kharkiv, 61077, phone:(0572) 43-08-83*

Frequency dependence of efficiency short ( 1,0  $\mu\text{m}$  & 1,5  $\mu\text{m}$  ) GaAs Gunn diode oscillators, operated on 1-st and 2-nd harmonics, was experimentally researched. Maximum efficiency on 1-st harmonic reached at 3 % ( 1,5  $\mu\text{m}$ , 75 GHz ) & 0,9 % ( 1,0  $\mu\text{m}$ , 105 GHz ) and on 2-nd harmonic reached at 0,5 % ( 1,5  $\mu\text{m}$ , 140 GHz ) & 0,2 % ( 1,0  $\mu\text{m}$ , 200 GHz ). The consent of experimental and numerically simulated dependencies was observed.

**KEYWORDS:** GaAs Gunn diode, efficiency, harmonics

## EFFICIENCY OF RTD GENERATORS

V. V. Medvedev, E.D. Prokhorov

*Kharkov State University, 4 Sloboda sq., Kharkov, 310077, phone:(0572) 43-08-83*

In the article the current- voltage characteristics of RTD based on connections such as  $\text{Al}_x\text{Ga}_{1-x}\text{As}/\text{GaAs}$  are esteemed . The efficiency of generation of generators working on the basis of such RTD, containing in a quantum hole one or two energy levels, is investigated . Is rotined, that the efficiency of generation can reach 20- 50 %. In a doublelevel system two zones of generation with different efficiency are watched. The researches on harmonices shown a capability of obtaining high efficiency in a doublelevel system are conducted. The high density of a current through considered RTD allows to use them as the effective cathode in solid-state devices of mm -band.

**KEYWORDS:** the resonant tunneling diode, efficiency of generation, harmonics.

## SOME WORK PECULIARITY OF GUNN DIODES WITH DEEP LEVEL

O.V. Botsula, E.D. Prokhorov

*Kharkov State University, 4 Sloboda sq., Kharkov, 310077, phone:(0572) 43-08-83*

The investigation results of influence of deep level on the GaAs Gunn diodes work (for GaAs:Cr) has being presented. The present such dynamic centers in semiconductor lead to peculiarity of evolution and existing of instabilities due to impact ionization has been showed. The static and dynamic characteristic of diodes structure depending up doping are present.

**KEYWORDS:** GaAs: Cr diode, impact ionization, capture cross- section, trap, high field domain

# CHANGES IN METHODS OF OBTAINING OF THE HIDDEN CHEMOGRAPHY IMAGE IN PHOTOEMULSION

V. L. Tereshchenko

*Kremenchug State Polytechnic Institute, 20 Pervomajskaya St., Kremenchyg Poltava region, 315314, Ukraine*

The phenomenon of effect of some semiconductors and metals on a photo film results in arising of a hidden image of solid surface in a photo film. The new research method has been based on this fact. This method is used for researching of semiconductor and metal surface as well as for registration of low intensive heterogeneous reactions taking place on the surface of solids. It's called a chemography method. High sensitivity of crystal surface in the chemography effect under the influence of outer physical-chemical factors and possibility of registration of the lowest reagent concentration gives a lot of opportunities for observing and investigation the heterogeneous reactions on the surface of solids as well as for controlling the flatting technological processes.

**KEY WORDS:** chemography, heterogeneous reactions, exposure, photo emulsion, solids.

## PLANAR O-TYPE MICROWAVE AMPLIFIER WITH A MULTILAYER BEAM

E.N. Odarenko, N.G. Shevchenko

*Radiophysics Dept., Kharkov National University*

*Svobody Sq., 4, Kharkov, 61077, Ukraine*

*Kharkov State Polytechnic University*

*Frunze Street, 21, Kharkov, 61002, Ukraine*

The research outcomes of the electron – wave interaction two-dimensional model in the nonresonance O-type planar amplifier represented. The analysis is carried out within the framework of the nonlinear self-consistent theory. The system is considered, in which the electronic stream is divided on some partial beams with the purpose of a high-frequency fibering effect compensation.

**KEYWORDS:** multivariate model, nonresonance amplifier, partial beam, effect of a fibering.

## DISPERSION OF A WAVE PACKAGES BY UNISOTROPIC GYROMAGNETIC LAYER

D.N. Goryushko, A.A. Shmat'ko

*Kharkov national university by V.N. Karazin, radio physical faculty*

*61077, Kharkov, Svobody square, 4*

The problem of dispersion of a wave beam at unisotropic ferrite layer is resolved in terms of spectral method. The examined object is a dual-dimensioned beam with the Gaussian distribution in the cross-section, that has no variations in perpendicular to the incident plane direction. The expression for the plane wave reflection coefficient at a gyromagnetic layer is found. There are several graphs presenting the distribution of electric field in the cross-section of a beam at different distances from the ferrite layer.

**KEY WORDS:** gyrotropic medium, gyromagnetic layer.

## UNIFORM ASIMPTOTIC THEORY OF ELECTROMAGNETIC DIFFRACTION BY WAVEGUIDE APERTURE.

A.A. Zvyagintsev, T.N. Demchenko, S.P. Phomushkin

*Kharkov state university, Kharkov, Liberty square 4.*

In the present paper the diffraction of a plane electromagnetic optical wave by a conducting waveguide aperture is considered. The diffracted field, according to Keller's geometrical theory of diffraction (GTD), can be expressed in a particularly simple form by making use of rotations of the incident and reflected fields about the edge. In this manner only a single scalar diffraction coefficient is involved. Near to shadow boundaries, where GTD solution is not valid, a uniform theory based on the Ansatz of Lewis, Boersma and Ahluwalia is described. The dominant terms, to the order of  $k^{-1/2}$  included, are used to compute the field exactly on the shadow boundaries.

**KEY WORDS:** plane-parallel waveguide, UAT, aperture diffraction, diffracted field.

## UNIFORM ASIMPTOTIC THEORY OF ELECTROMAGNETIC DIFFRACTION BY THE IMPEDANCE HALF-PLANE.

A.A. Zvyagintsev, A.I. Ivanov T.N. Demchenko,

*Kharkov state university, Kharkov, Liberty square 4.*

In the present paper the diffraction of an electromagnetic optical wave by the impedance half-plane is considered. The diffracted field, according to Keller's geometrical theory of diffraction (GTD), can be expressed in a particularly simple form by making use of rotations of the incident and reflected fields about the edge. In this manner only a single scalar diffraction coefficient is involved. Near to shadow boundaries, where GTD solution is not valid, a uniform theory based on the Ansatz of Lewis, Boersma and Ahluwalia is described. The dominant terms, to the order of  $k^{-1/2}$  included, are used to compute the field exactly on the shadow boundaries.

**KEYWORDS:** an impedance half-plane, diffraction on a half-plane, diffraction field, UAT, diffracted field.



# THE MEASUREMENT METHOD OF SINGLE - AXIS AND BI - AXIS CRYSTAL PARAMETERS

**Strizhachenko A., Chizhov V., Popov V.**

*Kharkov National University, 61077 Kharkov, Freedom Sq., 4; phone: (0572) 45-74-24*

The paper have been devoted to parameter measurements of single-axis and bi-axis crystals in rectangular waveguide junctions. The measurement method of permittivity tensor components of single-axis crystals with tetragonal, hexagonal and trigonal types of symmetry and bi-axis crystals with rhombic type of symmetry have been proposed. This work is the continuation of the works series, that devoted to anisotropic substance measurement on microwave frequencies.

**KEY WORDS:** orthogonal junction, syngony, non-destructive measurement method.

## ELECTROMAGNETIC OSCILLATIONS IN CAVITY WITH NON-LINEARITY DISSIPATION

**S. A. Eliseev**

*Mozambique, Maputo, Edvardo Mondlane University E-mail: Sergy@nambu.uem.mz*

The problem of electromagnetic oscillations in a cavity filled with non-linear medium is described and solved. The solution is obtained in terms of elementary functions. The dependence of fields' characteristics on non-linearity of Ohm's law is investigated. Advisability of slowly varying amplitude method usage is proven for such case.

**KEY WORDS:** evolution equations, non-linearity Ohm's law, slowly varying amplitude.

## THE MAIN LIMITATION FACTORS FOR THE ELECTROMAGNETIC FIELD STRENGTH IN THE SUPERCONDUCTING CAVITIES.

**I.N.Bondarenko**

*Kharkov military university, 6, svobody sq., Kharkov, 61043, Ukraine*

Magnetic, thermomagnetic and thermal breakdown, RF gas discharge, autoelectronic emission, electron resonance discharge and other factor limitations electromagnetic field strength in the low temperature superconducting cavities are examined. Numerical valuation of the limitation influence is presented. The requirements for technology, constructions and utilization conditions of the superconducting cavities is determined.

**KEY WORDS:** superconducting cavity, surface resistance, thermoconductivity, thermomagnetic, high frequency, autoelectronic emission.

## PECULIARITIES OF OSCILLATION FORMING IN TRAVATRON

**O.S. Shostko**

*Kharkiv state university, 4 Svobody sq., , Kharkiv 310077, Ukraine*

In this work the analysis of oscillation forming peculiarities in travatron. The expressions for basic characteristics of travatron oscillation (maximum amplitude, initial frequency and pulse duration) are presented.

**KEYWORDS:** electromagnetic radiation, pulse, spark generator, travatron..

## ANALYTICAL SOLUTION OF THE HELMHOLTZ EQUATION FOR THE WAVE BEAMS IN FREE SPACE

**N.P. Egorova**

*Chair of Theoretical Radio Physics, Kharkov National University, Svobody Sq. 4, Kharkov, 61077, Ukraine, Tel: +38-0572-457257*

A new approach to the solution of the Helmholtz equation is considered in the paper. The analytical solution is obtained, in which the dependence on the longitudinal co-ordinate is described by Veber's function. The results of the article may be used for analysis the fields of the open oscillation system, antenna, transfer line and other devices in the short-wave part of the millimetre band.

**KEY WORDS:** wave beams, Helmholtz equation.

## TRANSIENT AXIALLY SYMMETRIC RADIATION OF SOURCE IN A PLANE WAVEGUIDE

**N.K. Sakhnenko, A.G.Nerukh**

*Kharkov Technical University of Radioelectronics 14 Lenin Ave, 61726 Ukraine*

The plane waveguide filling by homogeneous cold time-varying plasma is considered. The problem of an excitation and propagation electromagnetic waves in such waveguide is solved by virtue of a four-dimensional integral Volterra equation of the second kind. The solution is constructed by resolvent method. The polar coordinate system is used. That allows to obtain an exact and explicit expression for the resolvent of integral equation.

**KEY WORDS:** equation, method, Green's function, resolvent

# AN IRREGULAR SCATTERING OF THE ELECTROMAGNETIC SIGNAL IN A REGULAR NONSTATIONARY MEDIUM

K.M. Yemelyanov<sup>1</sup>, A.G. Nerukh<sup>2</sup>

*1 Kharkov National University, 4 Svobody Sq., Kharkov 61077, Ukraine*

*Tel.: +380 572 45 72 57, E-mail: K.Yemelyanov@univer.kharkov.ua*

*2 Kharkov Technical University of Radio Electronics, 14 Lenin Ave., Kharkov, 61166, Ukraine*

*Tel.: +380 572 40 93 72, E-mail: Nerukh@ddan.kharkov.ua*

An electromagnetic signal transformation in a medium with permittivity and conductivity changing in time as a finite sequence of rectangular periodic pulses is considered. An occurrence of irregular features in the behavior of the secondary waves in a regular time-varying medium is shown. Numerical estimations of the Hurst index are made.

**KEY WORDS:** nonstationary electrodynamics, gaussian beam, Hurst index

## THE EIGEN REGIMES OF QUASIPERIODIC CYLINDRICAL WAVEGUIDE WITH REACTIVE DIAPHRAGMS

V.V.Khardikov

*Kharkov State University, 4, Svobody sq., 61077, Kharkov, Ukraine*

The present paper deals with the eigen regimes of quasiperiodic cylindrical waveguide with reactive (ring or radial) diaphragms. The relationship between absolute transparency frequencies is shown. The influence of eigen regimes on amplitude-frequency characteristics is determined.

**KEY WORDS:** waveguide inhomogeneity, eigen regimes, waveguide with reactive diaphragms.

## ELECTROMAGNETIC FIELDS IN A RESONATOR FILLED WITH NONSTATIONARY DIELECTRIC

M.S. Antyufeyeva, O.A.Tretyakov

*Kharkov National University, 4, Svobody sq., 61077, Kharkov, Ukraine*

In the paper, the theoretical investigation on time variation of electromagnetic fields in arbitrary resonator filled with a homogeneous nonstationary dielectric without dispersion is presented. The Modal Basis Method is used to give the solution of this problem. The analytical results for the resonator excited with momentary, periodic and harmonic signals are obtained.

**KEY WORDS:** Elektromagnetics in Time Domain, Modal Basis Method, resonator, nonstationary media, forced oscillations.

## INSTABLE OSCILLATIONS OF BOUNDERED PLASMA WITH CURRENT

V.S.POPOV

*Kharkov National University, Radiophysical Department, 4 Svoboda sq., Kharkov, 61077, Ukraine.*

Dispersion equation of surface waves in halfspace and layer filled with cold plasma under presence of constant electron drift velocity was obtained and investigated. In the case of slow surface waves the analytical solution of the dispersion equation was obtained and spectrum features of instable oscillations were discussed.

**KEY WORDS:** plasma, boundary conditions, dispersion equation, surface waves, instability.

## RADIO WAVE STUDY OF PLASMA MODIFICATIONS CAUSED BY CHEMICAL RELEASES IN THE IONOSPHERE

V. L. Dorokhov, L. S. Kostrov, S. I. Martynenko, V. F. Pushin, V. G. Somov, O. F.Tyrnov, A. M. Tsymbal

*V. Karazin Kharkiv National University, 4 Svobody Sq., Kharkiv, 61077 Ukraine*

*Sergey.I.Martynenko@univer.kharkov.ua*

Applying ground-based radio wave sounding techniques, a few parameters have been estimated of the plasma modified by chemical releases from rockets in the ionosphere. The intensities of electric fields in the ionospheric E region have been estimated utilizing the data.

**KEY WORDS:** ionosphere, chemical release, electric field.



## **ON REGULATION OF AIR CONTENT IN WATER BY MEANS OF 3 CM ELECTROMAGNETIC WAVES**

**B. G. Yemets**

*Kharkiv National V. N. Karazin University, 4 Svobody Sq., Kharkiv 61077, Ukraine*

Processes of appearing and disappearing of air microbubbles in water are considered. It is shown that dynamic equilibrium between these processes may be shifted to one or another side by means of radiating a water sample by 3 cm electromagnetic waves.

**KEY WORDS:** 3 cm electromagnetic waves, water, cavitation embryo, air bubbles, convection.

## **THE STUDY OF CATHODE DISPERSION IN A GLOW DISCHARGE WITH A COAXIAL HOLLOW CATHODE**

**V.M. Tkachenko**

*Kharkov National University, 4 Svoboda Square, Kharkov*

Results of experimental study of material (Mo) dispersion of the cathode rod in a discharge with a coaxial hollow cathode are described in this paper. The possibility of a linear velocity regulation of the rod dispersion by changing the rod potential with regard to the cylinder is shown in the paper.

**KEY WORDS:** hollow cathode, glow discharge, cathode dispersion, ion energy.

## **AN INFLUENCE OF THE BOLOMETER DIAMETER ON REGISTERED PROFILE DISTRIBUTION OF FOCUSED LASER RADIATION**

**Vladimir M. Kuzmichov, Stanislav V. Pogorelov**

*Department of Quantum Radio Physics, Kharkov State University*

*4 Svobody Sq., Kharkov, 310077, Ukraine*

*Tel: (38 0572) 45-73-01*

It is shown, that the systematic error of a registered root-mean-square of the profile distribution does not exceed +5% for the scanning bolometer diameter which equals to the radius of an optical beam. The systematic error rapidly decreases with the diminution of the bolometer diameter.

**KEY WORDS:** bolometer, laser, focal spot, profile distribution, laser beam.

## ЗМІСТ

|                                                                                                                                                                           |     |
|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <i>Воргуль И.Ю.</i> Решение обратных задач о взаимодействии поля с неоднородными плоскими нестационарными структурами конечных размеров                                   | 3   |
| <i>Пенкин Ю.М.</i> Решение задачи синтеза распределения токов в решетке радиальных электрических диполей на идеально проводящей сфере                                     | 7   |
| <i>Должиков В.В., Токарский П.Л.</i> Приближенный расчет диполя, расположенного над диссипативным полупространством                                                       | 13  |
| <i>Лященко В.А., Катрич В.А.</i> Внешние проводимости широких щелей                                                                                                       | 17  |
| <i>Думин А.Н.</i> Энергетические характеристики нестационарного излучения из открытого конца коаксиального волновода                                                      | 23  |
| <i>Яцук Л.П., Ляховский А.Ф., Ляховский А.А.</i> Закономерности частотного сканирования в волноводно-щелевых антеннах с продольным диэлектрическим слоем внутри волновода | 27  |
| <i>Горобец Н.Н., Орлова Л.В., Шишкова А.В.</i> Математическая модель излучателя в виде открытого конца круглого волновода                                                 | 31  |
| <i>Должиков В.В., Горелов Ю.П.</i> Средние характеристики круглой апертуры со спадающим амплитудным распределением                                                        | 39  |
| <i>Титарь В.П., Шпаченко О.В.</i> Голографическая модель физиологической оптики                                                                                           | 46  |
| <i>Крамаренко Е.Ю., Хижняк Н.А.</i> Влияние периодически возникающего сбоя по толщине слоя диэлектрической решетки на ее дисперсионные свойства                           | 56  |
| <i>Лучанинов А.И., Омаров М.А., Коновальцев А.А.</i> Расчет динамических характеристик ректенн с учетом влияния нелинейной емкости выпрямительных диодов                  | 59  |
| <i>Горобец Н.Н., Цехмистро Р.И.</i> Характеристики электромагнитных полей в ближней зоне коротких проволочных антенн                                                      | 62  |
| <i>Чеботарев В.И., Чекалин Г.М.</i> Установка для формирования состояния поляризации спектральных гармоник                                                                | 67  |
| <i>Матюхин Н.И.</i> Концепция создания системной теории оптимальных адаптивных, динамических и статистических локационно-голографических информационных систем            | 73  |
| <i>Горобец Ю.Н.</i> Коэффициент рассеяния апертурных антенн с раскрывом круглой формы                                                                                     | 77  |
| <i>Дядченко А.В., Мишнев А.А., Прохоров Э.Д., Белецкий Н.И., Полянский Н.Е.</i> Эффективность GaAs-генераторов гармоник мм-диапазона                                      | 82  |
| <i>Медведев В.В., Прохоров Э.Д.</i> Эффективность генераторов на резонансно-туннельных диодах                                                                             | 85  |
| <i>Боцула О.В., Прохоров Э.Д.</i> Некоторые особенности работы диодов Ганна на основе арсенида галлия с глубокими уровнями                                                | 90  |
| <i>Терещенко В.Л.</i> Зміни в методиці отримання прихованого хемографічного зображення в фотоемульсії                                                                     | 93  |
| <i>Одаренко Е.Н., Шевченко Н.Г.</i> Планарный СВЧ усилитель О-типа с многослойным электронным пучком                                                                      | 98  |
| <i>Горюшко Д.Н., Шматько А.А.</i> Рассеяние волновых пакетов анизотропным гироманитным слоем                                                                              | 102 |
| <i>Звягинцев А.А., Демченко Т.Н., Фомушкин С.П.</i> Анализ излучения из раскрыва плоскопараллельного волновода методом равномерной асимптотической теории                 | 106 |
| <i>Звягинцев А.А., Иванов А.И., Демченко Т.Н.</i> Анализ рассеяния электромагнитных волн на импедансной полуплоскости методом равномерной асимптотической теории          | 112 |
| <i>Стрижаченко О.В., Чижов В.В., Попов В.В.</i> Метод вимірювання параметрів одновісних та двовісних кристалів                                                            | 117 |
| <i>Елисеев С.А.</i> Электромагнитные колебания в резонаторе с нелинейной диссипацией                                                                                      | 121 |
| <i>Бондаренко И.Н.</i> Основные факторы, ограничивающие предельные значения электромагнитных полей в сверхпроводящих резонаторах                                          | 124 |
| <i>Шостко О.С.</i> Особенности формирования колебаний в траватроне                                                                                                        | 136 |
| <i>Егорова Н.П.</i> Аналитическое решение уравнения Гельмгольца для волнового пучка в свободном пространстве                                                              | 140 |
| <i>Сахненко Н.К., Нерух А.Г.</i> Нестационарное аксиально-симметричное излучение источника в плоском волноводе                                                            | 144 |
| <i>Емельянов К.М., Нерух А.Г.</i> Нерегулярное рассеяние электромагнитного сигнала в регулярной нестационарной среде                                                      | 148 |
| <i>Хардигов В.В.</i> Собственные режимы квазипериодического цилиндрического волновода с реактивными диафрагмами                                                           | 152 |



|                                                                                                                                                  |     |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----|
| <i>Антюфеева М.С., Третьяков О.А.</i> Электромагнитные поля в резонаторе, заполненном нестационарным диэлектриком                                | 156 |
| <i>Попов В.С.</i> О неустойчивости ограниченной плазмы с током                                                                                   | 160 |
| <i>Дорохов В.Л., Костров Л.С., Мартыненко С.И., Розуменко В.Т., Сомов В.Г., Тырнов О.Ф., Цымбал А.М.</i>                                         | 163 |
| <i>Емец Б.Г.</i> О регулировании воздухосодержания в воде с помощью трехсантиметровых электромагнитных волн                                      | 166 |
| <i>Ткаченко В.М.</i> Исследование катодного распыления в тлеющем разряде с коаксиальным полым катодом                                            | 169 |
| <i>Кузьмичев В.М., Погорелов С.В.</i> Влияние диаметра болометра на регистрируемое профильное распределение сфокусированного лазерного излучения | 171 |
| Abstracts .....                                                                                                                                  | 173 |

Збірник наукових праць  
ВІСНИК ХАРКІВСЬКОГО НАЦІОНАЛЬНОГО УНІВЕРСИТЕТУ  
№ 467

Серія  
“Радіофізика та електроніка”  
Випуск 1' 2000

Підписано до друку 25.01.2000. 70×108/16. Формат 70×108/16.  
Умов. друк .11,5 арк. Облік.-вид. арк. 10,5. Тираж 100.

8-33

61077, Харків, майдан Свободи, 4, Харківський національний університет.  
Видавничий центр Харківського національного університету

---

Типографія  
«ЛІМАН»