

УДК 532.5, 533.951

Светлой памяти моего друга,  
 Гущина Валерия Владимировича,  
 посвящается.

## ДИССИПАТИВНА НЕУСТОЙЧИВОСТЬ КЕЛЬВИНА-ГЕЛЬМГОЛЬЦА И ЕЕ МНОГОЛИКИЕ ПРОЯВЛЕНИЯ В ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЕ

**В.І. Ткаченко**

ННЦ "Харьковский физико-технический институт"  
 г. Харьков, ул. Академическая, 1, Украина  
 Харьковский Национальный университет имени В.Н. Каразина  
 г. Харьков, пл. Свободы, 4, Украина  
 E-mail: [tkachenko@kipt.kharkov.ua](mailto:tkachenko@kipt.kharkov.ua)

Поступила в редакцию 2 сентября 2010 г.

В обзоре рассмотрены условия возникновения и развития сдвиговой неустойчивости Кельвина-Гельмгольца (КГ) на границе раздела двух вязких потоков с разными плотностями и разными скоростями движения. Дано энергетическая трактовка возникновения ветровой неустойчивости в отсутствие и при наличии вязкости в средах. Указано, какие граничные условия должны быть использованы для адекватного описания неустойчивости КГ: непроницаемые или "перколяционные". С применением "перколяционных" граничных условий исследовано развитие ветрового волнения поверхности воды, возникновение взрывных взаимодействий возмущений границы раздела воздушный поток-вода при учете их вязкостей, развитие сдвиговых неустойчивостей на контактной границе стальных образцов, когда граница нагружается косой ударной волной, а также сдвиговых неустойчивостей в металлах при их совместной прокатке в вакууме. Приведены примеры проявления неустойчивости КГ в окружающей среде.

**КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА:** неустойчивость Кельвина-Гельмгольца, вязкая среда, дисипативная неустойчивость, взрывная неустойчивость, пороговая скорость, ветровое волнение.

### KELVIN-HELMHOLTZ (KH) DISSIPATIVE INSTABILITY AND ITS VERSATILE MANIFESTATIONS IN THE ENVIRONMENT

**V.I. Tkachenko**

National Science Center "Kharkiv Institute of Physics and Technology"  
 1, Akademicheskaya St., Kharkov, Ukraine  
 V.N. Karazin Kharkiv National University  
 4, Svobody Sq., Kharkov, Ukraine

The review of the conditions for the occurrence and development of Kelvin-Helmholtz (KH) dissipative instability at the interface of two viscous flows with different densities and different rates of velocities is considered. The energetic interpretation of the wind instability in the absence and presence of viscosity in the media is made. The impermeable or "percolation" boundary conditions should be used to adequately describe the KH dissipative instability are specified. With the use of the "percolation" boundary conditions the development of the waves of the water's induced by the wind, the development of explosive interactions of air-water flow perturbations with regard to their viscosity, the development of shear instabilities at the interface of steel samples, where the boundary is loaded with an oblique shock wave, and shear instabilities in metals at their joint rolling in a vacuum are investigated. The examples of manifestations of the KH dissipative instability in the environment are submitted.

**KEY WORDS:** Kelvin-Helmholtz instability, viscous media, dissipative instability, explosive instability, threshold speed, wind disturbance.

## ДИСИПАТИВНА НЕСТІЙКІСТЬ КЕЛЬВІНА-ГЕЛЬМГОЛЬЦЯ І ЇЇ БАГАТОЛИКІ ПРОЯВИ В НАВКОЛИШНІМ СЕРЕДОВИЩІ

**В.І. Ткаченко**

Національний науковий центр "Харківський фізико-технічний інститут"  
 м. Харків, вул. Академічна, 1, Україна  
 Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна  
 м. Харків, пл. Свободи, 4, Україна

В огляді розглянуті умови виникнення й розвитку зсувиної нестійкості Кельвіна-Гельмгольца (КГ) на границі розділу двох в'язких потоків з різними густинами й різними швидкостями руху. Дано енергетичне трактування виникнення вітрової нестійкості у відсутність, а також при наявності в'язкості в середовищах. Зазначено граничні умови, які повинні бути використані для адекватного опису нестійкості КГ: непроникні або "перколяційні". Із застосуванням "перколяційних" граничних умов досліджений розвиток вітрового хвильовання поверхні води, виникнення вибухових взаємодій збурень границі розділу повітряний потік-вода при врахуванні їх в'язкостей, розвиток зсуви нестійкостей на контактній границі сталевих зразків, коли границя навантажується косою ударною хвиллю, а також зсуви нестійкостей у металах при їхній спільній прокатці в вакуумі. Наведено приклади прояву нестійкості КГ у навколошнім середовищі.

**КЛЮЧОВІ СЛОВА:** нестійкість Кельвіна-Гельмгольца, в'язке середовище, дисипативна нестійкість, вибухова нестійкість, порогова швидкість, вітрове хвильовання.

## ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

С древнейших времен человека всегда интересовала причина существования двух состояний открытых водных пространств: гладкая водная поверхность и поверхность, покрытая беспорядочным нагромождением возвышений и впадин, иногда волнобразных, иногда в виде ряби [1, 2, 3]. Из наблюдений следовало, что эти состояния непосредственно связаны с существованием ветра над водной гладью. При малых скоростях ветра поверхность воды зеркальная, с превышением скорости ветра определенной величины (в дальнейшем эту скорость ветра будем называть пороговой) появляется визуально ощущимая, едва заметная рябь, перерастающая, с дальнейшим увеличением скорости ветра, в волны, иногда внушительной амплитуды. Причем, направление перемещения волн определяется направлением распространения ветра.

Эти эмпирические данные привлекали внимание исследователей для построения физической модели, описывающей возникновение ветровой неустойчивости границы воздух - вода, равно как и неустойчивости границ стратифицированных (разделенных общей границей) сдвиговых (движущихся с разными скоростями) сред.

Впервые теоретическое исследование генерации ветром волн на поверхности воды проведено Кельвином [1], а затем Гельмгольцем [2]. Гельмгольц впервые получил пороговое значение скорости ветра  $\sim 6,5$  м/с при которой, следуя его теории, появляется неустойчивость границы.

Полученное Гельмгольцем пороговое значение скорости ветра существенно отличается от экспериментально измеренной величины, которая находится в интервале  $0,21 \div 0,22$  м/с [4]. К несколько большему значению порогового значения скорости ветра пришли авторы работ [5 - 8]. В этих работах, исходя из различных физических моделей, приведены теоретические оценки значения пороговой скорости, которая находится вблизи 0,23 м/с при длине волны 0,017 м. В частности, для определения порогового значения скорости ветра авторы [5, 6] воспользовались тем, что закон дисперсии поверхностной волны имеет такой же характер, как и для "сверхтекущих" сред. Поэтому, применяя критерий Ландау, они пришли к выводу, что для развития неустойчивости, скорость ветра должна быть больше минимальной фазовой скорости волны на поверхности жидкости. Однако в этом случае возникает вопрос о применимости такого рассмотрения в "не сверхтекущих", в вязких средах.

В работах [7, 8] пороговая скорость в системе воздух - вода оценивалась, как это и предполагал лорд Кельвин, исходя из учета вязкости двух сред. Вязкие силы присутствуют в средах при любых значениях их относительных скоростей, и даже при такой малой, которая отмечена выше. В связи с этим следует отметить, что при таких малых пороговых значениях скорости ветра в среде не могут появиться атмосферные пульсации [9] или турбулентные флуктуации атмосферного давления [10], т.к. для этого необходимы достаточно большие скорости ветра, а значит и значения числа Рейнольдса – выше  $10^5$ . В случае же возникновения неустойчивости КГ число Рейнольдса оказывается порядка  $\sim 220 - 260$ , т.е. ни о каких атмосферных флуктуациях говорить не приходится.

Таким образом, единственным механизмом, дающим правильное значение пороговой скорости и объясняющим возникновение неустойчивости КГ при малых ее скоростях, остается вязкость движущихся относительно друг друга сред.

Целью настоящей работы является анализ и систематизация теоретических представлений и экспериментальных данных, относящихся к развитию неустойчивости КГ при наличии вязкости в различных средах. В результате такого анализа и систематизации будет определена роль вязких сил в формировании основных параметров неустойчивости КГ.

## ЕНЕРГЕТИЧЕСКАЯ ТРАКТОВКА ВОЗНИКОВЕНИЯ ВЕТРОВОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ В ОТСУТСТВИЕ И ПРИ НАЛИЧИИ ВЯЗКОСТИ В СРЕДАХ

Как правило, источником возникновения волнения на поверхности воды является ветер. Наличием ветра можно объяснить механизм неустойчивости КГ, которая обусловлена противодействием, с одной стороны, силы подъема тангенциального разрыва двух сред и, с другой стороны, сил тяжести и поверхностного натяжения воды. Энергетическая суть процесса противодействия этих сил такова.

Предположим, что на тангенциальном разрыве движущегося с постоянной скоростью  $V_1$  ветра образуется возвышение высотой  $\zeta$  и характерным продольным размером  $\lambda$  [5, 6]. Возникшее возвышение увеличивает скорость ветра вблизи поверхности и, таким образом, в соответствии с законом Бернулли, стремится увеличить высоту возвышения  $\zeta$ . С другой стороны, сила тяжести и сила поверхностного натяжения препятствуют подъему и искривлению границы раздела соответственно. Противодействие этих сил приводит к стабилизации возвышения над поверхностью, а значит и к возникновению ветрового волнения. Пороговую скорость, превышение которой приводит к неустойчивости границы, определим, исходя из энергетики процесса: сравним работу сил, создающих возвышение и сил, препятствующих этому.

Работа подъемной силы определяется выражением  $\Delta W_{\uparrow} = S \Delta p \zeta$ . Подставляя в это выражение  $S = \lambda \cdot 1$  - площадь приложения силы и  $\Delta p = \frac{\rho_1}{2} \left( (V_1 + \Delta U)^2 - V_1^2 \right) = \rho_1 V_1 \Delta U$  - изменение давления, обусловленное

изменением скорости ветра  $\Delta U$ , определим работу подъемной силы:  $\Delta W_{\uparrow} \approx \rho_1 V_1 \Delta U \lambda \zeta$ , где  $\rho_1$  - плотность воздуха. Изменение скорости ветра  $\Delta U$  оценим, исходя из схемы, представленной на рис. 1.

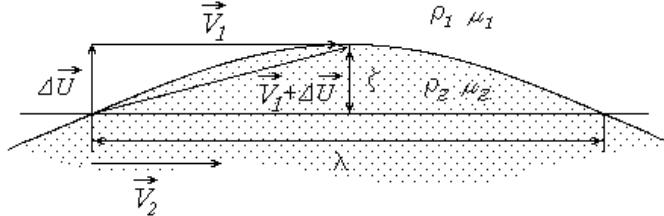


Рис.1. Схема, иллюстрирующая изменение скорости ветра вблизи возвышения высотой  $\zeta$  и характерным продольным размером  $\lambda$ .

Исходя из приведенной схемы, нетрудно определить изменение скорости ветра  $\Delta U \sim V_1 \zeta \lambda^{-1}$ , и, как следствие, работу подъемной силы:

$$\Delta W_{\uparrow} \approx \rho_1 V_1^2 \zeta^2. \quad (1)$$

Возвращающие силы совершают работу по преодолению действия подъемной силы. Величина этой работы определяется суммой работ, производимых силой тяжести и поверхностным натяжением:

$$\Delta W_{\downarrow} \approx \rho_2 g \zeta \cdot \Delta V + \sigma R^{-1} \lambda \zeta \quad (2)$$

где  $\rho_2$  - плотность воды,  $g$  - ускорение свободного падения,  $\Delta V = \lambda \zeta \cdot 1$  - объем возвышающейся жидкости,  $\sigma$  - коэффициент поверхностного натяжения воды,  $R \sim \lambda^2 \zeta^{-1}$  - радиус кривизны возвышения.

Из сопоставления выражений (1) - (2) следует условие неустойчивости границы раздела рассматриваемых сред:

$$\rho_2 g \lambda + \sigma \lambda^{-1} < \rho_1 V_1^2 \quad (3)$$

Если левую часть (4) выбрать в виде наименьшего ее значения  $\rho_2 \lambda (g + \sigma \rho_2^{-1} \lambda^{-2}) = \rho_2 U_{min}^2$ , где  $U_{min}$  - минимальная фазовая скорость поверхности капиллярной волны, то условие возникновения неустойчивости, названной в дальнейшем неустойчивостью Кельвина - Гельмгольца, примет вид:

$$V_1 > U_{min} \rho_2^{1/2} \rho_1^{-1/2} = V_{nop} \quad (4)$$

где  $V_{nop}$  - пороговое значение скорости.

Поскольку для воды  $U_{min} \approx 0,232$  м/с [3], а плотность воздуха значительно меньше плотности воды ( $\rho_1 \approx 1,29$  кг/м<sup>3</sup>,  $\rho_2 \approx 10^3$  кг/м<sup>3</sup> [11]), то пороговое значение скорости оказывается порядка 6,46 м/с [3], и значительно превосходит те значения, которые наблюдаются в экспериментах.

С целью понижения порогового значения скорости было предпринято множество попыток учесть приграничные эффекты, связанные с вязкостными силами.

Джеффрис [12] рассматривал вязкие жидкости, учитывая возникновение вихреобразования на задних склонах волн в результате вязкости воздуха и, как результат, возникновение разности давлений. Он предложил «теорию экранирования» для описания генерации волн на поверхности воды. Однако проведенные расчеты не дали уменьшения пороговой скорости. Подробный обзор подхода к исследованию этой проблемы приведен в монографии Кононковой и Показеева [13].

В последнее время общепризнанными являются теоретические модели Филлипса и Майлса, описывающие начальную стадию генерации волн ветром. Каждый из этих авторов развил свою теорию генерации волн.

Майлс [9] считал основным эффектом, вызывающим развитие неустойчивости – возникновение обратной связи между атмосферными пульсациями и волнами на воде. Филлипс [10] рассматривал образование ряби, как результат резонанса поверхностных волн с турбулентными флуктуациями атмосферного давления. Позже обе эти теории были объединены Филлипсом в одну.

Кадомцев и Конторович [6], воспользовавшись критерием сверхтекучести Ландау, пришли к выводу, что для развития неустойчивости скорость ветра должна быть больше, чем минимальная фазовая скорость волн на поверхности жидкости. Для воды и воздуха эта скорость оказывается порядка  $2,3 \cdot 10^{-1}$  м/с, при длине волны  $1,7 \cdot 10^2$  м.

Однако, несмотря на привлечение к объяснению завышенного значения пороговой скорости резонансного взаимодействия атмосферных пульсаций с поверхностными волнами и теории сверхтекучести, факт остается фактом: изначально используемые уравнения Навье-Стокса без учета тензора вязких напряжений не дают понижения пороговой скорости.

Для решения этой проблемы остается один способ: корректно учесть в исходных уравнениях и граничных условиях вязкости взаимодействующих сред, в нашем случае – вязкости воздуха и воды.

Для этого введем в рассмотрение по обе стороны тангенциального разрыва вязкость воздуха  $\mu_1$  и воды  $\mu_2$  (см. рис. 1). Учет вязкости двух сред изменяет вид условия неустойчивости границы раздела (3) следующим образом:

$$\rho_2 g \lambda + \sigma \lambda^{-1} < \rho_1 V_1^2 + \rho_2 U_\mu^2 \quad (5)$$

где  $U_\mu$  – средняя скорость движения в узком переходном слое между воздухом и водой.

Появление второго слагаемого в правой части неравенства (5) можно объяснить следующим образом. На границе раздела двух вязких потоков существует некоторый переходной слой толщиной  $2\Delta$ . Поскольку в переходном слое среды перемешиваются, то его плотность и вязкость можно определить суммой плотностей и вязкостей двух сред. Скорость этого слоя  $U_\mu$  будет зависеть от скоростей и вязкостей прилегающих сред. Ее величину определим из условия баланса сил трения. Результирующую силу трения, действующую на элемент среды переходного слоя, представим в виде  $F_\mu = \alpha_1(\mu_1 + \mu_2)U_\mu$ . Эта сила трения приложена к центру элемента объема переходного слоя и складывается из сил трения действующих на его боковые и верхнюю и нижнюю стенки (рис. 2):  $F_\mu = 2 \cdot F_{\text{б.с.}} - F_1 - F_2$ , где  $F_{\text{б.с.}} = \alpha_2(\mu_1 + \mu_2)\left(\frac{V_1 + V_2}{2}\right)$  – сила трения действующая на боковые

стенки элемента жидкости со стороны среды переходного слоя;  $F_i = \alpha_{2+i}\mu_i V_i$ ,  $i = 1, 2$  – силы трения со стороны  $i$ -й среды; 1, 2 – верхняя и нижняя стенки. Из баланса этих сил, используя предельные переходы ( $\mu_1 \rightarrow \mu_2$ ,  $V_1 \rightarrow V_2$ ,  $V_1, V_2 = 0$ ) позволяющие исключить коэффициенты  $\alpha_i$ , получаем среднюю скорость движения переходного слоя  $U_\mu = (\mu_1 U_2 + \mu_2 U_1)/(\mu_1 + \mu_2)$

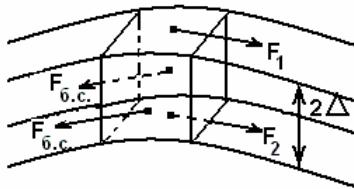


Рис.2. Силы, действующие на элемент объема в переходном слое.

Для воды и воздуха, пренебрегая малыми величинами:  $\frac{\mu_1}{\mu_2} \ll 1$  и  $\frac{\rho_1}{\rho_2} \ll 1$ , из неравенства (5) нетрудно

получить условие развития ветровой неустойчивости:

$$V_1 > V_{\min} \quad (6)$$

Таким образом, пороговая скорость, полученная при помощи приведенной модели составляет  $V_{\min} \sim 2.3 \cdot 10^{-1}$  м/с, что соответствует экспериментальным данным [4] и оценке, приведенной в работе [6].

### КАКИЕ ГРАНИЧНЫЕ УСЛОВИЯ ПРИМЕНИМЫ ДЛЯ ОПИСАНИЯ НЕУСТОЙЧИВОСТИ КГ: НЕПРОНИЦАЕМЫЕ ИЛИ “ПЕРКОЛЯЦИОННЫЕ”?

Прежде всего, введем определение: непроницаемые граничные условия. Этим термином будем именовать такие процессы в контактирующих средах, когда элементарные объемы одной среды не проникают в другую. Поэтому в граничных условиях, а значит и в дисперсионных соотношениях, присутствуют произведения коэффициентов вязкости и скорости одноименных сред (см., например, [14]).

Термином “перколяционные” (от англ. *percolate* – просачиваться, проникать сквозь) или проницаемые граничные условия будем именовать такие процессы в контактирующих средах, когда элементарные объемы одной среды проникают в другую. В этом случае, и это показано в предыдущем разделе, в граничных условиях, а значит и в дисперсионных соотношениях, присутствуют произведения коэффициентов вязкости и скорости разноименных сред.

Ниже приведен метод получения “перколяционных” граничных условий.

Известно, что вязкость проявляет себя на границе среды [15]. Классическим примером служит расчет течения вязкой среды в канале (течение Пузейля). Поэтому следует ожидать, что проблема несоответствия аналитически вычисленной пороговой скорости и определенной экспериментально кроется в граничных условиях.

В связи с этим, следуя предположению Кельвина о существенном влиянии вязких сил, учтем вязкости воды и воздуха в традиционной постановке задачи Кельвина – Гельмгольца (КГ). Неустойчивость КГ

представляет собой экспоненциальное увеличение амплитуды начального возмущения границы раздела двух полубесконечных слоев вязкой несжимаемой жидкости, на которую действуют поверхностное натяжение и сила тяжести, направленная перпендикулярно границе раздела (в рассматриваемом случае – против оси  $z$ ).

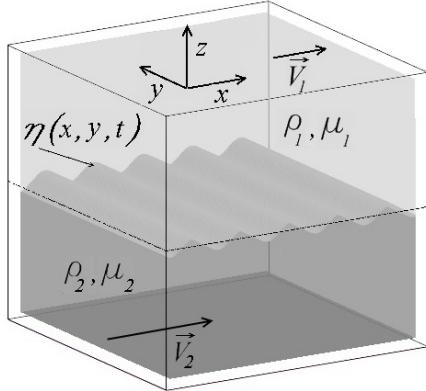


Рис. 3. Геометрия расположения границы раздела вязких сред  $z = \eta(x, y, t)$ , движущихся с разными скоростями  $\vec{V}_{1,2}$ , параллельными осями  $x$ .

Колебания границы раздела двух сред с плотностью  $(\rho_1, \rho_2)$  и динамической вязкостью  $(\mu_1, \mu_2)$ , которые движутся со скоростями  $\vec{V}_{1,2}$  в трехмерной системе координат  $xyz$  (оси  $x, y$  направлены по границе раздела, а ось  $z$  – вертикально вверх), можно описать с помощью трех функций — потенциалов скоростей  $\varphi_{1,2}(x, y, z, t)$  и величины смещения границы раздела жидкостей от положения равновесия  $z = \eta(x, y, t)$ . На рис. 3. приведена геометрия расположения границы раздела вязких сред.

Уравнения для этих функций хорошо известны [16] и состоят из уравнения несжимаемости жидкости и уравнения, описывающего кинематическое граничное условие:

$$\Delta\varphi \equiv \Delta_\perp\varphi + \frac{\partial^2\varphi_{1,2}}{\partial z^2} = 0 \quad (7)$$

$$\left. \frac{\partial\eta}{\partial t} + \vec{\nabla}_\perp \eta \vec{\nabla}_\perp \varphi_{1,2} \right|_{z=\eta} = \left. \frac{\partial\varphi_{1,2}}{\partial z} \right|_{z=\eta} \quad (8)$$

Уравнения (7,8) должны быть дополнены динамическим граничным условием, которое может быть получено из уравнения Навье–Стокса интегрированием по тонкому граничному слою. Поскольку рассматриваются вязкие среды, то уравнение Навье–Стокса выписываем с учетом вязкости [15]:

$$\rho \left( \frac{\partial \vec{V}}{\partial t} + (\vec{V} \nabla) \vec{V} \right) = \frac{\partial \sigma_{ik}}{\partial x_k} - \rho g - \nabla p \quad (9)$$

где  $\sigma_{ik} = \mu(z) \left( \frac{\partial V_i}{\partial x_k} + \frac{\partial V_k}{\partial x_i} \right)$  — вязкий тензор упругости для несжимаемой среды, где  $\mu(z)$  — динамическая вязкость среды.

Для упрощения процедуры интегрирования по тонкому переходному слою, представим коэффициент вязкости  $\mu(z)$  в следующем модельном виде:  $\mu(z) = \mu_1 \theta(z + \Delta) + \mu_2 \theta(-z + \Delta)$ , где  $\theta(z)$  – асимметричная единичная функция ( $\theta(z) = 1$  при  $z \geq 0$  и  $\theta(z) = 0$  при  $z < 0$ ).

В графическом виде зависимость вязкости среды от координаты  $z$  приведена на рис. 4.

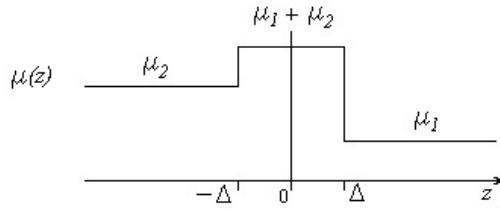


Рис.4. Модельная зависимость вязкости среды  $\mu(z)$  от координаты  $z$ .

Представление вязкости в таком виде, позволяет учесть взаимодействие между движущимися слоями. Интегрируя уравнение (9) по тонкому переходному слою  $(-\Delta, \Delta)$  вдоль оси  $z$  и затем, устремляя  $\Delta \rightarrow 0$ , получим следующее динамическое граничное условие:

$$\begin{aligned} & \rho_1 \left\{ g\eta + \left[ \frac{\partial\varphi_1}{\partial t} + \frac{1}{2} (\vec{\nabla}_\perp \varphi_1)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial\varphi_1}{\partial z} \right)^2 \right] \right\}_{z=\eta} + 2(\mu_1 \Delta_\perp \varphi_2 - \mu_2 \Delta_\perp \varphi_1) = \\ & = \rho_2 \left\{ g\eta + \left[ \frac{\partial\varphi_2}{\partial t} + \frac{1}{2} (\vec{\nabla}_\perp \varphi_2)^2 + \frac{1}{2} \left( \frac{\partial\varphi_2}{\partial z} \right)^2 \right] \right\}_{z=\eta} + \sigma \vec{\nabla}_\perp \frac{\vec{\nabla}_\perp \eta}{\sqrt{1 + (\vec{\nabla}_\perp \eta)^2}}, \end{aligned} \quad (10)$$

где  $\nabla_{\perp} \equiv \vec{i} \frac{\partial}{\partial x} + \vec{j} \frac{\partial}{\partial y}$ ,  $\Delta_{\perp} \equiv \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}$ . Уравнение (10) отличается от использованного ранее [3,13], наличием вязкостного слагаемого.

“Перекрестное” расположение коэффициентов динамической вязкости и возмущений потенциалов скоростей соответствует эффекту “проницаемости” границы, т.е характеризует переколяционные свойства границы воздух-вода. Как будет показано ниже, только при учете этого эффекта достигается количественное соответствие теоретических результатов экспериментальным данным [3,4].

Таким образом, полученное в предыдущем разделе перекрестное расположение коэффициентов динамической вязкости и скоростей, полученное из энергетических соображений и дающее верное значение пороговой скорости, подтверждено применением переколяционных граничных условий.

## ПРИМЕНЕНИЕ “ПЕРКОЛЯЦИОННЫХ” ГРАНИЧНЫХ УСЛОВИЙ ДЛЯ ОПИСАНИЯ НЕУСТОЙЧИВОСТИ СДВИГОВЫХ СТРАТИФИЦИРОВАННЫХ ТЕЧЕНИЙ

### Исследование развития ветрового волнения поверхности воды

Исследуем устойчивость малых возмущений параметров системы уравнений (7,8,10). Рассмотрим устойчивость границы стратифицированного в направлении оси z сдвигового течения. Считаем, что скорости  $V_1$  и  $V_2$ , а также волновое возмущение распространяется вдоль оси x. Линеаризация системы уравнений (7,8,10) и представление зависимостей потенциала скорости  $\varphi$  и границы раздела  $\eta$  заданными в виде  $\varphi \sim f(z)\exp(\mp k z)\exp(ik_x x - i\omega t)$ ,  $\eta \sim p(z)\exp(ik_x x - i\omega t)$ , где  $\omega$  и  $k$  - частота и волновое число волны,  $k=2\pi/d$ ,  $d$  – длина волны возмущения:

$$\begin{aligned} D(\omega, k) = & \rho_1 (V_1 k - \omega)^2 + \rho_2 (V_2 k - \omega)^2 - kg(\rho_2 - \rho_1) - \\ & - \sigma k^3 + 2ik^2 \omega (\mu_1 + \mu_2) - 2ik^3 (\mu_1 V_2 + \mu_2 V_1) = 0 \end{aligned} \quad (11)$$

В отличии от дисперсионного уравнения, полученного в работе [16], в уравнении (11) появляются два слагаемых которые учитывают влияние вязкости на дисперсию. Предпоследнее слагаемое (11) ответственно за затухание возмущения в среде, а последнее – характеризует “переколяционные” свойства границы раздела. Отметим также, что дисперсионное соотношение (11) совпадает с приведенным в [14] в коротковолновом пределе за исключением последнего слагаемого. В работе [14] в последнем слагаемом приведена сумма произведения вязкости и скорости одноименных сред.

В безразмерных переменных в системе Ламба ( $\rho_1 V_1 + \rho_2 V_2 = 0$ ) уравнение (6) принимает вид:

$$\Omega^2 + 2i\Omega q^2 \mu_1^* + q^2 W^2 - q - 2i q^3 \mu_2^* - q^3 = 0 \quad (12)$$

Здесь использованы следующие обозначения для безразмерных переменных:  $\Omega = \omega t_0$  - частота,  $q = k l_0$  - волновое число,  $\mu_1^* = \frac{(\mu_1 + \mu_2) t_0}{(\rho_2 + \rho_1) l_0^2}$ ,  $\mu_2^* = \frac{(\mu_1 V_2 + \mu_2 V_1) t_0^2}{(\rho_2 + \rho_1) l_0^3}$ ,  $W^2 = \frac{(\rho_1 V_1^2 + \rho_2 V_2^2) t_0^2}{(\rho_2 + \rho_1) l_0^2}$  - параметр неустойчивости.

Для процедуры обезразмеривания использованы характерные масштабы длины  $l_0 = \sqrt{\sigma/g(\rho_2 - \rho_1)}$  и времени  $t_0 = \sqrt{l_0(\rho_1 + \rho_2)/g(\rho_2 - \rho_1)}$ .

Решение дисперсионного уравнения (12) относительно  $\Omega$  имеет вид:

$$\Omega_{1,2} = -iq^2 \mu_1^* \pm \sqrt{q + q^3 - q^2 W^2 - q^4 \mu_1^{*2} + 2iq^3 \mu_2^*}. \quad (13)$$

Неустойчивость возникает только в случае, когда  $\Omega_{1,2}$  имеет положительную мнимую часть. Это требование приводит к следующему условию развития неустойчивости:

$$W^2 + (\mu_2^*)^2 (\mu_1^*)^{-2} > 2 \quad (14)$$

Неравенство (14) отличается от полученного ранее [16] наличием дополнительного слагаемого в левой части выражения, которое зависит от вязкости сред. Таким образом, учет вязкости изменяет критерий возникновения неустойчивости. Поскольку вязкость характеризует диссипативные свойства среды, то развивающуюся в этом случае неустойчивость КГ будем называть диссипативной неустойчивостью КГ.

Рассмотрим случай, наиболее часто встречающийся на практике. Определим условия возникновения ветрового волнения на поверхности воды. Для этого укажем значения плотностей, вязкостей и коэффициента поверхностного натяжения, приведенные в Таблице 1.

Таблица 1.

Физические свойства воздуха и воды при температуре 15 °C [17].

Наименование	Плотность (кг/м <sup>3</sup> )	Кинематическая вязкость (x10 <sup>-4</sup> м <sup>2</sup> /с)
Воздух	$\rho_1 = 1,225$	$\mu_1 = 0,145$
Вода	$\rho_2 = 0,9991 \cdot 10^3$	$\mu_2 = 1,138 \cdot 10^{-2}$
Коэффициент поверхностного натяжения между воздухом и водой (Н/м)	$\sigma = 0,0735$	
Ускорение свободного падения (м/с)	$g = 9,8$	

Поскольку для воздуха и воды  $V_1 \gg V_2$ , а  $\mu_1 \ll \mu_2$ , то первым слагаемым в неравенстве (14) можно пренебречь по сравнению со вторым. Отсюда следует, что пороговое значение скорости, превышение которого приводит к развитию неустойчивости границы раздела, определяется выражением  $V_{nop} \sim l_0 t_0^{-1} \sqrt{2}$ . Для воздуха и воды оно равно  $2,32 \cdot 10^{-1}$  м/с.

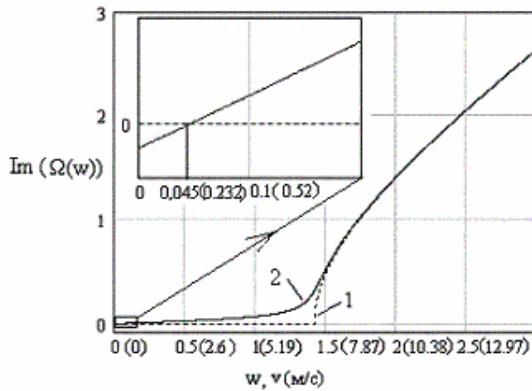


Рис. 5. Зависимость мнимой части частоты  $Im\Omega$  от параметра неустойчивости  $W$  для значения безразмерного волнового числа  $q = 1$ . Кривая 1 соответствует  $\mu_1, \mu_2=0$ . При этом критическое значение  $W_{kp} = \sqrt{2}$  ( $V_{nop} = 6,46$  м/с); кривая 2 –  $\mu_1 \ll \mu_2$ ,  $\rho_1 \ll \rho_2$  критическое значение  $W_{kp} = 0,045$  ( $V_{nop} = 2,32 \cdot 10^{-1}$  м/с)

На рис.5 приведена зависимость инкремента неустойчивости от параметра неустойчивости  $W$  для вязких сред (сплошная кривая), и для сред в отсутствие вязкости (пунктирная кривая), построенные для одного значения безразмерного волнового вектора, рассмотренного в [3].

Из графика следует, что учет вязкости, существенно изменяет характер поведения инкремента при малых значениях параметра неустойчивости  $W$ , в отсутствии вязкости и приводит к развитию диссипативной неустойчивости. Инкремент этой неустойчивости при больших значениях  $W$  приближается к величине инкремента неустойчивости КГ в отсутствии вязкости. В области малых  $W$  инкремент монотонно уменьшается до нуля. При  $V < V_{nop}$  – возмущения границы раздела сред являются затухающими (устойчивыми).

В заключение необходимо отметить, что данное рассмотрение справедливо для возмущений, длины волн которых велики по сравнению с суммарной толщиной переходных слоев воды и воздуха, величина которой определяется выражением  $\delta = \sum_{i=1}^2 \frac{2\mu_i}{\rho_i \omega}$  [13]. Для границы воздух-вода эта величина не превышает значения  $5 \div 7 \cdot 10^{-3}$  м.

Таким образом, критерий применимости нашего рассмотрения заключается в выполнении неравенства  $\lambda > 2\pi l_0 \sim 1,7 \cdot 10^{-2}$  м.

### Взрывное взаимодействие возмущений границы раздела воздушный поток-вода при учете их вязкостей

В работах [16], [18] было установлено, что неустойчивость возникающая на границе раздела двух потоков носит взрывной характер (реализуется взрывная неустойчивость (ВН)). Этот процесс вблизи момента взрыва характеризуется более быстрым ростом всех взаимодействующих амплитуд, чем экспоненциальный. Такой тип неустойчивости в идеальной жидкости реализуется и для симметричного [16] и для несимметричного [18] распадов. В отсутствие вязкости к ВН с наибольшим темпом нарастания возмущения приводит взаимодействие

волн нулевої енергії (ВНЭ). При цьому величина плотності енергії возмущень определяється по аналогії з определением плотности енергии возмущений в плазме [19],  $W = \frac{1}{4} \frac{\partial D(\omega, k)}{\partial \omega} |A|^2$ , де  $A$  – амплітуда хвиль,  $D(\omega, k) = 0$  – дисперсійне рівняння, описуюче возмущення в середі.

Рассмотрим уравнение, описывающее изменение плотности энергии колебаний поверхности раздела вязких жидкостей, которое может быть получено из уравнения (12):

$$(\Omega_0^2 + q^2 w^2 - q - q^3) |\eta|^2 + 2\Omega_{\Omega_0} i \frac{\partial |\eta|^2}{\partial t} = (-2i\Omega_0 q^2 \mu_1^* + 2iq^3 \mu_2^*) |\eta|^2 \quad (15)$$

Проанализируем его в окрестности решения  $\Omega_0^2 + q^2 w^2 - q - q^3 = 0$ . В этом случае имеем:

$$\frac{\partial |\eta|^2}{\partial t} = -q^2 \mu_1^* |\eta|^2 + q^3 \frac{\mu_2^*}{\Omega_0} |\eta|^2 \quad (16)$$

В отсутствии движения жидкостей ( $V_1 = V_2 = 0$ ) возмущения границы раздела устойчивы. Когда среды движутся ( $V_1 \neq 0, V_2 \neq 0$ ) неустойчивость для волн положительной энергии  $W = \frac{1}{4} \frac{\partial \operatorname{Re}(D(\Omega_0, q))}{\partial \omega} |A|^2 = \frac{1}{2} \Omega_0 > 0$  возникает при условии

$$-q^2 \mu_1^* + q^3 \frac{\mu_2^*}{\Omega_0} > 0 \quad (17)$$

Из этого неравенства следует критерий развития неустойчивости (14).

Исследуем возможность развития нелинейной неустойчивости в вязкой жидкости, которая слабо неустойчива в линейном приближении. Для этого в системе уравнений (7,8,10) учтем нелинейности, что можно сделать, разложив потенциал  $\varphi$  в ряд по степеням  $k\eta \ll 1$  вблизи  $z=0$  [16]

$$\varphi(x, y, z, t) \Big|_{z=\eta(x, y, t)} \equiv \varphi(x, y, 0, t) + \eta \frac{\partial \varphi(x, y, 0, t)}{\partial z} + \dots \quad (18)$$

где  $\varphi \sim f(z) \exp(\mp k z) \exp(ik_x x + ik_y y - i\omega t)$ ,  $\eta \sim p(z) \exp(ik_x x + ik_y y - i\omega t)$ , где  $k_x, k_y$  – волновые числа возмущений в направлениях  $x$  и  $y$  соответственно.

В расчетах ограничимся квадратичной нелинейностью (предполагаем возможность трехволнового взаимодействия). Допускается возможность трехволнового взаимодействия, т.к. возмущения оказываются слабонарастающими, необходимо учитывать особенности распада в вязкой среде. Требование выполнения условия распада для частот должно быть преобразовано к виду:  $\operatorname{Re} \omega_0(\vec{k}_0) = \operatorname{Re} \omega_1(\vec{k}_1) + \operatorname{Re} \omega_2(\vec{k}_2)$ , условие для волновых векторов:  $\vec{k}_0 = \vec{k}_1 + \vec{k}_2$  не изменяется [16].

Систему координат выбираем таким образом, чтобы направление скорости ветра  $V_1$  совпадало с направлением  $0X$ , направление  $V_2$  произвольно, и волновые вектора  $\vec{k}_0, \vec{k}_1, \vec{k}_2$  составляли с осью  $x$  углы  $\theta_0, \theta_1, \theta_2$  соответственно, т.е. имеем:

$$\vec{U}_1 = \{V_{1x}; 0\}, \vec{U}_2 = \{V_{2x}, V_{2y}\} = \{U_2 \cos \theta_V; U_2 \sin \theta_V\}, \vec{k}_i = \{k_{xi}; k_{yi}\} = \{k_i \cos \theta_{ki}; k_i \sin \theta_{ki}\}, \quad (19)$$

где  $i = 1, 2, 3$ .

Будем считать, что возмущение границы раздела двух потоков является суперпозицией трех колебаний, поэтому представим потенциал возмущений скоростей потоков  $\Phi_{1,2}(\vec{r}, t)$  и функцию, описывающую изменение границы  $\eta$ , в следующем виде:

$$\Phi_{1,2}(\vec{r}, t) = \sum_{i=0}^2 C_{1,2}^i e^{\mp k_i z + i(k_{ix} x + k_{iy} y - \omega_i t)} + \text{к.с.} \quad \eta = \sum_{i=0}^2 a_i e^{i(k_{ix} x + k_{iy} y - \omega_i t)} + \text{к.с.} \quad (20)$$

Подставив (18) в уравнения (7,8,10) получим систему уравнений, которые описывают нелинейную связь волновых возмущений границы раздела сред:

$$\begin{aligned} D(\omega_0, k_0) a_0 &= X_0 a_1 a_2, \\ D(\omega_1, k_1) a_1 &= X_1 a_0 a_2^*, \\ D(\omega_2, k_2) a_2 &= X_2 a_0 a_1^* \end{aligned} \quad (21)$$

где  $D(\omega_i, k_i) = \rho_1 (\vec{V}_1 \vec{k}_i - \omega_i)^2 + \rho_2 (\vec{V}_2 \vec{k}_i - \omega_i)^2 - k_i g (\rho_2 - \rho_1) - \sigma k_i^3 + 2ik_i^2 \omega_i (\mu_1 + \mu_2) - 2ik_i^2 (\mu_1 \vec{V}_2 \vec{k}_i + \mu_2 \vec{V}_1 \vec{k}_i)$  дисперсионное уравнение, решение которого имеет вид:

$$\omega_i = -ik_i^2 \frac{\mu_2 + \mu_1}{\rho_2 + \rho_1} \pm \left( -k_i^4 \frac{\mu_2 + \mu_1 - k_i^2 \rho_2 V_2^2 + \rho_1 V_1^2}{\rho_2 + \rho_1} \cos^2 \theta_i + k_i^3 \frac{g(\rho_2 - \rho_1)}{\rho_2 + \rho_1} + k_i^3 \frac{\sigma}{\rho_2 + \rho_1} + 2ik_i^3 \frac{\mu_1 V_2 + \mu_2 V_1}{\rho_2 + \rho_1} \cos \theta_i \right)^{\frac{1}{2}} \quad (22)$$

В уравнениях (21) матричные элементы трехволнового взаимодействия для нулевой, первой и второй волн  $X_0, X_1, X_2$  соответственно имеют вид:

$$X_0 = k_0 \begin{bmatrix} -\rho_1 (\vec{v}_1 \vec{k}_0 - \omega_0) (\vec{v}_1 \vec{k}_2 - \omega_2) \cos(\theta_2 - \theta_0) - \rho_1 (\vec{v}_1 \vec{k}_1 - \omega_1) (\vec{v}_1 \vec{k}_0 - \omega_0) \cos(\theta_1 - \theta_0) + \\ + \rho_2 (\vec{v}_2 \vec{k}_0 - \omega_0) (\vec{v}_2 \vec{k}_2 - \omega_2) \cos(\theta_2 - \theta_0) + \rho_2 (\vec{v}_2 \vec{k}_1 - \omega_1) (\vec{v}_2 \vec{k}_0 - \omega_0) \cos(\theta_1 - \theta_0) - \\ - \rho_2 (\vec{v}_2 \vec{k}_2 - \omega_2)^2 - \rho_2 (\vec{v}_2 \vec{k}_1 - \omega_1)^2 - \rho_2 (\vec{v}_2 \vec{k}_2 - \omega_2) (\vec{v}_2 \vec{k}_1 - \omega_1) (1 - \cos(\theta_2 - \theta_1)) + \\ + \rho_1 (\vec{v}_1 \vec{k}_2 - \omega_2)^2 + \rho_1 (\vec{v}_1 \vec{k}_1 - \omega_1)^2 + \rho_1 (\vec{v}_1 \vec{k}_2 - \omega_2) (\vec{v}_1 \vec{k}_1 - \omega_1) (1 - \cos(\theta_2 - \theta_1)) + \\ - 2i\mu_1 k_0^2 (\vec{v}_2 \vec{k}_2 - \omega_2) \cos(\theta_2 - \theta_0) - 2i\mu_1 k_0^2 (\vec{v}_2 \vec{k}_1 - \omega_1) \cos(\theta_1 - \theta_0) + \\ + 2i\mu_2 k_0^2 (\vec{v}_1 \vec{k}_2 - \omega_2) \cos(\theta_2 - \theta_0) + 2i\mu_2 k_0^2 (\vec{v}_1 \vec{k}_1 - \omega_1) \cos(\theta_1 - \theta_0) \end{bmatrix} \quad (23)$$

$$X_i = k_i \begin{bmatrix} -\rho_1 (\vec{v}_1 \vec{k}_i - \omega_i) (\vec{v}_1 \vec{k}_j - \omega_j^*) \cos(\theta_j - \theta_i) - \rho_1 (\vec{v}_1 \vec{k}_i - \omega_i) (\vec{v}_1 \vec{k}_0 - \omega_0) \cos(\theta_0 - \theta_i) + \\ + \rho_2 (\vec{v}_2 \vec{k}_i - \omega_i) (\vec{v}_2 \vec{k}_j - \omega_j^*) \cos(\theta_j - \theta_i) + \rho_2 (\vec{v}_2 \vec{k}_i - \omega_i) (\vec{v}_2 \vec{k}_0 - \omega_0) \cos(\theta_0 - \theta_i) - \\ - \rho_2 (\vec{v}_2 \vec{k}_j - \omega_j^*)^2 - \rho_2 (\vec{v}_2 \vec{k}_0 - \omega_0)^2 + \rho_2 (\vec{v}_2 \vec{k}_j - \omega_j^*) (\vec{v}_2 \vec{k}_0 - \omega_0) (1 + \cos(\theta_j - \theta_0)) + \\ + \rho_1 (\vec{v}_1 \vec{k}_j - \omega_j^*)^2 + \rho_1 (\vec{v}_1 \vec{k}_0 - \omega_0)^2 - \rho_1 (\vec{v}_1 \vec{k}_j - \omega_j^*) (\vec{v}_1 \vec{k}_0 - \omega_0) (1 + \cos(\theta_j - \theta_0)) + \\ + 2i\mu_1 k_i^2 (\vec{v}_2 \vec{k}_j - \omega_j^*) \cos(\theta_j - \theta_i) - 2i\mu_1 k_i^2 (\vec{v}_2 \vec{k}_0 - \omega_0) \cos(\theta_0 - \theta_i) - \\ - 2i\mu_2 k_i^2 (\vec{v}_1 \vec{k}_j - \omega_j^*) \cos(\theta_j - \theta_i) + 2i\mu_2 k_i^2 (\vec{v}_1 \vec{k}_0 - \omega_0) \cos(\theta_0 - \theta_i) \end{bmatrix}$$

где  $i, j = 1, 2$ ,  $i \neq j$ .

При симметричном распаде, система уравнений (21) и матричные элементы 1 и 2 симметричны относительно замены  $\omega_1, k_1, a_1, \theta_1 \rightarrow \omega_2, k_2, a_2, \theta_2$ . В матричных элементах для вязкой жидкости, как и в дисперсионном уравнении, появляются дополнительные комплексные слагаемые, учитывающие влияние вязкости на процесс распада. Это приводит к возникновению в уравнениях (21) комплексных слагаемых, и комплексного сопряжения в матричных элементах с индексами 1 и 2.

Из уравнений (21), следуя [16, 20], легко получить систему динамических уравнений:

$$2iB_0 \frac{\partial}{\partial t} a_0 + \frac{\partial^2}{\partial t^2} a_0 = X_0 a_1 a_2; \quad 2iB_1 \frac{\partial}{\partial t} a_1 + \frac{\partial^2}{\partial t^2} a_1 = X_1 a_0 a_2^*; \quad 2iB_2 \frac{\partial}{\partial t} a_2 + \frac{\partial^2}{\partial t^2} a_2 = X_2 a_0 a_1^* \quad (24)$$

где  $B_i = \omega_i + ik_i^2 \frac{\mu_1 + \mu_2}{\rho_2 + \rho_1}$ ,  $i=0,1,2$ . В дальнейшем исследуем дисперсионное уравнение в системе отсчета Ламба.

По аналогии с работой [16], введем характерные волновые числа и частоту:

$$k_* \equiv \frac{g}{V_1^2} \frac{\rho_1 - \rho_2}{\rho_1 + \rho_2} \frac{\rho_1}{\rho_2}, \quad \chi_* \equiv \frac{V_1^2}{\sigma} \frac{\rho_1}{\rho_2} (\rho_2 + \rho_1), \quad \Omega_*^2 \equiv \frac{\rho_1}{\rho_2} k_*^2 V_1^2, \quad (25)$$

что обусловлено наличием двух участков на дисперсионной кривой: гравитационной и капиллярной.

Преобразуем систему уравнений (24), используя безразмерные переменные -  $F_i \leftarrow -\frac{V_i}{\Omega_*^2 (\rho_1 + \rho_2) \chi_*}$ ,

$T \leftarrow \Omega_* t$ ,  $b_i \leftarrow \frac{B_i}{\Omega_*}$ ,  $\tilde{a}_i \leftarrow a_i \chi_*$ :

$$2i b_0 \frac{\partial}{\partial T} \tilde{a}_0 + \frac{\partial^2}{\partial T^2} \tilde{a}_0 = F_0 \tilde{a}_1 \tilde{a}_2 \quad (26)$$

$$2i b_1 \frac{\partial}{\partial T} \tilde{a}_1 + \frac{\partial^2}{\partial T^2} \tilde{a}_1 = F_1 \tilde{a}_0 \tilde{a}_2^*$$

$$2i b_2 \frac{\partial}{\partial T} \tilde{a}_2 + \frac{\partial^2}{\partial T^2} \tilde{a}_2 = F_2 \tilde{a}_0 \tilde{a}_1^*$$

Рассмотрим симметричный распад, которому удовлетворяют условия:  $\operatorname{Re} \omega_1 = \operatorname{Re} \omega_2$ ,  $|\vec{k}_1| = |\vec{k}_2|$ ,  $\theta_0 = 0$ ,  $\theta_1 = -\theta_2$ . Решение симметричной задачи приводит к существенному упрощению матричных элементов и всей системы (26) в целом: количество уравнений, описывающих процесс, уменьшается до двух. Решение (26) ищем в виде комбинации действительной и мнимой части:  $\tilde{a}_i = A_i(T)e^{i\Phi_i(T)}$ , где  $A_i(T)$  - амплитуда возмущения,  $\Phi_i(T)$  - фаза. Такое представление искомой функции позволяет разделить действительные и мнимые части уравнений. Численное решение системы (26) проводилось при использовании программы Mathcad 2001i для значений параметров, приведенных в таблице 1. Типичные зависимости амплитуд волновых возмущений от времени показаны на рис. 6.

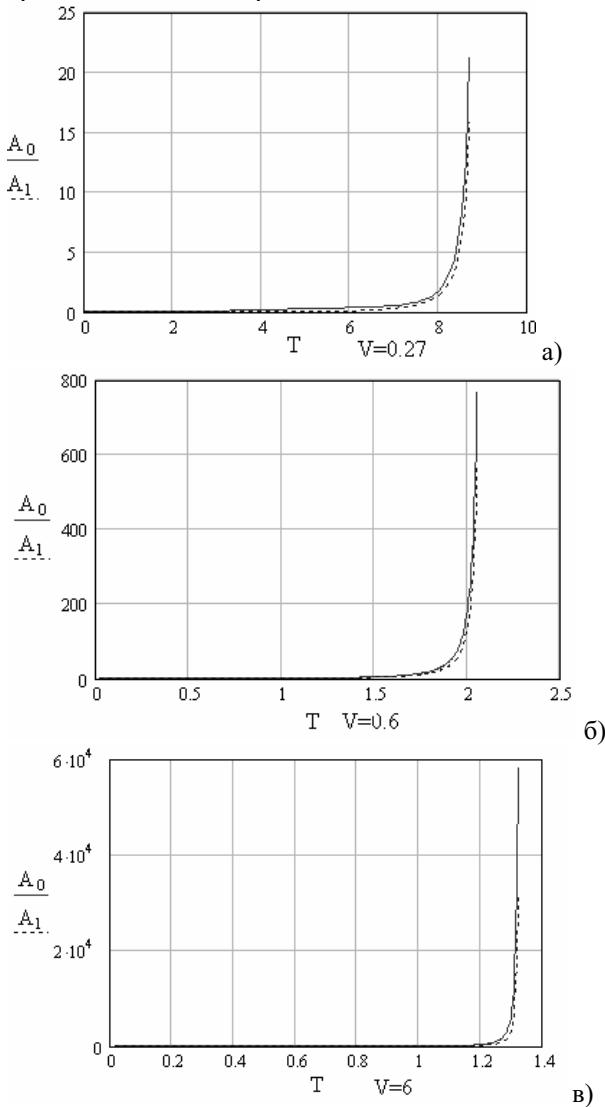


Рис.6. Зависимость амплитуд возмущений  $A_i$  от времени  $T$  и скорости ветра  $V$ .  $A_0$  – амплитуда нулевой волны,  $A_1$  – амплитуда симметричных волн после распада. а). – скорость ветра  $2,7 \cdot 10^{-1}$  м/с, б). – скорость ветра  $0,6$  м/с, в). – скорость ветра  $6$  м/с.

распространяющихся под углами  $0 \leq \theta \leq 38^\circ$  относительно направления скорости ветра для всех значений скорости.

На рис. 6 представлена зависимость от времени амплитуд трех взаимодействующих волн в вязкой среде для разных значений скорости ветра. Амплитуда нулевой волны, на графике изображена сплошной кривой, амплитуды симметричных первой и второй волн – пунктирной. Из графиков видно, что решение системы (26) для вязкой жидкости в выбранном нами приближении, как и решение подобной системы в идеальной жидкости [16], носит взрывной характер для всех волн.

Амплитуда волны и время взрыва  $T_0$ , когда амплитуда имеет неограниченный рост, зависят от скорости ветра. Из сравнения графиков а, б, и в приведенных на рис.6, видно, что чем больше скорость ветра, тем меньше время развития неустойчивости  $T_0$ . В действительности на временах  $T_0$  амплитуды волн не растут до бесконечности, а ограничены явлением обрушения.

В области медленного изменения, характер поведения амплитуды подчиняется автомодельному закону  $(T_0 - T)^{-\alpha}$ . В идеальной жидкости для ВНЭ и скорости ветра  $V \sim 6$  м/с  $\alpha = 2$  [16]. В вязкой среде, вследствие смещения критического значения скорости, волны минимальной энергии находятся в области  $V_{nop}$ , и показатель степени зависит от скорости ветра. При малой скорости ветра  $V \sim V_{nop}$  (Рис. 6 а), значение показателя степени  $\alpha = 1,5$ , При скоростях ветра существенно больших  $V_{nop}$  (рис. 6 в), показатель принимает значение  $\alpha = 2$ .

В результате численных расчетов системы уравнений (26) установлено, что в вязкой, как и в невязкой жидкости [16] трехволновое взаимодействие возможно для волн,

#### Сдвиговые неустойчивости на контактной границе стальных образцов, когда граница нагружается косой ударной волной

Рассмотренная выше неустойчивость КГ, имеющая место при воздействии ветра на поверхность воды, проявляется также и в других средах. При этом эти среды должны находиться в квазижидком состоянии, т.е. характеризоваться вязкостью и поверхностным натяжением.

В качестве примера возникновения неустойчивости КГ в металлах приведем экспериментально зафиксированные результаты исследования возмущения контактной границе стальных образцов, когда данная граница нагружается косой ударной волной [21].

В работе [21] изложены результаты экспериментов, в которых удалось наблюдать развитие сдвиговой неустойчивости на контактной границе, разделяющей два металлических образца. На первом этапе экспериментальных исследований объектом наблюдения являлась контактная граница между диском и кольцом (материал - сталь *St. 3* толщиной 14 мм, внешний диаметр диска 64 мм, внутренний диаметр кольца 64 мм, внешний диаметр кольца 90 мм). Диск помещался в кольцо по легкопрессовой посадке.

Динамический импульс воспринимал только диск. Скорость скольжения диска относительно кольца составляла  $\Delta U_{omn} \leq 0,5$  м/с. Время относительного скольжения оценивается величиной  $\Delta t \leq 70 \mu\text{s}$ . Импульсное давление в материале диска с учетом затухания амплитуды ударной волны составляет  $P \approx 20 \text{ ГПа}$ . Эта величина превышает динамический предел текучести стали *St. 3* и достаточна для перевода металла в область пластических деформаций. Однако контактная граница диск-кольцо во всех опытах оставалась устойчивой.

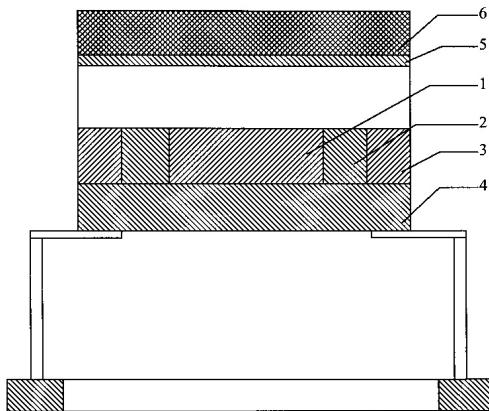


Рис. 7. Схема нагружения

Представительные результаты о развитии неустойчивости были получены при следующей схеме нагружения (рис. 7). С целью сохранения образцов от разрушающего воздействия волн разрежения диск 1 и кольцо 2 помещались в защитную обойму 3, представляющую собой кольцо внешнего диаметра  $D = 120$  мм, внутреннего диаметра  $d = 90$  мм, толщиной  $h = 14$  мм и устанавливались на стальной поддон 4 диаметром 120 мм и толщиной 20 мм.

Нагружение системы осуществлялось летящим ударником из латуни 5 диаметром 120 мм и толщиной (2...3) мм, который разгонялся продуктами взрыва (ПВ) при детонации заряда взрывчатого вещества (ВВ) 6 состава типа ТГ 50/50, диаметром 120 мм и толщиной (20...40) мм. В заряде ВВ генерировалась плоская детонационная волна. Таким образом, на входе в диске обеспечивалась ударная волна интенсивностью  $40 \leq P \leq 55 \text{ ГПа}$ . С учетом затухания

на выходе из образца интенсивность ударной волны составляла  $36 \leq P \leq 49 \text{ ГПа}$ . Во всех приведенных опытах зафиксировано развитие возмущений на контактной границе диск-кольцо. Отмечено также развитие возмущений на контактной границе кольцо-обойма.

На рис. 8 приведены микрошлифы этих контактных границ (увеличение  $x20$ ): а, б — исходная контактная граница диска и кольца соответственно (ровная поверхность); с — граница диск-кольцо, (фрагмент диска), волнообразные возмущения, близкие по форме к синусоидальным, характеризуются амплитудой  $\bar{a} \approx 0,08 \text{ мм}$  и длиной волны  $\bar{\lambda} \approx 0,8 \text{ мм}$ , отмечается интенсивное изменение структуры стали в приграничной зоне шириной  $\bar{\Delta} \approx 0,03 \text{ мм}$ ;  $d$  — граница раздела кольцо-обойма (фрагмент кольца), периодические возмущения характеризуются амплитудой  $\bar{a} \approx 0,06 \text{ мм}$  и длиной волны  $\bar{\lambda} \approx 0,7 \text{ мм}$ , изменение микроструктуры стали происходит в приграничной зоне шириной  $\bar{\Delta} \approx 0,02 \text{ мм}$ .

По мнению автора статьи [21] механизм развития сдвиговой неустойчивости в металлах заключается в следующем.

Косая ударная волна пересекает контактную границу. На фронте волны повышается температура образцов. Их разворот за фронтом косой ударной волны сопровождается относительным скольжением вдоль контактной границы и развитием интенсивных пластических сдвиговых деформаций. Узкие приграничные слои металлов переходят в квазижидкое состояние, возможно, их частичное плавление. Эти слои ведут себя наподобие реальных вязких жидкостей. На этапе ударноволнового разворота слоев металлов реализуется тангенциальный разрыв скоростей  $\Delta U_{omn}$ . Этот этап быстро завершается ( $\Delta t \leq 0,5 \mu\text{s}$ ), однако является достаточным для формирования начального возмущения. В дальнейшем относительное течение потоков (движение слоев металлов) до их полного разделения продолжается при тангенциальном разрыве скоростей  $\Delta U_{omn}$ . За это время первоначальное возмущение трансформируется к синусоидальной форме. Развивается сдвиговая неустойчивость (типа неустойчивости Кельвина-Гельмгольца). Параметры возмущений растут по экспоненциальному закону. При расслоении потоков (при выходе приграничной зоны металлов из квазижидкого состояния) развитие неустойчивости и рост возмущений прекращаются. Финальная форма возмущений "замораживается".

Вывод автора статьи [21] о том, что граница раздела двух жидкостей с плотностями  $\rho_1$  и  $\rho_2$ , которые

двигутся со скоростями  $V_1$  и  $V_2$  соответственно, синусоидальное возмущение граничной поверхности с длиной волны  $d = 2\pi/k$  возрастает по экспоненциальному закону  $\exp(I(d)t)$ , где в выражении для определения величины инкремента  $I(d)$  отсутствуют вязкости сред, неверен. На самом деле, как это показано выше, инкремент должен определяться из выражения (13):  $I(d) = \text{Im}(\Omega_{1,2})$ .

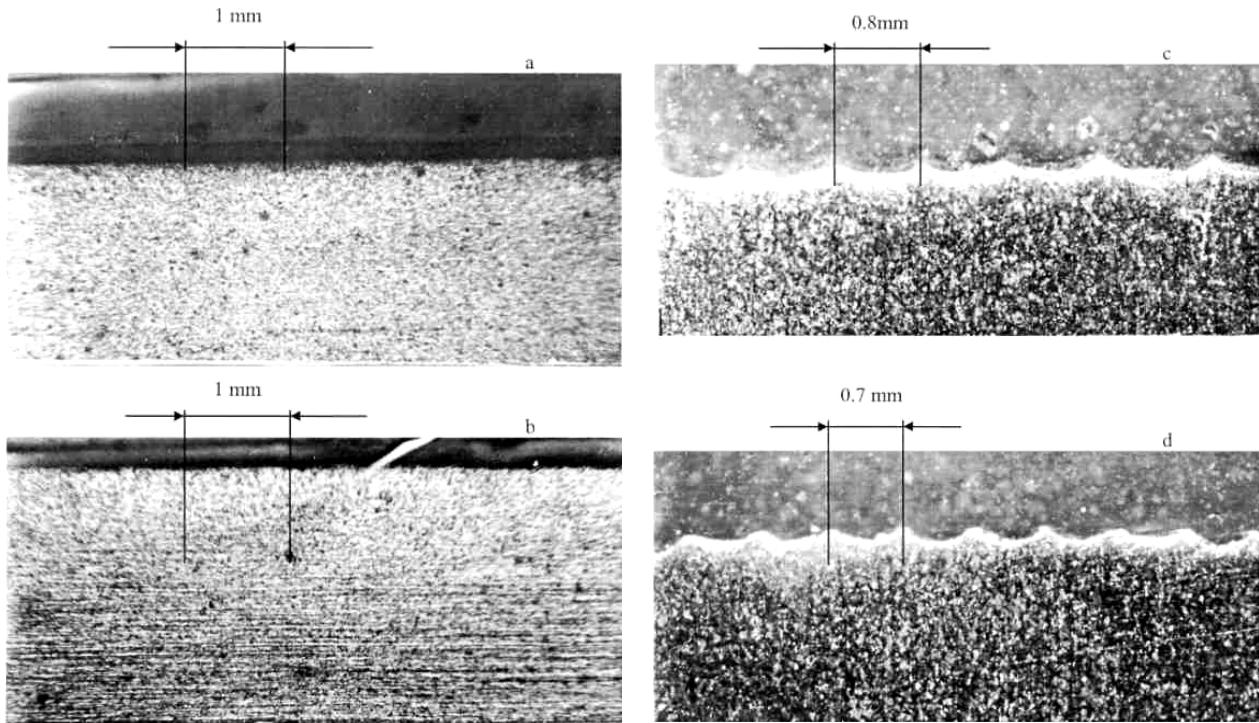


Рис. 8. Микрошлифы контактных границ (увеличение x20): а, б — исходная контактная граница диска и кольца соответственно (ровная поверхность); с — граница диск-кольцо, (фрагмент диска), волновые возмущения, близкие по форме к синусоидальным, характеризуются амплитудой  $\bar{a} \approx 0,08$  мм и длиной волны  $\bar{\lambda} \approx 0,8$  мм, отмечается интенсивное изменение структуры стали в приграничной зоне шириной  $\bar{\Delta} \approx 0,03$  мм; д — граница раздела кольцо-обойма (фрагмент кольца), периодические возмущения характеризуются амплитудой  $\bar{a} \approx 0,06$  мм и длиной волны  $\bar{\lambda} \approx 0,7$  мм, изменение микроструктуры стали происходит в приграничной зоне шириной  $\bar{\Delta} \approx 0,02$  мм.

Обобщая сказанное выше можно констатировать, что описанный вид сдвиговой неустойчивости реализуется при следующих условиях: прямолинейная (ровная) граница двух сред нагружается (ускоряется) косой ударной волной, энергии которой достаточно для перевода металлов за фронтом ударной волны в пластическое квазижидкое состояние.

Таким образом, приведенные рисунки (рис. 8. с, д) иллюстрируют существование неустойчивости КГ на границе соприкосновения металлов при нагружении их косой ударной волной

#### **Сдвиговые неустойчивости в металлах при их совместной прокатке в вакууме**

Сначала приведем описание вакуумной установки для прокатки металлов и охарактеризуем условия, при которых осуществляется процесс прокатки.

Прокатка разнородных металлов осуществляется на вакуумном прокатном стане ДУО - 170 при достаточно высоких температурах. Установка состоит из вакуумной системы, обеспечивающей вакуум  $P = 10^{-2} \div 10^{-3}$  Па, печи нагрева образцов до температуры  $T \approx 900 \div 1200$  С, и валковой камеры, обеспечивающего скорость прокатки  $V_0 = 0,03 \div 0,3$  м/с и усилие обжатия  $P = (2 \div 32) \cdot 10^2$  МПа [24,25]. Радиус одновременно вращающихся с одинаковой угловой скоростью в противоположных направлениях валков 4 равен  $R_g = 85$  мм. Схема установки приведена на рис. 9.

На рис. 10 и 11 приведены исходные поверхности нержавеющей стали 12Х18Н10Т (St S) и стали 20 (St20) после механической обработки (перед прокаткой), которые использовались для соединения их в твердой фазе.

Результаты серии экспериментальных исследований по совместной прокатке разнородных металлов в вакууме при высокой температуре приведены на рис. 12-14.

На рис 10, 11 стрелками указаны поверхности, подготовленная для соединения в твердой фазе.

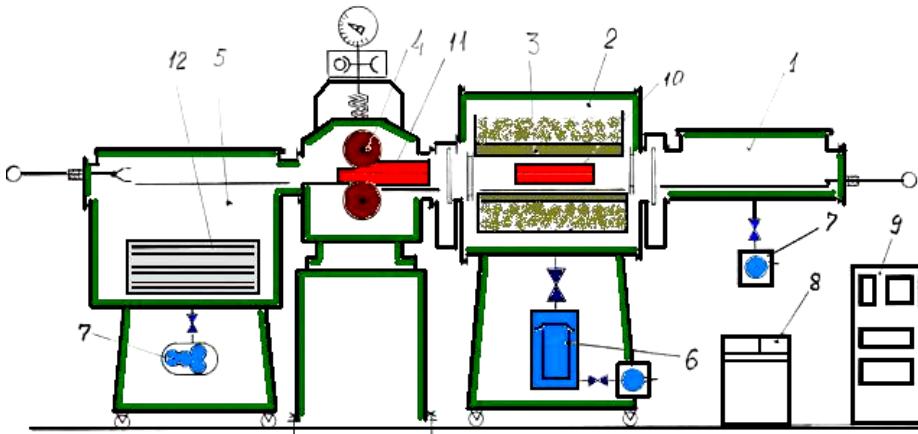


Рис. 9. Вакуумний прокатний стан для соєднення рознородних матеріалів в твердої фазі. 1 – камера загрузки, 2 – вакуумна печь, 3 – керамічний ізолятор, 4 – валки, 5 - камера видалення та збору готової продукції, 6 – вакуумна система, що складається з дифузійного насоса та форвакуумних насосів – 7, 8 - стойка управління технологічним процесом прокатки, 9 - автоматизированная система контроля и управления технологическим процессом, 10 – свариваемый пакет пластин в печи, 11 - свариваемый пакет пластин в валковій камері, 12 – готова продукція в сборнику прокатки.

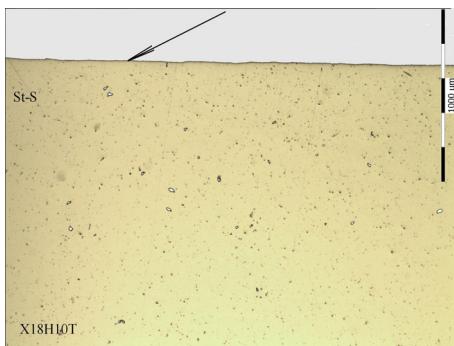


Рис. 10. Исходная поверхность перед прокаткой образцов стали 12Х18Н10Т

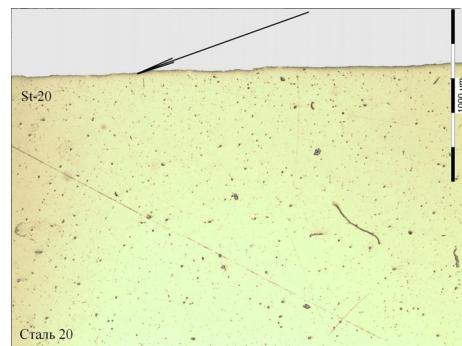


Рис. 11. Исходная поверхность перед прокаткой образцов стали 20.



Рис. 12. Образование волн при соединении прокаткой в твердой фазе композиционного материала St20-Ni-St.S .

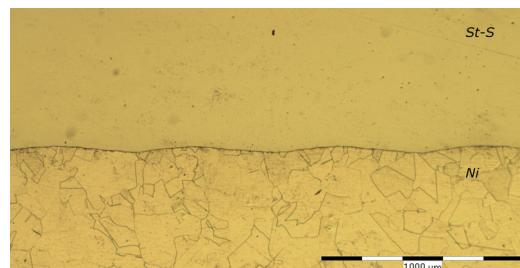


Рис. 13. Образование волн при соединении прокаткой в твердой фазе композиционного материала Ni – St.S . Период неоднородности границы раздела - 700  $\mu\text{м}$

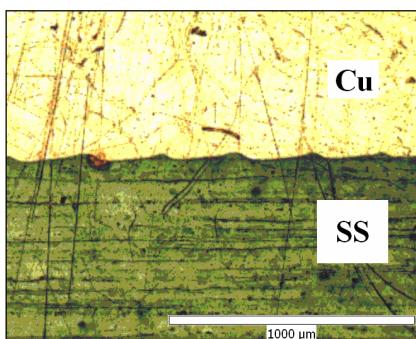


Рис. 14. Продольний срез биметаллического композиционного материала Cu – SS . Период неоднородности границы раздела - 286  $\mu\text{м}$  .

Из приведенных экспериментальных данных следует общая закономерность: граница раздела имеет периодический характер (близкий к гармоническому) с малой амплитудой отклонения от плоскости прокатки порядка  $\sim 10 \mu\text{m}$ , а величина периода составляет  $0,3 \div 0,7 \text{ mm}$ .

Следует отметить, что волнообразное поведение границы соединения разнородных металлов взрывом обсуждалось в предыдущем разделе [21], а также отмечено в монографии [24]. Однако физическая интерпретация этого явления в цитированных источниках не обсуждалась.

Поэтому ниже рассмотрим физическую модель, которая описывает соединение разнородных металлов прокаткой в вакууме и дает объяснение возникновению волнистой границы их соединения.

Как и ранее, под неустойчивость границы будем понимать увеличение амплитуды ее малого начального возмущения под воздействием силы относительного смещения, поверхностного натяжение и силы сдавливания двух металлов валками. Последняя сила эквивалентна силе тяжести в задаче Кельвина-Гельмгольца о возникновении ветрового волнения [3]. Считаем, что эта сила направлена перпендикулярно границе раздела (в рассматриваемом случае – против оси  $z$ ).

Рассмотрим, как и в предыдущем разделе, малые колебания границы раздела двух металлов с плотностями  $\rho_1, \rho_2$  ( $\rho_2 > \rho_1$ ), динамическими вязкостями  $\mu_1, \mu_2$  ( $\mu_2 > \mu_1$ ) и коэффициентами поверхностных натяжений  $\sigma_1, \sigma_2$ , которые движутся с произвольными скоростями  $\vec{V}_{1,2}$  параллельными осями  $x$  в трехмерной системе координат  $xyz$  (оси  $x, y$  направлены по границе раздела металлов, а ось  $z$  вертикально вверх, см. рис 3.). Малые колебания границы раздела металлов, также как и для границы раздела воздух-вода можно описать с помощью трех функций – потенциалов скоростей  $\varphi_{1,2}(x, y, z, t)$  и величины смещения границы раздела жидкостей  $z = \eta(x, y, t)$  от положения равновесия, определяемого соотношением  $z = 0$ .

Для описания колебаний границы раздела металлов воспользуемся уравнениями (7,8,10), которые необходимо адаптировать к новым средам. Для такой адаптации необходимо в уравнении (10) заменить поверхностное натяжение  $\sigma$  на межфазное поверхностное натяжение на границе металлов (правило Антонова [25, 26])  $\sigma^* = |\sigma_2 - \sigma_1|$ , где  $\sigma_1, \sigma_2$  – поверхностное натяжение каждого из металлов, а ускорение свободного падения  $g$  заменить на  $g^*$  – эффективное ускорение, соответствующее давлению  $P$ , прикладываемому к соединяемым металлам.

В результате таких замен дисперсионное уравнение в безразмерных переменных в системе Ламба (12) преобразуется к виду:

$$\Omega^2 + 2i\Omega q^2 \mu_1^* + q^2 W^2 - q - 2iq^3 \mu_2^* - q^3 = 0, \quad (27)$$

где  $l_0 = (\sigma^*/(g^*(\rho_2 - \rho_1)))^{1/2}$  и  $t_0 = (l_0(\rho_1 + \rho_2)/(g^*(\rho_2 - \rho_1)))^{1/2}$  – характерные масштабы длины и времени имеют новый вид, а остальные обозначения соответствуют принятым в (12).

Дисперсионное соотношение (27) получено для полубесконечных в поперечном направлении вязких сред, т.к. предполагается, что толщина верхнего  $h_1$  и нижнего  $h_2$  слоев металлов значительно превышает амплитуду колебаний границы раздела  $a(t) : h_{1,2} \gg |a(t)|$ .

Решение дисперсионного уравнения (27) получено ранее, и имеет вид:

$$\Omega_{1,2} = -iq^2 \mu_1^* \pm \sqrt{q + q^3 - q^2 W^2 - q^4 \mu_1^{*2} + 2iq^3 \mu_2^*}. \quad (28)$$

Это решение может быть использовано для анализа неустойчивости амплитуды гармонических колебаний границы раздела двух жидких металлических сред, движущихся относительно друг друга с разными скоростями.

При  $W^2 = 2$  и в отсутствие вязкости уравнение (28) не имеет неустойчивых решений. Учет вязкости приводит к развитию неустойчивости. Это можно показать следующим образом. Предположим, что система находится вблизи границы устойчивости:

$$W^2 = 2 - \left( \frac{\mu_2^*}{\mu_1^*} \right)^2 \pm \Delta_W^2, \quad (29)$$

где положительная величина  $\Delta_W^2$  удовлетворяет соотношению  $0 < \Delta_W^2 \ll 1$  и определяет малое смещение параметра неустойчивости  $W^2$  от его равновесного значения. Знак (+) отвечает смещению в неустойчивое, а знак (-) – в устойчивое состояние системы. Тогда для колебаний с волновыми числами  $q = 1 + \Delta_q$ ,  $\Delta_q \ll 1$  вблизи границы устойчивости (29) из решения (28) следует выражение для инкремента неустойчивости  $\gamma$ :

$$\gamma \equiv \text{Im } \Omega_1 = -\mu_1^* + 2^{-\frac{1}{2}} \sqrt{\left( Q(\Delta_q^2, \Delta_W^2) - \mu_1^{*2} \right)^2 + 4\mu_2^{*2} + \mu_1^{*2} - Q(\Delta_q^2, \Delta_W^2)}, \quad (30)$$

$$\text{где } Q(\Delta_q^2, \Delta_W^2) = \Delta_q^2 - \Delta_W^2 + \left( \frac{\mu_2^*}{\mu_1^*} \right)^2.$$

Численные расчеты показывают, что максимальное значение инкремента (30) достигается при нулевой расстройке  $Q(\Delta_q^2, \Delta_W^2) = 0$ .

Для анализа максимального значения инкремента (30) необходимо задать следующие параметры: вязкость прокатываемых металлов  $\mu_{1,2}$ , их плотность  $\rho_{1,2}$  и скорости движения  $V_{1,2}$ . Численную оценку выражения (30) и входящих в него параметров используем для сравнения с экспериментальными данными, полученными в результате прокатки в вакууме разнородных металлов.

В качестве экспериментальных данных будем использовать результаты, полученные для комбинаций металлов: *Cu – SS* и *Ni – SS*, вид которых приведен на рис. 13, 14.

При прокатке в вакууме эти комбинации металлов имеют начальную температуру порядка  $T \approx 900 \div 1000$  С. В процессе прокатки температура металлов в узком граничном слое может быть близка к температуре квазиплавления тугоплавкого металла, которая может составлять до 75 % от температуры его плавления [27]. Это означает, что значения температур плавления указанных выше комбинаций металлов, приведенные в последнем столбце таблицы 2, сравнимы. Поэтому, в качестве исходных данных для оценки параметров в выражении (30) будем использовать плотность и вязкость прокатываемых металлов, основываясь на данных, приведенных в справочной литературе [11, 28 – 30], и сведенных в таблицу 2. (считаем, что в жидком состоянии металлы несжимаемы).

Таблица 2.

Плотность и вязкость прокатываемых металлов [11, 28 – 30]

Металл	Плотность при температуре плавления $\rho \times 10^3 \cdot (\text{кг}\cdot\text{м}^{-3})$	Коэффициент вязкости $\mu$ ( $\text{кг}\cdot\text{м}^{-1}\text{с}^{-1}$ )			Температура (°C)
		x10 <sup>-3</sup>			
<i>Cu</i>	8,217	3,36	x0,25	x0,12	1083
<i>SS</i>	7,27	5 $\div$ 8,5	x0,25		1300 $\div$ 1400
<i>Ni</i>	7,85	6,5		x0,12	1452

Что касается вязкости, то ее значения нельзя использовать для оценок, т.к. в таблице 2. все данные соответствуют атмосферному давлению. Поэтому необходимо адаптировать эти данные к условиям эксперимента, т.е. к давлению, превышающему атмосферное. Для такой адаптации полезным является знание того, что при высоких давлениях изменяется поверхностное натяжение, а значит и вязкость металлов (в определенном интервале температур). Из экспериментальных исследований известно, что для некоторых веществ поверхностное натяжение границы раздела двух фаз [31, 32] удовлетворяет соотношению  $(P \cdot \sigma)_{max} = const$ , где  $P$  и  $\sigma$  - оптимальные давление и поверхностное натяжение границы раздела фаз соответственно. Таким образом, считая, что вдали от валков давление на металлы  $P$  может превышать атмосферное на порядок, поверхностное натяжение, а значит и вязкость, также уменьшится приблизительно на порядок. В связи с этим, в Таблице 1. приведены поправочные множители на коэффициенты вязкости, которые должны быть использованы для оценки параметров неустойчивости при прокатке металлов.

Прежде, чем проводить численные оценки выражения (30) необходимо отметить, что в качестве параметров здесь используются не только вязкость и плотность металлов, но и характерный масштаб длины  $l_0$ , отличный для каждой комбинации металлов. Анализ зависимости инкремента от  $l_0$  показывает наличие одного максимума, т.е  $\gamma_{max} = \gamma(l_0^{max})$ . Исходя из этого факта можно утверждать, что для каждой пары прокатываемых металлов существует характерный масштаб  $l_0^{max}$ , который имеет максимальный инкремент, а значит задает период волнообразного поведения границы раздела металлов до входа в валки соотношением:  $\lambda \approx 2\pi l_0^{max}$ .

Дальнейшее обсуждение будет направлено на сравнение теоретически определенного из соотношения (30) периода волны неоднородности границы соединения прокатываемых металлов с экспериментальными данными, приведенными на рис. 13, 14. Для этого необходимо учитывать, что при прохождении валков металлы деформируются в направлении прокатки и, таким образом, период неоднородности границы прокатки  $\lambda$  будет больше исходного в  $(1 + \kappa)$  раз, где  $\kappa$  - линейный коэффициент расширения более прочного металла.

С учетом того, что коэффициент обжатия образца порядка  $\kappa \approx 1,2 \div 1,3$ , пространственный период неоднородности границы на выходе из валков для композиции  $Cu - SS$  будет равен  $\lambda_1 \approx 1,2 \cdot 2\pi \cdot l_1^{max} \approx 294 \mu m$ , а для композиции  $Ni - SS$  -  $\lambda_2 = 1,2 \cdot 2\pi \cdot l_2^{max} \approx 678 \mu m$ .

На рис. 15 даны теоретически рассчитанные зависимости инкремента неустойчивости  $\gamma$  от  $\lambda$  для комбинаций прокатываемых металлов  $Cu - SS$  (верхняя кривая) и  $Ni - SS$  (нижняя кривая) при скоростях прокатки  $V_0 \approx 0,03$  м/с.

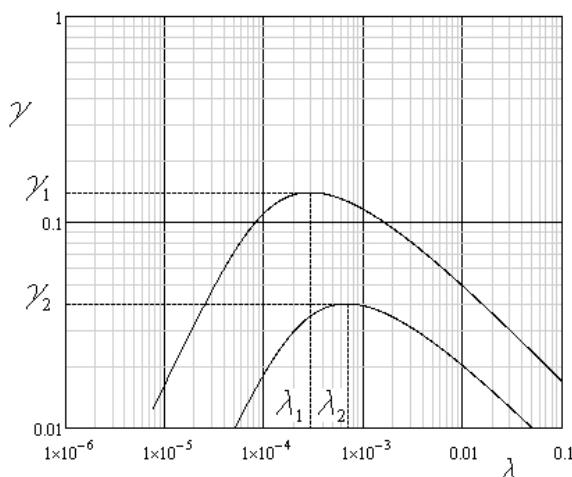


Рис. 15. Зависимость инкремента неустойчивости  $\gamma$  от длины волны  $\lambda$ . Верхняя кривая – комбинация металлов  $Cu - SS$ , нижняя кривая –  $Ni - SS$ .  $\lambda_1 \approx 294 \mu m$ ,  $\lambda_2 \approx 678 \mu m$ .

при соединении разнородных металлов прокаткой в вакууме.

### МНОГОЛИКИЕ ПРОЯВЛЕНИЯ ДИССИПАТИВНОЙ НЕУСТОЙЧИВОСТИ КГ В ОКРУЖАЮЩЕЙ СРЕДЕ

В качестве подтверждения изложенного выше материала по развитию неустойчивости КГ, в добавление к уже представленным выше рисункам, приведем еще несколько иллюстраций, демонстрирующих многоликость этого явления. Каждую иллюстрацию снабдим кратким описанием процесса, способствующего развитию неустойчивости.

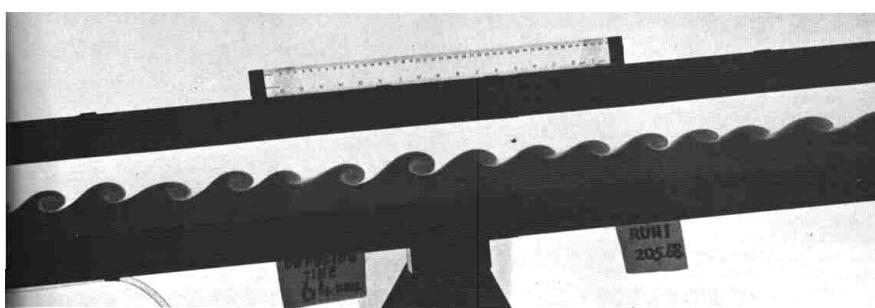


Рис. 16. Неустойчивость Кельвина-Гельмгольца в стратифицированном сдвиговом течении [33].

На рис. 16. длинная труба прямоугольного сечения, первоначально горизонтальная, заполнена водой поверх окрашенного соляного раствора. Примерно в течение часа происходит свободная диффузия жидкостей, а затем труба внезапно наклоняется на угол  $6^\circ$ , приводя в движение обе жидкости. Соляной раствор приобретает постоянное ускорение в направлении вниз под уклон, тогда как находящаяся сверху вода аналогично ускоряется вверх. Через несколько секунд на поверхности раздела возникает синусоидальная граница, которая в момент, запечатленный на снимке, уже нелинейным образом разрослась в регулярные спиральные валики.

На рис. 17. нижний поток воды движется влево быстрее, чем верхний. Вода содержит краску, которая флуоресцирует при освещении вертикальным лазерным световым ножом. Более быстрый поток получает синусоидальные возмущения с наиболее неустойчивой частотой.

Из рис. 15. видно, что рассчитанные с помощью предложенной модели длины волн  $\lambda_1, \lambda_2$ , по величине близки к экспериментально измеренным и представленным на рис. 13, 14.

Таким образом, в данном разделе предложена физическая модель, описывающая неустойчивость границы соединения разнородных металлов. Из модели следует, что первоначально гладкие границы соединяемых металлов в процессе прокатки подвержены развитию неустойчивости КГ вблизи порога устойчивости. В процессе развития неустойчивости граница соединения металлов приобретает волнобразный профиль с периодом, характерным для каждой пары соединяемых металлов. Количественное соответствие результатов аналитического и численного моделирования экспериментальным результатам указывает на адекватность физической модели процессам, наблюдаемым

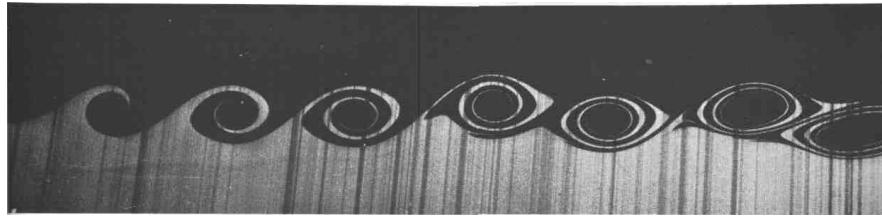


Рис. 17. Неустойчивость Кельвина-Гельмгольца наложенных потоков [33].

На рис. 18. нижняя граница движимых воздушным потоком облаков обдувается нижележащим воздушным потоком, движущимся в том же направлении, но с другой скоростью. Видно образование синусоидальных возмущений, аналогичное приведенному на рис. 17.

На рис. 19 первоначально синусоидальная граница, с течением времени нелинейным образом преобразовалась в периодически расположенные валики.



Рис. 18. Неустойчивость Кельвина-Гельмгольца на нижней границе облачности (г. Магадан, фото Середы Людмилы).



Рис. 19. Неустойчивость КГ облаков в сильно нелинейной стадии, характеризуемой образованием валиков [34] (вид из иллюминатора самолета).



Рис. 20. Образование волнистой поверхности на песчаном дне прибрежной зоны.

в холодные циклонические вихри справа и теплые антициклонические вихри слева от основного течения (см. рис. 21). По внешнему виду сформировавшиеся вихри на рис. 21 похожи на вихри, генерируемые при развитии неустойчивости Кельвина-Гельмгольца наложенных потоков (рис. 17).

Дневной (морской) бриз, дующий с моря на нагретое побережье, осуществляет нагон морской воды, которая стекает вдоль дна. Неустойчивость КГ возникает на границе между движущимся в море потоком морской воды и песчанным дном, представляющим собой раствор песка в морской воде (см. рис. 20).

Неустойчивостью КГ также можно объяснить, как развеваются на ветру паруса и флаги [3]. Для достаточно большой длины полотнища по направлению ветра глубина желобков экспоненциально увеличивается с расстоянием. При этом конец полотнища испытывает большие ускорения, и в итоге к быстрому износу материала.

Еще одно проявление неустойчивости КГ, по мнению авторов [35], наблюдается при генерации меандров<sup>1</sup> и последующем отделении вихрей Гольфстрима. Отсекаемые от Гольфстрима меандры с характерными размерами 300–400 км трансформируются

<sup>1</sup> Меандры (по имени извилистой реки в Малой Азии с названием Меандр) Гольфстрима — геометрический орнамент в виде кривой линии с завитками и с масштабом от нескольких сотен до тысяч километров.

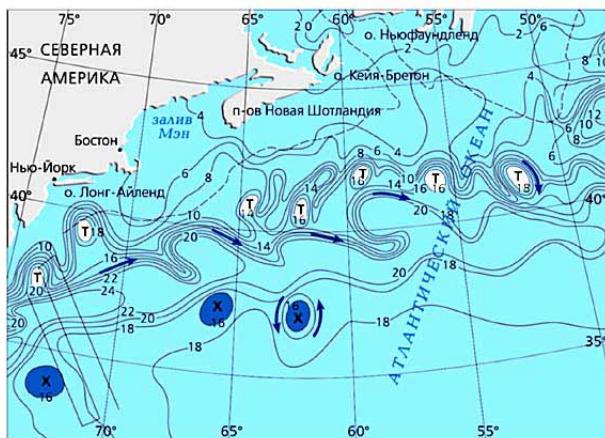


Рис. 21. Распределение температуры воды ( $^{\circ}\text{C}$ ) на поверхности океана в районе Гольфстрима 29 апреля - 2 мая 1982 г. [35]. Т и Х - центры теплых (антициклических) и холодных (циклических) вихрей; пунктир - изобата 1000 м. Синие стрелки - направления предполагаемых течений. (обозначения авторов статьи).

Таким образом, представленный в данном обзоре материал в виде рисунков и фотографий убедительно демонстрирует многогранные проявления неустойчивости КГ в окружающей среде.

В заключение следует отметить, что приведенный перечень неустойчивостей КГ не является полным, и, при желании, может быть дополнен ее новыми проявлениями в различных средах.

## ВЫВОДЫ

Таким образом, в настоящем обзоре рассмотрены условия возникновения и развития сдвиговой неустойчивости Кельвина-Гельмгольца на границе раздела двух вязких потоков с разными плотностями и разными скоростями движения. Данная энергетическая трактовка возникновения ветровой неустойчивости в отсутствие и при наличии вязкости в средах. Указано, какие граничные условия должны быть использованы для адекватного описания неустойчивости КГ: непроницаемые или "перколоционные". С применением "перколоционных" граничных условий исследовано развитие ветрового волнения поверхности воды, развитие взрывных взаимодействий возмущений границы раздела воздушный поток-вода при учете их вязкостей, развитие сдвиговых неустойчивостей на контактной границе стальных образцов, когда граница нагружается косой ударной волной, а также сдвиговых неустойчивостей в металлах при их совместной прокатке в вакууме. Приведены примеры проявления неустойчивости КГ в окружающей среде.

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Thomson W. (Lord Kelvin) Hydrokinetic solutions and observations //Phil. Mag. – 1871. - Series 4. - Vol. 42, issue 281. - P. 362 – 377.
2. Helmholtz H. Die Energie der Wogen und des Windes //Annalen der Physik. – 1890. - Vol. 277, issue 12. - P. 641–662.
3. Ламб Г. Гидродинамика. - М.: ОГИЗ Гостехиздат, 1947. - 928 с.
4. Lou, Y. S.; Seidel, B. S. Experimental Study of Wind – Wave Interaction // AIAA Journal. - 1970. - Vol. 8, issue 11. - P. 2059 – 2060.
5. Конторович В.М. Линейные и нелинейные волны (элементарное введение в теорию гамильтоновых переменных с приложениями к физике и астрофизике) // Радиофизика и радиоастрономия. – 2001. - Т. 6, № 3. - С. 165 – 211.
6. Кадомцев Б.Б. Конторович В.М. Теория турбулентности в гидродинамике и плазме //Изв. Вузов, Радиофизика. – 1974. - Т. XVII, вып. 4. - С. 511-540.
7. Ткаченко В.И., Розуменко Л.С. Диссипативная неустойчивость Кельвина-Гельмгольца. Сб. трудов Международной конф. МСС - 04 «Трансформация волн, когерентные структуры и турбулентность». 23 - 25 ноября 2004 г. Сборник трудов. - М.: РОХОС, 2004. - 552 с.
8. Ткаченко В.И., Розуменко Л.С. Неустойчивость границы раздела вязких течений //Вестник Харьковского Национального университета, серия физическая "Ядра, частицы, поля". – 2005, № 710, вып. 3. - С. 73 – 80.
9. Miles J.W. On the generation of surface waves by shear flows // J. Fluid Mech. – 1957. - Vol. 3. - P.185-204.
10. Филлипс О.М. Динамика верхнего слоя океана. - Л.: Гидрометеоиздат, 1980. - 320 С.
11. Таблицы физических величин. Справочник /Под ред. акад. И. К. Кикоина. - М.: Атомиздат, 1976. - 1008 С.
12. Jeffreys H. On the formation of the waves on water by wind // Proc Roy. Soc. – 1925. – Vol.A107. - P. 189-206.
13. Кононкова Г.Е., Показеев К.В. Динамика морских волн. - М.: Изд-во МГУ, 1985. - 298 с.
14. Funada T., Joseph D.D. Viscous potential flow analysis of Kelvin-Helmholtz instability in a channel // J. Fluid Mech. – 2001. - Vol. 445. - P. 263-283.
15. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. Гидродинамика. – М.: Наука, 1986. - 736 С.
16. Гущин В.В., Моисеев С.С., Пунгин В.Г., Ткаченко В.И. Неодномерные и автомодельные свойства взрывных процессов в стратифицированных сдвиговых течениях // ДАН СССР. – 1985. - Т. 289, № 1. - С. 65-68.
17. Blennerhassett P.J. On the generation of waves by wind. Philosophical Transactions of the Royal Society of London // Series A, Mathematical and Physical Sciences. - 1980. - Vol. 298, № 1441. - P. 451-494.

18. Ткаченко В.И., Адронов Д.А. Взаимодействие волн нулевой энергии, неколлинеарных скорости течения Кельвина-Гельмгольца. Прикладные проблемы математического моделирования: Спец. выпуск Вестника Херсонского государственного технического университета. - ХГТУ, 1999. -210 с.
19. Виноградова М.Б., Руденко О.В., Сухоруков А.П. Теория волн. - М.: Наука, 1979. - 383 с.
20. Вильхельмссон Х., Вейланд Я. Когерентное нелинейное взаимодействие волн в плазме. - М.: Энергоиздат, 1981. - 223 с.
21. Дреннов О.Б. О развитии сдвиговой неустойчивости в металлах // Журнал технической физики. – 1999. - Т. 69, Вып. 2. - С. 38 – 43.
22. Неклюдов И.М., Борц Б.В., Ткаченко В.И. Неустойчивость сдвиговых стратифицированных течений разнородных металлов при их совместной прокатке в вакууме. Труды XIX Международной конференции по физике радиационных явлений и радиационному материаловедению, 06-11 сентября 2010 г., г. Алушта, Крым, С. 359-360.
23. Борц Б.В., Неклюдов И.М., Ткаченко В.И. Диссипативная неустойчивость Кельвина-Гельмгольца границы разнородных металлов при их совместной прокатке в вакууме. Физика и химия обработки материалов, 2010, № 5. – С.96-102.
24. Годунов С.К., Дерибас А.А., Козин Н.С. Волнообразование при сварке взрывом //Прикладная механика и техническая физика. - 1971, № 3. - С. 63 – 73.
25. Сумм Б. Д. Новые корреляции поверхностного напряжения с объемными свойствами жидкостей //Вестн. Моск. ун-та, Сер. 2, Химия. – 1999. - Т. 40, № 6. - С. 400 – 405.
26. Adamson A. W., Gast A. P. Physical chemistry of surfaces. Sixth Edition Canada. - A Wiley-Interscience Publication, 1997. - 804 р.
27. Нагаев Э.Л. Малые металлические частицы // УФН. – 1992. - Т. 162, № 9. - С. 49 – 124.
28. Сальников Г.П. Краткий справочник машиностроителя. - Киев: Техника, 1971. - 547 с.
29. Физические величины: Справочник А.П. Бабичев, Н.А. Бабушкина, А.М. Братковский и др. /Под. ред. И.С. Григорьева, Е.З. Мейлихова. - М.: Энергоатомиздат, 1991. - 1232 с.
30. Hildebrand J.H., Lamoreaux R.H. Viscosity of liquid metals: An interpretation (fluidity of liquid metals/solubility parameters) // Proc. Nat. Acad. Sci. USA. – 1976. - Vol. 73, № 4. - P. 988–989.
31. Lynde C. J. The Effect of Pressure on Surface Tension // Phys. Rev. (Series I). – 1906. - Vol. 22. - P. 81 – 191.
32. Mukherjee S., Johnson W. L., Rhim W. K. Noncontact measurement of high – temperature surface tension and viscosity of bulk metallic glass – forming alloys using the drop oscillation technique // Appl. Phys. Lett. – 2005. - Vol. 86. - P. 014104.
33. Альбом течений жидкости и газа. Составление и авторский текст М. Ван-Дайка. Перевод с английского Л.В. Соколовской. Под редакцией Г. И. Баренблатта и В. П. Шидловского. - М.: Мир, 1986. - 184 с.
34. [http://de.trinixy.ru/pics3/20080312/video/udivitelij Fenomen\\_dlinnie\\_oblaka.3gp](http://de.trinixy.ru/pics3/20080312/video/udivitelij Fenomen_dlinnie_oblaka.3gp)
35. Онищенко О.Г., Астаф'єва Н.М. Структура и эволюция цепочек вихрей синоптического масштаба, формирующихся в зональном ветре в атмосфере Земли. Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса: Физические основы, методы и технологии мониторинга окружающей среды, потенциально опасных явлений и объектов. Сборник научных статей. Выпуск 5. Том I. – М.: ООО «Азбука-2000», 2008. – 575 с.