2.6. РАССЕЯНИЕ СВЕТА ПОВЕРХНОСТЯМИ СЛОЖНОЙ СТРУКТУРЫ

д.ф.-м.н. Ю. Г. Шкуратов, к.ф.-м.н. Д. В. Петров, к.ф.-м.н. Д. Г. Станкевич,
к.ф.-м.н. Е. С. Зубко, к.ф.-м.н. Е. С. Гринько

Поверхность Луны и других безатмосферных небесных тел покрыта слоем реголита – порошкообразным материалом, который образовался в результате метеоритной и микрометеоритной бомбардировки этих тел. Поверхность безатмосферных тел имеет случайный многомасштабный рельеф. Одной из основных форм этого рельефа являются кратеры. При изучении физических свойств таких поверхностей важно понимать, как рассеивают свет случайно шероховатые порошкообразные поверхности, состоящие из частиц разных размеров и случайной формы, и, в дополнение, – осложненные рельефом. Для этого в Харьковской обсерватории давно проводятся теоретические исследования, направленные на моделирование оптических свойств планетных поверхностей. Наиболее важной для практики является задача исследования зависимости оптических параметров от фазового угла. Первые попытки теоретического моделирования угловых зависимостей яркости были предприняты Н. П. Барабашовым в 20-30-е годы прошлого века. Это моделирование основывалось на рассчете затенений, создающихся углублениями различных детерминированных форм (трещены трапецевидного профиля, сферические лунки и т.д.). Эти модели плохо описывали наблюдательные данные. Позднее, модели усложнялись, однако добиться хорошего совпадения с экспериментом так и не удалось. В 60-70-х годах получили развитие модели затенений на случайном рельефе. Статистический подход для описания планетных поверхностей оказался гораздо более продуктивным и адекватным. Большой вклад в развитие этой концепции внес Л. А. Акимов. Им же развивался механизм оптической концентрации света на источник, отличный от теневого механизма. Ниже мы рассмотрим физические причины угловых зависимостей яркости поверхностей со сложной структурой более детально.

Механизмы формирования фазовой функции

Существует несколько механизмов, которые формируют фазовую зависимость яркости безатмосферных небесных тел (Луны, астероидов и т.п.). Основной причиной падения яркости поверхности таких тел с ростом угла фазы является теневой эффект. Многократное рассеяние света между частицами реголита и элементами рельефа поверхности может отчасти ослабить это падение. Заметный вклад в фазовый ход яркости вносит однократное рассеяние частицей. В области малых углов фазы для ярких участков поверхности, возможно, проявляется так называемый эффект когерентного усиления обратного рассеяния. Рассмотрим эти факторы подробнее.

Структура лунной поверхности зависит от масштаба ее рассмотрения. На масштабах декаметры – метры (мезорельеф) лунная поверхность может быть описана случайной функцией (рис. 2.6.1); в масштабах десятков микрон – миллиметров (микрорельеф) она представляет собой порошкообразную среду, реголит (рис. 2.6.2). Таким образом, каждый элемент мезорельефа лунной поверхности имеет структуру дискретной среды. Теневой эффект для статистического рельефа и порошкообразных сред проявляется по-разному. В обоих случаях для описания теневого эффекта вводится так называемая теневая функция. Она характеризует зависимость относительной доли незатененной площади поверхности от углов i, ε и α. Для статистически шероховатых поверхностей и порошкообразных сред (когда считается справедливым приближение геометрической оптики) теневые функции оказываются разными.

Для примера на рис. 2.6.3 показана теневая функция поверхности со значением среднеквадратичного наклона элементов шероховатости $\sigma = 0{,}577$, что соответствует углу 30°. Эта поверхность визируется вдоль средней нормали; угол падения изменяется, т.е. он равен фазовому углу. Как видно, для данного рельефа при малых углах падения света (когда падающие лучи близки к средней нормали поверхности, фазовый угол около нуля) затенений практически не наблюдается. Они наступают только при пологом освещении шероховатой поверхности (зависимость становится крутой). В принципе, статистически неровные поверхности могут давать крутую зависимость теневой функции и при малых фазовых углах. Это может быть, если падающий и отраженный луч лежат в плоскости (плоскость рассеяния), которая отклонена на большой угол от средней нормали поверхности. Такое наблюдается, например, в зоне фотометрических полюсов планетных тел. Затененные области могут подсвечиваться освещенными элементами поверхности (рис. 2.6.1), ослабляя теневой эффект. Однако, как показали расчеты, для шероховатых поверхностей даже с высоким альбедо вклад многократного рассеяния невелик, если характерный наклон поверхности меньше 40° (Shkuratov et al., 2005).

Среды, состоящие из частиц, допускающие геометрооптическое приближение, демонстрируют крутые зависимости теневой функции при малых фазовых углах (рис. 2.6.2) при любых наклонах плоскости рассеяния относительно средней нормали поверхности. На рис. 2.6.3 показана теневая зависимость для случая среды с плотностью 0,3 (30% объема занято веществом). Поверхность визируется вдоль средней нормали, а угол падения равен фазовому углу, т.е. используется та же геометрия светорассеяния, что и в случае шероховатой поверхности. Как видно, поведение теневых функций среды и неровной поверхности существенно различается при малых и средних углах фазы, тогда как при больших углах обе структуры обнаруживают сильный теневой эффект. Многократное рассеяние света в реголите вносит заметный вклад. Некоторые частицы реголита полупрозрачны; свет, проходя сквозь них или рассеиваясь другими частицами, ослабляет теневой эффект.

Фактор многомасштабности и иерархичности строения играет важную роль в формировании теневой и, следовательно, фотометрической функции поверхностей безатмосферных небесных тел. На необходимость использования нескольких референц-поверхностей с разными масштабами шероховатостей неоднократно указывал Барабашов (1961, 1970). Много позднее был получен еще один важный результат. Было показано, что формула Акимова (см. раздел 2.1) является прямым следствием фактора многомасштабности шероховатостей (Шкуратов, 1995, 1996, Shkuratov et al., 2003).

Многомасштабность проявляется следующим образом. Представим себе шероховатую поверхность. Ее фазовая зависимость формируется теневым эффектом и фазовой зависимостью элементов этой поверхности. Если эти элементы также шероховаты, то их фазовая функция формируется теневым эффектом и фазовой функцией элементов рельефа мелкомасштабной шероховатости и т.д. Получается иерархия шероховатостей, которая мультиплицирует теневой эффект, резко увеличивая крутизну фазовой зависимости.

Существенный вклад в обратное рассеяние порошкообразной поверхности (особенно при низких альбедо) может вносить однократное (точнее, одночастичное) рассеяние. Лабораторные измерения и расчеты показывают, что частицы и шероховатости случайной формы размером порядка длины световой волны дают после усреднения по ориентациям и формам небольшое увеличение рассеянного потока при углах фазы менее 30 – 40°.

В случае ярких порошкообразных поверхностей может наблюдаться эффект когерентного усиления обратного рассеяния. Этот интерференционный эффект был впервые рассмотрен в астрономическом контексте в работе (Шкуратов, 1985). В частности, в работах (Шкуратов, 1985, 1989) впервые дано объяснение эффекту отрицательной поляризации света на основе механизма когерентного усиления обратного рассеяния.

Описываемый эффект обусловлен тем, что любая траектория лучей, испытавших рассеяние в среде кратности выше первой, может интерферировать со взаимно обратной траекторией (см. рис. 2.6.4). При строго нулевом фазовом угле лучи, прошедшие по этим траекториям, всегда интерферируют с усилением, поскольку их оптический путь один и тот же. При угле фазы, не равном нулю, эти пути отличаются друг от друга и могут интерферировать как с усилением, так и со взаимным гашением. Таким образом, при рассеянии направление на источник света является выделенным. Интерференция ответственна за существование оппозиционного эффекта (узкого пика яркости). Этот эффект по своей природе универсален. Он проявляется везде, где есть рассеяние волн, в том числе и волн де Бройля. В физике твердого тела сходные эффекты называются эффектами слабой локализации (например, в теории проводимости это андерсоновская локализация). Скалярная теория рассеяния предсказывает максимальную амплитуду когерентного усиления обратного рассеяния, равную 2. Более строгая векторная модель показывает, что эта максимальная амплитуда может быть около 1,5 (по крайней мере, меньше 2). Величины всплесков с амплитудой около 50 % встречаются в лабораторных измерениях при очень малых углах фазы. Эффект когерентного усиления обратного рассеяния отчетливо проявляется у ледяных спутников планет и колец Сатурна. Следует отметить, что в случае Луны этот эффект проявляется, вероятно, только для участков поверхности с высоким альбедо; это могут быть зоны вскрытия незрелого материкового грунта (молодые кратеры и лучи).

Теневой эффект непрерывных случайно шероховатых поверхностей

Теневой эффект является главным в формировании фотометрических свойств Луны и других безатмосферных тел. Его влияние особенно велико при больших фазовых углах. Даже в случае светлых поверхностей (ледяные спутники), когда развито многократное рассеяние, ослабляющее контраст теней, влияние теневого эффекта существенно. В масштабах, значительно превышающих размеры частиц реголита, планетная поверхность осложнена случайным рельефом (мезорельефом). В общем случае этот рельеф описывается неоднозначной случайной функцией. Неоднозначность функции рельефа в основном определяется наличием камней и крупных агрегатов реголитовых частиц. Расчет затенений на такой поверхности является очень сложной задачей. Даже при упрощающих допущениях эти расчеты сложны. Тем не менее, модели затенения статистически неровными поверхностями – тема ряда работ сотрудников нашего НИИ на протяжении многих лет.

Это теоретическое направление было начато работами Н. П. Барабашова, который рассматривал затенения на некоторых детерминированных структурах, таких как борозды с трапецевидным профилем, бугры конической и полусферической формы и т.п. (Барабашов, 1923, 1970). Конечно, использование таких структур в качестве моделей можно рассматривать лишь как грубое приближение. Более адекватным представляется использование статистических подходов к решению задачи затенений планетными поверхностями. Для этого в качестве модели поверхности следует использовать случайные функции. Впервые такой подход был применен харьковскими физиками Ф. Г. Бассом и И. М. Фуксом в связи с необходимостью расчета затенений на взволнованной морской поверхности [1].

Статистический подход использует бесконечномерную плотность распределения высот поверхности, которая описывается однозначной дифференцируемой случайной функцией $z = \xi\left(x, y\right)$:

$$W_{\infty^2} = \lim_{\substack{y\to\pm\infty \\ x\to\pm\infty}} \lim_{\substack{\Delta y\to 0 \\ \Delta x\to 0}} W_{\chi\gamma}\left(\xi\left(x_0, y_0\right)\ldots\xi\left(x_0 + m\Delta x, y_0 + k\Delta y\right)\right). \tag{1}$$

где m и k – целые от 1 до $\chi = [x/\Delta x]$ и $\gamma = [y/\Delta y]$, соответственно, [...] – антье, x_0, y_0 – координаты некоторой произвольной начальной точки на плоскости отсчета. Пусть в точке с координатами (z_0, y_0, x_0) поверхность прерывает падающий луч и дает начало уходящему (рассеянному) лучу.

Рассмотрим вероятность $P(E_i)P(E_\varepsilon|E_i)$, где E_i – событие, соответствующее падению луча из бесконечности в точку поверхности с координатами (z_0, y_0, x_0) под углом i к средней плоскости, E_ε – событие, соответствующее выходу луча из этой точки на бесконечность под углом ε к средней плоскости; $P(E_i)$ – вероятность события E_i; $P(E_\varepsilon|E_i)$ – условная вероятность того, что событие E_ε имеет место, если произошло E_i. В силу теоремы Байеса $P(E_i)P(E_\varepsilon|E_i) = P\left(E_i \cap E_\varepsilon\right)$, где $P\left(E_i \cap E_\varepsilon\right)$ – вероятность того, что точка с координатами (z_0, y_0, x_0) одновременно и видна и освещена. События E_i и E_ε равносильны тому, что все точки поверхности, лежащие вдоль следа лучей, расположены ниже лучей, при условии, что высоты поверхности в других точках могут быть расположены в диапазоне (-∞, +∞). Это можно выразить следующим образом:

$$P(E_i \cap E_\varepsilon) = \lim_{\substack{r_i\to\infty \\ r_\varepsilon\to\infty}} \lim_{\substack{\Delta r_i\to\infty \\ \Delta r_\varepsilon\to\infty}} \left\{ \prod_{k=1}^{\nu} \int_{-\infty}^{z_0 + k\Delta r_i ctgi} d\xi_{ik} \prod_{j=1}^{\mu} \int_{-\infty}^{z_0 + j\Delta r_\varepsilon ctg\varepsilon} d\xi_{\varepsilon j} \left[\lim_{\substack{y\to\pm\infty \\ x\to\pm\infty}} \lim_{\substack{\Delta y\to\pm\infty \\ \Delta y\to\pm\infty}} \left[\prod_{l=1}^{\chi} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi_l \prod_{m=1}^{\gamma} \int_{-\infty}^{\infty} d\xi_m \Gamma W_{\chi\gamma} \right]\right]\right\}, \tag{2}$$

где ξ_{ik} и $\xi_{\varepsilon j}$ – высоты вдоль следов лучей на поверхности, r_1 и r_ε – расстояния на плоскости отсчета от точки (x_0, y_0) вдоль лучей, $\nu = \left[r_i/\Delta r_i\right]$ и $\mu = \left[r_\varepsilon/\Delta r_\varepsilon\right]$. Функционал Γ используется для исключения интегрирования в бесконечных пределах в точках вдоль следов лучей. Символ $\prod\int$ обозначает многократное (в пределе непрерывное) интегрирование [1]. Полное интегрирование в формуле (3) понижает порядок плотности $W_{\infty 2}$, что ведет к следующей формуле:

$$P\left(E_i \cap E_\varepsilon\right) = \lim_{\substack{r_i \to \infty \\ r_\varepsilon \to \infty}} \lim_{\substack{\Delta r_i \to \infty \\ \Delta r_\varepsilon \to \infty}} \left\{ \prod_{k=1}^{\nu} \int_{-\infty}^{z_0 + k\Delta r_i \operatorname{ctg} i} d\xi_{ik} \prod_{j=1}^{\mu} \int_{-\infty}^{z_0 + j\Delta r_\varepsilon \operatorname{ctg}\varepsilon} d\xi_{\varepsilon j} W_{\nu+\mu} \right\}. \tag{3}$$

Функция $W_{2\infty} = \lim\limits_{\Delta r_i, \Delta r_\varepsilon \to 0} W_{\nu+\mu}$ – совместная плотность вероятности распределения высот во всех точках вдоль следов лучей на поверхности. Вероятность $P\left(E_i \cap E_\varepsilon\right)$ относится к точке на поверхности с координатами (z_0, y_0, x_0). Используя эту вероятность, можно найти среднюю вероятность $\overline{P\left(E_i \cap E_\varepsilon\right)}$, которая определяет освещенную и видимую часть площади поверхности:

$$\overline{P\left(E_i \cap E_\varepsilon\right)} = \int_{-\infty}^{\infty} dz_0 \iint_M P\left(E_i \cap E_\varepsilon\right) d\xi_{0x} d\xi_{0y}, \tag{4}$$

где $\xi_{0x} = \left.\dfrac{\partial \xi}{\partial x}\right|_{x=x_0}$, $\xi_{0y} = \left.\dfrac{\partial \xi}{\partial y}\right|_{y=y_0}$, а *M* – область наклонов, в которой не наступает самозатенения поверхности. Решение задачи затенения выписано в общем виде. Проблема в том, как вычислить величину $P\left(E_i \cap E_\varepsilon\right)$. Для этого используются различные приближения. Простейшим из них является предположение о том, что многоточечная плотность вероятности $W_{2\infty} = \lim\limits_{\Delta r_i, \Delta r_\varepsilon \to 0} W_{\nu+\mu}$ может быть представлена как бесконечное произведение одноточечных плотностей. В этом приближении, однако, невозможно учесть скоррелированность входа и выхода (после рассеяния) лучей, а это приводит к большим ошибкам в расчете теневого эффекта.

Следующим по сложности является использование трехточечных плотностей вероятности (Шкуратов и Станкевич, 1992, Shkuratov et al., 2000). Это минимальное усложнение задачи дает возможность учитывать азимутальную зависимость условной вероятности выхода луча (при заданных параметрах падающего луча) после его рассеяния шероховатой поверхностью. В этом приближении фотометрическая функция случайной поверхности с гауссовской статистикой высот имеет следующий вид:

$$F\left(i, \varepsilon, \varphi\right) = \frac{T\left(i, \varepsilon, \varphi\right)}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \int_{-\infty}^{\infty} dz_0 \exp\left(-\frac{z_0^2}{2\sigma^2}\right) \exp\left\{-\sqrt{\frac{2}{\pi\sigma^2}}\left[\frac{\Lambda_\varepsilon I_\varepsilon}{\operatorname{tg}\varepsilon} + \frac{\Lambda_i I_i}{\operatorname{tg} i}\right]\right\}, \tag{5}$$

где

$$I_\varepsilon = \int_0^\infty \frac{\exp\left(-\dfrac{\xi_\varepsilon^{(0)^2}}{2\sigma^2}\right)\left[1 + \operatorname{erf}\left[\dfrac{z_0(1-R) + r(\operatorname{ctg} i - R\operatorname{ctg}\varepsilon)}{\sigma\sqrt{2(1-R)^2}}\right]\right]}{\left[1 + \operatorname{erf}\left(\dfrac{\xi_i^{(0)}}{\sqrt{2\sigma}}\right)\right]\left[1 + \operatorname{erf}\left(\dfrac{\xi_\varepsilon^{(0)}}{\sqrt{2\sigma}}\right)\right] + 4k\left(z_0, r\right)} dr, \tag{6}$$

$$I_i = \int_0^\infty \frac{\exp\left(-\dfrac{\xi_i^{(0)^2}}{2\sigma^2}\right)\left[1 + \operatorname{erf}\left[\dfrac{z_0(1-R) + r(\operatorname{ctg}\varepsilon - R\operatorname{ctg} i)}{\sigma\sqrt{2(1-R)^2}}\right]\right]}{\left[1 + \operatorname{erf}\left(\dfrac{\xi_i^{(0)}}{\sqrt{2\sigma}}\right)\right]\left[1 + \operatorname{erf}\left(\dfrac{\xi_\varepsilon^{(0)}}{\sqrt{2\sigma}}\right)\right] + 4k\left(z_0, r\right)} dr, \tag{7}$$

$$k(a,b) = \frac{1}{2\pi}\int_0^R \frac{dt}{\sqrt{1-t^2}} \exp\left[\frac{a^2+b^2-2tab}{2\sigma^2(1-t^2)}\right]. \tag{8}$$

$$\Lambda_i = \frac{\rho\ \mathrm{tg}i}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\mathrm{ctg}i)^2}{2\rho^2}\right] - \frac{1}{2}\mathrm{erfc}\frac{\mathrm{ctg}i}{\sqrt{2}\rho} \tag{9}$$

$$\Lambda_\varepsilon = \frac{\rho\ \mathrm{tg}\varepsilon}{\sqrt{2\pi}} \exp\left[-\frac{(\mathrm{ctg}\varepsilon)^2}{2\rho^2}\right] - \frac{1}{2}\mathrm{erfc}\frac{\mathrm{ctg}\varepsilon}{\sqrt{2}\rho} \tag{10}$$

$$R = \exp\left[-4\left(\frac{r}{L}\right)^2 \sin^2\frac{\varphi}{2}\right], \tag{11}$$

$$\xi_{i,\varepsilon}^{(0)} = z_0 + r\mathrm{ctg}(i,\varepsilon), \tag{12}$$

где erf(x) – функция ошибок, $\mathrm{erf}(x) = \frac{2}{\sqrt{\pi}}\int_0^x e^{-\varsigma^2} d\varsigma$, erfc(x) = 1 – erf(x), а угол φ – азимутальный угол (угол между плоскостью падения и плоскостью отражения).

Функция $T(i,\varepsilon,\varphi)$ описывает самозатенение площадки:

$$\begin{gathered} T(i,\varepsilon,\varphi) = 1 - \frac{\varphi}{2\pi}\exp\left(\frac{-t^2}{2\rho^2}\right) - \frac{1}{2\pi\rho^2}\left[\int_{t_{\min}}^{\infty} dt\, t \exp\left(\frac{-t^2}{2\rho^2}\right)\arccos\frac{t_{\min}}{t} + \right. \\ \left. + \int_{t_{\min}}^{t_0} dt\, t\exp\left(\frac{-t^2}{2\rho^2}\right)\arccos\frac{t_{\min}}{t} + \int_{t_0}^{\infty} dt\, t\exp\left(\frac{-t^2}{2\rho^2}\right)\arccos\frac{t_{\max}}{t} + \delta\right] \end{gathered}, \tag{13}$$

где $t_{\min} = \min\{\mathrm{ctg}i, \mathrm{ctg}\varepsilon\}$, $t_{\max} = \max\{\mathrm{ctg}i, \mathrm{ctg}\varepsilon\}$,

$$t_0 = \frac{\sqrt{\mathrm{ctg}^2 i + \mathrm{ctg}^2\varepsilon - 2\mathrm{ctg}i\mathrm{ctg}\varepsilon\cos\varphi}}{\sin\varphi}, \tag{14}$$

$$\delta = \begin{cases} 0, \quad \text{если} \quad 0 \le \varphi \le \arccos\left[\frac{t_{\min}}{t_{\max}}\right], \\ 2\int_{t_{\max}}^{t_0} dt\, t\exp\left[-\frac{t^2}{2\rho^2}\right]\arccos\frac{t_{\max}}{t}, \quad \text{если} \quad \arccos\left[\frac{t_{\min}}{t_{\max}}\right] \le \varphi \le \pi \end{cases}, \tag{15}$$

где $\rho = \sigma / L$ – дисперсия наклонов поверхности (L – размер области корреляции высот). Если пренебречь скоррелированностью входных и выходных траекторий лучей при взаимном затенении неровностей поверхности, то формула (5) переходит в формулу, полученную Смитом [2] для случая, когда все точки поверхности имеют независимые статистические распределения:

$$F(i,\varepsilon,\varphi) = \frac{T(i,\varepsilon,\varphi)}{1+\Lambda_i+\Lambda_\varepsilon}. \tag{16}$$

Позднее нам удалось найти точное решение задачи затенения на случайной шероховатой поверхности с гауссовской статистикой высот (Shkuratov et al., 2003). Это стало возможным, как это ни странно, после существенного усложнения задачи.

Рассмотрим затенение на многоуровневой (иерархически организованной) поверхности. При этом условная поверхность, описывающая крупномасштабные неровности, рассматривается как референс поверхность для отсчета высот мелкомасштабных неровностей. Затем условная поверхность, описывающая эти мелкомасштабные неровности, рассматривается как референс поверхность для еще более мелких неровностей и т.д. Если неровности всех уровней идентичны по статистическим характеристикам, то такая иерархическая структура может рассматриваться как однородный предфрактал. Будем далее считать, что каждый элементарный уровень предфрактала описывается случайной функцией с гауссовской статистикой наклонов. Для того чтобы описать рассеяние света такой поверхностью, мы использовали принцип масштабной инвариантности задач рассеяния света в приближении геометрической оптики.

Пусть $F\left(\mu, \overline{\theta^2}, \alpha, \beta, \gamma\right)$ есть функция рассеяния света предфрактальной поверхностью. Мы вводим в рассмотрение параметр $\rho \equiv \rho_\mu = \mu\overline{\theta^2}$, который характеризует угол куммулятивного наклона поверхности на самом мелкомасштабном иерархическом уровне поверхности ($\overline{\theta^2}$ – среднеквадратичный угол наклона поверхности на элементарном уровне шероховатости и μ – количество уровней предфрактала). Углы α, β и γ – фотометрические координаты (α – угол фазы, β – фотометрическая широта, отсчитываемая от экватора интенсивности, а γ – фотометрическая долгота, отсчитываемая от центрального меридиана). Углы α, β и γ связаны с традиционными фотометрическими углами *i*, ε и φ (угол падения, угол отражения и азимутальный угол) следующим образом:

$$\left.\begin{aligned} &\cos\alpha = \cos\varepsilon\ \cos i + \sin\varepsilon\ \sin i\ \cos\varphi \\ &\cos\gamma = \cos\varepsilon/\cos\beta \\ &\cos\beta = \sqrt{\frac{(\sin(i+\varepsilon))^2 - \left(\cos\frac{\varphi}{2}\right)^2 \sin 2\varepsilon\ \sin 2i}{(\sin(i+\varepsilon))^2 - \left(\cos\frac{\varphi}{2}\right)^2 \sin 2\varepsilon\ \sin 2i + (\sin\varepsilon)^2(\sin i)^2(\sin\varphi)^2}} \end{aligned}\right\} \qquad (17)$$

и

$$\left.\begin{aligned} &\cos i = \cos\beta\ \cos(\gamma-\alpha) \\ &\cos\varepsilon = \cos\beta\ \cos\gamma \\ &\cos\varphi = \frac{\cos\alpha - \cos i\ \cos\varepsilon}{\sin i\ \sin\varepsilon} \end{aligned}\right\}. \qquad (18)$$

Углы *i* и ε отсчитываются от глобальной нормали к референс плоскости самого крупномасштабного уровня предфрактала.

Перемасштабируем рассматриваемый предфрактал, мысленно убирая самый мелкомасштабный уровень шероховатости, но добавляя новый уровень со стороны крупных масштабов. В этом случае, первый шаг означает, что $F(\rho_{\mu+1}, \overline{\theta^2}, \alpha, \beta, \gamma) \to F(\rho_\mu, \overline{\theta^2}, \alpha, \beta, \gamma)$. Второй шаг дает $\frac{1}{S_0}\iint\limits_{S_0} F[\rho_\mu, \overline{\theta^2}, \alpha, \tilde{\beta}(x,y), \tilde{\gamma}(x,y)]\frac{dxdy}{\cos\theta(x,y)} \to F_{new}(\rho_\mu, \overline{\theta^2}, \alpha, \beta, \gamma)$, где *x, y* – декартовы координаты на референс плоскости; S_0 – площадь усреднения в референс плоскости; θ – угол между глобальной нормалью к референс плоскости и локальной нормалью поверхности; $\tilde{\gamma}$ и $\tilde{\beta}$ – фотометрические координаты, усредненные по θ. Величины $\tilde{\gamma}(x,y)$ и $\tilde{\beta}(x,y)$ варьируются вблизи γ и β. Множитель $\frac{1}{\cos\theta(x,y)}$ учитывает увеличение площади поверхности из-за введения дополнительной шероховатости со стороны крупных масштабов. Используя масштабную инвариантность задачи, имеем:

$$F(\rho_{\mu+1}, \overline{\theta^2}, \alpha, \gamma, \beta) = \frac{1}{S_0}\iint\limits_{S_0} F[\rho_\mu, \overline{\theta^2}, \alpha, \tilde{\beta}(x,y), \tilde{\gamma}(x,y)]\frac{dxdy}{\cos\theta(x,y)}. \qquad (19)$$

Это интегральное уравнение позволяет получить функцию рассеяния предфрактала.

Это уравнение может быть заменено следующим эквивалентным дифференциальным уравнением (Shkuratov et al., 2003):

$$\sum_{p=1}^{\infty} \frac{\partial^p F\left(\rho, \overline{\theta^2}, \alpha, \beta, \gamma\right)}{\partial \rho^p} \frac{\left(\overline{\theta^2}\right)^{p-1}}{p!} = \sum_{p=1}^{\infty} \left(\left\{ \sum_{k=0}^{p-1} \left[C_p^k \left(\sum_{l=p-k}^{p} \frac{(2l-1)!!}{2^l l!} \right) \Delta^{p-k} \right] + (-1)^{p+1} \right\} \frac{\left(\overline{\theta^2}\right)^{p-1}}{(2p)!} \right) F\left(\rho, \overline{\theta^2}, \alpha, \beta, \gamma\right) \quad (20)$$

с соответствующими начальными

$$F(0,0,\alpha,\beta,\gamma) = \chi(\alpha,\beta,\gamma) \quad (21)$$

и граничными

$$F(\rho, \overline{\theta^2}, \alpha, \beta, \pi/2) = F(\rho, \overline{\theta^2}, \alpha, \beta, \alpha - \pi/2) = F(\rho, \overline{\theta^2}, \alpha, \pm\pi/2, \gamma) = 0 \quad (22)$$

условиями, где Δ – оператор Лапласа в координатах γ и β, C_p^k – биномиальные коэффициенты. Функция $\chi(\alpha,\beta,\gamma)$ – индикатриса рассеяния элементами поверхности на самом мелком масштабе предфрактальной поверхности. Граничные условия показывают, что рассеянный поток от лимба и терминатора равен нулю. Используются также условия симметрии (т.е. принцип взаимности):

$$F(\rho, \overline{\theta^2}, \alpha, \beta, \gamma) = F(\rho, \overline{\theta^2}, \alpha, -\beta, \gamma), \quad (23)$$

$$F(\rho, \overline{\theta^2}, \alpha, \beta, \gamma) = F(\rho, \overline{\theta^2}, \alpha, \beta, \alpha - \gamma). \quad (24)$$

Отметим, что при стремлении $\overline{\theta}^2$ к нулю уравнение (19) приводится к виду

$$\frac{\partial F(\rho,\alpha,\beta,\gamma)}{\partial \rho} = \frac{1}{4}(\Delta + 2) F(\rho,\alpha,\beta,\gamma). \quad (25)$$

Решение уравнения (20) методом Фурье дает:

$$F\left(\mu, \overline{\theta^2}, \alpha, \beta, \gamma\right) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} E_{nm}(\alpha) \left(1 + \sum_{p=1}^{\infty} \left\{ \sum_{k=0}^{p-1} \left[C_p^k \left(\sum_{l=p-k}^{p} \frac{(2l-1)!!}{2^l l!} \right) \left(-C_{nm}(\alpha)\right)^{p-k} \right] + (-1)^{p+1} \right\} \frac{\left(\overline{\theta^2}\right)^p}{(2p)!} \right)^{\mu}, \quad (26)$$

$$\times \cos\left[k_m\left(\gamma - \frac{\alpha}{2}\right)\right] (\cos\beta)^{k_m} \, {}_2F_1\left(n + k_m + \frac{1}{2}, -n; \frac{1}{2}; (\sin\beta)^2\right)$$

где ${}_2F_1\left(n + k_m + \frac{1}{2}, -n; \frac{1}{2}; (\sin\beta)^2\right)$ – так называемые гипергеометрические полиномы,

$$k_m(\alpha) = \frac{\pi}{\pi - \alpha}(2m+1), \; m = 0,1,2,\dots, \quad (27)$$

$$C(\alpha) \equiv C_{nm}(\alpha) = \left[k_m(\alpha) + \frac{1}{2} + 2n\right]^2 - \frac{1}{4}, \; n = 0,1,2,\dots, \quad (28)$$

$\mu = \rho/\overline{\theta^2}$. Коэффициенты $E_{nm}(\alpha)$ находятся из начальных условий:

$$E_{nm}(\alpha) = \frac{1}{M_{mn}(\alpha)} \int_{\alpha-\pi/2}^{\pi/2} d\gamma \int_0^{\pi/2} d\beta \, (\cos\beta)^{k_m+1} \cos\left[k_m\left(\gamma - \frac{\alpha}{2}\right)\right] \chi(\alpha,\beta,\gamma) \; {}_2F_1\left(n + k_m + \frac{1}{2}, -n; \frac{1}{2}; (\sin\beta)^2\right), \quad (29)$$

где

$$M_{nm}(\alpha) = \frac{\pi^2 \pi!(2m+1)\Gamma(k_m+n+1)}{(2k_m+4\pi+1)\Gamma\left(\frac{1}{2}+n\right)\Gamma\left(k_m+\frac{1}{2}+n\right)k_m}. \tag{30}$$

В некоторых случаях коэффициенты $E_{nm}(\alpha)$ могут быть вычислены в явном виде, например, когда $\chi(\alpha,\beta,\gamma)$ является законом Ламберта или законом Ломмеля-Зеелигера.

Для уравнения (25) с теми же начальными и граничными условиями имеем следующее решение (Шкуратов, 1995):

$$F(\rho,\alpha,\beta,\gamma) =$$
$$\sum_{m=0}^{\infty}\sum_{n=0}^{\infty} E_{nm}(\alpha)\exp\left(-\frac{\rho}{4}\left(C_{mn}(\alpha)-2\right)\right)\cos\left[k_m\left(\gamma-\frac{\alpha}{2}\right)\right](\cos\beta)^{k_m}\,{}_2\mathrm{F}_1\left(n+k_m+\frac{1}{2},-n;\frac{1}{2};(\sin\beta)^2\right). \tag{31}$$

При больших ρ эта формула переходит в формулу, найденную Акимовым (1975, 1988):

$$F(\alpha,\beta,\gamma) \propto \cos\left[k_0\left(\gamma-\frac{\alpha}{2}\right)\right](\cos\beta)^{k_0}. \tag{32}$$

Хотя эта формула отвечает предельному случаю ($\rho \to \infty$, $\overline{\theta}^2 \to 0$), она хорошо описывает распределение яркости по диску Луны и других, достаточно темных, безатмосферных небесных тел.

Интересен случай, когда иерархическая поверхность создается генерациями шероховатостей, описывающихся однозначной случайной функцией с гауссовской статистикой. Тогда каждая такая генерация характеризуется не углом $\overline{\theta}^2$, а величиной $\overline{(\mathrm{tg}\theta)^2}$; фотометрическая функция такой поверхности имеет следующий вид:

$$F\left(\rho,\overline{\theta^2},\alpha,\gamma,\beta\right) = \sum_{n=0}^{\infty}\sum_{m=0}^{\infty} E_{nm}(\alpha)\cos\left[k_m\left(\gamma-\frac{\alpha}{2}\right)\right](\cos\beta)^{k_m}\cdot{}_2\mathrm{F}_1\left(n+k_m+\frac{1}{2},-n;\frac{1}{2};(\sin\beta)^2\right)\times$$
$$\times\left(1+\sum_{p=1}^{\infty}\sum_{r=1}^{\left[\frac{p}{2}\right]}\left[\left\{\sum_{k=0}^{r-1}\left[C_r^k\left(\sum_{l=r-k}^{r}\frac{(2l-1)!!}{2^l\,l!}\right)\left(-C_{nm}(\alpha)\right)^{r-k}\right]+(-1)^{r+1}\right\}\sum_{k=1}^{2\min(r,p-r+1)}\left.\frac{\partial^{\,p-2r}\left[(\cos\theta)^{2k}\right]}{\partial\theta^{\,p-2r}}\right|_{\theta=0}\right]\frac{\overline{(\mathrm{tg}\theta)^{2p}}}{(2p)!}\right)^{\mu}. \tag{33}$$

Если принять, что число иерархических уровней μ равно 1 (обычная случайно-неровная поверхность с гауссовской статистикой), то это решение можно сравнить с тем, что дают формулы (5) и (16). При сравнении, результаты которого даны на рис. 2.6.5, мы добавили данные о численном моделировании рассеяния света на статистически неровной поверхности с теми же значениями параметров (компьютерный эксперимент). Как и следовало ожидать, наилучшее совпадение с «экспериментальными» данными дает формула (33), поскольку она получена строго, без каких-либо упрощающих предположений. Таким образом, харьковскими астрономами была строго решена задача затенения для иерархических статистически неровных поверхностей с гауссовской статистикой наклонов поверхности. Эта задача существенно выходит за рамки астрономических исследований; полученное решение может быть полезно в задачах локации морской поверхности и земных ландшафтов.

Расчеты затенений для иерархической топографии представляют интерес в связи с оценкой площади лунной поверхности, находящейся в областях вечной тени. Такие области имеются вблизи лунных полюсов. В них могут накапливаться летучие и водяной лед, поскольку температура поверхности здесь низка. Как показано в работе (Петров и др., 2003), наличие иерархической структуры может в несколько раз увеличить оценки площади постоянно затененных областей.

Рассеяние света случайными средами

Планетные реголиты являются примерами случайных сред, состоящих из частиц разного размера, преимущественно много большими длины световой волны. Как уже отмечалось, фотометрические свойства таких сред определяются: индикатрисой рассеяния «типичной» частицы, теневым эффектом в среде, многократным (когерентным и некогерентным) рассеянием в среде. Рассеяние света изолированными частицами будет рассмотрено ниже. Здесь же мы сосредоточимся на исследовании теневого эффекта и эффекта когерентного усиления обратного рассеяния.

Теневой эффект. Этот эффект наиболее важный для формирования фотометрических характеристик реголитоподобных поверхностей. Даже в случае светлых поверхностей он играет большую роль. Теневой эффект для сред, состоящих из крупных частиц, исследовался как аналитическими методами, так и с помощью компьютерного моделирования. Среди аналитических результатов отметим простую формулу для теневой фотометрической функции, полученную в работах (Шкуратов, 1988, Шкуратов и др., 1991).

$$F_T(\alpha,\gamma,\beta) = \cos\beta\,\cos\gamma\,\cos(\alpha-\gamma)\sum_{n=0}^{\infty}\frac{(\cos\gamma+\cos(\alpha-\gamma))^n}{\prod\limits_{m=0}^{n}\left(\cos\gamma+\cos(\alpha-\gamma)-m\dfrac{2}{3}\ln(1-\xi)\sin\alpha\right)}, \qquad (34)$$

где α, γ, и β – как и ранее фазовый угол, фотометрическая долгота и широта, соответственно ξ – число частиц в объеме, равном объему одной частицы; это характеристика плотности упаковки среды. Эта формула получена для статистически однородной среды в предположении скоррелированности входа и выхода лучей при их распространении в среде. Последнее предполагает, что если луч прошел некоторое расстояние в среде без рассеяния, то он пройдет это же расстояние в строго обратном направлении так же без рассеяния.

Теневой эффект может быть описан аналитически у сред с градиентом плотности упаковки частиц. Этот случай важен для практики, поскольку любые порошкообразные (в частности, планетные) поверхности имеют переходной слой, в котором вероятность встретить частицу среды убывает от нижней границы к верхней постепенно. Толщина такого слоя обычно составляет несколько диаметров частиц. Этот слой важен, поскольку он, будучи самым внешним, вносит наибольший вклад в формирование фотометрических свойств поверхности. Особенно этот вклад велик для темных поверхностей, где многократное рассеяние развито слабо. Аналитическое рассмотрение градиентных сред может быть основано на использовании результатов, полученных при расчете затенений статистически неровных поверхностей, которые описываются однозначной случайной функцией (Шкуратов и Станкевич, 1992, Петров и Шкуратов, 2006). Пусть имеется такая поверхность. Рассечем ее наклонной плоскостью (см. рис. 2.6.6). В сечении на этой плоскости возникнет двумерная среда с градиентом плотности. В верхней ее части видны частицы случайной формы, а в нижней части возникает неоднозначный рельеф. Если наклон плоскости сечения по отношению к средней плоскости поверхности равен нулю, то возникает статистически однородная двумерная среда, чья плотность регулируется высотой плоскости сечения над средним уровнем. То, что это среда только двумерная, не имеет значения, поскольку задача однократного рассеяния сама по себе является двумерной. Формулы, позволяющие связать геометрию светорассеяния в двумерной среде с геометрией светорассеяния на трехмерной поверхности, нетрудно получить, пользуясь рис. 2.6.6:

$$\begin{aligned}
\cos i &= \cos\psi\,\cos i_0\\
\cos\varepsilon &= \cos\psi\,\cos\varepsilon_0\\
\cos\varphi &= \frac{\cos\alpha-\cos^2\psi\,\cos i_0\cos\varepsilon_0}{\sqrt{(1-\cos^2\psi\,\cos^2 i_0)(1-\cos^2\psi\,\cos^2\varepsilon_0)}}
\end{aligned} \qquad (35)$$

Здесь угол ψ задает наклон плоскости сечения трехмерного рельефа; этот угол можно рассматривать как параметр двумерной градиентной среды. Если подставить выражения (35) в формулу (5), то получим возможность рассчитать теневую фотометрическую функцию градиентных сред в приближении трехточечной плотности вероятности. Если выражения (35) подставляются сначала в формулу (17), а затем (33), то можно рассчитать теневую функцию градиентных сред с предфрактальной структурой частиц поверхности этих сред, причем эта функция будет отвечать строгому решению задачи.

Применение аналитических методов к описанию теневого эффекта и многократного рассеяния носит ограниченный характер. Для получения точных результатов весьма продуктивным оказывается метод компьютерного трассирования лучей в среде. В НИИ астрономии было выполнено множество работ, посвященных использованию такого трассирования (например, Stankevich et al., 2000, 2002). Большую работу для становления этого направления выполнил к.ф.-м.н. Станкевич Д. Г., который на протяжении более чем 15 лет разрабатывал основные алгоритмы компьютерного моделирования светорассеяния.

Задача такого моделирования распадается на два этапа. Первый – это генерирование среды в памяти компьютера, а второй – собственно трассирование лучей. Для генерирования среды рассматривается кубический объем, который заполняется частицами случайным образом. Для исследования теневого эффекта и многократного рассеяния в средах в приближении геометрической оптики достаточно использовать сферические непрозрачные частицы с заданной индикатрисой рассеяния элемента поверхности (это может быть, например, ламбертовская индикатриса). Максимальная плотность среды, которая генерируется случайным заполнением одинаковых сферических частиц без их пересечений, может достигать 0,37. Если частицы имеют разный размер, то эта цифра может быть приближена к 0,5, что близко к плотности планетных реголитов. После заполнения кубического объема на его верхнюю грань под заданным углом к нормали к поверхности бросается большое количество лучей, это могут быть многие миллионы лучей. Рабочий объем циклически замыкается. Это означает, что если луч в процессе распространения или многократного рассеяния в среде выходит через боковые стороны куба или его днище, то считается, что он вновь входит в тот же рабочий объем через противоположную сторону. Так с помощью конечного объема имитируется полубесконечная среда. Луч трассируется до тех пор, пока он не выйдет из среды (через верхнюю грань куба), либо пока его вклад не станет пренебрежимо малым. На рис. 2.6.7 показана теневая фазовая функция для разных плотностей среды ρ (отношение объема, занятого веществом, к общему объему). Как видно, уменьшение плотности приводит к более узкому оппозиционному пику, при этом увеличивается его нелинейность.

Эффект когерентного усиления обратного рассеяния. Суть этого эффекта поясняет рис. 2.6.4. Использование этого эффекта для объяснения оппозиционного пика яркости и отрицательной поляризации было предложено в работе (Шкуратов, 1985). В дальнейшем этот подход получил большое развитие. Отметим попытку аналитически решить задачу описания фотометрического и поляриметрического оппозиционных эффектов в приближении двукратного рассеяния (Шкуратов, 1991, Shkuratov et al., 1994). Была получена следующая формула для описания ветви отрицательной поляризации для сред, состоящих из частиц, чья индикатриса описывается обобщенным законом Релея.

$$P = G\frac{\left(1+2\sqrt{1-\omega}\right)^2}{9}\left\{\frac{\sin^2\alpha}{1+\cos^2\alpha}+\frac{2\omega\,\xi\left[1-\sqrt{1+\left(\frac{8}{5}\rho\sin\frac{\alpha}{2}\right)^2}\,\right]^2}{\left(\frac{8}{5}\rho\sin\frac{\alpha}{2}\right)^2\sqrt{1+\left(\frac{8}{5}\rho\sin\frac{\alpha}{2}\right)^2}\,\ln(1-\xi)}\right\}, \qquad (36)$$

где α – угол фазы, ω – альбедо однократного рассеяния одиночной частицы, ξ – количество частиц в объеме, равном объему одной частицы, *G* – множитель в обобщенной релеевской поляриметрической индикатрисе: $P = G\frac{\sin^2\alpha}{1+\cos^2\alpha}$, $\rho = -\frac{8\pi}{3}\frac{r}{\lambda}\frac{1}{\ln(1-\xi)}$, причем *r* и λ – радиус рассеивателей и длина волны, соответственно.

Позднее, с помощью численного моделирования многократного рассеяния света в среде с заданной матрицей рассеяния одиночных частиц было показано, что кратности рассеяния выше второй могут вносить заметный вклад в формирование ветви отрицательной поляризации (Shkuratov et al., 2002). Недавно работы по численному моделированию когерентного усиления обратного рассеяния были возобновлены. Рассматривались среды, состоящие из непрозрачных сферических частиц с зеркальной поверхностью (Stankevich et al., 2006). В частности, было показано, что в разность фаз прямых и обратных траекторий может вноситься дополнительная сдвижка за счет смещения точек отражения лучей зеркальной поверхностью частиц при изменении фазового угла. Отметим также работу (Шкуратов, 1991), в которой впервые обращалось внимание на необходимость учета углового размера источника света (Солнца) при интерпретации оппозиционных пиков когерентного усиления обратного рассеяния.

Особый интерес вызывают методы описания характеристик рассеяния света кластерами (агрегатами) частиц. Интерес этот связан с тем, что для кластеров, состоящих даже из нескольких частиц, важную роль играют эффекты многократного рассеяния. Изучая эти эффекты, можно понять природу и условия возникновения их для сред типа реголита на поверхностях безатмосферных небесных тел. В работе (Tishkovets et al., 2004) было показано, что хаотически ориентированные кластеры сферических частиц, сравнимых с длиной волны, могут показывать яркостной и поляризационный оппозиционные эффекты.

Рассеяние света одиночными несферическими частицами

Слабые отклонения от сферичности. Исследования рассеяния света несферическими частицами началось в Харьковской обсерватории в конце 70-х годов прошлого века с работ В. П. Тишковца и Ю. В. Александрова, в которых рассматривался случай малых отклонений формы сферических частиц от идеальной (Александров и Тишковец, 1979, 1980, 1983). Форма частицы задается в виде $r = a(1+ \varepsilon f(\theta,\varphi))$, где a – радиус сферы, ε – малый параметр, $f(\theta,\varphi)$ – произвольная непрерывная функция, θ и φ – угловые координаты сферической системы; поле, рассеянное частицей, ищется в виде $\vec{\mathbf{E}} = \vec{\mathbf{E}}_0 + \varepsilon\vec{\mathbf{E}}_1 + \varepsilon^2\vec{\mathbf{E}}_2$. Такая задача рассматривалась и до работ (Александров и Тишковец, 1979, 1980, 1983), однако решение, полученное харьковскими астрономами, было более общим. Это решение представляет интерес и сейчас, например, для исследования устойчивости таких специфических эффектов сферических частиц, как радуга и глория, при воздействии малых возмущений. Свет, рассеянный несферическими частицами, частично деполяризуется, если падающее излучение поляризовано.

Развитие дискрет-дипольного приближения. После работ (Александров и Тишковец, 1979, 1980, 1983) в НИИ астрономии в исследованиях свойств рассеяния света несферическими частицами был почти двадцатилетний перерыв. Только в 1999 году были опубликованы первые результаты применения метода дискрет-дипольного приближения (ДДП), который позволяет анализировать оптические свойства частиц случайной формы (Зубко и др., 1999). Рассмотрим подробнее метод ДДП. Пусть на произвольную частицу, занимающую область пространства *V*, падает плоская монохроматическая электромагнитная волна с частотой ω. Заменим исследуемую частицу дискретной системой достаточно малых по сравнению с длиной волны субчастиц (диполей), расположив их в узлах кубической решетки, равномерно заполняющей объем. Размер субчастицы примем равным размеру кубической ячейки. Поле, создаваемое частицей на бесконечном удалении, есть сумма полей, создаваемых субчастицами. Каждая субчастица взаимодействует с полем, падающим от источника, и полем, наведенным остальными субчастицами. Для того чтобы найти наведенное поле, воспользуемся известным выражением, которое задает электрическую напряженность поля **E**(**r**), рассеянного некоторым объемом *V* (частицей):

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = (\mathrm{graddiv} + k^2)\frac{1}{4\pi}\int_V (\varepsilon(\mathbf{r}') - 1)\mathbf{E}(\mathbf{r}')\frac{\exp(ik|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|)}{|\mathbf{r}-\mathbf{r}'|}d\mathbf{r}', \tag{37}$$

где **r** – вектор, задающий точку наблюдения; **r′** - вектор, задающий точку внутри объема; **E**(**r′**) – поле внутри объема; ε(**r′**) – диэлектрическая проницаемость вещества частицы; $k = \omega/c$ – волновое число. Формулу (37) можно несколько преобразовать и рассматривать формально как интегральное уравнение для поля, наведенного всеми субчастицами на данной субчастице. В дискретном представлении это уравнение переходит в систему линейных алгебраических уравнений:

$$\mathbf{E}_i = \mathbf{E}_i^{\mathrm{inc}} + \sum_{j\neq i}\frac{\exp(ikr_{ij})}{r_{ij}^{\ 3}}\beta_j\left[k^2((\mathbf{r}_{ij}\times\mathbf{E}_j)\times\mathbf{r}_{ij}) + \frac{1-ikr_{ij}}{r_{ij}^{\ 2}}(3\mathbf{r}_{ij}(\mathbf{r}_{ij}\cdot\mathbf{E}_j) - r_{ij}^{\ 2}\mathbf{E}_j)\right], \tag{38}$$

где β_j – поляризуемость j-ого диполя, которая может быть задана разными способами, в том числе и с помощью известной формулы Клаузиуса-Моссотти; $\mathbf{E}_i^{\mathrm{inc}}$ – падающее поле на i-ом диполе; $\mathbf{E}_j$ – полное поле, наведенное на j-ом диполе; $\mathbf{r}_{ij}$ – вектор, соединяющий i-ый и j-ый диполи, $r_{ij} = |\mathbf{r}_{ij}|$. Когда электрическая напряженность полного поля E_i найдена, становится возможным определение рассеянного поля вдали от частицы. Затем может быть определена матрица рассеяния частицы и проведено усреднение оптических характеристик частицы по ансамблю случайно ориентированных независимо рассеивающих частиц. Метод ДДП хорош тем, что не имеет ограничений на форму частиц. Он позволяет рассматривать также частицы, неоднородные по составу, и даже кластеры частиц случайной формы. Существует лишь единственная проблема – это компьютерное время. Для частиц с размерным параметром $X = 2\pi r/\lambda$ (где r – радиус описанной сферы, а λ, как и ранее, - длина волны) большим, чем 30, это время слишком велико для работы на современных компьютерах.

Для выполнения длительных ДДП вычислений в НИИ астрономии создан кластер из 10 PC IBM, который позволяет проводить параллельные расчеты. Сотрудником нашего НИИ Зубко Е. С. была создана программа, более эффективная, чем существующие. Она позволяет выполнять множество различных исследований, включая исследования механизмов возникновения отрицательной поляризации света малых частиц случайной формы (Zubko et al., 2005, 2006). На рис. 2.6.8 приведен пример таких расчетов. Здесь показана зависимость степени поляризации, вычисленная для агрегатных частиц (см. вставку) с действительной частью показателя преломления 1.5 и X = 10. Кривые 1-4 отвечают мнимой части коэффициента преломления Im(m) = 0, 0,02, 0,05 и 0,1, соответственно. Из этого рисунка следует, что глубина отрицательной ветви поляризации частиц неправильной (агрегатной) формы, размером порядка длины волны, максимальна для слабо поглощающих частиц. При этом величина максимума положительной поляризации минимальна.

Развитие метода Т-матрицы. Несколько лет назад у нас начались исследования рассеивающих свойств частиц так называемым методом T-матрицы. Метод T-матрицы использует разложение падающего и рассеянного полей по сферическим векторным функциям:

$$\mathbf{E}^{inc}(r,\theta,\varphi) = \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n}\left[a_{mn}\mathbf{RgM}_{mn}(r,\theta,\varphi) + b_{mn}\mathbf{RgN}_{mn}(r,\theta,\varphi)\right], \tag{39}$$

$$\mathbf{E}^{sca}(r,\theta,\varphi) = \sum_{n=1}^{\infty}\sum_{m=-n}^{n}\left[p_{mn}\mathbf{M}_{mn}(r,\theta,\varphi) + q_{mn}\mathbf{N}_{mn}(r,\theta,\varphi)\right], \tag{40}$$

где $\mathbf{RgM}_{mn}(r,\theta,\varphi)$, $\mathbf{RgN}_{mn}(r,\theta,\varphi)$, $\mathbf{M}_{mn}(r,\theta,\varphi)$, $\mathbf{N}_{mn}(r,\theta,\varphi)$ и a_{mn}, b_{mn}, p_{mn}, q_{mn} – соответственно векторные сферические функции и коэффициенты разложения. В силу линейности уравнений Максвелла коэффициенты разложения рассеянного поля p_{mn}, q_{mn} могут быть выражены через коэффициенты разложения падающего поля a_{mn}, b_{mn}:

$$p_{mn} = \sum_{n'=1}^{\infty}\sum_{m'=-n'}^{n'}\left[T^{11}_{mnm'n'}a_{m'n'} + T^{12}_{mnm'n'}b_{m'n'}\right] \tag{41}$$

и

$$q_{mn} = \sum_{n'=1}^{\infty}\sum_{m'=-n'}^{n'}\left[T^{21}_{mnm'n'}a_{m'n'} + T^{22}_{mnm'n'}b_{m'n'}\right]. \tag{42}$$

Матрица

$$T_{mnm'n'} = \begin{pmatrix} T^{11}_{mnm'n'} & T^{12}_{mnm'n'} \\ T^{21}_{mnm'n'} & T^{22}_{mnm'n'} \end{pmatrix} \tag{43}$$

называется T-матрицей. Фундаментальным свойством T-матрицы является то, что ее элементы зависят только от физических (размерный параметр, показатель преломления), геометрических (форма) характеристик рассеивающего объекта и его ориентации в пространстве; *T*-матрица не зависит от геометрии светорассеяния и поляризации падающего излучения. Это означает, что, будучи найдена один раз, она может быть использована для вычислений рассеянного поля для любой геометрии светорассеяния. Можно показать [3], что *T*-матрица может быть вычислена с помощью следующих соотношений:

$$\mathbf{T}_{mnm'n'} = -\left(\mathrm{Rg}\mathbf{Q}_{mnm'n'}\right)\left(\mathbf{Q}_{mnm'n'}\right)^{-1}, \tag{44}$$

где матрицы $\mathrm{Rg}\mathbf{Q}_{mnm'n'}$ и $\mathbf{Q}_{mnm'n'}$ задаются следующими выражениями:

$$\mathrm{Rg}\mathbf{Q}_{mnm'n'} = \begin{pmatrix} \mathrm{Rg}Q^{11}_{mnm'n'} & \mathrm{Rg}Q^{12}_{mnm'n'} \\ \mathrm{Rg}Q^{21}_{mnm'n'} & \mathrm{Rg}Q^{22}_{mnm'n'} \end{pmatrix}, \tag{45}$$

$$\mathbf{Q}_{mnm'n'} = \begin{pmatrix} Q^{11}_{mnm'n'} & Q^{12}_{mnm'n'} \\ Q^{21}_{mnm'n'} & Q^{22}_{mnm'n'} \end{pmatrix}, \tag{46}$$

причем

$$Q^{11}_{mnm'n'} = -i\left(m_0 J^{21}_{mnm'n'} + J^{12}_{mnm'n'}\right), \tag{47}$$

$$Q^{12}_{mnm'n'} = -i\left(m_0 J^{11}_{mnm'n'} + J^{22}_{mnm'n'}\right), \tag{48}$$

$$Q^{21}_{mnm'n'} = -i\left(m_0 J^{22}_{mnm'n'} + J^{11}_{mnm'n'}\right), \tag{49}$$

$$Q^{22}_{mnm'n'} = -i\left(m_0 J^{12}_{mnm'n'} + J^{21}_{mnm'n'}\right), \tag{50}$$

$$\mathrm{Rg}Q^{11}_{mnm'n'} = -i\left(m_0 \mathrm{Rg}J^{21}_{mnm'n'} + \mathrm{Rg}J^{12}_{mnm'n'}\right), \tag{51}$$

$$\mathrm{Rg}Q^{12}_{mnm'n'} = -i\left(m_0 \mathrm{Rg}J^{11}_{mnm'n'} + \mathrm{Rg}J^{22}_{mnm'n'}\right), \tag{52}$$

$$\mathrm{Rg}Q^{21}_{mnm'n'} = -i\left(m_0 \mathrm{Rg}J^{22}_{mnm'n'} + \mathrm{Rg}J^{11}_{mnm'n'}\right), \tag{53}$$

$$\mathrm{Rg}Q^{22}_{mnm'n'} = -i\left(m_0 \mathrm{Rg}J^{12}_{mnm'n'} + \mathrm{Rg}J^{21}_{mnm'n'}\right), \tag{54}$$

где

$$\begin{bmatrix} J^{11}_{mnm'n'} \\ J^{12}_{mnm'n'} \\ J^{21}_{mnm'n'} \\ J^{22}_{mnm'n'} \end{bmatrix} = (-1)^m \iint_S dS\, \mathbf{n}(r,\theta,\varphi) \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{RgM}_{m'n'}(m_0 r,\theta,\varphi) \times \mathbf{M}_{-mn}(r,\theta,\varphi) \\ \mathbf{RgM}_{m'n'}(m_0 r,\theta,\varphi) \times \mathbf{N}_{-mn}(r,\theta,\varphi) \\ \mathbf{RgN}_{m'n'}(m_0 r,\theta,\varphi) \times \mathbf{M}_{-mn}(r,\theta,\varphi) \\ \mathbf{RgN}_{m'n'}(m_0 r,\theta,\varphi) \times \mathbf{N}_{-mn}(r,\theta,\varphi) \end{bmatrix}, \tag{55}$$

$$\begin{bmatrix} RgJ^{11}_{mnm'n'} \\ RgJ^{12}_{mnm'n'} \\ RgJ^{21}_{mnm'n'} \\ RgJ^{22}_{mnm'n'} \end{bmatrix} = (-1)^m \iint_S dS\, \mathbf{n}(r,\theta,\varphi) \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{RgM}_{m'n'}(m_0 r,\theta,\varphi) \times \mathbf{RgM}_{-mn}(r,\theta,\varphi) \\ \mathbf{RgM}_{m'n'}(m_0 r,\theta,\varphi) \times \mathbf{RgN}_{-mn}(r,\theta,\varphi) \\ \mathbf{RgN}_{m'n'}(m_0 r,\theta,\varphi) \times \mathbf{RgM}_{-mn}(r,\theta,\varphi) \\ \mathbf{RgN}_{m'n'}(m_0 r,\theta,\varphi) \times \mathbf{RgN}_{-mn}(r,\theta,\varphi) \end{bmatrix}. \tag{56}$$

Таким образом, нахождение элементов *T*-матрицы представляет собой сложную задачу. В общем случае эта задача сводится к необходимости численного расчета поверхностного интеграла от весьма громоздкой функции (см. формулы (55) и (56)). Оказалось, однако, что этот интеграл может быть преобразован так, что влияние формы, с одной стороны, и влияние размера частиц, а также их коэффициента преломления, с другой стороны, факторизуется. Эта модификация метода *T*-матриц была предложена в работе (Petrov et al., 2006). Эта модификация основана на введении так называемых *Sh*-матриц. Элементы *Sh*-матриц зависят только от формы частицы и не зависят от ее размера или оптических констант. Это позволяет вычислить *Sh*-матрицы только один раз и затем найти элементы *T*-матрицы для любых размеров и показателей преломления частиц. Например, выражение для $\mathrm{Rg}J^{11}_{mnm'n'}$ выглядит следующим образом:

$$\mathrm{Rg}J^{11}_{mnm'n'}\left(X, m_0\right) = X^{n+n'+2}\left(m_0\right)^{n'}\sum_{k_1=0}^{\infty}\frac{\left(Xm_0\right)^{2k_1}}{k_1!\,\Gamma\left(n'+k_1+\frac{3}{2}\right)}\sum_{k_2=0}^{\infty}\frac{\left(X\right)^{2k_2}}{k_2!\,\Gamma\left(n+k_2+\frac{3}{2}\right)}\mathrm{Rg}Sh^{11}_{mnm'n',k_1+k_2}, \quad (57)$$

где $\mathrm{Rg}Sh^{11}$ – один из элементов матрицы формы:

$$\mathrm{Rg}Sh^{11}_{mnm'n'k} = -i\pi\,\frac{(-1)^{m'-m+k}}{2^{2k+n'+n+2}}A_{nn'}\int_0^{\pi}d\theta\left\{\sin\theta\left[\pi_{m'n'}(\theta)\tau_{mn}(\theta)+\pi_{mn}(\theta)\tau_{m'n'}(\theta)\right]\int_0^{2\pi}d\varphi\,\exp\left[i\varphi\,(m'-m)\right]\left(R_0\right)^{2k+n+n'+2}\right\}, \quad (58)$$

где $R_0 = \dfrac{R(\theta,\varphi)}{X}$, $X = 2\pi r/\lambda$, как и ранее, – размерный параметр. Как видно, *Sh*-матрицы зависят от двойного интеграла, взятого по поверхности частицы. Его вычисление с нужной точностью – задача непростая. Однако для частиц некоторых форм интегралы все же могут быть найдены аналитически. В частности, для вытянутого сфероида с осями a и b (все размеры выражены в единицах размерного параметра, $b \le a$) элемент $\mathrm{Rg}Sh^{11}$ описывается следующим соотношением:

$$\mathrm{Rg}Sh^{11}_{mnm'n'k} = -i\pi^2\frac{(-1)^{m'-m+k}}{2^{2k+n'+n+1}}A_{nn'}\delta_{mm'}b^{2k+n+n'+2}I^{(1)}_{mnm'n'}\left(k+\frac{n+n'+2}{2}\right), \quad (59)$$

где

$$\begin{aligned} I^{(1)}_{mnm'n'}(z) &= m\left[\frac{n'\sqrt{(n'+1)^2-m'^2}}{2n'+1}I^{(\theta)}_{mnm'n'+1}(z)-\frac{(n'+1)\sqrt{n'^2-m'^2}}{2n'+1}I^{(\theta)}_{mnm'n'-1}(z)\right]+ \\ &+m'\left[\frac{n\sqrt{(n+1)^2-m^2}}{2n+1}I^{(\theta)}_{mn+1m'n'}(z)-\frac{(n+1)\sqrt{n^2-m^2}}{2n+1}I^{(\theta)}_{mn-1m'n'}(z)\right] \end{aligned}, \quad (60)$$

$$\begin{aligned} I^{(\theta)}_{mnm'n'}(z) &= (-1)^{n+n'}\Xi_m\Xi_{m'}n!\sqrt{(n-|m|)!(n+|m|)!}\,n'!\sqrt{(n'-|m'|)!(n'+|m'|)!}\times \\ &\sum_{k=0}^{n-|m|}\frac{(-1)^k}{k!(n-k)!(n-|m|-k)!(|m|+k)!}\sum_{k'=0}^{n'-|m'|}\frac{(-1)^{k'}}{k'!(n'-k')!(n'-|m'|-k')!(|m'|+k')!}\times \\ &\sum_{k''=0}^{\infty}\frac{\Gamma(z+k'')\varepsilon^{2k''}}{\Gamma(z)\Gamma(k''+1)}\sum_{k'''=0}^{k''}C^{k''}_{k'''}(-4)^{k'''}I\left(2n-2k-|m|+2n'-2k'-|m'|-1+2k''',2k+|m|+2k'+|m'|-1+2k'''\right) \end{aligned}, \quad (61)$$

$$I(\alpha,\beta) = \frac{\Gamma\left(\frac{\alpha+1}{2}\right)\Gamma\left(\frac{\beta+1}{2}\right)}{2\Gamma\left(\frac{\alpha+\beta}{2}+1\right)}. \quad (62)$$

Аналогично получаются выражения и для других элементов *Sh*-матрицы.

Предложенная харьковскими астрономами модификация метода *T*-матрицы представляется очень перспективной, поскольку может дать решения задачи рассеяния в аналитическом виде для частиц многих форм: сфероидов (вытянутых и сплюснутых), частиц Чебышева, конечных цилиндров, капсул, бисфер и т.п.

Если полупрозрачная частица достаточно крупная, то для расчетов ее рассеивающих свойств можно использовать приближение геометрической оптики, применяя компьютерную трассировку лучей. Такое направление развивалось в работах Е. С. Гринько (Grynko and Shkuratov, 2003). В частности, были проведены расчеты для сфер, ограненных заданным количеством треугольных микроплощадок, кубиков, в том числе деформированных, и частиц неправильной формы, также сформированных набором треугольных микроплощадок. Неправильные частицы характеризуются среднеквадратичным углом отклонения микроплощадок от описанной сферы, β. Примеры изображений таких частиц приведены на рис. 2.6.9.

На рис. 2.6.10 приведены расчеты интенсивности F_{11} и еще двух нормированных элементов матрицы рассеяния, F_{21}/F_{11} и F_{34}/F_{11} как функции угла рассеяния. Первое отношение характеризует степень линейной поляризации рассеянного света при освещении частицы неполяризованным светом, $P = F_{12}/F_{11}$. Обращает внимание то, что при больших углах рассеяния (малых фазовых углах) у частиц сложной формы отрицательной поляризации не наблюдается.

Одномерная модель многократного рассеяния в порошкообразных средах

Как уже отмечалось, спектрофотометрические свойства порошкообразных поверхностей (сред), состоящих из достаточно крупных частиц, можно анализировать в рамках приближения геометрической оптики. Для расчетов обычно используют классическую теорию переноса излучения. Строго говоря, эта теория применима только к разреженным средам, поскольку индикатрису однократного рассеяния света в среде отождествляют с индикатрисой изолированной частицы, которая соответствует освещению и наблюдению частицы из бесконечности. При переходе к конечным расстояниям, сравнимым с размером частицы (случай рассеяния в плотной среде), индикатриса частицы изменяется даже в геометрооптическом приближении (Гринько и Шкуратов, 2002).

Первой теорией переноса, в которой изначально имеют дело с параметрами частиц, а не среды, является модель стопы. Эта модель одномерна. В ней рассеяние света порошкообразной средой моделируется многократными отражениями в стопе полупрозрачных пластин с толщиной, равной среднему размеру частиц порошка. Формулы для расчета коэффициента отражения и пропускания для стопы плоскопараллельных пластин при условии нормального падения света на стопу были получены в начале прошлого столетия Стоксом [4]. При этом для оценки отражения и пропускания на границах раздела использовались коэффициенты Френеля. В 50-х годах было также показано [4], что формулы Стокса для бесконечно толстой стопы применимы для описания данных спектральных измерений с интегрирующей сферой несамосветящихся порошкообразных сред. Одномерность модели Стокса-Бодо не является в данном случае большим недостатком, т.к. альбедо, измеренное интегрирующей сферой, является одномерной характеристикой.

Позднее модель Стокса-Бодо была существенно развита, в частности, в наших работах (Шкуратов, 1987, Старухина и Шкуратов, 1996, Shkuratov et al., 1999). В качестве коэффициентов отражения и пропускания на границах раздела в стопе были использованы коэффициенты Френеля, усредненные по углу падения от 0 до 90°. Это позволило, в частности, учесть эффект полного внутреннего отражения света в частицах. Одномерные модели не позволяют, однако, определить угловые зависимости интенсивности рассеянного света, поэтому при их использовании самым трудным и самым уязвимым для критики является сопоставление «одномерного» альбедо с «трехмерным» коэффициентом отражения сред, фигурирующим в практических задачах.

Рассматриваемая ниже модель (Shkuratov et al., 1999) описывает рассеяние света порошкообразной средой с оптическими константами n и κ (соответственно, вещественная и мнимая части показателя преломления). Частицы среды считаются полупрозрачными и однородными. Отражение и преломление света поверхностью частиц характеризуется коэффициентами Френеля. Модель одномерна в том смысле, что все направления при многократном рассеянии делятся на два типа: рассеяние назад (в полусферу, содержащую источник света) и вперед (в противоположную полусферу). Выполним вначале усреднение по различным конфигурациям рассеяния лучей в частице. Пусть r_b и r_f – доли потока, рассеянного частицей назад и вперед, соответственно. Эти величины можно представить в виде рядов по кратности рассеяния:

$$r_b = R_b + T_e T_i \sum_{m=1}^{\infty} W_{m+1} R_i^{m-1} \exp(-m\tau), \qquad (63)$$

$$r_f = R_f + T_e T_i \sum_{m=1}^{\infty} (1 - W_{m+1}) R_i^{m-1} \exp(-m\tau), \qquad (64)$$

где W_m – вероятность выхода луча из частицы в направлении назад при m-м акте рассеяния; R_b и R_f – средние коэффициенты отражения назад и вперед, соответственно, τ – коэффициент поглощения (см. ниже). Величины R_b и R_f можно найти путем усреднения коэффициентов Френеля $R_0(n,\theta)$ по углам падения θ в предположении равновероятного распределения микрограней частиц по направлениям:

$$R_b = 2\int_0^{\pi/4} d\theta \cdot R_0(n,\theta)\cos\theta\,\sin\theta\ , \tag{65}$$

$$R_f = 2\int_{\pi/4}^{\pi/2} d\theta \cdot R_0(n,\theta)\cos\theta\,\sin\theta\ . \tag{66}$$

Через R_i обозначен средний коэффициент отражения внутри частицы:

$$R_i = \frac{n^2-1}{n^2} + 2\int_0^{\theta_0} d\theta \cdot R_0\left(\frac{1}{n},\theta\right)\cos\theta\,\sin\theta\ , \tag{67}$$

где $\theta_0 = \arcsin(1/n)$ – угол полного внутреннего отражения. Аналогично записываются средние коэффициенты пропускания света, проходящего внутрь частицы T_e и в противоположном направлении T_i. Поглощение $\tau = 4\pi\kappa l/\lambda$ зависит от эффективного пути l в частице между двумя внутренними отражениями. Он находится через среднее значение экспоненты $\overline{\exp\left(-\frac{4\pi\kappa}{\lambda}\sum_{i=0}^{m} l_i\right)}$, описывающей поглощение света в частице, l_i – путь между двумя последовательными отражениями (преломлениями): $\overline{\exp\left(-\frac{4\pi\kappa}{\lambda}\sum_{i=0}^{m} l_i\right)} = \exp\left(-\frac{4\pi\kappa}{\lambda}ml\right)$. Для частиц произвольной формы l может быть найдено с помощью численного моделирования; оно составляет примерно 0,2D, где D – диаметр частицы, независимо от того, какая кратность рассеяния рассматривается (Shkuratov and Grynko, 2005).

Обозначим через $R_e = R_b + R_f$ коэффициент внешнего отражения, усредненный по всем направлениям, тогда

$$\left.\begin{aligned} T_e &= 1 - R_e \\ T_i &= 1 - R_i \end{aligned}\right\} . \tag{68}$$

Интегрирование в формуле (67) дает

$$R_i = 1 - (1 - R_e)/n^2 , \tag{69}$$

поэтому $T_i = T_e/n^2$. Для n = 1,4 – 1,7 хорошую аппроксимацию дают выражения

$$\left.\begin{aligned} R_b &\approx (0.28n - 0.20)R_e \\ R_e &\approx r_0 + 0.05 \\ R_i &\approx 1.04 - 1/n^2 \end{aligned}\right\} , \tag{70}$$

где $r_0 = (n-1)^2/(n+1)^2$ – френелевский коэффициент отражения при нормальном падении. Оценим вероятности W_m. Предполагаем, что для высоких кратностей рассеяния света внутри частицы вероятность выхода луча из частиц в направлении вперед и назад одинакова. Для малых кратностей рассеяния эта оценка неверна. Далее считаем, что $W_1 = 0$, а W_m = 1/2 при $m > 2$. При этом ряды (63) и (64) становятся прогрессиями и легко суммируются:

$$r_b = R_b + \frac{T_e T_i R_i \exp(-2\tau)}{2(1 - R_i \exp(-\tau))}, \tag{71}$$

$$r_f = R_f + T_e T_i \exp(-\tau) + \frac{T_e T_i R_i \exp(-2\tau)}{2(1 - R_i \exp(-\tau))}. \tag{72}$$

Найдем одномерную индикатрису слоя частиц. Этот слой включает две компоненты: частицы и пустоты; обозначим через *s* долю частиц в слое. Тогда индикатриса слоя выразится системой:

$$\left.\begin{aligned} \rho_b &= s \cdot r_b \\ \rho_f &= s \cdot r_f + 1 - s \end{aligned}\right\} . \tag{73}$$

Одномерное альбедо поверхности запишем в виде ряда по кратности рассеяния между верхним слоем и остальными слоями:

$$A = \rho_b + \rho_f^2 A + \rho_f^2 \rho_b A^2 + \ldots = \rho_b + \rho_f^2 A / (1 - \rho_b A) , \tag{74}$$

откуда

$$A = \frac{1 + \rho_b^2 - \rho_f^2}{2\rho_b} - \sqrt{\left(\frac{1 + \rho_b^2 - \rho_f^2}{2\rho_b} \right)^2 - 1} . \tag{75}$$

Важным достоинством описываемой модели является возможность оценить по известному альбедо мнимую часть показателя преломления, если задать значения параметров *n*, *s* и *l*. Уравнения (75) решается относительно *κ*:

$$\kappa = -\frac{\lambda}{4\pi l} \ln \left[\frac{b}{a} + \sqrt{\left(\frac{b}{a} \right)^2 - \frac{c}{a}} \right] , \tag{76}$$

где

$$a = T_e T_i (y R_i + s T_e) , \tag{77}$$

$$b = y R_b R_i + \frac{s}{2} T_e^2 (1 + T_i) - T_e (1 - s R_b) , \tag{78}$$

$$c = 2 y R_b - 2 T_e (1 - s R_b) + s T_e^2 , \tag{79}$$

$$y = (1 - A)^2 / 2A . \tag{80}$$

Далее мы проводим сопоставление результатов теоретического и компьютерного моделирования светорассеяния средами (Гринько и Шкуратов, 2003, Shkuratov and Grynko, 2005). Точки на рис. 2.6.11 показывают зависимости коэффициента отражения сред, составленных частицами разной формы, как функции поглощения exp(-τ) при α = 60°, *n* = 1,5 и *s* = 0,1 (нормальное падение лучей). Сплошной кривой даны расчеты «одномерного» коэффициента отражения, рассчитанного по формуле (75). Как видно, данные компьютерного моделирования и теоретический расчет хорошо совпадают друг с другом для случая кубических частиц и частиц неправильной формы (RGF). Эти эксперименты позволили оценить точность одномерной геометрооптической модели светорассеяния порошкообразными средами (Шкуратов, 1987, Shkuratov et al., 1999), которая находит широкое применение в практике исследований планетных поверхностей [5].

В заключение отметим, что современные работы по светорассеянию, ведущиеся в НИИ астрономии, отличает комплексность подхода. Прежде всего, это сочетание строгого теоретического моделирования с полуэмпирическими моделями и компьютерными экспериментами. Такой подход может способствовать созданию надежной и содержательной интерпретационной базы в исследованиях поверхностей безатмосферных небесных тел.

Литература

[1] *Басс Ф. Г., Фукс И. М.* Об учете затенений при рассеянии волн на статистически

неровной поверхности // Изв. ВУЗов, Радиофизика. – 1964. – Т. 7, № 1. – С. 101–112.

[2] *Smith B. G.* Lunar surface roughness: shadowing and thermal emission // J. Geophys. Res. – 1967. – 72, № 16. – С. 4059-4067.

[3] *Mishchenko M. I., Travis L.D., Lacis A. A.* Scattering, absorption, and emission of light by small particles, Cambridge: Cambridge University Press. – 2002. – 690 p.

[4] *Иванов А. П.* Оптика рассеивающих сред. – Минск: Наука и техника, 1969. – 592 с.

[5] *Poulet F., Cuzzi J.N., Cruikshank D.P., Roush T., Ore C.M.* Comparison between the Shkuratov and Hapke scattering theories for solid planetary surfaces. Application to the surface composition of two Centaurs // Icarus. – 2002. –160. – P. 313–324.