

К 14000

П-327435

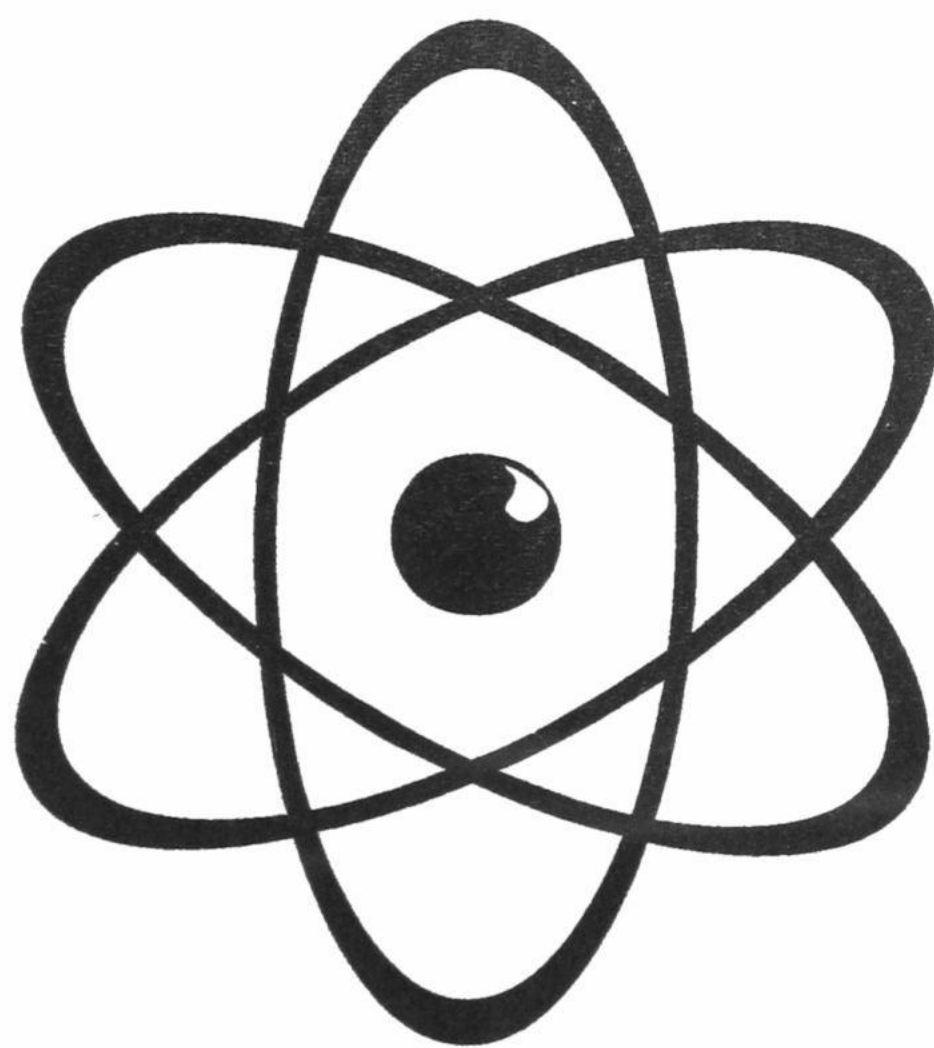
ISSN 0453-8048

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ УКРАЇНИ

ВІСНИК

ХАРКІВСЬКОГО УНІВЕРСИТЕТУ

№ 469



2000

“Вісник Харківського університету” (серія фізична «Ядра, частинки, поля») є збірником наукових робіт, який містить результати досліджень з фізики елементарних частинок, ядерної фізики, фізики плазми та плазмових технологій, фізики твердого тіла та радіаційної фізики. Збірник призначений для викладачів, наукових співробітників, аспірантів та студентів, що спеціалізуються у відповідних або суміжних галузях науки. Його включено до Переліку наукових видань ВАК, в яких можуть публікуватися основні результати дисертаційних робіт. До публікації приймаються статті, написані українською, російською або англійською мовами згідно з правилами для авторів і мають позитивні рекомендації двох рецензентів, призначених редакцією. Запланована періодичність випуску збірника — 4 рази на рік.

Редакційна колегія

Головний редактор — **Залюбовський І.І.** — чл.-кор. НАН України, д-р ф.-м. наук, професор
Заст. головного редактора — **Азаренков М.О.** — д-р ф.-м. наук, професор

Члени редакційної колегії:

Адаменко І. М. — д-р ф.-м. наук, професор
Бережній Ю. А. — д-р ф.-м. наук, професор
Дуплій С. А. — д-р ф.-м. наук
Коваль А. Г. — д-р ф.-м. наук, професор
Кондратенко А. М. — д-р ф.-м. наук, професор
Лазурик В. Т. — д-р ф.-м. наук
Лапшин В. І. — д-р ф.-м. наук, професор
Нечипоренко Є. П. — д-р ф.-м. наук, професор
Пелетмінський С.В. — акад. НАН України, д-р ф.-м. наук, професор
Сорокін Д.П. — д-р ф.-м. наук
Степанов К.М. — чл.-кор. НАН України, д-р ф.-м. наук, професор
Товстяк В. В. — д-р ф.-м. наук
Толок В. Т. — чл.-кор. НАН України, д-р ф.-м. наук, професор
Шульга М. Ф. — д-р ф.-м. наук, професор

Відповідальний секретар — **Кірдін А.І.** — к. ф.-м. наук

Адреса редакційної колегії: 61108, Харків, пр. Курчатова, 31.
Харківський національний університет. Фізико-технічний факультет, к. 402.
Тел. 35-25-66. E-mail: kirdin@ftf.univer.kipt.kharkov.ua

...ам Вченої Ради Харківського національного університету.
... 2000 р.

ISSN 0453-8048

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ УКРАЇНИ

Заснований у 1964 р.

ВІСНИК

ХАРКІВСЬКОГО УНІВЕРСИТЕТУ

№ 469

серія фізична

«Ядра, частинки, поля»

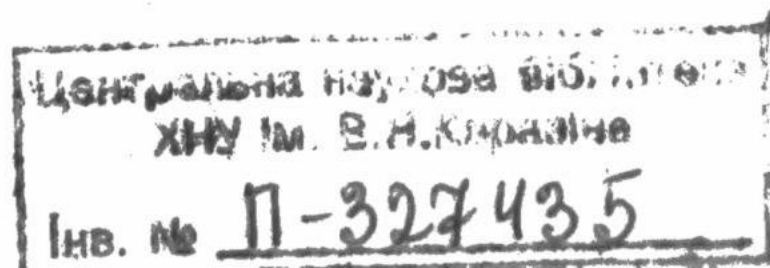
Випуск 1 /9/

**Харків
2000**

Зміст

А.С. Молев	Анализ полных сечений реакций под действием легких экзотических ядер на основе S-матричного подхода	3
Ю.А. Касаткин, И.К. Кириченко, С.А. Солдатов	Построение калибровочно-инвариантной полной амплитуды в электромагнитных процессах	7
В.М. Рашкован, А.В. Марчук, И.А. Пономарева	Эффект рассеяния заряженных частиц на сверхпроводящих магнитных контурах	12
В.Ф. Алексин, Н.Р. Беляев, В.Д. Ходусов	Термодинамика локального квазиравновесного состояния в газе квазичастиц	17
Ю.В. Середа	Бездиссипативное распространение импульсного магнитного поля в одномерной анизотропной спиновой ХУ-цепочке	21
Е.В. Ромашенко, А.Я. Омельченко	Устойчивость идеальных мелкомасштабных МГД-мод в токамаке	27
A.V. Kirichok, V.M. Kuklin, S.T. Mouharov	Physical mechanisms of generation of sub- and upper harmonics in a periodic plasma-filled waveguide system	33
Н.А. Азаренков, В.Ф. Клепиков, В.П. Олефир, А.Е. Споров	Несимметричные электромагнитные волны в слабонеоднородной магнитоактивной плазме, частично заполняющей металлический волновод	41
Н.А. Азаренков, В.К. Галайдыч	Параметрическое возбуждение поверхностных волн на границе неоднородной плазмы с вакуумом	45
А.В. Лисицкий, С.А. Письменецкий, В.Г. Рудычев	Методика имитации аварийных радиационных полей на АЭС. 1. Характеристики аварийных излучений	49
И.Н. Кудрявцев	Теплоемкость и фононные спектры высокотемпературных сверхпроводников $\text{ReBa}_2\text{Cu}_3\text{O}_{7-\delta}$ ($\text{Re}=\text{Y}, \text{Dy}, \text{Eu}$)	53
В.Ф. Клепиков, А.Г. Пономарев, Г.В. Скачек, А.Г. Толстолуцкий, В.В. Уваров	Особенности воздействия сильноточных трубчатых релятивистских электронных пучков на твердое тело	56
Ю.И. Гофман, А.И. Кирдин, Т.А. Коваленко, И.В. Мизик , С.А. Письменецкий	Перспективные технологические применения электронных пучков в листопрокатном производстве	61
С.П. Новосядлий	Високоякісна технологія затворного оксидування великих інтегральних схем	65
Н.М. Пелихатый, Н.И. Коваленко, Т.С. Плахтий, А.К. Гнап	Термоэлектро-тренировка и радиационная стойкость униполярных интегральных структур	71
В.А. Чишкала, С.В. Литовченко, Е.П. Нечипоренко, Д.С. Матвиенко, Т.С. Маслова, Т.М. Хижняк, В.И. Гриценко, Д.В. Очеретный	Создание износостойких покрытий на основе твердосплавных тугоплавких эвтектических композиций	75
В.Г. Кириченко, П.Л. Руденко, А.И. Снурникова	Исследование миграции и сегрегации включений интерметаллических фаз в сплавах циркония для ядерных реакторов	78
А.А. Ашеко, В.С. Сперкач	Поворотнo-изомерная релаксация в некоторых разветвленных углеводородах	81
В.Н. Бориско, А.В. Маслов, А.А. Петрушеня, И.А. Рудая	Модифицированный плазменный источник электронов	86
Г.А. Кривоносов, Д.С. Мельников, Н.В. Найденов, Н.А. Хижняк	Проект высоко-вольтного многофазного трансформаторного ускорителя заряженных частиц	89

435



УДК 539.172

АНАЛИЗ ПОЛНЫХ СЕЧЕНИЙ РЕАКЦИЙ ПОД ДЕЙСТВИЕМ ЛЕГКИХ ЭКЗОТИЧЕСКИХ ЯДЕР НА ОСНОВЕ S-МАТРИЧНОГО ПОДХОДА

А. С. Молев

Харьковский национальный университет им. В.Н.Каразина, 61077, Украина, г. Харьков, пл. Свободы, 4
Поступила в редакцию 7 декабря 1999 г.

Получено приближенное выражение для полного сечения реакций с участием легких радиоактивных ядер промежуточной энергии на основе модельного представления матрицы рассеяния. Отличие рассчитанных с помощью этого выражения полных сечений реакций под действием ядер $^9, ^{11}\text{Li}$ и $^7, ^{12}, ^{14}\text{Be}$ от точных значений составляет, в основном, 1 – 2%. Показано, что уменьшение сечения реакций для системы $^{11}\text{Li} + ^{12}\text{C}$ с ростом энергии в области $E = 20 - 75$ МэВ/нуклон обусловлено уменьшением параметра радиуса и увеличением прозрачности в области малых моментов при возрастании энергии налетающих ядер.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: полное сечение реакций, матрица рассеяния, квазиупругое рассеяние, нейтроноизбыточные ядра, нейтронное гало

Первые эксперименты на пучках легких нейтроноизбыточных ядер [1–3], в которых были измерены полные сечения взаимодействия и полные сечения реакций в широкой области энергии, показали, что эти сечения имеют аномально большие значения. Результаты анализа измеренных полных сечений свидетельствуют о том, что радиусы некоторых слабосвязанных ядер, лежащих на границе нейтронной стабильности (например, ^{11}Li , $^{11}, ^{14}\text{Be}$, ^{17}B), заметно превышают радиусы соседних стабильных ядер и выходят за пределы ядерной систематики $\sim A^{1/3}$, что обусловлено присутствием в таких экзотических ядрах протяженного нейтронного гало. С целью изучения свойств экзотических ядер и, в частности, детальной структуры нейтронного гало в ряде последующих экспериментов исследовалось квазиупругое рассеяние с участием этих ядер при энергии $E = 30 - 60$ МэВ/нуклон (например, [4 – 6]). Совместный анализ дифференциального сечения рассеяния и полного сечения реакций при одной и той же энергии налетающих частиц позволяет получить более надежную физическую информацию о ядро-ядерном взаимодействии и свойствах легких экзотических ядер.

Полное сечение реакций является одной из важных характеристик, к которой чувствительна модель описания ядро-ядерного взаимодействия. В настоящей работе полные сечения реакций взаимодействия легких экзотических ядер с ядрами при $E = 20 - 75$ МэВ/нуклон проанализированы на основе подхода, в котором взаимодействие сталкивающихся ядер описывается с помощью матрицы рассеяния.

МОДЕЛЬ И ДЕТАЛИ РАСЧЕТОВ

Полное сечение реакций определяется выражением

$$\sigma_R = \frac{\pi}{k^2} \sum_{l=0}^{\infty} (2l+1)(1-|S_l|^2), \quad (1)$$

где k – волновое число относительного движения сталкивающихся ядер, $|S_l|$ – модуль S-матрицы в состоянии с орбитальным моментом l .

В качестве $|S_l|$ будем использовать универсальное модельное представление [7], с помощью которого успешно анализировалось квазиупругое рассеяние легких экзотических ядер с $E = 30 - 60$ МэВ/нуклон

$$|S_l| = \exp[-2\delta_0(L)], \quad L = l + 1/2, \quad (2)$$

$$2\delta_0(L) = \mu_0 [2L\Delta_0\psi(L, L_0, \Delta_0) + \Delta_0^2\psi^2(L, L_0, \Delta_0)]^{1/2} f(L, L_0, \Delta_0), \quad (3)$$

$$\psi(L, L_0, \Delta_0) = -f^{-1}(L, L_0, \Delta_0) \ln(1 - f(L, L_0, \Delta_0)), \quad (4)$$

$$f(L, L_0, \Delta_0) = \left[1 + \exp\left(\frac{L - L_0}{\Delta_0}\right) \right]^{-1}, \quad (5)$$

где параметр μ_0 характеризует интенсивность поглощения, L_0 и Δ_0 - параметры фермиевской функции.

Модуль S-матрицы плавно изменяется в пространстве моментов от очень малых величин в случае достаточно сильного поглощения до единицы в переходной области вблизи $L \approx L_0$ ($L_0 \gg \Delta_0$), которая и вносит основной вклад в (1) (например, [8]). Заменяя в этом случае выражение в квадратных скобках в (3) постоянным множителем $4L_0\Delta_0 \ln 2 (1 + \Delta_0 \ln 2 / L_0)$, замечаем, что модуль матрицы рассеяния приобретает вид, рассматривавшийся в [9]. Тогда аналогично [9] находим

$$\sigma_R = \frac{\pi}{k^2} L_\mu^2 \left[1 - \exp(-\mu(L_0)) + \frac{2\Delta_0}{L_\mu} \left(\gamma - \frac{1}{\mu(L_0)} \right) + \frac{\Delta_0^2}{L_\mu^2} \left(\gamma^2 + \frac{\pi^2}{6} \right) \right], \quad (6)$$

где $L_\mu = L_0 + \Delta_0 \ln \mu(L_0)$, $\mu(L_0) = 4\mu_0 [L_0 \Delta_0 \ln 2 (1 + \Delta_0 \ln 2 / L_0)]^{1/2}$, $\gamma = 0,5772$ - постоянная Эйлера. Выражение (6) справедливо при $L_0 \gg \Delta_0$ и $\mu^{-1}(L_0) \ll 1$.

Аномально большие значения σ_R для предельно нейтроноизбыточных ядер, таких как ^{11}Li , $^{11, 12, 14}\text{Be}$, ^{17}B , при энергии несколько десятков МэВ на нуклон согласно (6) имеют место, если эти ядра характеризуются, в частности, большими радиусами и параметрами размытия (большими параметрами L_0 , L_μ и Δ_0), чем у соседних стабильных ядер.

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ И ВЫВОДЫ

В качестве примера табл. демонстрирует отличие полных сечений реакций, полученных с помощью (1) – (5) и (6) соответственно, в случае взаимодействия ядер $^9, ^{11}\text{Li}$, $^{7, 12, 14}\text{Be}$ с различными ядрами. Использованные при расчетах σ_R наборы параметров АЗ, В, D, E, G получены в результате анализа экспериментальных данных по (квази)упругому рассеянию при указанной энергии. Отметим, что при этом наборы параметров АЗ, В, E взяты из [7, 10, 11]. В остальных случаях оценка σ_R проведена с использованием параметров, найденных в результате экстраполяции имеющихся данных при другой энергии.

Табл. Параметры расчетов и полные сечения реакций с участием легких радиоактивных ядер

Система	E, МэВ	Набор	Параметры			σ_R , мб	
			L_0	Δ_0	μ_0	Прибл. расчет	Точный расчет
$^{11}\text{Li} + ^{12}\text{C}$	220,0	A1	30,704	5,684	0,2539	2293	2321
$^{11}\text{Li} + ^{12}\text{C}$	330,0	A2	34,201	7,491	0,1557	1992	2028
$^{11}\text{Li} + ^{12}\text{C}$	637,0	A3	41,738	11,835	0,0672	1589	1637
$^{11}\text{Li} + ^{28}\text{Si}$	319,0	B	52,429	9,568	0,1806	2515	2549
$^{11}\text{Li} + \text{Cu}$	379,5	C	67,175	12,920	0,1680	2689	2736
$^9\text{Li} + ^{12}\text{C}$	540,0	D	36,514	10,329	0,0604	1311	1353
$^{14}\text{Be} + ^{12}\text{C}$	796,0	E	46,250	15,390	0,0736	2028	2121
$^{12}\text{Be} + \text{Cu}$	618,0	F	75,300	17,000	0,0960	2247	2300
$^7\text{Be} + ^{12}\text{C}$	140,0	G	17,456	3,735	0,2654	1231	1249

Из табл. видно, что полные сечения реакций, рассчитанные согласно (1) – (5) и (6) соответственно, достаточно близки друг к другу. Отличие полученных в обоих случаях сечений σ_R составляет 1 – 2 % для наборов A1, A2, B – D, F, G и около 4 % для набора E, когда $L_0/\Delta_0 = 3,0$. Следовательно, приближенное аналитическое выражение (6) можно с хорошей точностью использовать для анализа полных сечений реакций под действием различных легких ядер, когда энергия налетающих частиц составляет несколько десятков МэВ на нуклон.

Важно подчеркнуть, что результаты для σ_R , приведенные в табл., подтверждают обсуждавшееся выше наличие больших сечений реакций с участием слабосвязанных ядер и находятся в хорошем согласии с имеющимися экспериментальными данными (см. [2, 3, 12]).

Для выяснения основных деталей поведения полных сечений реакций с изменением E необходимо учитывать зависимость параметров S -матрицы от энергии налетающих частиц. В дальнейшем будем анализировать $\sigma_R(E)$ для $^{11}\text{Li} - ^{12}\text{C}$ -взаимодействия при $E = 20 - 75$ МэВ/нуклон. При этом для параметра $R_0 = L_0/k$ используем параметризацию [13]

$$R_0 = r_0 \left(A_p^{1/3} + A_t^{1/3} + b \frac{A_p^{1/3} \cdot A_t^{1/3}}{A_p^{1/3} + A_t^{1/3}} - c(E) \right), \quad (7)$$

где $r_0 = 0,843$ фм, $A_{p,t}$ – массовые числа налетающего ядра и ядра мишени соответственно, $b = 1,85$ (см. [6, 13]), $c(E) = 1,91 - 16,0 \exp[-0,7274(E/A_p)^{0,3493}] \cos(0,0849(E/A_p)^{0,5904})$ [14].

Зависимость параметра $d_0 = \Delta_0/k$ от энергии выберем по аналогии с [15]

$$d_0 = d(1 + \gamma_0[1 - \exp(-\gamma_1 E/A_p)]), \quad (8)$$

где $d = 0,80$ фм (см. [15]), $\gamma_0 = 0,79$, $\gamma_1 = 0,02$ МэВ $^{-1}$.

Далее учтем, что в высокоэнергетическом приближении $\mu_0(E) = W(E)/E_{cm}$ (например, [16]), где $W(E)$ – глубина мнимой части оптического потенциала, которую можно представить в виде [17]:

$$W(E) = W_0 - \alpha E/A_p + \beta (E/A_p)^2, \quad (9)$$

и E_{cm} – энергия сталкивающихся ядер в системе центра масс. В рассматриваемой области энергии для $^{11}\text{Li} - ^{12}\text{C}$ -взаимодействия имеем $W_0 = 35,0$ МэВ, $\alpha = 0,33$ и $\beta = 1,93 \cdot 10^{-3}$ МэВ $^{-1}$.

Обратим внимание, что используемые параметры (7) – (9) определены так, чтобы они приводили к параметрам S -матрицы, которые полностью совпадают или близки к полученным в результате анализа измеренных дифференциальных сечений $^{11}\text{Li} - ^{12}\text{C}$ -рассеяния, и согласовываются с результатами фитирования экспериментальных данных по рассеянию ^{11}Li другими ядрами в области $E = 30 - 75$ МэВ/нуклон.

На рис. приведена зависимость σ_R от E для системы $^{11}\text{Li} + ^{12}\text{C}$, рассчитанная с помощью (1) – (5), (7) – (9) (кривая 1) и (6) – (9) (кривая 2), вместе с результатами расчетов в рамках микроскопического подхода [18] и экспериментальными сечениями [12], а также оценками [18, 19], основанными на систематике имеющихся данных.

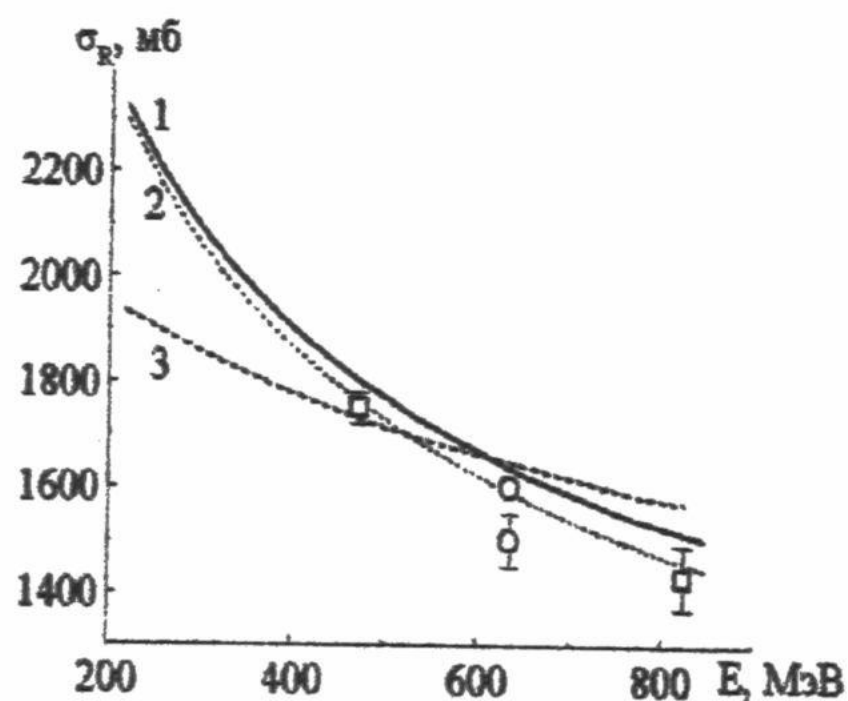


Рис. Полные сечения реакций $^{11}\text{Li} - ^{12}\text{C}$ -взаимодействия: 1 – точный расчет, 2 – приближенный расчет, 3 – расчет [18], квадраты – эксперимент [12], точки – данные [18, 19].

Как видно, рассчитанные на основе S -матричного подхода сечения $\sigma_R(E)$ корректно описывают экспериментальные данные [12], относящиеся к полному сечению $^{11}\text{Li} - ^{12}\text{C}$ -взаимодействия, которое отличается от полного сечения реакций приблизительно на 5% [18], а также согласуются с оценкой $\sigma_R = 1600$ мб [19] при $E = 60$ МэВ/нуклон и сечением $\sigma_R = 1500 \pm 50$ мб [18], полученным в результате экстраполяции имеющихся данных при другой энергии. При $E = 40 - 70$ МэВ/нуклон кривые 1 и 2 находятся в согласии с полными сечениями реакций, вычисленными с использованием микроскопического подхода [18] (см. кривую 3 на рис.). Следует подчеркнуть, что значения σ_R , определенные на основе оптических потенциалов [4, 20, 21], с помощью которых достигается в основном такое же, как и в [7], качество описания экспериментальных дифференциальных сечений квазиупругого $^{11}\text{Li} - ^{12}\text{C}$ -рассеяния при $E = 60$ МэВ/нуклон, оказываются на 150 – 500 мб меньше приведенного выше сече-

ния реакций из [18].

Как следует из рис. и табл., полное сечение реакций $^{11}\text{Li} - ^{12}\text{C}$ -взаимодействия убывает с ростом E , что обусловлено уменьшением параметра радиуса R_0 и увеличением прозрачности в области малых моментов (уменьшением величин μ_0 и $\mu(L_0)$ в (6)) при возрастании энергии налетающих ядер.

Таким образом, результаты расчетов σ_R с использованием модельного представления S-матрицы (2) – (5), полученные как в результате суммирования ряда (1), так и с помощью аналитического выражения (6), позволяют объяснить экспериментальные значения полных сечений реакций под действием легких экзотических ядер (например, ^{11}Li , $^{12,14}\text{Be}$) с энергией 20 – 75 МэВ/нуклон и выяснить при этом основные детали зависимости $\sigma_R(E)$.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Tanihata I. et al. // Phys. Lett. B. 1985. V.160. P.380-384.
2. Saint-Laurent M.G. et al. // Z. Phys. A. 1989. V.332. P.457-465.
3. Villari A.C.C. et al. // Phys. Lett. B. 1991. V.268. P.345-355.
4. Kolata J.J. et al. // Phys. Rev. Lett. 1992. V.69. P.2631-2636.
5. Lewitowicz M. et al. // Nucl. Phys. A. 1993. V.562. P.301-316.
6. Zahar M. et al. // Phys. Rev. C. 1994. V.49. P.1540-1544.
7. Молев А.С. // Изв. РАН. Сер. физ. 1997. Т.61. N11. С.2152-2156.
8. Frahn W.E. Diffractive processes in nuclear physics. Oxford. Clarendon Press, 1985.
9. Кузниченко А.В., Молев А.С., Онищенко Г.М. // Вопр. атомн. науки и техники. Сер. ядерно-физич. исследования. 1990. Вып. 8(16). С.9-12.
10. Молев А.С., Кузниченко А.В., Онищенко Г.М. // Изв. РАН. Сер. физ. 1996. Т.60. N1. С.132-136.
11. Молев А.С., Кузниченко А.В., Онищенко Г.М. // Изв. РАН. Сер. физ. 1997. Т.61. N1. С.162-165.
12. Shimoura S. // Proc. 2nd Intern. conf. on radioactive nuclear beams, ed. Th. Delbar. Bristol. Adam Hilger, 1992. P.215.
13. Koh S. et al. // Phys. Rev. C. 1987. V.35. P.1678-1691.
14. Townsend L.W., Wilson J.W. // Phys. Rev. C. 1988. V.37. P.892-893.
15. Trost H.-J., Lezoch P., Strohmusch U. // Nucl. Phys. A. 1987. V.462. P.333-357.
16. Молев А.С. // Изв. АН КазССР. Сер. физ.-мат. 1989. N2. С.72-78.
17. Князьков О.М. и др. // ЯФ. 1996. Т.59. С.466-475.
18. Князьков О.М., Кухтина И.Н., Фаянс С.А. // ЯФ. 1998. Т.61. С.827-832.
19. Князьков О.М. и др. // ЯФ. 1996. Т.59. С.1188-1194.
20. Mermaz M.C. // Phys. Rev. C. 1993. V.47. P.2213-2217.
21. Cooper S.G., Mackintosh R.S. // Nucl. Phys. A. 1995. V.582. P.283-295.

ANALYSES OF TOTAL REACTION CROSS SECTIONS FOR LIGHT EXOTIC NUCLEI ON THE BASIS OF THE S-MATRIX APPROACH

А. С. Молев

Kharkov National University, 61077, Ukraine, Kharkov, Svoboda sq., 4

Approximate expression for the light radioactive nucleus total reaction cross section at intermediate energy is obtained on the basis of the model representation of the scattering matrix. Total reaction cross sections for $^9,^{11}\text{Li}$ and $^{7,12,14}\text{Be}$ calculated with the use of this expression agree with the exact values mainly within about 1 – 2%. It is shown that reaction cross section for the $^{11}\text{Li} + ^{12}\text{C}$ system decreases with increasing energy in the energy range $E = 20 - 75$ MeV/nucleon due to decrease of radius parameter and increase of transparency at small angular momenta with the energy of the incident nuclei.

KEY WORDS: total reaction cross section, scattering matrix, quasielastic scattering, neutron-rich nuclei, neutron halo

УДК 539.172.3

ПОСТРОЕНИЕ КАЛИБРОВОЧНО-ИНВАРИАНТНОЙ ПОЛНОЙ АМПЛИТУДЫ В ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ПРОЦЕССАХ

Ю.А. Касаткин, И.К. Кириченко*, С.А. Солдатов

Национальный научный центр Харьковский Физико-Технический-Институт,
61108, Украина, г. Харьков, пер. Академический 1,

*Украинская инженерно-педагогическая академия,
61003, Украина, г. Харьков, ул. Университетская 16,

Поступило в редакцию 17 января 2000г.

Показано, что отсутствие лагранжиана, отвечающего связанной системе не позволяет "включить" электромагнитное (ЭМ) поле стандартным образом - путем удлинения производных. В работе предложена процедура учета ЭМ поля на уровне полного ковариантного матричного элемента, что обеспечивает точное сохранение ЭМ тока, отвечающему развалу составной ядерной системы на составляющие. Этот метод эквивалентен некоторому динамическому калибровочному преобразованию.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: калибровочная инвариантность, связанные системы, амплитуда, ковариантность.

В ядерной физике ЭМ взаимодействий до сих пор существует проблема, связанная с построением теории, удовлетворяющей фундаментальным требованиям ковариантности и калибровочной инвариантности при последовательном учете внутренней структуры связанных систем (ядер из нуклонов, адронов из кварков и т. д.). Решение этой проблемы актуально как в теоретическом плане, так и в прикладном - для описания различных характеристик фото- и электроядерных реакций. Построение калибровочно-инвариантных теорий в лагранжевых подходах связано с процедурой «минимального включения» ЭМ-поля в лагранжиан ядерной системы, что, казалось бы, однозначно решает указанную проблему. Однако, в настоящее время задача построения лагранжианов связанных систем не решена [1]. Поэтому при описании ядерных систем обычно имеют дело не с лагранжианами, а с волновыми функциями (ВФ) конкретных, зачастую феноменологических, потенциалов. Вместе с тем использование квантово-механических потенциалов не только нарушает ковариантность теории и, следовательно, затрудняет трактовку процедуры минимального включения ЭМ-поля, которая возникает в результате введения ковариантной производной, но и приводит к существенно модельным результатам для нелокальных нуклон-нуклонных взаимодействий. В прикладном плане, например в реакциях фоторасщепления ядер, также возникает ряд неоднозначностей [2]: во-первых, отсутствие теории возмущений и как следствие использование в сильных вершинах формфакторов, связанных с ВФ составной системы, не позволяет сформулировать какой-либо критерий учета тех или иных механизмов реакции, в результате в лучшем случае учитывались две полюсные диаграммы с дополнительным включением многочастичных эффектов - мезонных обменных токов (МОТ), взаимодействия в конечном состоянии (ВКС) и т. д., пренебрегая при этом необходимым требованием согласования токов и гамильтонианов [3]; во-вторых, учет МОТ неизбежно требует введения дополнительных параметров (формфакторов мезон-нуклонной связи, параметров обрезания и т. п.), с которыми удастся описать ту или иную реакцию с конкретными ВФ в определенной кинематической области, тогда как переход к другим ВФ, реакциям или кинематическим областям требует их переподгонки, что является общим дефектом таких подходов; в-третьих, описание структуры ядер реалистическими потенциалами и независимое введение двухчастичных токов автоматически приводит к нарушению уравнения непрерывности, так как МОТ строятся лишь на основе диаграмм однобозонного обмена в отличие от реалистических потенциалов, которые эффективно содержат многомезонные вклады [3]. Вопросы согласования токов с гамильтонианами в квантово-механическом подходе рассматривались в [4], где развивалась идея Сакса [5] минимального включения ЭМ-поля непосредственно в гамильтониан ядерной системы, что, естественно, требует знания его явного вида.

Ситуация, сложившаяся в теории фотоядерных реакций, кратко может быть охарактеризована следующим образом: традиционные квантово-механические подходы, учитывающие наряду со структурой ядер многочастичные эффекты МОТ, ВКС и т. д., нарушают требования калибровочной инвариантности; в ковариантных же подходах калибровочная инвариантность амплитуд достигается путем «исключения» внутренней структуры ядер [2].

Настоящая работа посвящена решению двух основных взаимосвязанных вопросов в электродинамике ядерных систем. Первый состоит в представлении матричных элементов процессов ЭМ-расщепления ядер ковариантными диаграммами без привлечения теории возмущений по константе сильного взаимодействия. Классификация механизмов реакции основывается на выделении из связанных n -частичных функций Грина,

содержащих ЭМ ток, одночастично-приводимых блоков, содержащих $(n-1)$ -частичные функции Грина (одночастичные механизмы) и сильносвязанных n -точечных блоков - «контактных» амплитуд. Второй вопрос связан с развитием безмодельного, не зависящего от явного вида лагранжиана связанной системы, способа восстановления продольных частей сильносвязанных n -точечных функций Грина, содержащих ЭМ поле, через $(n-1)$ -точечные вершины (без ЭМ-поля), которые будем считать известными. Такая процедура является обобщением на произвольные импульсы фотонов известного в квантовой электродинамике метода фотонных вставок при нулевом импульсе [1] и обеспечивает калибровочную инвариантность полюсного ряда независимо от явного вида внутриядерной динамики.

Для иллюстрации данного метода рассмотрим его (без потери общности) на примере фоторасщепления скалярного связанного состояния с образованием в конечном состоянии двух скалярных составляющих.

Рассмотрение выполним в импульсном представлении. Для иллюстрации развитого подхода продемонстрируем его на функции распространения скалярного поля. «Включим» ЭМ поле ε_μ (с 4-импульсом k_μ) в функцию Грина D . Используя свойство прямого и обратного пропагаторов: $DD^{-1} = D^{-1}D = I$, и дифференцируя его по $\partial/\partial k_\mu$, получим $\partial D/\partial k_\mu = -D \times \partial D^{-1}/\partial k_\mu \times D$. Тогда включение ЭМ поля в двухчастичную функцию Грина [4,6] имеет вид

$$ze\varepsilon_\mu \int_0^1 \frac{d\lambda}{\lambda} \frac{\partial}{\partial k_\mu} \{D(p+\lambda k)\} = -ze\varepsilon_\mu \int_0^1 \frac{d\lambda}{\lambda} D(p+\lambda k) \frac{\partial}{\partial k_\mu} \{D^{-1}(p+\lambda k)\} D(p+\lambda k), \quad (1)$$

где ze - заряд частицы с импульсом p и массой m .

Явный вид пропагатора $D(p) = 1/(p^2 - m^2 + i0)$, позволяет выполнить дифференцирование $\partial D^{-1}(p+\lambda k)/\partial k_\mu = 2\lambda p_\mu$ и, подставляя в (1) получим

$$ze\varepsilon_\mu \int_0^1 \frac{d\lambda}{\lambda} \frac{\partial}{\partial k_\mu} \{D(p+\lambda k)\} = -ze\varepsilon_\mu \int_0^1 \frac{d\lambda}{\lambda} \frac{2\lambda p_\mu}{[(p+\lambda k)^2 - m^2 + i0]^2}. \quad (2)$$

Представляя знаменатель (2) в виде: $(p+\lambda k)^2 - m^2 + i0 = \lambda a + (1-\lambda)b$, где $a = (p+k)^2 - m^2 + i0$, $b = p^2 - m^2 + i0$ приходим к выражению

$$\begin{aligned} ze\varepsilon_\mu \int_0^1 \frac{d\lambda}{\lambda} \frac{\partial}{\partial k_\mu} \{D(p+\lambda k)\} &= -ze\varepsilon_\mu (2p+k)_\mu \int_0^1 \frac{d\lambda}{[\lambda a + (1-\lambda)b]^2} = \\ &= -ze \frac{\varepsilon_\mu (2p+k)_\mu}{[(p+k)^2 - m^2 + i0][p^2 - m^2 + i0]} = -zeD(p+k)\{\varepsilon_\mu (2p+k)_\mu\}D(p). \end{aligned} \quad (3)$$

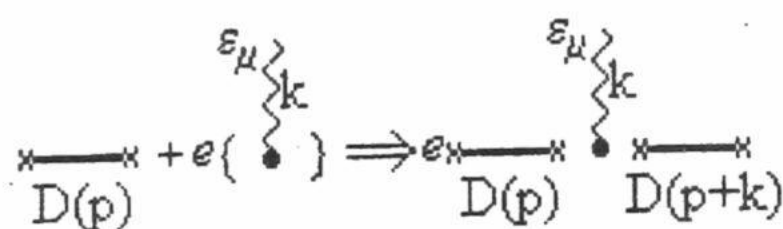


Рис. 1

При выводе выражения (3) учтено, что $k^2 = 0$, $\varepsilon_\mu k_\mu = 0$.

Выше изложенное можно изобразить графически (рис.1) и записать так:

$$\begin{aligned} ze\varepsilon_\mu \int_0^1 \frac{d\lambda}{\lambda} \frac{\partial}{\partial k_\mu} \{D(p+\lambda k)\} &= \\ &= -zeD(p+k)\{\varepsilon_\mu (2p+k)_\mu\}D(p). \end{aligned} \quad (4)$$

Сделав замену в выражении (4) $\varepsilon_\mu \rightarrow k_\mu$, приходим к известному тождеству

Уорда-Тахакаши:

$$k_\mu (2p+k)_\mu = D^{-1}(p+k) - D^{-1}(p).$$

Включение ЭМ поля в сильносвязанную трехточечную вершинную функцию $G(H; p_1, p_2)$ (рис.2) проводится по правилу (двухчастичные функции Грина - внешние концы -ампутированы):

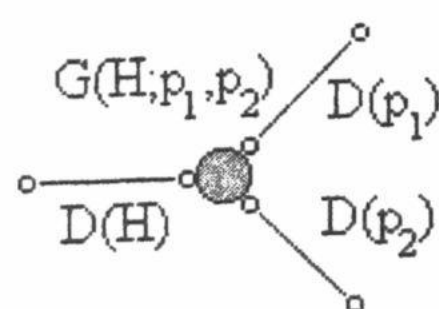


Рис. 2

(5)

где Z_1 и Z_2 величина заряда частиц 1 и 2 ($Z_H = Z_1 + Z_2$). Таким образом, матричный элемент, возникающий при взаимодействии γ -кванта с полной трехточечной $\Phi\Gamma$ (рис. 2), имеет вид (рис. 3):

$$M = e\epsilon_\mu \left\{ \begin{aligned} & -Z_H \left[\int_0^1 \frac{d\lambda}{\lambda} \frac{\partial}{\partial k_\mu} \{D(H^\lambda)\} \right] D(p_1) G(H+k; p_1, p_2) D(p_2) + \\ & + Z_1 D(H) \left[\int_0^1 \frac{d\lambda}{\lambda} \frac{\partial}{\partial k_\mu} \{D(p_1^\lambda)\} \right] G(H; p_1 - k, p_2) D(p_2) + \\ & + Z_2 D(H) D(p_1) G(H; p_1, p_2 - k) \left[\int_0^1 \frac{d\lambda}{\lambda} \frac{\partial}{\partial k_\mu} \{D(p_2^\lambda)\} \right] + \\ & + D(H) D(p_1) \left[\int_0^1 \frac{d\lambda}{\lambda} \frac{\partial}{\partial k_\mu} \{Z_1 G(H^\lambda; p_1^\lambda, p_2) + Z_2 G(H^\lambda, p_1, p_2^\lambda)\} \right] D(p_2) \end{aligned} \right\}, \quad (6)$$

где $\lambda' = 1 - \lambda$, $H^{\lambda'} = H + \lambda' k$, $p_{1(2)}^{\lambda'} = p_{1(2)} - \lambda k$, $H^{\lambda'} = p_1^\lambda + p_2 = p_1 + p_2^\lambda$, $H^\lambda = H + \lambda k$.

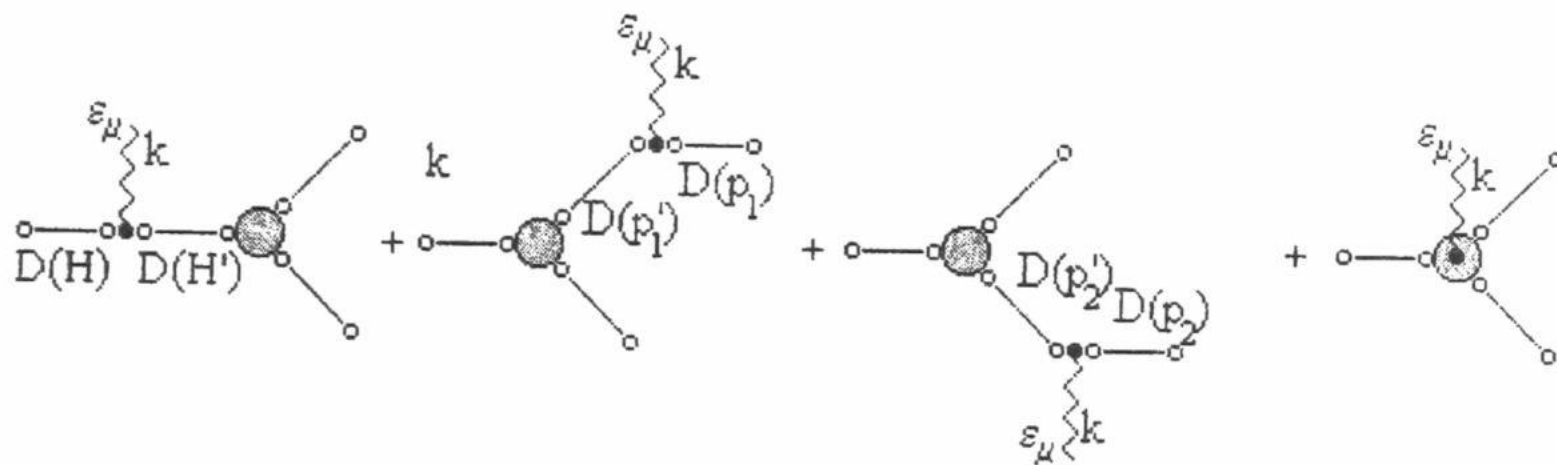
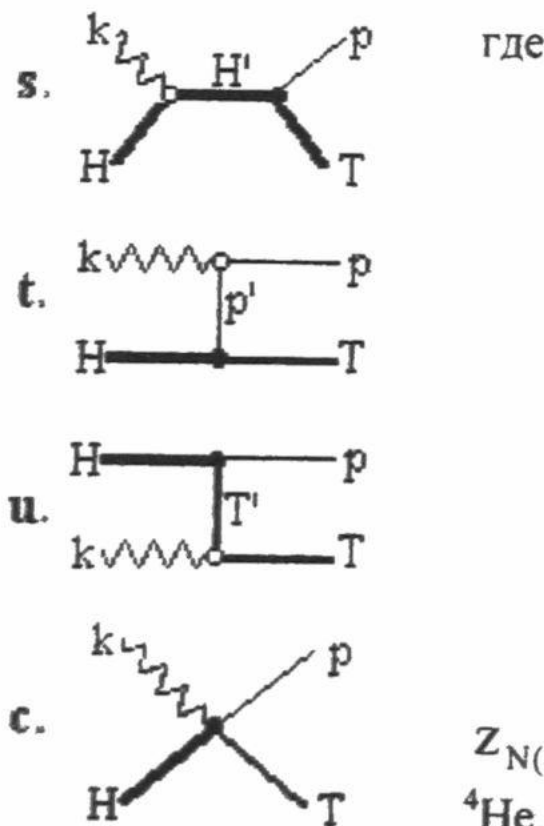


Рис. 3 Калибровочно-инвариантный ряд диаграмм, возникающий при «включении» фотона в сильно связанную трехточечную функцию Грина.

Легко убедиться в том, что матричный элемент (6) удовлетворяет требованию калибровочной инвариантности.

Проиллюстрируем развитый подход на примере фоторасщепления ядра ${}^4\text{He}$. Вклад в амплитуду процесса ${}^4\text{He}(\gamma, N)T$, определяется суммой полюсных и контактной диаграмм (рис. 4). Матричный элемент имеет вид:

$$M = e\epsilon_\mu \bar{u}(p) \sum_{i=s,t,u,c} M_\mu^{(i)} v(T), \quad v(T) = C\bar{u}^T(T), \quad (7)$$



$$M_\mu^{(s)} = Z_H \frac{(H + H')_\mu}{s - m_H^2} G^{(s)} \gamma_5, \quad M_\mu^{(t)} = j_\mu^{(t)} \frac{(\hat{p}' + m)}{t - m^2} G^{(t)} \gamma_5,$$

$$M_\mu^{(u)} = G^{(u)} \gamma_5 \frac{(\hat{T}' - m_T)}{u - m_T^2} j_\mu^{(u)},$$

$$M_\mu^{(c)} = \int_0^1 \frac{d\lambda}{\lambda} \frac{\partial}{\partial k_\mu} \{Z_N G[-k_{st}^2(\lambda)] + Z_T G[-k_{su}^2(\lambda)]\} \gamma_5,$$

$$j_\mu^{(t)} = (Z_N + \kappa_N \hat{k}) \gamma_\mu, \quad j_\mu^{(u)} = (Z_T + \kappa_T \hat{k}) \gamma_\mu,$$

$Z_{N(T)}$ и $\kappa_{N(T)}$ - заряд и аномальный магнитный момент частицы $N(T)$; Z_H - заряд ${}^4\text{He}$.

Введем относительные 4-импульсы, характеризующие вершину ${}^4\text{He} \rightarrow NT$ в полюсных диаграммах:

$$k_s = p - \frac{(pH')}{H'^2} H' = \frac{(TH')}{H'^2} H' - T, \quad k_t = k_s - \frac{(TH')}{H'^2} k, \quad k_u = k_s + \frac{(pH')}{H'^2} k,$$

Рис. 4

(8)

$$k_{st}(\lambda) = k_s - \lambda \frac{(TH')}{H'^2} k, k_{su}(\lambda) = k_s + \lambda \frac{(pH')}{H'^2} k.$$

Вершинная функция G описывает виртуальный развал ${}^4\text{He} \rightarrow NT$ и вследствие релятивистской инвариантности зависит от квадрата относительного 4-импульса $G^{(i)} \equiv G(-k_i^2)$, ($i = s, t, u$).

Покажем, что при выборе относительных 4-импульсов согласно (8), интеграл первого слагаемого в матричном элементе (7) контактной диаграммы равен

$$\begin{aligned} \int_0^1 \frac{d\lambda}{\lambda} \frac{\partial}{\partial k_\mu} G[-k_{st}^2(\lambda)] &= \int_0^1 \frac{d\lambda}{\lambda} \frac{\partial[-k_{st}^2(\lambda)]}{\partial k_\mu} \frac{\partial G[-k_{st}^2(\lambda)]}{\partial[-k_{st}^2(\lambda)]} = \frac{k_{s\mu}}{(kk_s)} \int_0^1 d[-k_{st}^2(\lambda)] \frac{\partial G[-k_{st}^2(\lambda)]}{\partial[-k_{st}^2(\lambda)]} = \\ &= \frac{k_{s\mu}}{(kk_s)} [G(-k_t^2) - G(-k_s^2)] \end{aligned}$$

Аналогично, снимая интеграл для второго слагаемого в (7) и замечая, что $Z_H = Z_N + Z_T$, получим:

$$M_\mu^{(c)} = \frac{k_{s\mu}}{(kk_s)} (Z_N G^{(t)} + Z_T G^{(u)} - Z_H G^{(s)}) \gamma_5. \quad (9)$$

В выражении (9) кинематическая сингулярность $1/(kk_s)$ является устранимой. При $(kk_s) \rightarrow 0$ с помощью разложений в ряд Тейлора

$$\begin{aligned} G^{(t)} \xrightarrow{(kk_s) \rightarrow 0} &= G^{(s)} + 2 \frac{(TH')}{H'^2} (kk_s) G^{(t)'}(-k_s^2) + o(kk_s), \\ G^{(u)} \xrightarrow{(kk_s) \rightarrow 0} &= G^{(s)} - 2 \frac{(pH')}{H'^2} (kk_s) G^{(u)'}(-k_s^2) + o(kk_s) \end{aligned}$$

становится очевидным, что выражение в круглых скобках в формуле пропорционально (kk_s) .

Отметим, что в случае $G^{(s)} = G^{(t)} = G^{(u)} = \text{Const}$ $M_\mu^{(c)} = 0$, и, следовательно, сумма полюсных диаграмм градиентно-инвариантна.

Таким образом, требование калибровочной инвариантности сбалансировано учитывает одночастичные механизмы (полюсные диаграммы) с многочастичными (контактная диаграмма), как между собой, так и согласует их с внутриядерной динамикой.

Укажем на более общую возможность интерпретации градиентной инвариантности (7) и (9). Заметим, что амплитуду (7) можно записать в виде:

$$M = e \tilde{\epsilon}_\mu \bar{u}(p) \sum_i M_\mu^{(i)} v(T), \quad (i=s, t, u), \quad (10)$$

где

$$\tilde{\epsilon}_\mu = \epsilon_\mu - \frac{(\epsilon k_s)}{(kk_s)} k_\mu. \quad (11)$$

Это означает, что матричный элемент (7), вычисленный в результате интегрирования, может быть получен из суммы полюсных матричных элементов (7) посредством - **динамического калибровочного преобразования** (11), где при 4-импульсе k_μ стоит не произвольная константа как в привычном виде калибровочного преобразования, а функция от динамической переменной - 4-импульса относительного движения k_s .

Общность преобразования (11) не теряется в связи с кажущейся не симметрией от присутствия в ней только импульса k_s , так как

$$(\epsilon k_s) = (\epsilon k_t) = (\epsilon k_u), \quad (kk_s) = (kk_t) = (kk_u). \quad (12)$$

Вид этого калибровочного преобразования тесно связан с динамикой в сильной вершине, иными словами, отличием относительных 4-импульсов k_t и k_u от k_s в вершинной функции G .

Подвергнем (11) общему калибровочному преобразованию $\epsilon_\mu \rightarrow \epsilon_\mu + f(k) k_\mu$. Тогда

$$\tilde{\epsilon}'_{\mu} = \epsilon_{\mu} + f k_{\mu} + \frac{((\epsilon + f k) k_s)}{(k k_s)} k_{\mu} \equiv \tilde{\epsilon}_{\mu}, \quad (13)$$

откуда следует, что 4-вектор $\tilde{\epsilon}_{\mu}$ может быть представлен в терминах тензора ЭМ поля $F_{\mu\nu}$:

$$\tilde{\epsilon}_{\mu} = -F_{\mu\nu} \frac{k_{\nu}^{(s)}}{(k k^{(s)})}. \quad (14)$$

Таким образом, вектор поляризации фотона ϵ_{μ} в выражении (11) может быть выбран в любой калибровке, не изменяя при этом вида $\tilde{\epsilon}_{\mu}$.

Таким образом, требование калибровочной инвариантности с одной стороны сбалансировано учитывает в полной амплитуде одночастичные механизмы (полусные диаграммы) с многочастичными (контактная диаграмма), а с другой стороны согласует их с внутриядерной динамикой. Очевидно, что амплитуда (7) при условии (11) градиентно-инвариантна.

В настоящей работе предложен метод включения ЭМ поля в матричный элемент, описывающий развал составной ядерной системы, несмотря на отсутствие лагранжиана связанного состояния. При конкретном выборе относительного 4-импульса в вершинной функции, отвечающей распаду связанного состояния предложенный метод эквивалентен динамическому калибровочному преобразованию.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Бьёркен Дж. Д., Дрелл С.Д. Релятивистские квантовые поля // Релятивистская квантовая теория. М.: Наука, 1978
2. Нагорный С.И. и др. // ЯФ. 1986. Том 44. С.1171
3. Нагорный С.И. и др. // Релятивистские эффекты в неупругих электромагнитных процессах на дейтроне. Обзор. М.: ЦНИИатоминформ, 1986
4. Нагорный С.И. и др. // ЯФ. 1989. Том 49, вып. 3, С.749
5. Sachs R.G., Austern N. // Phys. Rev. 1951, v81. P.705, 710
6. Львов А.И. // ВАНТ. Сер.: Общая и ядерная физика. 1986. Вып. 2(35). С.53

CONSTRUCTION OF GAUGE-INVARIANT FULL AMPLITUDE IN ELECTROMAGNETIC PROCESSES

Yu.A. Kasatkin, I.K. Kirichenko*, S.A. Soldatov

*National Science Center of Kharkov Physical & Technical Institute,
61108, Ukraine, Kharkov, Academic 1,*

**Ukraine Engineer-Pedagogical Academy,
61003, Ukraine, Kharkov, street. University 16,*

Is rotined, that the absence of a Lagrangian adequate a bound system does not allow «to include» electromagnetic (EM) a field by a standard image - by elongation derivative. In activity the procedure of the count EM of a field at a level of a full covariant matrix element is offered, that provides precise preservation EM of a current answering disorder of a compound nuclear system on components. This method is equivalent to some dynamic gauge transformation.

KEY WORDS: gauge invariance, coupled systems, amplitude, covariance.

УДК 537.81:51.001.57

**ЭФФЕКТ РАССЕЯНИЯ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ
НА СВЕРХПРОВОДЯЩИХ МАГНИТНЫХ КОНТУРАХ****В.М. Рашкован, А.В. Марчук, И.А. Паномарева***Государственный аэрокосмический университет**им. Н.Е. Жуковского "ХАИ",**61070, Украина, г. Харьков, ул. Чкалова 17,**Поступила в редакцию 25 января 2000г.*

Получено выражение для угла отклонения заряженных частиц на сверхпроводящем контуре, а также исследована его зависимость от параметров задачи. Исследован переход энергии в системе заряд - сверхпроводящий контур и изменения величины магнитного поля. Подробно анализируется возникновение индуцированного электрического поля и его влияние на движущийся заряд. Полученные результаты базируются на введении функции Раусса для заданной системы и получении интегралов движения заряженных частиц.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: сверхпроводящий контур, функция Раусса, угол отклонения, магнитный поток.

Задача рассеяния заряженных частиц в электромагнитном поле представляет собой одну из основных задач электродинамики. В отличие от центрального (кулоновского) взаимодействия, рассеяние движущихся заряженных частиц в неоднородном магнитном поле сверхпроводящего контура представляет собой более сложную задачу, обусловленную как влиянием меняющегося во времени магнитным полем, так и нецентральностью такого взаимодействия.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

В качестве одной из таких задач может рассмотрена задача рассеяния заряженных частиц на сверхпроводящем контуре, движущихся вблизи плоскости выбранного контура L . Модель такого движения представлена на рис. 1.

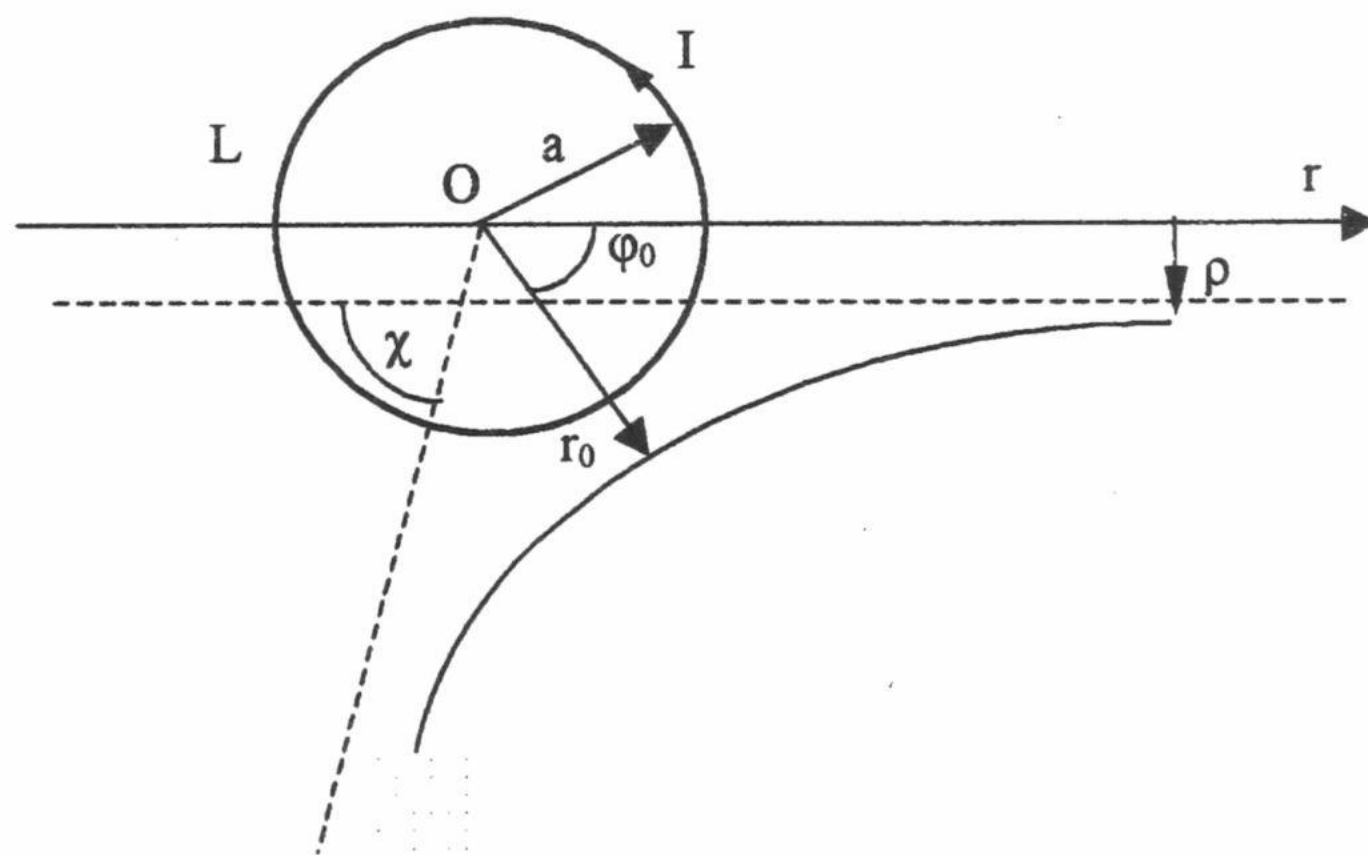


Рис. 1 Модель рассеяния частиц на сверхпроводящем контуре

Как известно, при наличии замкнутого сверхпроводящего контура, сохраняется полный магнитный поток пронизывающий этот контур [1]. Как показано в [2], при движении зарядов в окрестности сверхпроводящего кольца, изменяется сила тока в контуре, для обеспечения постоянства магнитного потока. При подобного рода исследованиях удобно ввести в рассмотрение функцию Лагранжа, или, при наличии циклических координат, функцию Раусса, а также выражение для полной энергии системы.

Рассмотрим сверхпроводящий контур радиуса a и частицу массой m с зарядом q , летящим к кольцу прицельным параметром ρ из бесконечности, и с начальной скоростью v_0 . Таким образом, поставлена классическая задача рассеяния для нецентрального взаимодействия.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ

Функция Лагранжа для данной задачи примет вид:

$$L = \frac{1}{2} (m\dot{r}^2 + mr^2\dot{\phi}^2) + qr\dot{\phi}A_{\phi} + \frac{1}{2}LI^2, \quad (1)$$

где A_{ϕ} -векторный потенциал поля кольца с током I и индуктивностью L .
Выражение для A_{ϕ} имеет вид:

$$A_{\phi}(r) = \frac{\mu_0}{2\pi} I \sqrt{\frac{a}{r}} \left(\left(\frac{2}{k} - k \right) K(k) - 2E(k) \right), \quad (2)$$

где $E(k)$ и $K(k)$ – полные эллиптические интегралы первого и второго рода соответственно, а безразмерный параметр k определяется как:

$$k = 2 \frac{\sqrt{a \cdot r}}{a + r}.$$

Циклическими координатами для данной задачи являются полярный угол поворота ϕ и обобщенный заряд кольца Q . В системе сохраняются как момент количества движения, так и магнитный поток:

$$\begin{cases} \beta = mv_0\rho = mr^2\dot{\phi} + qrA_{\phi} = const; \\ \Psi = LI + qr\dot{\phi} \frac{\partial A_{\phi}}{\partial I} = const. \end{cases} \quad (3)$$

Из системы (3) получим выражение для силы тока I и угловой скорости заряда $\dot{\phi}$, в зависимости от расположения заряда относительно кольца с током:

$$\begin{cases} \dot{\phi} = \frac{\beta L - \Psi qrf(r)}{mr^2 L - (qrf(r))^2}; \\ I = \frac{mr^2 \Psi - \beta qrf(r)}{mr^2 L - (qrf(r))^2}. \end{cases} \quad (4)$$

Функция $f(r)$ представляет собой векторный потенциал (2) кольца с силой тока в 1А. Удобно перейти в данной задаче к переменным Раусса:

$$R = L - \sum_{i=1}^2 \frac{\partial L}{\partial \dot{\zeta}_i} \cdot \dot{\zeta}_i = \frac{m\dot{r}^2}{2} - \frac{1}{2}(\beta\dot{\phi} + I\Psi) = \frac{m\dot{r}^2}{2} - \frac{1}{2} \left(\frac{\beta L - qrf(r)\Psi}{mr^2 L - (qrf(r))^2} \beta + \Psi \frac{mr^2 \Psi - \beta qrf(r)}{mr^2 L - (qrf(r))^2} \right) \quad (5)$$

Второе слагаемое в (5) представляет собой приведенную потенциальную энергию системы.

Рассеяние заряженных частиц представляет собой в общем случае инфинитное движение и таким образом в точках поворота, кинетическая энергия движения заряженной частицы преобразуется в приведенную потенциальную энергию, и для точки поворота можно записать вспомогательное равенство $mv_0^2 = \beta\dot{\phi} + I\Psi$, которое справедливо только в точке с радиусом r_0 .

Отметим следующий факт: движение заряженных частиц приводит к изменению силы тока во времени, что влечет за собой, как следствие, изменение во времени магнитного поля, приводящее к возникновению плоского индуцированного электрического поля. Это электрическое поле, согласно правилу Ленца, препятствует дальнейшему увеличению величины магнитного поля B_z , за счет уменьшения собственной кинетической энергии заряженной частицы.

Первое уравнение в (3) определяет тот факт, что частица не совершает полный оборот вблизи контура L , а уходит на бесконечность. Определим угол поворота частицы ϕ_0 , вблизи кольца. Выражение для полной энергии имеет вид:

$$E = \frac{m\dot{r}^2}{2} + \frac{1}{2}(\beta\dot{\phi} + I\Psi) = \frac{m\dot{r}^2}{2} + \frac{1}{2} \left(\frac{\beta L - qrf(r)\Psi}{mr^2 L - (qrf(r))^2} \beta + \frac{mr^2 \Psi - \beta qrf(r)}{mr^2 L - (qrf(r))^2} \Psi \right), \quad (6)$$

$$dr = \sqrt{2 \frac{E}{m} - \left(\frac{\beta L - qrf(r)\Psi}{mr^2 L - (qrf(r))^2} \beta + \frac{mr^2 \Psi - \beta qrf(r)}{mr^2 L - (qrf(r))^2} \Psi \right)} dt. \quad (7)$$

Из (7) и (3) определим ϕ_0 . Нетрудно показать, что

$$d\varphi = \frac{1}{r} \frac{mv_0 \rho - qrA_\varphi}{\sqrt{m^2 v_0^2 r^2 - (mv_0 \rho - qrA_\varphi)^2}} dr. \quad (8)$$

При выводе (8) использовался факт малости векторного потенциала на удалении от кольца. Наличие электрического поля в системе не нарушает симметрию траектории движения заряженной частицы (7):

$$\varphi_0 = \int_{r_0}^{\infty} \frac{1}{r} \frac{mv_0 \rho - qrA_\varphi}{\sqrt{m^2 v_0^2 r^2 - (mv_0 \rho - qrA_\varphi)^2}} dr. \quad (9)$$

При нулевом или достаточно малом значении прицельного параметра ρ выражение (9) приобретает вид:

$$\varphi_0 = \int_{r_0}^{\infty} \frac{1}{r} \frac{-qrA_\varphi}{\sqrt{m^2 v_0^2 r^2 - (qrA_\varphi)^2}} dr = \int_{r_0}^{\infty} \frac{1}{r} \frac{-qA_\varphi}{\sqrt{m^2 v_0^2 - (qA_\varphi)^2}} dr = \int_{r_0}^{\infty} \frac{1}{r} \frac{-qA_\varphi}{mv \sqrt{1 - \left(\frac{qA_\varphi}{mv}\right)^2}} dr. \quad (10)$$

Величина $\left|\frac{qA_\varphi}{mv}\right| \leq 1$, при любых r , поэтому разложим подынтегральное выражение (10) в ряд:

$$\varphi_0 = \int_{r_0}^{\infty} \frac{1}{r} \frac{-qA_\varphi}{mv \sqrt{1 - \left(\frac{qA_\varphi}{mv}\right)^2}} dr = - \int_{r_0}^{\infty} \frac{1}{r} \cdot \frac{qA_\varphi}{mv} \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{qA_\varphi}{mv}\right)^2 + \frac{3}{4} \left(\frac{qA_\varphi}{mv}\right)^4 + \dots \right) dr. \quad (11)$$

Выражение (11) определяет величину углового отклонения заряда в поле витка с током. Ввиду (2) для векторного потенциала удобно использовать его асимптотическое разложение:

$$A_\varphi(r) = \frac{1}{4} \mu_0 I(r) \frac{a^2}{r^2} + O\left(\frac{1}{r^4}\right) + \dots, \text{ при больших } r; \quad (12)$$

$$A_\varphi(r) = \frac{1}{2\pi} \mu_0 I(r) \sqrt{\frac{a}{r}} \ln \frac{4(a+r)}{r-a} + O(x-a), \text{ при } r \rightarrow a. \quad (13)$$

Значение r_0 определится из следующего соотношения: $mv_0^2 = \Psi I(r_0)$. Используя (4) и (13) получим следующее трансцендентное уравнение относительно r_0 :

$$\left(mr_0^2 L - \frac{1}{4} \left(\frac{q\mu_0}{2\pi} \sqrt{ar_0} \ln \frac{4(r_0+a)}{r_0-a} \right)^2 \right) mv_0^2 = \Psi^2 mr_0^2. \quad (14)$$

В результате ряда разложений в (14), и несложных преобразований получим окончательное выражение для радиуса точки поворота r_0 :

$$r_0 = a \frac{\exp\left(\frac{4\pi}{q\mu_0 a} \sqrt{\frac{mv_0^2 L - \Psi^2}{\Psi L}}\right) + 4}{\exp\left(\frac{4\pi}{q\mu_0 a} \sqrt{\frac{mv_0^2 L - \Psi^2}{\Psi L}}\right) - 4}. \quad (15)$$

Выражение (15) является приближенным, вследствие упрощений при получении выражения для r_0 . Из (15) следует, что при приближении заряда к кольцу сила тока в кольце возрастает. Рассмотрим выражение (11). Получим наименьшее значение для угла поворота φ_0 , рассмотрев в качестве векторного потенциала его асимптотическое разложение на бесконечности. Во всех дальнейших выкладках будем учитывать только первые слагаемые в этих разложениях или разложениях по малому параметру. Неточность в определении угла

рассеяния φ_0 связана, прежде всего, с быстрым ростом функции векторного потенциала вблизи контура кольца. Выражение для угла поворота φ_0 примет вид:

$$\begin{aligned}\varphi_0 &= -\int_{r_0}^{\infty} \frac{1}{r} \cdot \frac{qA_{\varphi}}{mv} \cdot \left(1 + \frac{1}{2} \left(\frac{qA_{\varphi}}{mv} \right)^2 + \frac{3}{4} \left(\frac{qA_{\varphi}}{mv} \right)^4 + \dots \right) dr = -\frac{q\mu_0}{4mv} \int_{r_0}^{\infty} \frac{1}{r} \cdot I(r) \frac{a^2}{r^2} dr = \\ &= -\frac{q\mu_0}{4mv} \int_{r_0}^{\infty} \frac{1}{r} \cdot \frac{mr^2\Psi - \beta qrf(r)}{mr^2L - (qrf(r))^2} \frac{a^2}{r^2} dr = -\frac{q\mu_0}{4mv} \int_{r_0}^{\infty} \frac{1}{r} \cdot \frac{\Psi}{L} \left(1 + \frac{(qrf(r))^2}{mr^2L} + \dots \right) \frac{a^2}{r^2} dr = \\ &= -\frac{q\mu_0}{4mv} \int_{r_0}^{\infty} \frac{1}{r} \cdot \frac{\Psi}{L} \left(1 + \frac{q^2\mu_0^2a^4}{16mr^4L} + \dots \right) \frac{a^2}{r^2} dr = -\frac{q\mu_0}{4mv} \frac{\Psi}{L} \left(\frac{a^2}{2r_0^2} + \frac{q^2\mu_0^2a^6}{96mLr_0^6} + \dots \right).\end{aligned}\quad (16)$$

Действительное значение для угла φ_0 несколько выше полученного, однако, уже выражение (16) позволяет оценить зависимость угла рассеяния от некоторых начальных данных. Недостатком (16) является отсутствие зависимости φ_0 от прицельного параметра ρ , однако при малых ρ , выражение (16) будет справедливым.

Рассмотрим изменение магнитного поля во времени. Это изменение обусловлено изменением тока в контуре кольца. В начальный момент времени $I = \frac{\Psi}{L}$, при прохождении зарядом точки поворота, сила тока в

кольце согласно (6): $I = \frac{mv_0^2}{\Psi} + \frac{\Psi}{L}$. Выражение для индукции магнитного поля B_z , определяется из [3] как:

$$B_z(r) = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{I(t)}{a+r} \left[K(k) + \frac{a+r}{a-r} E(k) \right], \quad (17)$$

используя (4), выражение (17) примет вид:

$$B_z(r) = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{1}{a+r} \frac{mr^2\Psi - \beta qrf(r)}{mr^2L - (qrf(r))^2} \left[K(k) + \frac{a+r}{a-r} E(k) \right]. \quad (18)$$

Изменение силы тока при движении заряда происходит на тех участках траектории, где происходит резкое изменение ларморовского радиуса частицы. В окрестности точки поворота изменение поля равно нулю. Будем считать, что изменение силы тока во времени близко к линейному, в этом случае, выражение для напряженности электрического поля будет выглядеть наиболее просто. Такое упрощение позволяет на данном этапе оценить влияние электрического поля, а также изменение кинетической энергии частицы. Поскольку вектор индукции магнитного поля затухает на бесконечности, то будем считать, что:

$$\frac{\partial B}{\partial t} \approx B'' \frac{\frac{mv_0^2}{\Psi} - \frac{\Psi}{L}}{a} v_0, \quad (19)$$

$$B'' = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{1}{a+r} \left[K(k) + \frac{a+r}{a-r} E(k) \right]. \quad (20)$$

Из уравнения Максвелла $\text{rot} \vec{E} = -\frac{\partial \vec{B}}{\partial t}$, при наличии только осевой составляющей вектора магнитной индукции поля $\vec{B}$, определим напряженность электрического поля $\vec{E}$:

$$(\text{rot} \vec{E})_z = \frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} (rE_{\varphi}) - \frac{1}{r} \frac{\partial E_r}{\partial \varphi} = -B'' \frac{\frac{mv_0^2}{\Psi} - \frac{\Psi}{L}}{a} v_0. \quad (21)$$

Вследствие угловой симметрии $\frac{\partial E_r}{\partial \varphi} = 0$, и выражение для угловой составляющей электрического поля примет вид:

$$E_{\varphi}(r) = -\frac{1}{r} \int_r^{\infty} \rho \frac{\partial B_z}{\partial t} d\rho = -\frac{\mu_0}{2\pi} v_0 \frac{mv_0^2 L - \Psi^2}{\Psi L a r} \int_r^{\infty} \rho \frac{1}{a + \rho} \left[K(k) + \frac{a + \rho}{a - \rho} E(k) \right] d\rho. \quad (22)$$

Анализ (22) показывает, что линии напряженности вектора электрического поля направлены против движения заряженной частицы, что естественным образом приводит к ее торможению. Таким образом, электрическое поле препятствует воздействию заряда на сверхпроводящий контур, следовательно, происходит преобразование кинетической энергии частицы в энергию электромагнитного поля. Для определения поля $\vec{E}_{\varphi}$, рассмотрим асимптотическое поведение магнитного поля B_z на бесконечности. Согласно полученному в [1], поведение магнитного поля на больших расстояниях описывается как:

$$B_z(r) = -I(t) \frac{\pi \mu_0 a^2}{4r^3} + O\left(\frac{1}{r^4}\right). \quad (23)$$

Конечное выражение для поля $\vec{E}_{\varphi}$ примет вид:

$$E_{\varphi}(r) = \mu_0 a \pi v_0 \frac{mv_0^2 L - \Psi^2}{4 \Psi L r^2}. \quad (24)$$

Выражение (24) не может являться точным, поскольку подынтегральная функция в (22) была заменена выражением для магнитного поля кольца на бесконечности (23), что привело к уменьшению полученного значения для E_{φ} по отношению к истинному. Особенно это скажется для частиц с высокими энергиями.

При движении заряженных частиц с большой кривизной, изменение кинетической энергии частицы, может быть ориентировочно вычислено по следующей зависимости:

$$\Delta E_k = -2\varphi_0 r_0 q E_{\varphi}(r_0) = -\frac{\pi \mu_0^2 a^3 q (mv_0^2 L - \Psi^2)}{32 m L r_0^3}. \quad (25)$$

В выражении (25) радиус точки поворота r_0 определяется исходя из приближенного его значения (15) или численным решением уравнения (14). Угол отклонения частицы, при ее пролете мимо кольца, как видно из рисунка, $\chi = |\pi - 2\varphi_0|$ и определяется через выражение (16).

Если при взаимодействии учитывать также прицельное расстояние ρ , то это приведет к незначительным изменениям конечных выражений, однако существенным образом усложнит решение поставленной задачи.

ВЫВОДЫ

В результате использования функции Раусса удалось получить конечное аналитическое выражение для угла отклонения частицы в нецентральной поле тонкого идеально - проводящего кольца. Строго обоснован и доказан переход кинетической энергии частицы в энергию электромагнитного поля, что явным образом доказывает консервативность заданной системы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Козорез В.В. Динамические системы магнитно взаимодействующих свободных тел. - Киев: Наукова думка, 1981.
2. Рашкован В.М. Марчук А.В, Пономарева И.А. "Учет релятивизма при движении заряда в поле...", "Вісник Харківського університету", №463, серія фізична "Ядра, частинки, поля", 1999, вип.4.
3. Ландау Л.Д, Лифшиц Е.М. Теоретическая физика: Т.2. Теория поля. - М.: Наука, 1965.

DISPERSION OF CHARGED PARTICLES IN SUPERCONDUCTIVE MAGNETIC CIRCUITS

V.M. Rashkovan, A.V. Marchuk, I.A. Ponomaryova

State Aerospace University

named after N. Ye. Zhukovsky - "KhAI",

61070, Ukraine, Kharkov, Tchkalov St.-17,

department "Power units and electrorocket engines of space vehicles"

Equation of the deflection angle of charged particles in superconducting circuits was determined and its dependence on the parameters of the problem was also defined. Energy transition in the system "charged particle-superconducting circuit" and the magnetic field magnitude variation were investigated. Appearance of the induced electric field and its influence on a moving particle were carefully analyzed. The obtained results were based on the introduction of the Rauss function for the proper system and the obtainment of integrals for charged particle motion.

KEY WORDS: superconducting circuit, Rauss function, deflection angle, magnetic field.

УДК 536.48; 537.6

ТЕРМОДИНАМИКА ЛОКАЛЬНОГО КВАЗИРАВНОВЕСНОГО СОСТОЯНИЯ В ГАЗЕ КВАЗИЧАСТИЦ

В.Ф. Алексин, Н.Р. Беляев, В.Д. Ходусов

Физико-технический факультет Харьковского национального университета им. В.Н. Каразина 61077,
Харьков, пл. Свободы, 4. e-mail: khodusov@pht.univer.kharkov.ua

Поступила в редакцию 20 января 2000 г.

Получены значения термодинамических величин, характеризующие локальное квазиравновесное состояние, как функцию дрейфовой скорости, локальной температуры и химического потенциала в газах квазичастиц: фоонов в диэлектриках и магнонов в ферродиелектриках.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: фооны, магноны, термодинамические величины, дрейфовая скорость, локальная температура, химический потенциал.

В области низких температур в чистых кристаллах и квантовых жидкостях определяющими во взаимодействии квазичастиц являются, так называемые, нормальные процессы (N – процессы), при которых энергия и импульс сохраняются. Если обозначить через τ_N характерное время взаимодействия квазичастиц за счет N -процессов, а через τ_R – характерное время взаимодействия квазичастиц за счет процессов, в которых полный импульс не сохраняется, то условие того, что нормальные процессы являются определяющими запишется в следующем виде $\tau_N \ll \tau_R$.

Если в некоторый момент времени система квазичастиц выведена из состояния равновесия, то в ней за времена τ_N устанавливается квазилокальное равновесие, характеризуемое функцией распределения $N_0^{(j)}$, обращающей в ноль интеграл столкновений за счет N -процессов и имеющей вид [1, 2]:

$$N_0^{(j)} = \left(\exp \frac{\omega^{(j)} - (\vec{k}\vec{u}) - \mu_j}{T} - 1 \right)^{-1}, \quad (1)$$

где $\omega^{(j)}$ и $\vec{k}$ – энергия и импульс квазичастиц сорта j (постоянная Планка $\hbar$ в дальнейшем, для простоты, положена равной единице, $\hbar = 1$), $\vec{u}(\vec{r}, t)$ – дрейфовая скорость, $\mu_j(\vec{r}, t)$ – химический потенциал, $T(\vec{r}, t) = T_0(1 + \vartheta(\vec{r}, t))$ – локальная температура газа квазичастиц, T_0 – однородная равновесная температура.

ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ, ХАРАКТЕРИЗУЮЩИЕ ЛОКАЛЬНОЕ КВАЗИРАВНОВЕСНОЕ СОСТОЯНИЕ В ГАЗЕ КВАЗИЧАСТИЦ

Построим термодинамику локального квазиравновесного состояния газа квазичастиц, которое устанавливается в нем за времена порядка τ_N . Для этого введем плотность термодинамического потенциала F_0 соотношением [1, 2]:

$$F_0 = -T \sum_{\vec{k}, j} \ln(1 + N_0^{(j)}). \quad (2)$$

Если воспользоваться термодинамическим тождеством

$$dF_0 = -S_0 dT - \vec{P} d\vec{u} - \sum_j n_j d\mu_j \quad (3)$$

то легко получить все локально равновесные величины для газа квазичастиц как функции независимых переменных T , $\vec{u}$ и μ_j : плотности импульса $\vec{P}$, теплоемкости C и энтропии S , равные сумме теплоемкостей C_j и энтропий S_j квазичастиц сорта j , число квазичастиц n_j

П-3227435

$$\bar{P} = -\left(\frac{\partial F_0}{\partial \bar{u}}\right)_{T, \mu}; \quad S_0 = -\left(\frac{\partial F_0}{\partial T}\right)_{\mu, \bar{u}}; \quad C = T\left(\frac{\partial S_0}{\partial T}\right)_{\mu, \bar{u}}; \quad n_j = -\left(\frac{\partial F_0}{\partial \mu_j}\right)_{T, \bar{u}} \quad (4)$$

Для нахождения уравнения газодинамики квазичастиц [1] необходимо знать следующие термодинамические величины:

$$\alpha_j = T \frac{\partial n_j}{\partial T}; \quad \beta_j = T \frac{\partial n_j}{\partial \mu_j} \quad (5)$$

и тензор плотности газа квазичастиц

$$\tilde{\rho}_{il} = \frac{\partial P_i}{\partial u_l} = -\left(\frac{\partial^2 F_0}{\partial u_i \partial u_l}\right)_{T, \mu} \quad (6)$$

Внутренняя энергия U связана с термодинамическим потенциалом F_0 соотношением:

$$U = F_0 + S_0 T + \sum_j n_j \mu_j + \bar{P} \bar{u}. \quad (7)$$

Получим значение этих термодинамических величин, как функции независимых переменных $\bar{u}$, $\delta \mu_j = \mu_j - \mu_{j0}$, $\vartheta = (T - T_0)/T_0$ для газа конкретных квазичастиц, из которых легко найти их приближенное значение в любом порядке по малым величинам $\bar{u}$, $\delta \mu_{j0}$, ϑ , что является необходимым при изучении различных нелинейных явлений в газодинамике квазичастиц. в частности, при рассмотрении нелинейных вторичных волн.

ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ В ГАЗЕ ФОНОНОВ В ДИЭЛЕКТРИКАХ

В работах [1, 3] для изучения свойств газа фононов в кристаллических диэлектриках была предложена модель приведенного изотропного кристалла, в которой рассматриваются акустические фононы с линейным законом дисперсии $\omega_{l,t} = k v_{l,t}$, где $v_{l,t}$ – скорости продольного и поперечного звуков. Число фононов при взаимодействии не сохраняется, поэтому в (1) нужно положить $\mu_j = 0$.

Воспользовавшись формулой (2), переходя от суммирования к интегрированию по $\vec{k}$ в сферической системе координат, в которой волновой вектор $\vec{k}$ направлен вдоль оси z , получим свободную энергию единицы объема в виде:

$$F_0 = \frac{T^4}{(2\pi)^2} \sum_j \int_0^\pi \sin \theta d\theta \cdot \frac{1}{(v_j - u \cos \theta)^3} \cdot \int_0^\infty \ln(1 - e^{-y}) y^2 dy, \quad (8)$$

где $y = (v_j - u \cos \theta)k/T$.

Разложив логарифм в ряд по степеням e^{-y} и производя почленное интегрирование ряда получим:

$$F_0 = -\frac{T^4 \pi^2}{90} \left\{ \frac{1}{v_l^3 (1 - u^2/v_l^2)^2} + \frac{2}{v_t^3 (1 - u^2/v_t^2)^2} \right\}. \quad (9)$$

Зная свободную энергию найдем остальные термодинамические величины газа фононов:

$$S = \frac{C}{3} = \frac{2\pi^2 T^3}{45} \left\{ \frac{1}{v_l^3 (1 - u^2/v_l^2)^2} + \frac{2}{v_t^3 (1 - u^2/v_t^2)^2} \right\};$$

$$U = \frac{\pi^2 T^4}{30} \left\{ \frac{1}{v_l^3 (1 - u^2/v_l^2)^2} + \frac{2}{v_t^3 (1 - u^2/v_t^2)^2} \right\} + \frac{2\pi^2 T^4}{45} \left\{ \frac{u^2/v_l^2}{v_l^3 (1 - u^2/v_l^2)^3} + \frac{2u^2/v_t^2}{v_t^3 (1 - u^2/v_t^2)^3} \right\};$$

$$\tilde{\rho}_{il} = \frac{2\pi^2 T^4}{45} \left\{ \frac{1}{v_l^5 (1 - u^2/v_l^2)^3} + \frac{2}{v_t^5 (1 - u^2/v_t^2)^3} \right\} \delta_{il} + \frac{4\pi^2 T^4}{15} \left\{ \frac{1}{v_l^7 (1 - u^2/v_l^2)^4} + \frac{2}{v_t^7 (1 - u^2/v_t^2)^4} \right\} u_i u_l;$$

$$\bar{P} = \frac{2T^4\pi^2}{45} \bar{u} \left\{ \frac{1}{v_l^5 (1 - u^2/v_l^2)^3} + \frac{2}{v_t^5 (1 - u^2/v_t^2)^3} \right\}. \quad (10)$$

Из этих формул можно получить значения термодинамических величин в любом порядке по $(u/v_t)^2$ и ϑ . В нулевом порядке термодинамические величины (10) совпадают с ранее известными [1, 2].

ТЕРМОДИНАМИЧЕСКИЕ ВЕЛИЧИНЫ В ГАЗЕ МАГНОНОВ В ФЕРРОДИЭЛЕКТРИКАХ

Рассмотрим магноты в изотропном ферромагнетике с квадратичным законом дисперсии. Энергия магноты, в этом случае равна

$$\omega_S = \omega_a + \alpha k^2 = \omega_a + \Theta_c (ak)^2, \quad (11)$$

где ω_a – энергия активации, равная $\omega_a = 2\mu_0 H^{(in)}$; μ_0 – магнетон Бора; $H^{(in)}$ – напряженность магнитного поля внутри ферромагнетика; α – коэффициент неоднородного обменного взаимодействия; $\Theta_c = \alpha/a^2$ – температура близкая к температуре Кюри T_c ; a – постоянная решетки. Такой закон дисперсии, как известно [5], выполняется, если $T \ll \Theta_c$, а энергия активации удовлетворяет неравенствам $x_a \gg x_m$ или $1 \gg x_m \gg x_a$, где $x_a = \omega_a/T$, $x_m = \mu_0 M_0/T$, M_0 – равновесный магнитный момент.

Воспользовавшись выражением (2) для плотности термодинамического потенциала, выражением (1) для N_{0S} в случае, когда число магноты в процессах взаимодействия сохраняется и проводя расчеты аналогичные тем, которые проводились при выводе формулы (9), получим:

$$F_S = -\frac{T^{5/2}}{(4\pi\alpha)^{3/2}} F\left(z_a, \frac{5}{2}\right), \quad (12)$$

где $F(z, \alpha)$ – аналитическая функция z и α , введенная в работах [1, 4], определяемая рядами либо интегралами вида:

$$F(z, \alpha) = \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\exp(-nz)}{n^\alpha} = \int_0^{\infty} \frac{1}{\Gamma(\alpha)} \frac{x^{\alpha-1}}{\exp(x+z)-1} dx, \quad (13)$$

$\Gamma(\alpha)$ – гамма-функция, а $z_\alpha = (\omega_a - \mu_S - u^2/4\alpha)/T$.

Используя общие термодинамические соотношения (4) – (6), и свойство функции $F(z, \alpha)$ [1, 4] получим следующие значения термодинамических величин:

$$\begin{aligned} S &= -\left(\frac{\partial F_S}{\partial T}\right)_{\bar{u}, \mu} = \frac{T^{3/2}}{(4\pi\alpha)^{3/2}} \left[\frac{5}{2} F\left(z_a, \frac{5}{2}\right) + z_a F\left(z_a, \frac{3}{2}\right) \right]; \\ C_V &= T \left(\frac{\partial S}{\partial T}\right)_{\bar{u}, \mu} = \frac{T^{3/2}}{(4\pi\alpha)^{3/2}} \left[\frac{15}{4} F\left(z_a, \frac{5}{2}\right) + 3z_a F\left(z_a, \frac{3}{2}\right) + z_a^2 F\left(z_a, \frac{1}{2}\right) \right]; \\ n_S &= -\left(\frac{\partial F_S}{\partial \mu}\right)_{T, \bar{u}} = \frac{T^{3/2}}{(4\pi\alpha)^{3/2}} F\left(z_a, \frac{3}{2}\right); \quad \bar{P} = -\left(\frac{\partial F_S}{\partial \bar{u}}\right)_{T, \mu} = \frac{T^{3/2}}{(4\pi\alpha)^{3/2}} \cdot \frac{\bar{u}}{2\alpha} F\left(z_a, \frac{3}{2}\right); \\ \bar{P}_S &= -\left(\frac{\partial \bar{P}}{\partial \bar{u}}\right)_{T, \mu} = \frac{T^{3/2}}{(4\pi\alpha)^{3/2}} \cdot \frac{1}{2\alpha} \left[F\left(z_a, \frac{3}{2}\right) + \frac{u^2}{2\alpha T} F\left(z_a, \frac{1}{2}\right) \right]; \\ \alpha_S &= T \left(\frac{\partial n_S}{\partial T}\right)_{\mu, \bar{u}} = \frac{T^{3/2}}{(4\pi\alpha)^{3/2}} \left[\frac{3}{2} F\left(z_a, \frac{3}{2}\right) + z_a F\left(z_a, \frac{1}{2}\right) \right]; \\ \beta_S &= T \left(\frac{\partial n_S}{\partial \mu}\right)_{T, \bar{u}} = \frac{T^{3/2}}{(4\pi\alpha)^{3/2}} F\left(z_a, \frac{1}{2}\right). \end{aligned} \quad (14)$$

Воспользовавшись соотношением (7), получим следующее значение плотности энергии магнонов U_S

$$U_S = \frac{T^{5/2}}{(4\pi\alpha)^{3/2}} \left[\frac{7}{2} F\left(z_a, \frac{5}{2}\right) + \frac{\omega_a + \frac{u^2}{4\alpha}}{T} F\left(z_a, \frac{3}{2}\right) \right]. \quad (15)$$

Значения термодинамических величин в случае, когда при взаимодействии магнонов их число не сохраняется получаются из (14), (15), если в них положить $\mu_S = 0$.

В области малых значений $|z_a| < 2\pi$ [4, 6] функция $F(z_a, \alpha)$ имеет следующее асимптотическое разложение

$$F(z_a, \alpha) = \Gamma(1-\alpha) z_a^{\alpha-1} + \sum_{m=0}^{\infty} \zeta(a-m) \frac{(-z_a)^m}{m!}, \quad (16)$$

которое позволяет найти соответствующие значения термодинамических величин (14) – (15) в виде рядов по степеням малых значений x_a , $\bar{u}$, $\delta\mu_S$ и ϑ .

Используя асимптотические свойства функции $F(z, \alpha)$ [1, 4], приведем предельные значения этих величин, когда $\bar{u} = 0$ и $\mu_S = 0$, которые совпадают с ранее известными [1, 5] при $x_a \ll 1$

$$U_S = -\frac{3}{2} F_S; \quad C_S = \frac{3}{2} S_S = -\frac{15}{4} \frac{F_S}{T}; \quad \alpha_S = -\frac{3}{2} \frac{\zeta(3/2)}{\zeta(5/2)} \frac{F_S}{T}; \quad F_S = -\frac{T^{5/2}}{(4\pi\alpha)^{3/2}} \zeta\left(\frac{5}{2}\right). \quad (17)$$

при $x_a \gg 1$

$$U_S = -x_a F_S; \quad C_S = x_a S_S = x_a \alpha_S = -x_a^2 \frac{F_S}{T}; \quad F_S = -\frac{T^{5/2}}{(4\pi\alpha)^{3/2}} e^{-x_a}. \quad (18)$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Ахиезер А.И., Алексин В.Ф., Ходусов В.Д. // ФНТ – 1994. – Т. 20, № 12 – С. 1199 – 1238, Т. 21, № 1 – С. 3 – 23.
2. Гуревич В.Л. Кинетика фононных систем. – М.: Наука, 1980. – 400 с.
3. Алексин В.Ф., Беляев Н.Р., Ходусов В.Д. // Проблемы теоретической физики: Сб. науч. тр. – К.: Наукова думка, – 1991. – С. 15 – 25.
4. Ахиезер А.И., Алексин В.Ф., Ходусов В.Д. // Проблемы физической кинетики и физики твердого тела: Сб. науч. тр. – Киев: Наукова думка. – 1990. – С. 15 – 29.
5. Ахиезер А.И., Барьяхтар В.Г., Пелетминский С.В. Спиновые волны. – М.: Наука, 1967. – 364 с.
6. Erdelyi A. et. al. Higher transcendental functions. – New York: Mc Graw-Hill Book Co., 1953. – V. 1 – P. 29 – 20.

THERMODYNAMICS LOCAL QUASIEQUILIBRIUM STATE IN THE QUASI-PARTICLE GAS

V.F. Aleksin, N.R. Belyaev, V.D. Khodusov

Department of Physics and Technology, Kharkov National University 61077,
Kharkov, Svobody Sq., 4. E-mail: khodusov@pht.univer.kharkov.ua

Meanings of thermodynamic values, describing local quasiequilibrium state as function drift speed, local temperature and chemical potential in gases quasi-particle, are received: phonons in dielectrics and magnons in ferrodielectrics.

KEY WORDS: phonon, magnon, thermodynamic values, drift speed, local temperature, chemical potential.

БЕЗДИССИПАТИВНОЕ РАСПРОСТРАНЕНИЕ ИМПУЛЬСНОГО МАГНИТНОГО ПОЛЯ В ОДНОМЕРНОЙ АНИЗОТРОПНОЙ СПИНОВОЙ ХУ-ЦЕПОЧКЕ

Ю.В.Серета

Научно-технический центр электрофизической обработки НАН Украины, Харьков, Украина

61002, г.Харьков, ул.Чернышевского, 28, а/я 8812

тел.: (0572) 404720, факс: (0572) 475261, e-mail: ntcefo@kharkov.com

Поступила в редакцию 6 января 2000 г.

Изучена эволюция одномерной спиновой ХУ - цепочки, имеющей фермиевский характер элементарных возбуждений, с определенным условием на константы обменного взаимодействия под действием сильного короткого импульса магнитного поля. А именно, исследована возможность эффекта самоиндуцированной прозрачности магнетика для импульса магнитного поля. В результате найдено однопараметрическое солитонное решение точной системы уравнений для исследуемого антиферромагнетика во внешнем импульсном магнитном поле. Таким образом, получены характеристики импульса, способного проходить через спиновую систему бездиссипативно, не меняя ее состояния. Рассмотрен случай фонового постоянного однородного магнитного поля.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: ХУ - цепочка, антиферромагнетик, самоиндуцированная прозрачность, солитон

Изучена эволюция одномерной спиновой ХУ - цепочки с фермиевским характером возбуждений под действием сильного короткого импульса магнитного поля с целью рассмотрения возможности распространения в системе нелинейного возбуждения специального типа - резонансного солитона, возникающего как результат взаимодействия системы с внешним полем. Результат работы дал положительный ответ на этот вопрос: найден однопараметрический солитон. А это означает принципиальную возможность эффекта самоиндуцированной прозрачности рассматриваемой системы по отношению к импульсу магнитного поля с формой и скоростью, присущими солитонному решению системы уравнений, описывающей систему поле + образец.

Ранее было показано [1,2], что в конденсированных средах с делокализованными возбуждениями распространение высокочастотных коллективных мод может сопровождаться в некоторых случаях формированием резонансных солитонов. Такие явления, как самоиндуцированная оптическая прозрачность [1], распространение звука в сверхпроводниках [2] определяются фактом существования резонансных солитонов. Их наличие определялось главным образом фермиевским характером элементарных возбуждений в системе. Это условие являлось исходным при выборе исследуемой здесь спиновой системы. Так, из рассмотрения сразу же были исключены двух- и трехмерные магнетики.

Фермионными являются элементарные возбуждения, например, в одномерной ХУ - модели. Для этой модели ранее была показана [3] возможность нулевого отклика на однородное меняющееся во времени определенным образом магнитное поле (непоглощение образцом энергии поля) при определенном условии на модель. Это условие сильной анизотропии обменного взаимодействия $J_x = -J_y$ и было наложено на исследуемую в данной работе ХУ - цепочку, так как оно позволяло надеяться на возможность при некоторых условиях сохранения энергии возбуждения, возникающего в образце под воздействием внешнего импульсного поля и распространяющегося вместе с полем.

Рассматриваемая задача является динамической, но не кинетической, где бы присутствовали диссипативные процессы. Поэтому необходимо, чтобы время релаксации в данной системе являлось самым большим временным параметром. Таким образом, при рассмотрении более быстрых процессов взаимодействия спинов с магнитным полем (длительность импульса должна быть меньше времени релаксации) перекачка энергии от возбуждений магнитных моментов атомов (магнонов) к другим подсистемам (фононам и прочим типам возбуждений) считается нулевой.

Элементарные возбуждения рассматриваются как независимые. Отсюда следует, что время внутренней релаксации является самым малым временным параметром.

Импульс считаем коротким с тем, чтобы его форма не менялась. А именно, его длительность должна быть равна среднему времени жизни возбужденного уровня энергии в исследуемой фермионной (а поэтому - двухуровневой) системе элементарных возбуждений. Это условие приводит к тому, что энергия, передаваемая системе передним фронтом импульса, "высвечиваясь", передается обратно импульсу поля, попадая на его задний фронт. А это и ведет к сохранению формы импульса, а, значит, и к сохранению прежнего состояния ХУ - цепочки после прохождения по ней импульса поля. Возникающий при этом эффект самоиндуцированной магнитной прозрачности подобен эффекту оптической самоиндуцированной прозрачности [1] в газе двухуровневых молекул.

Слова "самоиндуцированная магнитная прозрачность" означают подстраивание параметров произвольного импульса магнитного поля к солитонным, приводящему к прозрачности для получающегося после "урезания" импульса. А также отражают факт взаимосвязи характеристик солитона между собой и их зависимости от внутренних характеристик системы.

Здесь не рассматривался процесс подстраивания входного импульса. Найдено само автомодельное решение путем соответствующей ему подстановки вида импульса поля $h(t - x/v)$ в уравнения. Такой импульс не меняет свою форму и распространяется со скоростью v вдоль оси цепочки спинов Ox .

Получение солитонного решения предполагает точное решение системы уравнений, описывающей эволюцию исследуемой физической системы. В данном случае условие сильной анизотропии $J_x = -J_y$ обменного взаимодействия существенно облегчает получение точных уравнений, а также их исследование. И. самое главное, преобразует систему уравнений к известному виду, имеющему солитонное решение.

СИСТЕМА ЭВОЛЮЦИОННЫХ УРАВНЕНИЙ

В пренебрежении релятивистскими спин-орбитальным и магнитно-дипольным взаимодействиями микроскопический гамильтониан одномерной XY - цепочки спинов $s = 1/2$ во внешнем магнитном поле

$$\hat{\mathcal{H}} = \sum_n \left\{ J_x \hat{S}_n^x \hat{S}_{n+1}^x + J_y \hat{S}_n^y \hat{S}_{n+1}^y - \mu h(n, t) \hat{S}_n^z \right\}. \quad (1)$$

Это частный случай $J_z = 0$ модели Гайзенберга. Здесь J_x, J_y - константы обменного взаимодействия, $\hat{S}_n^x$ - x -я компонента оператора спина n -го узла, $\mu = e\hbar/(2mc)$ - магнетон Бора, $h(n, t)$ - переменное внешнее поле, действующее на n -й узел, h направлено вдоль оси z , перпендикулярно оси x цепочки. Оно определяет направление упорядочения спинов вблизи основного состояния.

На пути получения системы эволюционных уравнений первым является точное преобразование Вигнера от спиновых операторов к фермиевским (т.к. $s = 1/2$) операторам рождения и уничтожения $\hat{a}_n^+, \hat{a}_n$ возбуждения (переворота спина) в n -м узле (пример его использования имеется в [4]).

$$\hat{S}_n^- = \hat{a}_n^+ \prod_{m < n} (1 - 2\hat{a}_m^+ \hat{a}_m), \quad \hat{S}_n^+ = \prod_{m < n} (1 - 2\hat{a}_m^+ \hat{a}_m) \hat{a}_n$$

где $\hat{S}_n^\pm = \hat{S}_n^x \pm i\hat{S}_n^y$ - циклические переменные. Отсюда $\hat{S}_n^z = 1/2 - \hat{S}_n^- \hat{S}_n^+$.

Используя антикоммутаторы для фермионных операторов $\{\hat{a}_n, \hat{a}_m^+\} = \delta_{nm}$, $\{\hat{a}_n, \hat{a}_m\} = \{\hat{a}_n^+, \hat{a}_m^+\} = 0$, находим $\hat{S}_n^z = 1/2 - \hat{a}_n^+ \hat{a}_n$. Так, в основном состоянии, когда проекция спина атома в n -м узле $s_n^z = 1/2$, нет возбуждений ($\hat{a}_n^+ \hat{a}_n = 0$), в возбужденном ($\hat{a}_n^+ \hat{a}_n = 1$) $s_n^z = -1/2$. Гамильтониан

$$\hat{\mathcal{H}} = (J_x + J_y)/4 \sum (\hat{a}_n^+ \hat{a}_{n+1} + \hat{a}_{n+1}^+ \hat{a}_n) + (J_x - J_y)/4 \sum (\hat{a}_n^+ \hat{a}_{n+1}^+ + \hat{a}_{n+1} \hat{a}_n) - \mu \sum h(n, t) (1/2 - \hat{a}_n^+ \hat{a}_n). \quad (2)$$

Ввиду антиферромагнитного характера основного состояния XY - модели удобно перейти к двух-подрешеточной системе, введя фермиевские операторы на четных и нечетных узлах $\hat{c}(k) = \hat{a}_{2k}$, $\hat{d}^+(k) = \hat{a}_{2k+1}$. Один из операторов эрмитово сопряжен, чтобы $\hat{c}$ и $\hat{d}$ имели один тип (уничтожения).

$\hat{c}$ и $\hat{d}$ антикоммутируют, так как они относятся к разным узлам. Используем также $h(n, t) \cong h(n+1, t)$.

Во всех суммах в (2), кроме первой, число операторов рождения и уничтожения элементарных возбуждений совпадает. Первая сумма в (2) приводит к несохранению числа возбуждений гамильтонианом (2). Налагаем условие сильной анизотропии обменного взаимодействия $J_x = -J_y$, annulling ее. Получаем $\hat{\mathcal{H}} = J \sum \left\{ \hat{c}^+(n) (\hat{d}(n) - \hat{d}(n-1)) + \hat{d}^+(n) (\hat{c}(n) - \hat{c}(n+1)) \right\} + 2^{-1} \mu \sum h(n, t) \{ \hat{c}^+(n) \hat{c}(n) - \hat{d}^+(n) \hat{d}(n) \}$, $J = (J_x - J_y)/8$, (3) сохраняющий число элементарных возбуждений. А это необходимо для существования в исследуемой системе (магнетик + поле) солитонного возбуждения. Структура гамильтониана (3) позволяет также сделать континуальный переход от фермиевских операторов к ферми-полям:

$$\hat{\mathcal{H}} = a^{-1} \int \bar{\varphi}^*(x) \hat{H} \bar{\varphi}(x) dx. \quad (4)$$

Здесь a - постоянная решетки, n - номер узла, $\bar{\varphi}(x) = \begin{pmatrix} c(x) \\ d(x) \end{pmatrix}$ - векторное ферми-поле,

$$\hat{H} = -\hbar^{-1} J \hat{p} \sigma_2 + (2a)^{-1} \mu h(x, t) \sigma_3, \quad (5)$$

где σ_2, σ_3 - матрицы Паули, $\hat{p} = -i\hbar \partial/\partial x$ - оператор импульса.

Таким образом, $\hat{\mathcal{H}}$ относится к системе независимых фермионов. Их одночастичные состояния описываются уравнением Шредингера (нестационарным, так как присутствует зависящее от времени внешнее поле) с одночастичным гамильтонианом $\hat{H}$. Ферми - поле учитывает [5] влияние на выделенную

физически бесконечно малую подсистему в координате x от всех остальных частей системы. Для одночастичного гамильтониана (5) задача на собственные функции и собственные значения решается.

После унитарного преобразования гамильтониана для диагонализации его кинетической части легко получить начальную невозмущенную двухкомпонентную (так как $s = 1/2$) волновую функцию.

Диагонализацию можно провести унитарным оператором, например, вида $\hat{U} = 2^{-1/2}(\sigma_2 + \sigma_3)$. Новая $\bar{\Phi} = \hat{U}\bar{\phi}$. При этом новый одночастичный гамильтониан

$$\hat{H} = \hat{U}\hat{H}\hat{U}^* = -\hbar^{-1}J\hat{p}\sigma_3 + (2a)^{-1}\mu h(x, t)\sigma_2. \quad (6)$$

Подставляя явный вид $\hat{H}$ в нестационарное уравнение Шредингера

$$\hat{H}\bar{\phi}(x, t) = i\hbar\partial\bar{\phi}(x, t)/\partial t,$$

получим уравнения движения (они будут выписаны позже) для компонент волновой функции. Заменяя действие $\hat{p}$ на его собственные функции умножением на его собственное значение $p = \hbar k$, видим, что в отсутствие внешнего поля закон дисперсии возбуждений является линейным и состоит из двух ветвей

$$E_\sigma(k) = \sigma\hbar k, \quad \sigma = \pm 1. \quad (7)$$

При этом получаем начальные условия на волновые функции $\bar{\phi}^{k\sigma}(x, t)$ - плоские волны.

В эти уравнения движения входит поле h как параметр. Как только ставится задача отыскания вида h , который бы приводил к совпадению состояний системы до и после прохождения такого поля через нее, возникает необходимость введения уравнения, связывающего неизвестное h с волновой функцией $\bar{\phi}$.

Недостающее уравнение для магнитного поля получим из уравнений Максвелла

$$\text{rot } \bar{h} = c^{-1}\partial\bar{E}/\partial t + 4\pi c^{-1}\bar{\rho}\bar{v}, \quad \text{rot } \bar{E} = -c^{-1}\partial\bar{B}/\partial t, \quad \bar{B} = \bar{h} + 4\pi\bar{M}. \quad (8)$$

Слагаемым $\bar{\rho}\bar{v}$ пренебрегаем, так как не интересуемся электронными свойствами системы.

С учетом $\partial\bar{h}/\partial y = \partial\bar{h}/\partial z = 0$ имеем $\text{rot}(\text{rot } \bar{h}) = -\partial^2\bar{h}/\partial x^2$; из первого уравнения (8) следует

$$\partial^2\bar{h}(x, t)/\partial t^2 - c^2\partial^2\bar{h}(x, t)/\partial x^2 + 4\pi\partial^2\bar{M}(x, t)/\partial t^2 = 0.$$

Найдем связь возникающей под воздействием внешнего магнитного поля намагниченности среды $\bar{M}$ и одночастичной волновой функции $\bar{\phi}$. Значение физической величины M определяется из результата действия ее оператора на волновую функцию всей системы частиц; остается переписать его в терминах одночастичных операторов, действующих на одночастичную волновую функцию $\bar{\phi}$.

Для этого рассмотрим связь микроскопического гамильтониана (1) и макроскопического (4).

С учетом (6) видим, что в континуальном пределе $\sum \hat{S}_n^z \rightarrow -a^{-1} \int \bar{\Phi}^*(x)(\sigma_2/2)\bar{\Phi}(x) dx$. Общий вид связи микроскопического оператора спина и одночастичного $\hat{S}^z(x)$ такова: $\sum \hat{S}_n^z \rightarrow \int dx \bar{\Phi}^*(x)\hat{S}^z(x)\bar{\Phi}(x)$, откуда

$$\hat{S}^z(x) = -\sigma_2/2.$$

Одночастичная волновая функция $\bar{\phi}(x, t)$ связана с волновой функцией всей системы частиц $\bar{\Psi}(x, t)$ посредством одночастичной матрицы плотности ρ [5], которая (аналогично Ферми-полю) учитывает влияние на выделенную подсистему остальной части системы. В общем случае $\bar{\Psi}(x, t) = \sqrt{\rho(t)}\bar{\phi}(x, t)$. ρ не зависит от величин внешнего поля, т.к. с самого начала предполагается достаточная малость времен релаксации возбуждений. В итоге нет зависимости ρ от t . Т.о., для невзаимодействующих фермионов матрица плотности совпадает с функцией распределения Ферми-Дирака по уровням энергии (7):

$$\rho = f_0(E_\sigma(k)) = [\exp(-E_\sigma(k)/T) + 1]^{-1}, \quad (9)$$

где T - абсолютная температура. Получаем, что среднее значение спина есть

$$\langle s^z(x, t) \rangle = \sum_{k, \sigma} f_0(E_\sigma(k)) (\phi_1^{*k\sigma}(x, t); \phi_2^{*k\sigma}(x, t)) \hat{S}^z(x) \begin{pmatrix} \phi_1^{k\sigma}(x, t) \\ \phi_2^{k\sigma}(x, t) \end{pmatrix}.$$

Число узлов на единице длины вдоль осей x, y, z равно $1/a$. Получаем

$$M(x, t) = \mu a^{-3} \langle s^z(x, t) \rangle = \mu a^{-3} \sum_{k, \sigma} f_0(E_\sigma(k)) \text{Im}(\phi_1^{k\sigma}(x, t)\phi_2^{*k\sigma}(x, t)).$$

Полученная полная система 3 уравнений для $\phi_1(x, t)$, $\phi_2(x, t)$, $h(x, t)$ позволяет исследовать магнитные свойства системы, т.е. описывает одномерную XY - модель антиферродизэлектрика во внешнем поле:

$$\begin{aligned} \hbar\partial\phi_1^{k\sigma}(x, t)/\partial t &= J\partial\phi_1^{k\sigma}(x, t)/\partial x - (2a)^{-1}\mu h(x, t)\phi_2^{k\sigma}(x, t), \\ \hbar\partial\phi_2^{k\sigma}(x, t)/\partial t &= -J\partial\phi_2^{k\sigma}(x, t)/\partial x + (2a)^{-1}\mu h(x, t)\phi_1^{k\sigma}(x, t), \end{aligned} \quad (10)$$

$$\partial^2 h(x, t)/\partial t^2 - c^2\partial^2 h(x, t)/\partial x^2 = -4\pi a^{-3}\mu\partial^2 \sum_{k, \sigma} f_0(E_\sigma(k)) \text{Im}(\phi_1^{k\sigma}(x, t)\phi_2^{*k\sigma}(x, t))/\partial t^2.$$

Граничные условия

$$\bar{\phi}^{k\sigma}(x, t = -\infty) = 2^{-1}(\bar{e}^1 + \sigma \bar{e}^2) \exp(ikx + i\sigma Jkt/\hbar), \quad \bar{e}^1 = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix}; \quad \bar{e}^2 = \begin{pmatrix} 1 \\ -1 \end{pmatrix}; \quad h(x, t = \pm\infty) = 0. \quad (11)$$

СОЛИТОННОЕ РЕШЕНИЕ

Исследуем существование солитонного возбуждения в исследуемом магнетике, взаимодействующем с внешним магнитным полем путем поиска автомодельного решения. То есть берем магнитное поле в виде равномерно движущегося и не изменяющего форму импульса. Характеристики - неизменяющийся профиль и скорость - удалось найти (что и доказало существование солитонного решения).

Систему уравнений сводим к известной. Для этого сначала переходим в движущуюся систему отсчета, в которой импульс магнитного поля неподвижен. Новые переменные

$$\xi = t - x/v; \quad x. \quad (12)$$

Обозначим $\kappa = k(1 + \sigma p)$, $p = J/(\hbar v)$. Тогда $E_\sigma(k) = \sigma J(1 + \sigma p)^{-1} \kappa \equiv E_\sigma(\kappa)$.

Избавляемся от переменной t . Из новых граничных условий следует вид

$$\bar{\phi}^{k\sigma}(x, \xi) \equiv \bar{\phi}^{\kappa\sigma}(x, \xi) = e^{i\kappa x} \bar{\phi}^{\kappa\sigma}(\xi). \quad (13)$$

Таким образом убираем зависимость от t . Штрихом ' обозначим производную по ξ . Получаем

$$(1 + p)\phi_1^{\kappa\sigma'} = i\kappa(J/\hbar)\phi_1^{\kappa\sigma} - (2a\hbar)^{-1}\mu h(\xi)\phi_2^{\kappa\sigma}, \quad (1 - p)\phi_2^{\kappa\sigma'} = -i\kappa(J/\hbar)\phi_2^{\kappa\sigma} + (2a\hbar)^{-1}\mu h(\xi)\phi_1^{\kappa\sigma}.$$

Уравнение Максвелла после двукратного интегрирования с учетом условия на поле принимает вид

$$((c/v)^2 - 1)h(\xi) - 4\pi a^{-3}\mu \sum_{k,\sigma} f_0(E_\sigma(k)) \operatorname{Im}(\phi_1^{\kappa\sigma}(x, \xi)\phi_2^{*\kappa\sigma}(x, \xi)) = C_1\xi + C_2. \quad (14)$$

Магнитное поле и намагниченность не могут быть бесконечными, поэтому левая часть (14) никогда не обращается в бесконечность. Следовательно, $C_1 = 0$. С использованием (11) находим $C_2 = 0$.

После замены переменных

$$\phi_1^{\kappa\sigma}(\xi) = e^{i\pi/4}\theta_1^{\kappa\sigma}(\xi); \quad \phi_2^{\kappa\sigma}(\xi) = e^{-i\pi/4}\theta_2^{\kappa\sigma}(\xi) \quad (15)$$

в первых двух уравнениях получающейся системы у членов, содержащих $h(\xi)$, теперь одинаковые знаки.

Полагаем $v > J/\hbar$, т.е. $1 - p > 0$.

Тогда преобразование

$$\theta_1^{\kappa\sigma}(\xi) = (1 - p)^{1/2} e^{i\nu\xi} \phi_1^{\kappa\sigma}(\xi), \quad \theta_2^{\kappa\sigma}(\xi) = (1 + p)^{1/2} e^{i\nu\xi} \phi_2^{\kappa\sigma}(\xi); \quad \nu = -J^2[\hbar^2 v(1 - p^2)]^{-1} \kappa \quad (17)$$

сводит систему уравнений к известной, имеющей солитонное решение.

$$i\hbar\phi_1^{\lambda\sigma'}(\xi) = \lambda\phi_1^{\lambda\sigma}(\xi) + g(\xi)\phi_2^{\lambda\sigma}(\xi), \quad i\hbar\phi_2^{\lambda\sigma'}(\xi) = -\lambda\phi_2^{\lambda\sigma}(\xi) + g(\xi)\phi_1^{\lambda\sigma}(\xi), \quad (18.1-2)$$

$$((c/v)^2 - 1)g(\xi) = -2\pi a^{-4}\mu^2 \sum_{\lambda,\sigma} f_0(E_\sigma(\lambda)) \operatorname{Re}(\phi_1^{\lambda\sigma}(\xi)\phi_2^{*\lambda\sigma}(\xi)). \quad (18.3)$$

$$\bar{\phi}^{\lambda\sigma}(-\infty) = 2^{-1}(\bar{e}^1 + \sigma \bar{e}^2)(1 - \sigma p)^{1/2} e^{-i\sigma\pi/4} \exp[i(\hbar^{-1}E_\sigma(\lambda) - \nu)\xi], \quad g(\pm\infty) = 0,$$

где $\lambda = -(1 - p^2)^{-1} J\kappa$; $g(\xi) = -(2a)^{-1}\mu(1 - p^2)^{-1/2}h(\xi)$; $E_\sigma(\kappa(\lambda)) = -\lambda\sigma(1 - \sigma p) \equiv E_\sigma(\lambda)$.

Далее имеем дело с преобразованными волновыми функциями и собственными значениями, а также гамильтонианом в представлении новой переменной ξ . Согласно (18.1-2)

$$i\hbar\bar{\phi}'(\xi) = \hat{H}(\xi)\bar{\phi}(\xi), \quad \hat{H}(\xi) = \lambda\sigma_3 + g(\xi)\sigma_1.$$

Ввиду билинейности $g(\xi)$ по $\bar{\phi}^{\lambda\sigma}(\xi)$ удобно ввести матрицу

$$\hat{\gamma}^{\lambda\sigma}(\xi) = \bar{\phi}^{\lambda\sigma}(\xi) \otimes \bar{\phi}^{*\lambda\sigma}(\xi); \quad \hat{\gamma}^{\lambda\sigma}(-\infty) = 2^{-1}(1 - \sigma p)^{-1}(\sigma_0 + \sigma\sigma_3).$$

Вместо уравнения Шредингера для волновой функции имеем для матрицы плотности $\hat{\rho}^{\lambda\sigma}(\xi) = f_0(E_\sigma(\lambda))\hat{\gamma}^{\lambda\sigma}(\xi)$ уравнение Лиувилля с тем же гамильтонианом. После сокращения на f_0 имеем такое же уравнение для $\hat{\gamma}^{\lambda\sigma}(\xi)$; его легко получить с помощью нестационарного уравнения Шредингера

$$i\hbar\hat{\gamma}^{\lambda\sigma'}(\xi) = [\hat{H}(\xi), \hat{\gamma}^{\lambda\sigma}(\xi)]. \quad (19)$$

Для простоты вычисления коммутатора берем разложение матрицы плотности по матрицам Паули:

$$\hat{\gamma}^{\lambda\sigma}(\xi) = \sum_{\alpha=0}^3 L_\alpha^{\lambda\sigma}(\xi) \sigma_\alpha / 2.$$

Заметим, что $\operatorname{Re}(\phi_1^{\lambda\sigma}(\xi)\phi_2^{*\lambda\sigma}(\xi)) = L_1^{\lambda\sigma}(\xi)/2$. Используем $[\sigma_i, \sigma_j] = 2i\varepsilon_{ijk}\sigma_k$; $i, j = \{1, 2, 3\}$; ε_{ijk} - единичный антисимметричный тензор. $[\sigma_0, \sigma_j] = 0$; $j = \{0, \dots, 3\}$. Приравнявая в (19) коэффициенты при σ_α , получаем

$$L_0^{\lambda\sigma'} = 0, \quad (\hbar/2)L_1^{\lambda\sigma'} = -\lambda L_2^{\lambda\sigma}(\xi), \quad (\hbar/2)L_2^{\lambda\sigma'} = \lambda L_1^{\lambda\sigma}(\xi) - g(\xi)L_3^{\lambda\sigma}(\xi), \quad (\hbar/2)L_3^{\lambda\sigma'} = g(\xi)L_2^{\lambda\sigma}(\xi). \quad (20)$$

$$L_1^{\lambda\sigma}(-\infty) = 0, \quad L_3^{\lambda\sigma}(-\infty) = \sigma(1 - \sigma p)^{-1}.$$

Замыкающее эту систему уравнение Максвелла имеет вид

$$((c/v)^2 - 1)g(\xi) = -\pi a^{-4}\mu^2 \sum_{\lambda,\sigma} f_0(E_\sigma(\lambda)) (L_1^{\lambda\sigma}(\xi) - L_1^{\lambda\sigma}(-\infty)); \quad g(\pm\infty) = 0. \quad (21)$$

Подставляем очевидный из уравнения Максвелла (21) линейный вид

$$L_1^{\lambda\sigma}(\xi) = f(\lambda, \sigma)g(\xi).$$

Отсюда, решая систему (20) с учетом граничных условий, находим вид остальных коэффициентов разложения матрицы плотности. Остается одно уравнение при σ_2 для магнитного поля

$$g''(\xi) + 4\hbar^{-2}(\lambda^2 - \lambda f(\lambda, \sigma)^{-1}L_3^{\lambda\sigma}(-\infty))g(\xi) + 2\hbar^{-2}g^3(\xi) = 0.$$

Обозначим $4\hbar^{-2}(\lambda^2 - \lambda f(\lambda, \sigma)^{-1}L_3^{\lambda\sigma}(-\infty)) = -n^2$, от λ и σ не зависит; знак связан с требованием наличия солитонного решения. Единственный здесь солитон:

$$g(\xi) = \hbar n \cdot \text{ch}^{-1}(n\xi). \quad (22)$$

Амплитуду $n(v)$ однопараметрического солитонного решения (22) находим из уравнения Максвелла (21). $f(\lambda, \sigma)$ выражаем через λ, n . Учитываем (9); ввиду (16) находим $\lim_{T \rightarrow 0} \text{th}[\lambda\sigma(1 - \sigma p)/(2T)] = \text{sign}(\lambda\sigma)$.

В предположении непрерывности и симметричности спектра λ относительно $\lambda = 0$ с помощью

$$\sum_{k=-\infty}^{\infty} F(\lambda) = \int_0^{\infty} d\lambda \lambda^{-1} [F(\lambda) + F(-\lambda)] \quad (23)$$

после суммирования по σ получаем связь амплитуды и ширины импульса поля с его скоростью.

$$n(v) = 2\pi^2 \hbar^{-1} a^{-4} \mu^2 ((c/v)^2 - 1)^{-1} (1 - (J/(\hbar v))^2)^{-1}, \quad v > J/\hbar.$$

ФОНОВОЕ ПОСТОЯННОЕ ОДНОРОДНОЕ МАГНИТНОЕ ПОЛЕ

Включение постоянного однородного магнитного поля h_0 изменяет граничные условия к системе эволюционных уравнений (10), где h теперь обозначает фоновое + импульсное поле. Вид уравнений Шредингера остается прежним и после всех преобразований, сделанных ранее для $h_0 = 0$, получаются те же уравнения (18.1-2). Необходимо проследить лишь вид граничных условий при этих преобразованиях и вид уравнения Максвелла после его интегрирования с учетом новых граничных условий

$$h(x, t = \pm\infty) = h_0. \quad (24)$$

Граничные условия на волновые функции ϕ_1, ϕ_2 ($t = -\infty$) находим из первых 2 уравнений (10) и (24). Выражаем ϕ_2 через ϕ_1 . Получаемое уравнение решается методом разделения переменных. Также ϕ_1, ϕ_2 должны быть собственными функциями оператора Гамильтона и оператора импульса $\hat{p}$, откуда

$$\phi_1^{k\sigma}(x, t) = A_{k\sigma} \exp(ikx - (i/\hbar)E_{\sigma}(k)t), \quad \phi_2^{k\sigma}(x, t) = B_{k\sigma} \exp(ikx - (i/\hbar)E_{\sigma}(k)t); \quad B_{k\sigma} = i(rk + \sigma R)A_{k\sigma}.$$

Также получаем нелинейный закон дисперсии

$$E_{\sigma}(k) = \sigma |J/r|R; \quad \sigma = \pm 1, \quad r = 2Ja/(\mu h_0), \quad R = (r^2 k^2 + 1)^{1/2}. \quad (25)$$

Из условия нормировки $|\phi^{k\sigma}(x, t \rightarrow -\infty)|^2 = 1$ получаем

$$A_{k\sigma} = |A_{k\sigma}| = [2(r^2 k^2 + 1 + \sigma rkR)]^{-1/2},$$

фазовый множитель здесь несущественен, так как он во всех уравнениях системы (10) сократится.

После перехода в движущуюся систему отсчета (12) получим

$$\phi_1^{k\sigma}(x, \xi = -\infty)/A_{k\sigma} = \phi_2^{k\sigma}(x, \xi = -\infty)/B_{k\sigma} = \exp(ikx - i\hbar^{-1}E_{\sigma}(k)\xi); \quad \kappa = k - E_{\sigma}(k)/(\hbar v).$$

Необходимо выразить k через κ . С учетом (25) в предположении (16) находим

$$k = (1 - p^2)^{-1}(\kappa + \sigma p(\kappa^2 + (1 - p^2)r^2)^{1/2}).$$

После преобразований (13), (15), (17) уравнения (20) для L_{α} не изменяются. Начальные условия

$$L_1^{k\sigma}(-\infty) = -2|A_{k\sigma}|^2(1 - p^2)^{-1/2}(rk + \sigma R), \quad L_3^{k\sigma}(-\infty) = -2|A_{k\sigma}|^2(1 + p)^{-1}(r^2 k^2 + \sigma rkR + p(p - 1)^{-1}).$$

Для правильного учета граничных условий при выборе вида подстановок для L_1, L_2, L_3 рассмотрим уравнение Максвелла (14).

$$\phi_1^{k\sigma}(x, \xi = -\infty)\phi_2^{*k\sigma}(x, \xi = -\infty) = A_{k\sigma}B_{k\sigma}^* = -\sigma/(2R); \quad \lim_{T \rightarrow 0} \text{th}[E_{\sigma}(k)/(2T)] = \text{sign}(E_{\sigma}(k)) = \sigma.$$

В предположении (23) сумма в (14) расходится. Эта расходимость устраняется только таким выбором C_2 :

$$C_2 = ((c/v)^2 - 1)h_0 - 4\pi a^{-3}\mu \sum_{k,\sigma} f_0(E_{\sigma}(k)) \text{Im}(\phi_1^{k\sigma}(x, -\infty)\phi_2^{*k\sigma}(x, -\infty)).$$

Уравнение Максвелла принимает вид (21), но вместо $g(\xi)$ необходимо взять импульсное поле $\tilde{g}(\xi)$.

$$L_1^{k\sigma}(\xi) - L_1^{k\sigma}(-\infty) = f(k, \sigma)\tilde{g}(\xi), \quad \tilde{g}(\xi) = g(\xi) - g_0.$$

Выражая $L_{\alpha}^{k\sigma}(\xi)$ из системы (20) с учетом граничных условий на $L_3^{k\sigma}$ и g , получаем уравнение для $g(\xi)$:

$$\hbar^2 g'' + 2g^3 + [J^2 r(1 - p^2)^{1/2} \beta - 2g_0^2]g + \beta = 0; \quad g(\pm\infty) = g_0$$

$$\beta = 4\lambda^2(L_1^{\lambda\sigma}(-\infty)f(k, \sigma)^{-1} - g_0),$$

β не зависит от σ и $\lambda(k)$. После перехода к $\tilde{g}(\xi)$ интегрируем получающееся уравнение с помощью умножения на $2\tilde{g}'$ и учитывая $\tilde{g}(\xi = \pm\infty) = 0$. Солитонные решения имеют вид

$$\tilde{g}(\xi) = -4g_0[1 + (2\hbar^{-1}g_0\xi)^2]^{-1}, \quad \beta = 4g_0^3$$

$$\tilde{g}(\xi) = 2^{-1}g_0^{-2}(\beta - 4g_0^3)[1 - 2^{-1}(\beta g_0^{-3})^{1/2}\text{ch}(\hbar^{-1}(\beta g_0^{-3} - 4)^{1/2}g_0\xi)]^{-1}, \quad \beta g_0^{-3} > 4. \quad (26)$$

Осталось удовлетворить уравнение Максвелла, т.е. найдя выражение параметров решения $g_0, \beta(v)$:

$$(c/v)^2 - 1 = -\pi\mu^2 a^{-4} (1 - p^2)^{-1/2} \sum_k (r^2 k^2 + 1)^{-1/2} [4^{-1} r^2 (1 - p^2)^2 J^2 (rk - \sigma p R)^{-2} \beta + g_0]^{-1}, \sigma = -1. \quad (27)$$

Но сумма в (27) расходится при $k = \infty$, т.е. солитонное состояние не имеет места.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Доказана теоретическая возможность существования эффекта самоиндуцированной прозрачности двухподрешеточного антиферромагнетика, описываемого одномерной спиновой XY - моделью с условием сильной анизотропии обменного взаимодействия $J_x = -J_y$ для импульса магнитного поля с определенной формой, полученной в результате точного решения уравнений эволюции исследуемой системы.

Отметим существенную нелинейность полученного эффекта. Величина магнитного поля предполагалась произвольной, то есть не использовалась теория возмущений [6]. А по теории возмущений в линейном по полю приближении получается существенно ненулевой отклик образца на прохождение поля.

Так, для гамильтониана $\hat{H}(\xi) = \hat{H}_0 + \hat{V}(\xi)$, где $\hat{H}_0 = \lambda \sigma_z$ - гамильтониан в отсутствие внешнего поля, $\hat{V}(\xi) = g(\xi) \sigma_1$ - малое возмущение, точные решения уравнения $\hat{H}_0 \bar{\phi}^{(0)} = E^{(0)} \bar{\phi}^{(0)}$ имеют вид $\phi_{\lambda 2}^{(0)} = \exp(-i\hbar^{-1} \lambda \xi)$; $\phi_{\lambda 2}^{(0)} = \exp(i\hbar^{-1} \lambda \xi)$; собственные значения $E_\sigma(\lambda) = \lambda \sigma$, $\sigma = \pm 1$. Матрица оператора возмущения

$$V_{km} = \int_{-\infty}^{\infty} \bar{\phi}_k^{(0)*}(\xi) \hat{V} \bar{\phi}_m^{(0)}(\xi) d\xi = 2\hbar(k+m)^{-1} \text{sh}(\hbar^{-1}(k+m)\xi)|_{-\infty}^{+\infty}, k+m \neq 0. \quad (28)$$

По теории возмущений $E = E_n^{(0)} + E_n^{(1)} + \dots$, где $|E_n^{(0)}| \gg |E_n^{(1)}| \gg \dots$. Из (28) $E_n^{(1)} = V_{nn} \rightarrow +\infty$, откуда виден монотонный рост количества поглощаемой образцом энергии внешнего магнитного поля.

Для существования солитона важен линейный (7) закон дисперсии фермионных возбуждений. Показано, что при прохождении импульса магнитного поля при наличии ненулевого фонового поля (закон дисперсии (25) нелинейный) при прежнем условии на скорость (16) солитонное состояние (в том числе двухпараметрический солитон (26), полученный также методом А.В.Михайлова [7]) не возникает.

Остается неизученной устойчивость полученного солитона относительно нарушения условия $J_x = -J_y$.

Известны органические соединения класса солей TCNQ, магнитные свойства которых (в частности, поведение магнитной восприимчивости) объясняются [8] в рамках XY - модели с условием $J_x = -J_y$.

Предполагается, что эффект прозрачности может наблюдаться и в других фермионных системах.

Экспериментальное подтверждение эффекта магнитной прозрачности в исследованной системе явилось бы независимым подтверждением адекватности использованной модели описанию магнитных свойств этой системы. Полученный результат указывает критерии выбора вещества (по модели магнитной подсистемы, по временам релаксации и возможности создания импульса подходящей длительности).

Автор выражает благодарность Боровикову В.С. за ценные обсуждения и внимание к работе.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Полуэктов И.А., Попов Ю.М. и Ройтберг В.С. // Усп.Физ.Наук - 1974. - Т.114. - С.97-131.
2. Братус Е.Н. и Шумейко В.С. // Физ. Низк. Темп. - 1988. - Т.14. - С.124-130.
3. Боровик А.Е., Боровиков В.С., Фришман А.М. // Phys.Lett.A. - 1989. - V. 140. - P.436-438.
4. Пикин С.А., Цукерник В.М. // ЖЭТФ. - 1966. - Т.50. - С.1377-1380.
5. Дж.Займан Дж. «Современная квантовая теория», 1971. - М.: "Мир". - 1971. - 288 с.
6. Ландау Л.Д., Лифшиц Е.М. т.3 «Квантовая механика», 1963. - М.: Физматгиз. - 704 с.
7. Borovikov V.S., Gorelik L.Yu., Kulinich S.I., Popkov V.Yu. // Acta Physica Polonica A. - 1997. - V.91. - P.605-608.
8. Фришман А.М. // Физ.Мет.Металловед. - 1975. - Т.39. - С.1156-1162.

DISSIPATIONLESS TRANSITION OF PULSE MAGNETIC FIELD IN 1D ANISOTROPIC SPIN XY-CHAIN

Yu.V.Sereda

Scientific and Technological Center of Electrophysics, National Academy of Sciences of Ukraine
28 Chernyshevskyi Str., P.O.BOX 8812, UA - 61002 Kharkov, Ukraine
tel.: (0572) 404720, fax: (0572) 475261, e-mail: ntcefo@kharkov.com

The evolution of unidimensional spin XY - chain, which possesses the fermian character of elementary excitations, with certain condition for exchange interaction constants under the influence of strong short pulse of a magnetic field has been studied. Namely, the possibility of selfinduced transparency effect for magnetic field pulse in a magnet was studied. As a result, the uniparametric soliton solution of exact system of equations for the studied antiferromagnet in the external magnetic field is found. Thus, the characteristics of pulse, which is able to pass through the given spin system without dissipations, don't changing it's state, are obtained. The case of background stationary homogeneous magnetic field is considered.

KEY WORDS: XY - chain, antiferromagnet, selfinduced transparency, soliton

УДК 533.901.

УСТОЙЧИВОСТЬ ИДЕАЛЬНЫХ МЕЛКОМАСШТАБНЫХ МГД-МОД В ТОКАМАКЕ

Е.В. Ромащенко, А.Я. Омельченко

Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина.
Физико-технический факультет. 61108, Харьков, пр. Курчатова, 31.

Поступила в редакцию 15 января 2000г.

В рамках идеальной магнитной гидродинамики проведено исследование устойчивости идеальных мелкомасштабных МГД-мод в анизотропной плазме токамака с учетом гофрировки магнитного поля и эффекта конечности ларморовского радиуса ионов. Численными методами найдены области возбуждения мод Мерсье и идеальных баллонных мод и определены их инкременты.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: гофрированное магнитное поле, анизотропная плазма, эффект конечности ларморовского радиуса (КЛР) ионов, моды Мерсье (ММ), идеальные баллонные моды (ИБМ).

Дополнительный нагрев плазмы пучками нейтральных частиц или ВЧ-полями может приводить к значительной анизотропии давления плазмы [1-2]. Процесс установления анизотропного распределения плазмы сопровождается перестройкой профиля давления - его продольной $p_{\parallel}$ и поперечной $p_{\perp}$ компонент тензора давления. В случае поперечной инжекции энергии в плазму имеет место укрупнение профиля давления плазмы по сравнению с изотропной плазмой и увеличение среднего градиента давления плазмы $\bar{p}' \equiv (p'_{\parallel} + p'_{\perp})/2$. При параллельной инжекции энергии в плазму, в целом, происходит сглаживание профиля давления плазмы и уменьшение среднего градиента $\bar{p}$ [3-5]. Указанные изменения давления плазмы и его распределения по радиусу плазменного шнура приводят к изменению магнитного поля токамака, в частности, его магнитной ямы. Согласно представлениям о причинах возбуждения МГД-активности в идеальной плазме, изменение величины градиента давления плазмы или величины магнитной ямы является одним из механизмов стабилизации или дестабилизации плазмы при инжекции энергии дополнительного нагрева в плазму [5-12]. Увеличение поперечной энергии частиц плазмы при перпендикулярной инжекции энергии в плазму и, соответственно, увеличение ларморовского радиуса ионов вносят коррективу в возмущенные поля в плазме, что обуславливает стабилизацию МГД-мод [13-18]. Магнитное поле токамака создается набором токовых катушек, вследствие этого магнитное поле становится продольно-неоднородным (гофрированным). Глубина модуляции магнитного поля токамака определяется амплитудой гофрировки δ_N , а период модуляции N - числом токовых катушек. Модуляция продольного поля токамака приводит к уменьшению глубины магнитной ямы токамака, что оказывает дестабилизирующее воздействие на устойчивость ММ и ИБМ [19-20].

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Указанные выше факторы: анизотропия плазмы, гофрировка магнитного поля токамака и эффект КЛР ионов оказывают конкурентное воздействие на устойчивость идеальных МГД-мод в режимах работы реальных токамаков. Поэтому актуально исследовать устойчивость плазмы с учетом этих факторов. С этой целью обобщим известное уравнение малых колебаний работы [10] с учетом продольной неоднородности магнитного поля и эффекта КЛР ионов. Это уравнение является следствием минимизации функционала потенциальной энергии анизотропной плазмы [21], методика которой описана в [10, 22]. Задача на устойчивость МГД-мод в этом случае эквивалентна задаче на существование локализованных в t -пространстве решений уравнения малых колебаний [23-25]. Это уравнение имеет точные локализованные решения, выраженные через сплюснутые сфероидальные функции при определенной зависимости между параметрами уравнения, которую можно рассматривать как дисперсионное уравнение. В реальных плазменных установках эти параметры определяются конкретной функциональной зависимостью от таких физических величин, как давление плазмы, токи в плазме, шир магнитного поля и т.д., а потому не могут быть абсолютно произвольны. В этом случае анализ дисперсионного уравнения следует проводить численно. Результаты такого анализа позволяют установить: тип идеальных мод, возбуждаемых в плазме; их зоны возбуждения и инкременты; влияние анизотропного давления, гофрировки магнитного поля и эффекта КЛР ионов на устойчивость плазмы; взаимный переход ММ и ИБМ друг в друга.

УРАВНЕНИЕ МАЛЫХ КОЛЕБАНИЙ С УЧЕТОМ ГОФРИРОВКИ МАГНИТНОГО ПОЛЯ И ЭФФЕКТА КЛР ИОНОВ

Обобщенное уравнение малых колебаний, описывающее в рамках идеальной магнитной гидродинамики с учетом эффекта КЛР ионов устойчивость идеальных желобковых и баллонных мод в анизотропной плазме токамака с гофрированным магнитным полем, имеет вид

$$\frac{d}{dt} \left[(1+t^2) \frac{d\bar{f}}{dt} \right] - \left[\lambda - \frac{\mu_*^2}{1+t^2} + \gamma_*^2 (1+t^2) \right] \bar{f} = 0. \quad (1)$$

Распределение давления плазмы будем полагать параболическим, а сечение плазменного шнура слабо эллиптическим. С учетом этого параметры определяются такими соотношениями

$$\begin{aligned} \lambda = \frac{U_0}{S^2} = \frac{\alpha \bar{\rho}}{S^2 R} & \left\{ \Delta + \sum_n \bar{K}_{r,n}^2 \frac{\mu-n}{\mu+n} - \mu_*^2 - 3 \sum_n n^2 |\delta_n|^2 + \right. \\ & + 2\mu_*^2 \sum_n |\delta_n|^2 + \sum_n \operatorname{Re} \left[\bar{K}_n^* \sum_m \bar{K}_m \delta_{n-m} - \tilde{\bar{K}}_m \bar{K}_n + \tilde{\bar{K}}_n^* \sum_m \bar{K}_m \delta_{n-m} \right] \frac{\mu-n}{\mu+n} + \\ & + \frac{1}{2} \sum_n \frac{1}{\mu+n} \left[\left(\bar{K}_n \sum_m m \delta_m^* \bar{K}_{n-m}^* + \bar{K}_m^* \sum_n \delta_m m \bar{K}_{n-m} \right) + \left(\tilde{\bar{K}}_n \sum_m m \delta_m^* \bar{K}_{n-m}^* + \tilde{\bar{K}}_n^* \sum_m \delta_m m \bar{K}_{n-m} \right) \right] + \\ & + \frac{\alpha^4 \mu^6}{S^2} \left\{ \frac{3}{64} \sum_n \frac{\bar{K}_{r,n}^2}{(\mu+n)^3} \right\} - \frac{1}{128} \sum_{nn_1n_2} \frac{\bar{K}_{r,n} \bar{K}_{r,n_1} \bar{K}_{r,n_2} \bar{K}_{r,n+n_1+n_2}}{(\mu+n_1)(\mu+n_2)(\mu+n+n_1+n_2)^2} \times \\ & \times \left[-\frac{3}{2} \frac{1}{(\mu+n_1)(\mu+n_2)} + \frac{5}{2} \frac{1}{(\mu+n)(\mu+n_2)} + \frac{1}{(\mu+n)(\mu+n_2)} + \right. \\ & \left. + 4 \frac{\mu+n+n_1-n_2}{(\mu+n)(2\mu+n+n_1)^2} + \frac{1}{2} \frac{(n-n_1)^2}{(\mu+n)^2(\mu+n_1)(\mu+n_2)} \right] \Bigg\}. \end{aligned} \quad (2)$$

Параметр λ описывает эффективную магнитную яму в плазме токамака конечного давления. Магнитная яма модифицируется в анизотропной плазме за счет добавки Δ и преобразования $p_0 \Rightarrow (p_{0\parallel} + p_{0\perp})/2$ [9-10], а также за счет слагаемых, обусловленных гофрировкой магнитного поля и пропорциональных δ_N и δ_N^2 .

$$\begin{aligned} -\mu_*^2 = \frac{U_1}{S^2} = -\frac{\alpha^2}{S^2} \sum_n \bar{K}_{r,n}^2 \left(\frac{\mu}{\mu+n} \right)^3 S + \frac{\alpha^4 \mu^6}{S^2} & \left\{ \frac{1}{4} \sum_n \frac{\bar{K}_{r,n}^2}{(\mu+n)^4} \sum_n \frac{\bar{K}_{r,n}^2}{(\mu+n)^2} - \right. \\ & - \frac{1}{16} \left(\sum_n \frac{\bar{K}_{r,n}^2}{(\mu+n)^3} \right)^2 + \frac{1}{32} \sum_{nn_1n_2} \frac{\bar{K}_{r,n} \bar{K}_{r,n_1} \bar{K}_{r,n_2} \bar{K}_{r,n+n_1-n_2}}{(\mu+n_1)(\mu+n_2)(\mu+n+n_1-n_2)^2} \left[\frac{4}{(\mu+n_1)(\mu+n_2)} + \right. \\ & + \frac{n-n_1}{(\mu+n)(\mu+n_2)^2} + 2 \frac{1}{(\mu+n_2)^2} - 4 \frac{(\mu+n_1)(\mu+n+n_1-n_2)}{(\mu+n)(\mu+n_2)(\mu+n+n_1+n_2)^2} - \\ & \left. - 4 \frac{1}{(\mu+n_1)(2\mu+n+n_1)} \right] - \frac{1}{16} \sum_{nn_1n_2} \frac{\bar{K}_{r,n} \bar{K}_{r,n_1} \bar{K}_{r,n_2} \bar{K}_{r,n+n_1-n_2}}{(\mu+n_1)(\mu+n_2)(\mu+n+n_1-n_2)^2} \times \\ & \times \left[\frac{1}{(\mu+n)(\mu+n_1)} + \frac{\mu+n_1}{(\mu+n)(\mu+n_2)(\mu+n+n_1-n_2)} + 2 \frac{\mu+n_1}{(\mu+n)(2\mu+n+n_1)^2} + \right. \\ & \left. + 2 \frac{(\mu+n+n_1-n_2)^2}{(\mu+n)(\mu+n_1)(2\mu+n+n_1-n_2)^2} \right] \Bigg\}, \end{aligned} \quad (3)$$

$$\gamma_*^2 = -\frac{\omega(\omega - \omega_*)}{\omega_A^2 S^2} \quad (4)$$

где $\bar{f}$ - усредненное по угловым переменным радиальное смещение элемента плазмы, $\bar{\rho} = \rho/\rho'$, ρ - радиус гофрированной магнитной поверхности, $\omega_* = \frac{m c T_i}{a e B} \frac{d \ln p}{da}$ - ионная дрейфовая частота, $\omega_A = \frac{c_A \mu}{R}$ - альф-вендовская частота; нормированная на большой радиус тора, кривизна магнитной оси токамака имеет такие компоненты: $\bar{K}_{r,N=0} = 1 + 6\delta_N^2$, $\bar{K}_{r,N} = \bar{K}_{r,-N} = 3\delta_N$, $\bar{K}_{r,2N} = \bar{K}_{r,-2N} = 3\delta_N^2$. Остальные обозначения стандартны [26]. Аддитивная добавка Δ , которая обусловлена анизотропией давления плазмы, имеет вид

$$\Delta = \left(\frac{1}{2} + \frac{T_\perp}{T_\parallel} \right) \frac{T_\parallel - T_\perp}{T_\parallel + T_\perp}. \quad (5)$$

Добавка Δ вносит стабилизирующий вклад в устойчивость идеальных мод в случае параллельной инжекции энергии в плазму ($T_\parallel > T_\perp$) и дестабилизирующий вклад - при перпендикулярной инжекции энергии ($T_\parallel < T_\perp$), что связано с увеличением или, соответственно, уменьшением глубины магнитной ямы λ . Продольная неоднородность магнитного поля изменяет величину магнитной ямы λ в основном за счет дестабилизирующего слагаемого, пропорционального $\sum N^2 \delta_N^2$ [19, 20]. Параметр μ_*^2 определяет влияние баллонных эффектов на устойчивость плазмы и в анизотропной плазме пропорционален $(p'_\parallel + p'_\perp)^4/16$. На его величину, как и на величину магнитной ямы λ , влияет модуляция кривизны магнитной оси токамака, которая обусловлена гофрировкой магнитного поля. Влияние эффекта КЛР ионов приводит к перенормировке инкремента возбуждаемых мод γ_* [13-16] и обуславливает граничный по величине γ_* характер возбуждения идеальных МГД-мод, в отличие от беспорогового возбуждения колебаний в случае пренебрежения указанным эффектом.

Локализованные в t -пространстве собственные функции уравнения (1) можно построить при следующих соотношениях между параметрами λ , μ_* , γ_*^2 и характеристическим показателем $\tilde{\nu}$

$$\lambda = \tilde{\nu}^2 - \frac{1}{4} - \frac{1}{2} \gamma_*^2 \left(1 + \frac{\mu_*^2 - \frac{1}{4}}{\tilde{\nu}^2 - 1} \right) \quad (6a)$$

$$\left(\frac{\gamma_*^2}{2} \right)^{2\tilde{\nu}} \frac{\Gamma\left(\frac{1}{2} \mp \frac{1}{4} + \frac{\mu_*}{2} + \frac{\tilde{\nu}}{2}\right) \Gamma\left(\frac{1}{2} \mp \frac{1}{4} - \frac{\mu_*}{2} + \frac{\tilde{\nu}}{2}\right) \Gamma^2(1 - \tilde{\nu})}{\Gamma\left(\frac{1}{2} \mp \frac{1}{4} + \frac{\mu_*}{2} - \frac{\tilde{\nu}}{2}\right) \Gamma\left(\frac{1}{2} \mp \frac{1}{4} - \frac{\mu_*}{2} - \frac{\tilde{\nu}}{2}\right) \Gamma^2(1 + \tilde{\nu})} = 1 \quad (6b)$$

Соотношения (6a, 6b) позволяют при заданных равновесных параметрах λ и μ_* определить характеристический показатель $\tilde{\nu}$ и инкремент γ_* возбуждаемых колебаний. Поэтому систему уравнений (6a, 6b) совместно с уравнением (4) следует рассматривать как систему дисперсионных уравнений. Они определяют возбуждение идеальных мелкомасштабных МГД-мод в анизотропной плазме, которую удерживает гофрированное магнитное поле с учетом эффекта КЛР ионов.

Система дисперсионных уравнений (6a, 6b) описывает возбуждение ММ, если показатель $\tilde{\nu}$ есть мнимая величина: из (6a) в этом случае следует неравенство $-\lambda - 1/4 > 0$, соответствующая критерию неустойчивости ММ вблизи границы неустойчивости. Если показатель $\tilde{\nu}$ есть реальная величина, то система дисперсионных уравнений описывает возбуждение ИБМ.

ЧИСЛЕННЫЙ АНАЛИЗ УСТОЙЧИВОСТИ ИДЕАЛЬНЫХ МОД

Проведем численные расчеты системы уравнений (4), (6а, 6б), описывающей устойчивость идеальных мелкомасштабных МГД-мод в анизотропной плазме токамака с учетом эффекта КЛР ионов и гофрировки продольного магнитного поля. Положим, что продольное магнитное поле токамака $B_0 \approx (2-5)T$ создается набором $N = 20$ токовых катушек, амплитуда гофрировки магнитного поля δ_N изменяется в пределах от долей процента до нескольких процентов ($\delta_N \approx (0,2-2)\%$). Температура плазмы изменяется в пределах от одного до нескольких keV ($T_e \approx T_i = (1-5)keV$). Факторы запаса устойчивости токамака q , будучи больше единицы, меняются в пределах нескольких единиц. Распределение давления плазмы по радиусу плазменного шнура выбрано параболическим. Аспектовое отношение $R/a = 4$. В условиях дополнительного нагрева плазмы могут реализоваться два равновесных анизотропных состояния плазмы: при параллельной инжекции энергии в плазму - состояние с $T_{||} > T_{\perp}$, при перпендикулярной инжекции энергии в плазму - состояние с $T_{||} < T_{\perp}$.

Из полученных результатов следует, что в анизотропной плазме с $T_{||} > T_{\perp}$ возбуждается только $n = 0$ гармоника ИБМ, плазма устойчива относительно возбуждения мод Мерсье. В случае однородного магнитного поля ИБМ раскачивается в области $\beta_\theta > 1,6$ и $S > 1$ (рис.1, кривая 1 для $\gamma_* = 0$). Зона устойчивости ИБМ при этом оказывается меньше по сравнению с той зоной устойчивости, которая имеет место при пренебрежении анизотропии плазмы в области $\beta_\theta > 1,4$ и $S > 0,7$ ($\Delta = 0$) (рис.1, кривая 2 для $\gamma_* = 0$).

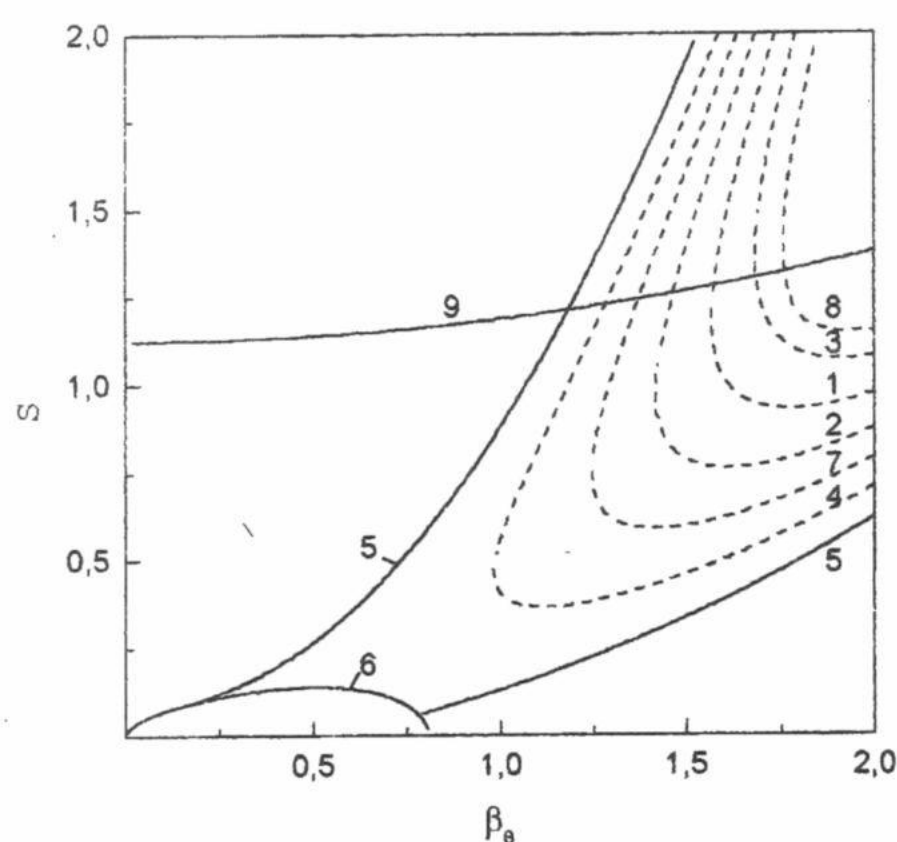


Рис.1. $S-\beta_\theta$ диаграмма границ устойчивости плазмы в зависимости от параметра КЛР ионов Λ , амплитуды гофрировки δ_N и температур $T_{||}, T_{\perp}$

- 1 – ИБМ; $T_{||}/T_{\perp} = 2$ $\delta_N = 0$; $\Lambda = 0$
- 2 – ИБМ $\delta_N = 0$; $\Lambda = 0$ изотропная плазма
- 3 – ИБМ $T_{||}/T_{\perp} = 3$; $\delta_N = 0$; $\Lambda = 0$
- 4 – ИБМ $T_{\perp}/T_{||} = 1,5$; $\delta_N = 0$; $\Lambda = 0$
- 5 – ИБМ $T_{\perp}/T_{||} = 1,9$; $\delta_N = 0$; $\Lambda = 0$
- 6 – ММ $T_{\perp}/T_{||} = 1,9$; $\delta_N = 0$; $\Lambda = 0$
- 7 – ИБМ $\delta_N = 0,1$; $\Lambda = 0$; изотропная плазма
- 8 – ИБМ $T_{||}/T_{\perp} = 3$; $\Lambda = 0,5$; $\delta_N = 0$

9 – шир $S_* = -\bar{\rho} \frac{\mu'_J}{\mu_J} + \beta_\theta^2 \frac{\bar{\rho}^2}{R^2} \sum_n K_n^2 \left(\frac{\mu}{\mu+n} \right)^3$

Увеличение параметра $T_{||}/T_{\perp}$ приводит к дальнейшей стабилизации ИБМ (рис.1, кривая 3) и к уменьшению инкрементов возбуждаемых мод (рис.2, кривые 1,2,3). Это обусловлено углублением магнитной ямы системы

за счет анизотропной добавки Δ . Противоположный случай - это режим поперечной инжекции энергии дополнительного нагрева ($T_{||} < T_{\perp}$). При этих условиях анизотропия плазмы приводит к уменьшению глубины магнитной ямы, что вызывает расширение зоны неустойчивости ИБМ (рис.1, кривые 4, 5), возбуждение ММ (рис.1, кривая 6) и увеличение инкрементов неустойчивых возмущений (рис.2, кривые 1, 4, 5).

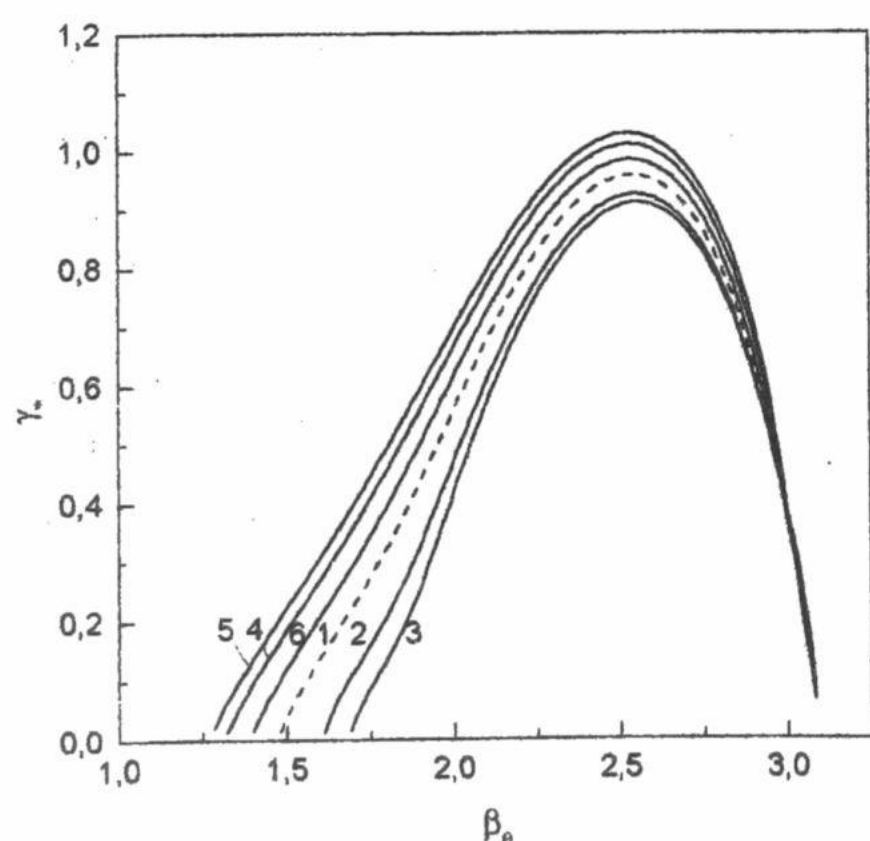
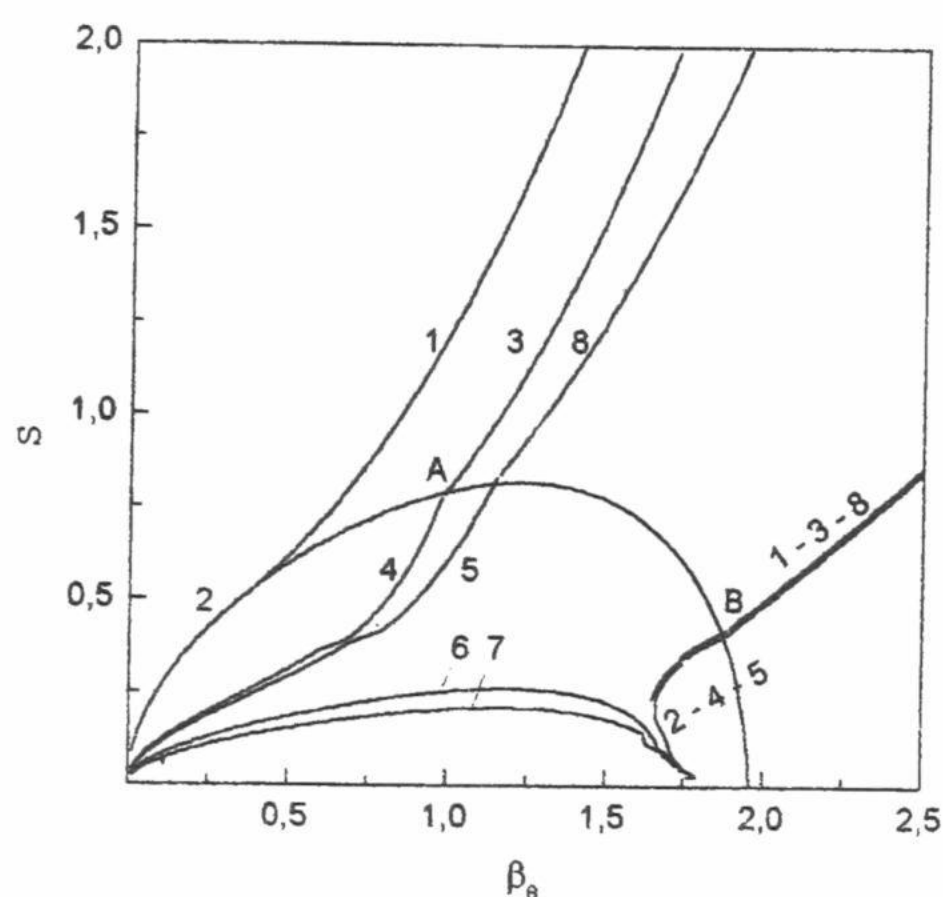


Рис.2. Зависимость инкремента γ_* от β_θ с учетом анизотропии давления плазмы и гофрировки магнитного поля при $S = 1,3$

- 1 – $\delta_N = 0$; изотропная плазма
- 2 – $T_{||}/T_{\perp} = 2$; $\delta_N = 0$
- 3 – $T_{||}/T_{\perp} = 3$; $\delta_N = 0$
- 4 – $T_{\perp}/T_{||} = 1,5$; $\delta_N = 0$
- 5 – $T_{\perp}/T_{||} = 1,8$; $\delta_N = 0$
- 6 – $\delta_N = 0,01$; изотропная плазма

Это указывает на дестабилизацию ИБМ при увеличении анизотропии плазмы ($T_{\parallel} < T_{\perp}$). Дальнейшее увеличение значения параметра $T_{\perp}/T_{\parallel}$ приводит к возбуждению ММ при $T_{\perp}/T_{\parallel} = 1,9$.

Аналогично режиму поперечной инжекции, гофрировка магнитного поля приводит к уменьшению глубины магнитной ямы, расширению зоны неустойчивости ИБМ (рис.1, кривая 7) и увеличению инкрементов (рис.2, кривые 1,6). Для этих параметров плазмы при величине амплитуды $\delta_N = 1,8\%$ возникает зона возбуждения мод Мерсье и образуется общая зона неустойчивости ИБМ и ММ. При этих условиях эффект гофрировки соответствует дестабилизирующему воздействию анизотропной плазмы с $T_{\perp}/T_{\parallel} = 1,9$. Это следует из



сравнения величин $3n^2\delta_n^2$ и $\left| \left(\frac{1}{2} + \frac{T_{\perp}}{T_{\parallel}} \right) \frac{T_{\parallel} - T_{\perp}}{T_{\parallel} + T_{\perp}} \right|$,

которые определяют дестабилизирующий вклад в магнитную яму.

Рис.3. $S - \beta_{\theta}$ диаграмма устойчивости плазмы

при $T_{\perp}/T_{\parallel} = 1,5$, $\delta_N = 0,02$

1 — $\Lambda = 0$ граница ИБМ

2 — $\Lambda = 0$ граница ММ

3 — $\Lambda = 0,3$ граница ИБМ

4 — $\Lambda = 0,3$ граница ММ

5 — $\Lambda = 0,3$; $\gamma = 0,3$; $n = 0$ гармоника ММ

6 — $\Lambda = 0,3$; $\gamma = 0,3$; $n = 1$ гармоника ММ

7 — $\Lambda = 0,3$; $\gamma = 0,3$; $n = 2$ гармоника ММ

8 — $\Lambda = 0,3$; $\gamma = 0,3$; $n = 0$ гармоника ИБМ

Рассмотрим совместное влияние на устойчивость плазмы гофрировки магнитного поля, эффекта КЛР ионов и анизотропии плазмы с $T_{\parallel} < T_{\perp}$. На рис.3 приведены границы ИБМ и ММ с инкрементом $\gamma = 0,3$ для указанных мод. Совместное дестабилизирующее воздействие гофрировки магнитного поля и анизотропии плазмы с $T_{\parallel} < T_{\perp}$ приводит к расширению зон неустойчивости ММ и ИБМ и слиянию этих зон. Стабилизирующее влияние эффекта КЛР ионов не компенсирует дестабилизирующее влияние указанных выше факторов, но приводит к сужению общей зоны неустойчивости. Это видно из рис.3 (смещение границы общей зоны неустойчивости из положения по линии 1-2 в положение по линии 3-4 при $\Lambda = 0,3$ и $T_{\perp}/T_{\parallel} = 1,5$). Общая зона неустойчивости разделена линией $\lambda = -1/4$ на две части: в области $-\lambda < 1/4$ возбуждается четная $n = 0$ гармоника ИБМ, в области $-\lambda > 1/4$ возбуждаются все гармоники ММ, начиная с нулевой (рис.3). Подчеркнем, что линия АВ разделения ИБМ и ММ с учетом КЛР ионов совпадает с линией $\lambda = -1/4$. Вблизи границы неустойчивости ММ $\lambda = -1/4$ имеет место взаимный переход $n = 0$ гармоники ИБМ в $n = 0$ гармонику ММ с данным инкрементом $\gamma = 0,3$. В соответствии с этим, при движении сверху вниз по линии 8 на рис.3, которая соответствует $n = 0$ гармонике ИБМ, γ_{*}^{IBM} уменьшается и вблизи границы $\lambda = -1/4$ переходит в γ_{*}^{MM} , который продолжает уменьшаться (рис.3, кривая 5). При параллельной инжекции ($T_{\parallel} > T_{\perp}$) плазма под влиянием эффекта КЛР ионов переходит в состояние с меньшим инкрементом возбуждения ИБМ, граница устойчивости плазмы сдвигается в область больших значений давления плазмы (рис.1, кривая 8) по сравнению со случаем, когда эффект КЛР ионов не учитывается (рис.1, кривая 3). Под влиянием дестабилизирующего воздействия гофрировки магнитного поля (в области рассматриваемых значений $\delta_N < 2\%$) зона устойчивости ИБМ уменьшается. Однако в отличие от случая перпендикулярной инжекции энергии в плазму в этом случае не возникает зона возбуждения ММ и образования общей области неустойчивости.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В рамках идеальной магнитной гидродинамики с учетом эффекта КЛР ионов исследована устойчивость идеальных желобковых и баллонных мод в анизотропной плазме токамака с гофрированным магнитным полем. Рассмотрено влияние этих факторов на глубину магнитной ямы и инкременты. Оценена роль каждого из них на устойчивость плазмы. При этих условиях найдены области возбуждения ММ и ИБМ и показана воз-

..

возможность образования общей зоны неустойчивости этих мод в анизотропной плазме с $T_{\parallel} < T_{\perp}$ (режим перпендикулярной инжекции). В этом случае может отсутствовать вторая зона устойчивости ИБМ. В режиме параллельной инжекции с $T_{\parallel} > T_{\perp}$ вторая зона устойчивости идеальных мод расширяется, что указывает на возможность удержания плазмы с большим β_{θ} .

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Кадомцев Б.Б.// Сб. Итоги науки и техники., серия Физика плазмы.-1991.- Т.10, ч.1.- М.:ВНИИТИ, стр. 147.
2. Cotrell G.A., Start D.F.H.// Nucl. Fusion.- 1991.-V.31.- p. 61.
3. Cooper W.A., G. Bateman, Nelson D.B., Kammash T.// Plasma Physics.-1981.-V.23.- p.105.
4. Cooper W.A.// Phys Fluids.-1983.-V.26.-p.1380, Phys Fluids.-1985.-V.28.-p.754.
5. Salberta E.R., Grimm R.C., Johnson J.L. Manikam J., Tang W.M.// Phys Fluids.-1987.-V.30,N9.-p. 2796-2805.
6. Connor J.W., Hastie R.J.// Phys Fluids.-1978.-V.19.-p. 1727.
7. Fielding P.J., Haas F.A.// Phys. Rev. Lett.-1978.-V. 41.-p.801.
8. Cooper W.A., Bateman G., Nelson D.B., Kammash T.// Phys. Rev. Lett.-1979.-V.43.-p.1325.
9. Черемных О.К.// Физика плазмы.-1981.- Т.7.- с.1301.
10. Михайловский А.Б.// Физика плазмы.-1982.-Т.8.-с.841.
11. Bishop C.H., Hastie R.J.//Nucl. Fusion.-1985.-V.25,N10.-p.1443-1449.
12. Пустовитов В.Д.// Физика плазмы.-1985.- Т.11, N5.-с.594-599.
13. Kulsrud R.M.// Phys.Fluids.-1963.-V.6.-p.904.
14. Stringer T.E.// Nucl. Fusion.-1975.-V.15.- p.125.
15. Burdo O.S., Cheremnykh O.K., Revenchuk S.M., Pustovitev V.D.// Plasma Phys. Control Fus.- 1994.- V36, N4.- p.641-656.
16. Connor J.W., Tang W.M., Allen L.// Nucl. Fusion.-1984.-V.24, N8.- p.1023-1027.
17. Andersson P., Weiland J.// Nucl. Fusion.-1985.-V.25, N12.- p.1761-1766.
18. Burdo O.S. Cheremnykh O.K. Pustovitev V.D.// Plasma Phys. Control. Fus.-1994.- V.36, N4.- p.641-656.
19. Михайловский А.Б.// Физика плазмы.-1984.- Т.10, N1.- с.83-91.
20. Демченко В.В., Макурин С.В., Омельченко А.Я.// УФЖ.-1987.-Т.32, N6.-с.861-868.
21. Kruskal M.D., Oberman C.R.// Phys. Fl. 1958, 1 p.275.
22. Михайловский А.Б.// Вопросы теории плазмы.- Т.9, М.: Атомиздат. 1979г.- с.3-58.
23. Antonsen T.H., Ferreira A., Ramos J.J.// Plasma Physics.- 1982.- V.24, N2.- p.197-222.
24. Paris R.B., Auby N. Dagazian R.J.// Journ. Math. Phys.- 1986.- V.27, N8.- p.2188-2202.
25. Cheremnykh O.K., Revenchuk S.M., Burdo O.S., Omelchenko A.Ya.// Physica Scripta.- 1995.- V.51.- p.263-276.
26. Михайловский А.Б. Неустойчивости плазмы в магнитных ловушках. // М.: Атомиздат. – 1978.

STABILITY OF THE IDEAL SMALL-SCALE MHD MODES IN TOKAMAK

E.V. Romashenko, A.Ya. Omel'chenko

Kharkov National University, Physycal-Technical Department, 31 Kurchatov ave., Kharkov, 61108, Ukraine

In the framework of the ideal magnetohydrodynamic theory, the stability of the ideal small-scale MHD modes has been investigated allowing for effect of finite Larmor radius in anisotropic plasma of a tokamak with a ripple magnetic field. On the basis of numerical analysis the excitation zones of Mercier modes and ideal ballooning modes, their growth rates have been obtained.

KEY WORDS: ripple magnetic field, anisotropic plasma, effect of finite Larmor radius, Mercier modes, ideal ballooning modes

АДК 530.1:533.9

PHYSICAL MECHANISMS OF GENERATION OF SUB- AND UPPER HARMONICS IN A PERIODIC PLASMA-FILLED WAVEGUIDE SYSTEM

A. V. Kirichok¹, V. M. Kuklin², S. T. Mouharov²

¹ Institute for Electromagnetic Research, P.O. Box 10857, 61022 Kharkov 22, Ukraine

² Kharkov National University, Department of Physics and Technology 4 Svobody Sq., 61077 Kharkov, Ukraine

Received 7 January 2000

The influence of plasma filling on electrodynamic characteristics of a periodic waveguide system is studied. It is considered the physical mechanisms, leading to appearance of subharmonics and upper harmonics of the main mode, which cause the transition to non-stationary regimes of instability of a monoenergetic electron beam.

KEY WORDS: periodic waveguide, hybrid systems, nonlinear mechanisms, beam-plasma interaction

The great attention nowadays is given to the role of plasma as electrodynamic element in modern hybrid devices [1-5]. The devices of plasma electronics have, as known, a number of significant virtues permitting improvement of experimental and industrial devices in direction of higher energies and mastering of short-wave spectrum region without considerable losses in power [6]. However plasma devices have a number of shortages limiting their wide application. The most essential of them is significant spreading of excitation and amplification spectra, and also an essential complication of dynamics of their operational regimes. These shortages caused by the same reasons as in other conditions should be considered as virtues of plasma, e.i by variety of types of proper oscillations [6] and essential nonlinearity of plasma as medium in a wide frequency band. Meanwhile the plasma electronics has not pushed aside traditional vacuum electronics, but it is a question of time, because of the requirements to microwave devices become tougher and already now we don't quite satisfied by their power and area of mastered frequencies.

On the other hand it is necessary to keep the advantages peculiar to devices of traditional vacuum electronics with their high Q -factor, perfect predictability based not only on the developed theory, and in a greater degree on vast experience of their designing and operation. However, it is necessary to note, that power growth results in increasing influence of nonlinear processes, arising in relativistic high-density electron beams, on the operational regimes of the devices [4, 7, 8]. These beams represent in fact a rather dense moving electron plasma. In particular, dynamics of bunches of particles, seized by a wave fields, becomes considerably complicated, that leads to their intensive collective radiation in adjacent spectral regions.

Note that the appreciable growth of intensity of high-frequency oscillations in the case of preliminary modulation is possible only with rather short lengths of interaction (or with rather small times), when the greatest accessible level of oscillation amplitude, determined in particular by conditions $(\text{Im}\omega)_{\text{max}} \sim \Omega_{\text{tr}}$ (here Ω_{tr} , is a frequency of oscillations of beam particles, seized by the field of wave, $(\text{Im}\omega)_{\text{max}}$ is a maximum linear rate of the instability), cannot be achieved starting from a level of initial fluctuations in the system. Maximal possible intensity of oscillations during the instability is reached in a time

$$T \sim (\text{Im}\omega)_{\text{max}}^{-1} \ln \left(\frac{\Omega_{\text{tr}}^4 m_e^2 \gamma_0^6 c^2 \beta_0^2}{e^2 \omega^2 \langle E_{ns}^2 \rangle} \right),$$

where $\langle E_{ns}^2 \rangle$ is the intensity of noise in a given spectral interval in the beam immediately after injector (other notations see below).

In devices with rather extended interaction region, where the greatest possible intensity of generated oscillations can be surely achieved, the basic attention was usually given to the analysis of further development of the process with taking into account the excitation of subharmonics and upper harmonics of the main waveguide mode [15-17]. This phenomenon was accompanied by development of self-modulation regimes of the instability (details see in [12], conditioned by dynamics of seized particles in a potential well of a synchronous wave. On the other hand some authors saw the nature of self-modulation, arising in a regime of mature instability, in a distributed feed-back between beam perturbations and backward resonator wave. The time of energy interchange can be estimated as $T_L \sim L/(v_0 + |v_g|)$. Appearance of pronounced spectral lines in a frequency spectrum of developed instability points to it, under the judgment of authors of [13]. The distance between these lines has an order of $2\pi/T_L$ that is comparable at least in a number of cases with an oscillation frequency of seized beam particles.

The purpose of this work is the analysis of plasma influence on electrodynamic characteristics of a periodic waveguide system and also arguing of physical mechanisms, leading to appearance of subharmonics and upper

harmonics of the main mode. The latter cause the transition to non-stationary regimes of the instability of a monoenergetic electron beam.

COMBINED MODES WITH FIXED FREQUENCY IN A CORRUGATED WAVEGUIDE

Consider an axial-symmetric waveguide with a variable radius $R(z) = R_0(1 + \alpha \cos k_0 z)$, where $2\pi/k_0$ is a spatial period of the waveguide. For plasma-filled waveguide with electron beam traveling in it, the motion of particles can be considered as one-dimensional (along the waveguide axes z). This assumption is valid if to impose a rather intensive stationary magnetic field $H_0 = (0, 0, H_0)$ and, besides, to require the following strong inequalities to be fulfilled:

$$\omega_{be} = (4\pi n_{0b} e^2 / m_e)^{1/2} \ll \omega_{pe} = (4\pi n_{0e} e^2 / m_e)^{1/2} \ll \omega_{He} = (eH/m_e c),$$

where ω_{pe} , ω_{be} , ω_{He} are the electron plasma, beam and cyclotron frequencies correspondingly. In a lack of a beam the tensor of dielectric permeability have the following non-zero components $\varepsilon_{11} = \varepsilon_{22} = 1$, $\varepsilon_{33} \equiv \varepsilon = 1 - \omega_{pe}^2 / \omega^2$. The Maxwell equations for axial-symmetric oscillations of the electromagnetic field with fixed frequency in the waveguide can be represented as

$$\frac{\partial E_r}{\partial z} - \frac{\partial E_z}{\partial r} = \frac{i\omega}{c} H_\varphi; \quad r^{-1} \frac{\partial(r H_\varphi)}{\partial r} = -\frac{i\omega \varepsilon}{c} E_z; \quad \frac{\partial H_\varphi}{\partial z} = \frac{i\omega}{c} E_r, \quad (1)$$

where time dependence of all values is chosen as $A \sim A(t) \exp(-i\omega t)$, where $A(t)$ is a slowly varying amplitude and ω is a frequency of oscillations. The boundary condition – the vanishing of tangential component of electric field on the ideally conducting surface of the waveguide gives the following

$$E_r[R(z)] \equiv E_z[R(z)] \cos \theta(z) + E_\varphi[R(z)] \sin \theta(z) = 0. \quad (2)$$

Due to the spatial periodicity and cylindrical symmetry of the system all values may be expended on the Bessel functions:

$$E_z = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n J_0(k_{\perp n} r) \exp(ik_{3n} z); \quad (3)$$

$$E_r = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \frac{i\varepsilon h_n}{k_{\perp n}} J_1(k_{\perp n} r) \exp(ik_{3n} z); \quad (4)$$

$$H_\varphi = \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n \frac{i\varepsilon \omega}{ck_{\perp n}} J_1(k_{\perp n} r) \exp(ik_{3n} z), \quad (5)$$

where $k_{\perp n} = \sqrt{\varepsilon(\omega^2/c^2 - k_{3n}^2)}$, $k_{3n} = k_3 + nk_0$ is the parallel wave-number. Usually, the central mode A_0 is selected to be close to the proper wave of the appropriate smooth waveguide of radius R_0 . In this case $k_{\perp 0} R_0 = \xi_{0,m}$, where $\xi_{0,m}$ are the roots of the equation $J_0(\xi_{0,m}) = 0$. Assume for simplicity that $\xi_0 = \xi_{0,1}$ is the first root of the Bessel function.

Supposing $\alpha R_0 \ll 1$ and expanding $R(z)$ in a series near the radius $R = R_0$ one can obtain a set of equations for three coupled modes

$$I_0(\eta_-) A_{-1} = \frac{\alpha}{2} \xi_0 J_1(\xi_0) \left(1 - \frac{k_0 k_3}{k_3^2 - k^2} \right) A_0; \quad (6)$$

$$\begin{aligned} J_0(\xi_0) A_0 &= \frac{\alpha^2}{4} \xi_0^2 \left(J_0(\xi_0) - \frac{J_1(\xi_0)}{\xi_0} \right) A_0 - \\ &\frac{\alpha}{2} \left(1 + \frac{(k_3 - k_0)k_0}{(k_3 - k_0)^2 - k^2} \right) \eta_- I_1(\eta_-) A_{-1} - \\ &\frac{\alpha}{2} \left(1 - \frac{(k_3 + k_0)k_0}{(k_3 + k_0)^2 - k^2} \right) \eta_+ I_1(\eta_+) A_{+1}; \end{aligned} \quad (7)$$

$$I_0(\eta_+) A_{+1} = \frac{\alpha}{2} \xi_0 J_1(\xi_0) \left(1 + \frac{k_0 k_3}{k_3^2 - k^2} \right) A_0. \quad (8)$$

Here $\eta_{\pm} = ik_{\perp\pm 1}$, $I_0(x)$ is the modified Bessel function. Note that the term, proportional to α^2 in r.h.s. of eq.(7), has the same order as other terms in this equation. A condition of compatibility of eqs.(6)-(8) gives a dispersion relation.

Amplitudes of coupled modes A_{+1} and A_{-1} are proportional to α and significantly less than the main mode A_0 . Though when the longitudinal wave-number of the main mode for given frequency appears near the Brillouin contour ($k_3 \rightarrow \pm k_0/2$) one of the side modes differs from the main mode only in sign of phase velocity. Beside of opacity zones, arising due degeneracy, the leveling of the main mode and given side mode is observed in this case [16].

We shall restrict our consideration to important special case, when the degeneracy does not take place and $k_3 \neq \pm k_0/2$. Suppose that the frequency and wave vector slightly differ from values defined by the dispersion relation. In this case the amplitudes of proper oscillations become slow varying. Write the l.h.s. of eq.(7) in the form

$$J_0(\xi_0)A_0 - J_1(\xi_0)\frac{R_0(k^2 - k_3^2)}{k_{\perp}\omega}\frac{\partial(\omega D_0)}{\partial\omega}i\left(\frac{\partial A_0}{\partial t} + v_g\frac{\partial A_0}{\partial x}\right), \quad (9)$$

where

$$D_0 = \varepsilon(\omega) - \frac{k_{\perp}^2}{(k^2 - k_3^2)}, \quad v_g = \frac{\partial(\omega D_0)}{\partial k_3} / \frac{\partial(\omega D_0)}{\partial\omega}$$

is a group velocity of the main mode.

First term in eq.(9) vanishes because of assumption that the main mode is resonant ($D_0 = 0$, e.g. $J_0(\xi_0) = 0$). As this takes place, eq.(7) can be represented as follows

$$\frac{\partial A_0}{\partial t} + v_g\frac{\partial A_0}{\partial x} - iq_0A_0 = iq_{0,-1}A_{-1} + iq_{0,+1}A_{+1}, \quad (10)$$

where

$$q_{0,\pm 1} = \alpha\frac{\varepsilon\omega}{\partial(\omega D_0)/\partial\omega}\left(1 \pm \frac{k_0k_3}{k_3^2 - k^2}\right)\frac{\xi_0 I(\eta_{\pm})}{\eta_{\pm} J_1(\xi_0)}. \quad (11)$$

Substituting A_{-1} and A_{+1} expressed in terms of A_0 by using eqs.(6) and (8), one obtains the frequency shift of the main mode conditioned by its interaction with periodic structure:

$$\Delta\omega = q_0 - q_- - q_+, \quad (12)$$

where

$$q_0 = \frac{\alpha^2 \xi_0^2 \varepsilon}{2\partial(\omega D_0)/\partial\omega}, \quad (13)$$

$$q_{\pm} = q_0\left(1 \pm \frac{k_0k_3}{k_3^2 - k^2}\right)^2 \frac{I_1(\eta_{\pm})}{\eta_{\pm} I_0(\eta_{\pm})}. \quad (14)$$

DISPERSION RELATIONS AND CONDITIONS FOR RESONANCE EXCITATION OF OSCILLATIONS

Frequencies and longitudinal wave numbers of high- and low-frequency main modes can be found from dispersion equation for the main mode $D_0(\omega, k_3) = 0$ in zero order in α . Generally speaking, it is necessary to consider the following parameters as fixed: cross wave number $k_{\perp 0} = \xi_0/R_0$, Lengmuir plasma frequency ω_{pe} , corrugation period $2\pi/k_0$. The frequency and longitudinal wave number can be expressed through the phase velocity of oscillations

$$\omega^2 = k_3^2 v_{ph}^2 = \omega_{pe}^2 + k_{\perp 0}^2 v_{ph}^2 / (\beta_{ph}^2 - 1), \quad (15)$$

where $\beta_{ph} = v_{ph}/c$. It is easy to see that the high-frequency oscillations have a phase velocity exceeding the velocity of light in vacuum ($c < |v_{ph}| < \infty$) and low-frequency oscillations can be considered as slow ($|v_{ph}| < c$). Besides this, there is exist for latter a critical value of the phase velocity, determined from the expression

$$(\beta_{ph})_{cr}^2 = \frac{\omega_{pe}^2}{\omega_{pe}^2 + k_{\perp 0}^2 c^2}. \quad (16)$$

If β_{ph} exceeds this value then low-frequency proper oscillations of the waveguide don't exist at all.

Slow low-frequency oscillations, as known, can be effectively excited by charged beams (see, for example, [5]), whereas for the fast high-frequency main mode resonance $v_{ph} = v_0$ (v_0 is a beam velocity) is impossible. In this situation it is more preferable to excite a side mode by the beam. In the case, when a phase velocity of the main mode and velocity of the beam are opposite, the resonance conditions can be fulfilled for side mode with $k_{3+} = k_3 + k_0 = k_0 - |k_3|$ (the frequency here and below will be assumed positive definite). In other words

$$\omega_{HF} = \omega = (k_0 - |k_3|)v_0. \quad (17)$$

Taking into account that $\omega = k_3 v_{ph}$, one can exclude k_3 from eq.(15) to determine a phase velocity of the main high-frequency mode, which side satellite can be excited resonantly by a charged beam:

$$\beta_{ph}^2 (\beta_{ph}^2 - 1) = \left(1 - \frac{\beta_{ph}}{\beta_0}\right)^2 [d(\beta_{ph}^2 - 1) + D\beta_{ph}^2], \quad (18)$$

where $d = \omega_{pe}^2 / k_0^2 c^2$, $D = k_{\perp 0}^2 / k_0^2$, $\beta_0 = v_0 / c$.

In rather general case, when $\beta_0 / \beta_{ph} \ll 1$

$$\beta_{ph}^2 = \frac{\beta_0^2 - d}{\beta_0^2 - d - D}, \quad (19)$$

and respectively

$$\omega^2 = k_3^2 c^2 \beta_{ph}^2 = k_3^2 c^2 \beta_0^2 (1 - 2\beta_0 / \beta_{ph}).$$

In this situation

$$\varepsilon = 1 - d / \beta_0^2, \quad \eta_{\pm}^2 \approx \varepsilon k_0^2 R_0^2 \gamma_0^{-2}, \quad \frac{\partial(\omega D_0)}{\partial \omega} \approx 2 \left[1 + \varepsilon \frac{\beta_0^2 - d - D}{D}\right].$$

Electron beams with $\beta_0 < (\beta_{ph})_{cr}$ can excite in resonance way the low-frequency proper oscillations (the main mode), which frequency and longitudinal wave-number are following:

$$\omega_{LF}^2 = k_{3L}^2 v_0^2 = \omega_{pe}^2 - k_{\perp 0}^2 c^2 \gamma_0^2 \beta_0^2 \quad (20)$$

THE INCLUSION OF A CHARGED BEAM INTO THE SYSTEM OF COUPLED MODES

A set of equations (1) should be modified if we take into account a charged beam, transported in the waveguide:

$$\frac{1}{r} \frac{\partial}{\partial r} \left(r \frac{\partial E_z}{\partial r} \right) + (k^2 - k_3^2) \varepsilon E_z = \frac{4\pi i}{\omega} (k_3^2 - k^2) j_{bz} \quad (21)$$

where j_{bz} is the Fourier image of single non-zero z -component of the beam current. In a case of resonance interaction between the beam and the side high-frequency mode the solution of eq.(21) can be represented in the form

$$I_0(\eta_+) A_{+1} = q_{1,0} I_0(\eta_+) A_0 - \frac{4\pi i}{\omega} (k_{3+}^2 - k^2) \times \int_0^{R_0} dr' r' j_{bz} [I_0(\kappa_+ r) K_0(\kappa_+ r') - I_0(\kappa_+ r') K_0(\kappa_+ r)], \quad (22)$$

where $K_m(x)$ is the McDonald function, $I_m(x)$ is the modified Bessel function. Deriving eq.(22) we use the field finiteness on the waveguide axe. In the case of thin tubing beam, discussed below,

$$j_{bz} = j_b \delta(r^2 - R_b^2) \quad (23)$$

eq.(22) can be written as

If we shall consider the so-called temporal problem, all solutions for the infinite system will be periodic and the set of equations will take the well-known form [18]. In this case ρ can be written as follows

$$\rho = \int_{-\pi}^{\pi} \exp(i\theta) d\theta_0.$$

Amplitudes A_0 , $A_{\pm 1}$ depends on the time only.

Maximum accessible strengths of longitudinal components of the electric field of the resonance side and main modes have the order

$$A_{\pm 1} \simeq q_{\pm 1,0} A_0, \quad (32)$$

$$A_0 \simeq \frac{m_{e0} c^2 \omega_0}{e v_0 q_{1,0}} (v_b)^{2/3} I_0^{-1} (\eta_+ R_b / R_0). \quad (33)$$

In the most interesting (resonance) case of large corrugation depth (or relatively weak-current beam ($|q_{+1g}| > \gamma_N$)), the term proportional to ρ in r.h.s. of the equation of motion is sufficiently small and it can be neglected. However the account of this term (responsible for contribution of volume beam charge perturbations to the resonance longitudinal electrical field) leads to decrease of oscillation amplitude in the regime of mature instability [16]. Really, from the first equation for the field of oscillations $v_b \rho \sim \chi \exp(i\Omega_{tr} t)$, where χ is the amplitude of beam density modulation, which depends on the size and statistical weight of "quasi-particle" formed from particles seized by the field. Then the amplitude of modulation F is proportional to $(\chi / i\Omega_{tr}) \exp(i\Omega_{tr} t)$. Comparing it with the second term in r.h.s. of eq.(31) $\sim (i\sigma\chi / v_b) \exp(i\Omega_{tr} t)$ we see that if $\sigma\Omega_{tr} / v_b \simeq \sigma / v_b^{2/3} \rightarrow 1$ than the suppression of amplitude modulation of the external force happens by perturbations of volume beam charge and, under the judgement of authors of [16], the diffusion of "quasi-particle" in a phase-space takes place. Thus, the field of the beam volume charge capable to attenuate and even suppress the self-modulation instability regimes. It indirectly confirms the idea that the nature of self-modulation is explained first of all by dynamics of seized particles.

ABOUT MECHANISMS OF TRANSITION TO STOCHASTIC REGIMES OF INSTABILITY

Amplitude modulation. It is known, that the slowly varying (in comparison with the frequency of oscillations) factor outside the field amplitude can lead to a well-known phenomenon of period doubling and to further complication of phase dynamics of particles, seized by the potential well. Really, the particles, seized by the field of wave, move along the finite trajectories in a phase plane (e.g. in the space "coordinate - velocity" in the frame of references, where the beam is in rest) with a mean frequency of trembling Ω_{tr} .

Let the amplitude of the field modulation in the frame of beam rest oscillates with a frequency ω_μ and its maximal value is μ . In this case the field can be represented as a sum of three terms:

$$\begin{aligned} A &= A_0(1 + \mu \cos \omega_\mu t) \sin k_{3+} z' = \\ &= A_0 \sin k_{3+} z' + \frac{A_0}{2} \mu [\sin(k_{3+} z' + \omega_\mu t) + \sin(k_{3+} z' - \omega_\mu t)]. \end{aligned} \quad (34)$$

Following to [14], note, that in addition to the main strip of separatrix cells with seized particles two extra identical strips appear in this case, sliding relative to each other (and to the central strip). They are more narrow than the central strip and one of them is shifted upwards and the second — downwards on the axis of velocities relative to the central band on the value ω_μ / k_{3+} . The particles of the beam fall into potential wells of central, upper, or lower strips depending on values of their velocities.

Close to the separatrices the so-called stochastic layer appears. The behavior of a large part of particles in this layer significantly depends on their initial state and, generally speaking, can be considered as random from a physical point of view. Just in this sense it is necessary to understand the term "weak chaos". If the separatrix strips are rather far apart in a phase space, they do not exchange particles. If the stochastic layers of different separatrix strips are superimposed, a probability of particle exchange between them becomes finite and it brings into existence of groups of seized particles, which period of revolution on the complicated trajectories is doubled. The doubling is promoted by a synchronizing role of relative motion of the separatrix strips. The question is how large a part of these particles and what a degree of their influence on growth of subharmonics of the field. With further converging of separatrix layers (that takes place in regime of saturation of above

$$I_0(\eta_+)A_{+1} = q_{1,0}I_0(\eta_+)A_0 - \frac{2\pi i}{\omega}(k_{3+}^2 - k^2)j_b \times \left[I_0(\eta_+)K_0\left(\eta_+\frac{R_b}{R_0}\right) - I_0\left(\eta_+\frac{R_b}{R_0}\right)K_0(\eta_+) \right], \quad (24)$$

In a similar manner it is necessary to add in r.h.s. of eq.(7) the term:

$$iq_{0,1} \left[\frac{2\pi i}{\omega}(k_{3+}^2 - k^2) \frac{I_0(\eta_+)}{I_1(\eta_+)} \left(I_1(\eta_+)K_0\left(\eta_+\frac{R_b}{R_0}\right) + I_0\left(\eta_+\frac{R_b}{R_0}\right)K_0(\eta_+) \right) j_b \right]. \quad (25)$$

It is easily to show that in the case of resonance excitation of slow low-frequency oscillation by the beam it will suffice to account in r.h.s. of eq.(10) the additional term:

$$\frac{i\pi^2}{\omega}(k_{3+}^2 - k^2)j_b J_0\left(\xi_0\frac{R_b}{R_0}\right)N_0(\xi_0), \quad (26)$$

where $N_m(x)$ is the Neumann function.

NONLINEAR REGIME OF INSTABILITY

Taking into account above mentioned remarks, the equation describing nonlinear regime of the instability can be written in the form:

$$\frac{\partial F}{\partial \tau} - \beta_g \frac{\partial F}{\partial \zeta} = \nu_b \rho, \quad (27)$$

$$\rho = \int_{\tau_0^* - \pi}^{\tau_0^* + \pi} \exp(i\theta) d\theta_0, \quad (28)$$

where $\zeta = \omega_0 z/v_0$, $\tau = \omega_0 t$, $\nu_b = \gamma_N^2 q + g\beta_0^2/\omega_0^3$, $F = q_{1,0}A_0 I_0(\eta_+ R_b/R_0)ev_0/m_{e0}c^2\omega_0$, $\theta = \omega_0 t - \omega_0 z/v_0$. It is necessary to carry out the integration over initial states of particles, which are placed for the length of $\gg \omega_0/v_0$ of the waveguide system. With increase of interaction area it is possible to proceed to average values of the amplitude for distances about wave-length of resonance oscillations.

Solving a set of equations

$$\begin{aligned} \frac{dt}{dz} &= \frac{1}{v}, \\ \frac{dp}{dz} &= -\frac{eE_z}{v}, \end{aligned} \quad (29)$$

We can find the moment $t = t(t_0, p_0, z)$ when a particle of the beam, which has started from position $z = 0$ at moment $t = t_0$ with momentum $p = p_0$ will arrive to the point z and its momentum will be equal to $p = p(t_0, p_0, z)$. However, actually we are interested in the inverse problem: for beam particles appearing in the given point z at the given time t to find an interval of times t_0^* , when they have arrived into the interaction area (that is they have pierced a cross-section $z = 0$). Generally speaking, it is sufficiently to determine an initial position of one synchronous particle $t_0^*(t, z)$, which has appeared in a point z at the time t , and to sum the contribution of all particles, which have arrived into the interaction area not earlier than at the moment $t - T_0/2$, where T_0 is a period of field oscillations.

This description is equivalent to presented in [8,16] but only for the case when effects of the reflection of waves from the waveguide end-walls are neglected.

The equations of motion in this case can be written as follows:

$$\frac{d\theta}{d\zeta} = \frac{\beta_0}{q} \sqrt{1+q^2} - 1, \quad (30)$$

$$\frac{dq}{d\tau} = -\text{Re}[(F + i\sigma\rho) \exp(-i\theta)] \frac{\sqrt{1-q^2}}{q}, \quad (31)$$

where $q = p/mc$, $\sigma = \gamma_N^2 \beta_0^2$.

Characteristic time of the instability δ_1^{-1} is determined by inverse linear increment of the process.

discussed instabilities, when $\omega_\mu \sim \Omega_{tr}$) the motion of a noticeable part of particles becomes complicated, that leads to generation of following subharmonics, and then to further chaotization of dynamics.

The authors of many works noticed, that with increase of interaction length of ([15], see also [16]) or beam duration ([17]) it is possible to observe a more and more complicated transition from the stationary regime to a regime with gradual generation of subharmonics with lower and lower frequencies (usually under the scenario of period doubling), and, at last, to a regime with pronounced stochastic origin. Really, the beam particles, seized to the potential well of oscillations, which drifts with the beam, are located in the interaction region during a finite time. Therefore, the greater the interaction region, the greater part of particles has a time for complex quasiperiodic motion in pulled together and sliding relative to each other potential wells, which have appeared because of modulation of oscillation amplitude.

Preliminary modulation of the beam not only accelerates the instability, but also imposes a regime of instability development, determining the frequency and wave number shifts (velocity of envelope drift).

Resonance excitation of oscillations close to upper harmonics. Other mechanism leading to complication of dynamics of seized particles and transition to stochastic regimes of instability is the resonance excitation of oscillations in a vicinity of upper harmonics of the main mode. Really, the periodic system (a corrugated waveguide) contains only one spatial harmonic as was assumed above. When the depth of the corrugated waveguide is increased on retention of a period it is necessary to take into account upper spatial harmonics. We consider here a role of second spatial harmonic $\alpha_2 \cos(2k_0z)$, where α_2 is its amplitude.

Obviously, the charged beam will interact effectively with the first side mode, which longitudinal wave number is shifted on $2k_0$ with respect to the longitudinal wave number of the main mode with higher frequency. The frequency of the latter almost twice exceeds the frequency of oscillations considered above. Foregoing analysis, as well as the expressions obtained for instability rate and equations for the field, turn out to be valid for oscillations with higher frequency, which effective (even resonance) excitation becomes possible in presence of second spatial harmonic in the spectrum of the periodic structure. To make sure in this, it is sufficiently to replace α and k_0 accordingly on α_2 and $2k_0$. Equation of motion of beam particles in the case of resonance instability thus takes the form:

$$\frac{dq}{d\xi} = -\text{Re} \{ (F + i\sigma\rho) \exp(-i\theta) + (F_2 + i\sigma_2\rho_2) \exp(-is\theta) \} \frac{\sqrt{1-q^2}}{q}, \tag{35}$$

where $s = (k_{32} + 2k_0)/(k_3 + k_0)$ is the ratio of wave-numbers of oscillations, being in resonance with the beam.

Now particles of the beam appear to be in the field of two modes, synchronized with the beam and which potential wells are differ on depth and longitudinal size. The ratio of frequencies and longitudinal wave-numbers are differ from 2 and some values are listed in the table:

Some parameters of the system Table 1.

d	0.0	0.01	0.02	0.03	0.04	0.05	0.06	0.07	0.08	0.09	0.1
β_1	1.24	1.25	1.26	1.27	1.28	1.29	1.31	1.32	1.34	1.36	1.37
β_2	1.05	1.05	1.06	1.06	1.06	1.06	1.06	1.06	1.06	1.06	1.06
ω_2/ω_1	1.86	1.85	1.85	1.84	1.83	1.83	1.82	1.81	1.80	1.79	1.79
k_{32}/k_{31}	2.18	2.19	2.20	2.21	2.22	2.24	2.25	2.26	2.28	2.29	2.31

It is easy to show that the ratio of linear increments (in the regime of mature instability) for this resonance oscillations is equal to

$$\frac{(\text{Im}\omega)_1}{(\text{Im}\omega)_2} \sim \left(\frac{q_+(k_0)B_1(k_0)}{q_+(2k_0)B_1(2k_0)} \right). \tag{36}$$

It is possible to evaluate the ratio of intensities of the main modes on these frequencies:

$$\frac{|A_{01}|^2}{|A_{02}|^2} \sim \left[\frac{(\text{Im}\omega)_1}{(\text{Im}\omega)_2} \right]^4 \frac{I_0^2 \left(\eta_+(2k_0) \frac{R_b}{R_0} \right) q_{1,0}^2(2k_0)(k_{32} + k_0)^2}{I_0^2 \left(\eta_+(k_0) \frac{R_b}{R_0} \right) q_{1,0}^2(k_0)(k_{32} + 2k_0)^2}. \tag{37}$$

The presence of two periodic potential wells with different amplitudes and, generally speaking, with aliquant spatial periods, synchronized with a beam, can be a reason (together with the above-described mechanism) of noticeable complication of dynamics of seized particles.

REFERENCES

1. Swegle J.A. Swegle et al., "Backward wave oscillators with rippled wall resonators: Analytic theory and numerical simulation," *Phys. Fluids*, vol.28, pp. 2882-2894, 1985.
2. Bugaev S.P. Bugaev et al., "Relativistic multiwave Cherenkov generators", *IEEE Trans. Plasma Sci.* Vol. 18, pp. 525-536, 1990.
3. Main W. Main et al., "Electromagnetic properties of open and closed overmoded slow-wave resonators for interaction with relativistic electron beams", *IEEE Tran. Plasma Sci.* Vol. 22, N 5, pp. 566-577, 1994.
4. Abramyan E.A. Abramyan, B.A. Alterkop, G.D. Kuleshov. *Intensive Electron Beams* (Energoatomizdat, Moscow, 1984) (in Russian).
5. *Electrodynamics of Plasma* (Ed. A.I. Akhiezer, Nauka, Moscow, 1971)
6. Fainberg Ya. B. Fainberg, *Fizika Plazmy* 11 (1985) 1398-1410.
7. Lawson J. D. Lawson, *The Physics of Charged-Particle Beams* (Clarendon Press, Oxford, 1977).
8. Kuzelev M. Kuzelev, A. Rukhadze, *Electrodynamics of Dense Electron Beams in Plasma* (Nauka, Moscow, 1990) (in Russian).
9. Carmel Y. Carmel, et al. *Phys. Fluids B* 4(7) (1992) 2286-2292.
10. Petit R. Petit, M. Cadilhac, *C.r. Acad. Sci. Paris.* 262 (1966) 468-471.
11. Verbitsky I.L. Verbitsky, *Dokl. Acad. Sci. USSR* 216 (1974) 1022-1025.
12. Ginzburg N.S. Ginzburg, S.P. Kuznetsov, in "Relativistic Microwave Electronics" (Inst. of Appl. Phys. of Acad. Sci. USSR, Gorky, 1981) p. 101-144.
13. Bezruchko B.P. Bezruchko, S.P. Kuznetsov, D.I. Trubetskoy, *Pis'ma v ZhETF* 29 (1979) 180-183.
14. Zaslavsky G.M. Zaslavsky, R.Z. Sagdeev, D.A. Usikov, A.A. Chernikov, *Weak Chaos and Quasi-Regular Patterns* (Nauka, Moscow, 1991) (in Russian).
15. Bogomolov Ya. Bogomolov, V.L. Bratman, N.S. Ginzburg, M.I. Petelin and A.D. Yanovsky, *Opt. Commun.* 369 (1981) 209.
16. Theory V.A. Balakirev, N.I. Karbushev, A.O. Ostrovsky and Yu.V. Tkach, *Theory of Cherenkov's Amplifiers and Generators on Relativistic Beams* (Naukova Dumka, Kiev, 1993) (in Russian).
17. Hahn S.J. Hahn, J.K. Lee, *Phys. Lett. A* 176 (1993) 339-343.
18. Shapiro V.D. Shapiro, V.I. Shevchenko, *Izv. Vuzov, Radiofizika* 19 (1976) 787-791.
19. Fedorchenko A.M. Fedorchenko, N.Ya. Kotsarenko, *Absolute and Convective Instability in Plasma and Solid States* (Nauka, Moscow, 1971) (in Russian).
20. Kondratenko A.N. Kondratenko, V.M. Kuklin *Foundations of plasma electronics* (Energoatomizdat, Moscow, 1988) (in Russian).

МЕХАНИЗМЫ ГЕНЕРАЦИИ ВЫСШИХ И НИЗШИХ ГАРМОНИК В ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ВОЛНОВОДНОЙ СИСТЕМЕ С ПЛАЗМЕННЫМ ЗАПОЛНЕНИЕМ

А.В. Киричок¹, В.М. Кушлин², С. Т. Мухаров²

¹ Институт электромагнитных исследований
а/я 10857, 61022, Харьков 22, Украина

² Харьковский национальный университет, физико-технический факультет
пл. Свободы 4, 61077 Харьков 77, Украина

Изучается влияние плазменного заполнения на электродинамические свойства периодической волноводной системы. Рассмотрены физические механизмы, приводящие к генерации высоко- и низкочастотных колебаний, вызывающих переход к нестационарным режимам неустойчивости моноэнергетического электронного пучка.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: плазменная электроника, гибридные системы, пучково-плазменное взаимодействие.

УДК 533.951

НЕСИММЕТРИЧНЫЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ В СЛАБОНЕОДНОРОДНОЙ МАГНИТОАКТИВНОЙ ПЛАЗМЕ, ЧАСТИЧНО ЗАПОЛНЯЮЩЕЙ МЕТАЛЛИЧЕСКИЙ ВОЛНОВОД

Н.А. Азаренков¹, В.Ф. Клепиков², В.П. Олефир¹, А.Е. Споров²

¹Физико-технический факультет, Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина,
61077, пл. Свободы 4, Харьков, Украина

²Научно-технический центр электрофизической обработки НАН Украины, 61002, ул. Чернышевского, 28 а/я 8812
Поступила в редакцию 20 января 2000 г.

В работе исследовано влияние толщины вакуумного зазора между металлической стенкой волновода и столбом плазмы на дисперсию, пространственную структуру поля и столкновительное затухание несимметричных электромагнитных волн. Рассматриваются волны, распространяющиеся вдоль цилиндрической волноводной структуры, состоящей из металлического волновода, частично заполненного плазмой, слабо неоднородной в аксиальном направлении. Внешнее постоянное магнитное поле направлено вдоль оси волноводной структуры. Плазма рассматривается в гидродинамическом приближении, как холодная радиально однородная среда. Показано, что дисперсионные свойства, радиальная структура поля и затухание волны существенным образом определяются толщиной вакуумного зазора и величиной внешнего магнитного поля. Исследования показали, что изменяя толщину вакуумного зазора можно эффективно управлять электродинамическими характеристиками собственных волн волноводной структуры и, как следствие, параметрами газового разряда, поддерживаемого данными волнами.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: несимметричная электромагнитная волна, волноводная структура, неоднородная плазма, дисперсионные свойства, коэффициент затухания, газовый разряд

Интенсивные исследования газовых разрядов, которые поддерживаются волнами поверхностного типа (ВПТ) обусловлены перспективностью их практического использования [1]. Для теоретического моделирования аксиальной структуры разрядов, длины которых значительно превосходят длину волны ВПТ, поддерживающих разряд, широко применяется электродинамический подход [2]. Данный подход основан на максимальном учете электродинамических особенностей ВПТ, являющихся собственными волнами разрядной структуры. В рамках данного подхода, особенности дисперсии, затухания и пространственного распределения поля волны во многом определяют параметры газового разряда. Определение эффективных механизмов управления электродинамическими свойствами волны и, как следствие, параметрами газового разряда, поддерживаемого ВПТ, является предметом настоящего исследования.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Как правило, плазма в разрядных структурах заключена в стеклянную трубку, находящуюся внутри цилиндрического металлического волновода. В случае тонкостенных стеклянных трубок их влиянием на дисперсионные свойства ВПТ можно пренебречь [3]. Поэтому рассмотрим высокочастотную ВПТ, распространяющуюся вдоль столба плазмы радиуса R , частично заполняющего металлический волновод радиуса R_1 ($R < R_1$). Внешнее постоянное магнитное поле направлено вдоль оси волноводной структуры. Плазма рассматривается в гидродинамическом приближении как холодная слабо поглощающая среда. Предполагается, что эффективная частота электрон-нейтральных столкновений ν постоянна как в радиальном, так и в аксиальном направлениях. Распределение плотности плазмы по радиусу предполагается однородным [2].

Рассмотрим случай, когда в плазме возбуждается только одна мода с азимутальным волновым числом m . В исследуемом случае длинных разрядов с малыми аксиальными градиентами плотности плазмы решение системы уравнений Максвелла можно найти используя метод геометрической оптики [2,3]. В этом случае амплитуда поля ВПТ, длина волны и плотность плазмы слабо меняются на расстояниях порядка длины волны. При этом локальное дисперсионное уравнение имеет следующий вид:

$$\frac{(Z_1 - Y_1 + e_1)(Z_2 - \varepsilon_3 Y_2 + h_2)}{(Z_1 - Y_2 + e_2)(Z_2 - \varepsilon_3 Y_1 + h_1)} = \frac{F_2}{F_1}, \quad (1)$$

$$\text{где } Z_1 = \frac{k}{\psi} \frac{Q'(\psi R)}{Q(\psi R)}, \quad Z_2 = \frac{k}{\psi} \frac{G'(\psi R)}{G(\psi R)}, \quad G(\psi R) = \frac{K_m(\psi R)}{K_m(\psi R_1)} - \frac{I_m(\psi R)}{I_m(\psi R_1)}, \quad Q(\psi R) = \frac{K_m(\psi R)}{K_m(\psi R_1)} - \frac{I_m(\psi R)}{I_m(\psi R_1)},$$

$$e_s = \frac{m k^3 \epsilon_2}{R \epsilon_1 F_s} \left[\frac{\epsilon_3}{k_s^2} - \frac{1}{\psi^2} \right], \quad Y_s = \frac{k I'_m(k_s R)}{k_s I_m(k_s R)}, \quad h_s = \frac{m \epsilon_1}{R k \epsilon_2} F_s \left[\frac{1}{k_s^2} - \frac{1}{\psi^2} \right], \quad \psi^2 = k_3^2 - k^2, \quad \omega \text{ и } k_3 - \text{частота волны и}$$
 аксиальное волновое число, $k = \omega / c$, $F_s = \epsilon_3 (k_3^2 - k^2 \epsilon_1) \epsilon^{-1} - k_s^2$, $k_s^2 = p_1 \pm \sqrt{p_1^2 - p_2}$,
 $p_1 = [(\epsilon_1 + \epsilon_3)(k_3^2 - k^2 \epsilon_1) + k^2 \epsilon_2^2] (2\epsilon_1)^{-1}$, $p_2 = \epsilon_3 [(k_3^2 - k^2 \epsilon_1)^2 - k^4 \epsilon_2^2]$, $I_m(x)$, $K_m(x)$ - цилиндрические функции Бесселя первого и второго рода, соответственно, штрих означает производную по аргументу, $\epsilon_{1,2,3}$ - компоненты тензора диэлектрической проницаемости холодной магнитоактивной плазмы [4]. В рассматриваемом случае частота волны фиксирована и определяется генератором, а локальное дисперсионное уравнение связывает локальное значение плотности плазмы и длину волны. В этом и состоит отличие от обычного дисперсионного уравнения, которое связывает частоту волны и ее длину.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

Для произвольных значений безразмерных радиуса плазмы $\sigma = R\omega c^{-1}$, магнитного поля $\Omega = \omega_{ce} \omega^{-1}$ (ω_{ce} - электронная циклотронная частота) и параметра, характеризующего величину вакуумного зазора $\eta = RR_1^{-1}$ локальное дисперсионное уравнение (1) может быть исследовано только численно. Ранее был рассмотрен случай, когда металлическая стенка волновода расположена достаточно далеко, так что ее влиянием на электродинамические свойства ВПТ можно пренебречь [5]. В настоящей работе выяснены пределы применимости такого рассмотрения и изучено влияние толщины вакуумного зазора на электродинамические свойства ВПТ. Показано, что приближение металлической стенки волновода к плазме существенно меняет дисперсионные свойства ВПТ. Влияние величины внешнего магнитного поля Ω и радиуса плазменного столба σ на электродинамические характеристики ВПТ аналогично рассмотренному ранее случаю волноводной структуры с бесконечно большим радиусом металла R_1 [5].

Влияние толщины вакуумного зазора на дисперсионные свойства квадрупольных ВПТ с азимутальными волновыми числами $m = \pm 2$ представлены на рис. 1, 2. Приближение металла к плазме приводит к уменьшению фазовой скорости квадрупольных волн. В случае слабых внешних магнитных полей ($\Omega < 1$) уменьшение толщины вакуумного зазора до величин $\eta \approx 1.1$ приводит к исчезновению области обратной дисперсии для моды $m = -2$ в области малых аксиальных волновых чисел при небольших значениях безразмерного радиуса плазменного столба $\sigma \leq 0.2$. Влияние параметра η наиболее сильно выражено для волн с положительными волновыми числами m . Так, например, для квадрупольных мод с азимутальным волновым числом $m = 2$ в случае слабых магнитных полей приближение металлической стенки волновода к плазме приводит к изменению характера дисперсии - с обратной она становится прямой (рис. 2).

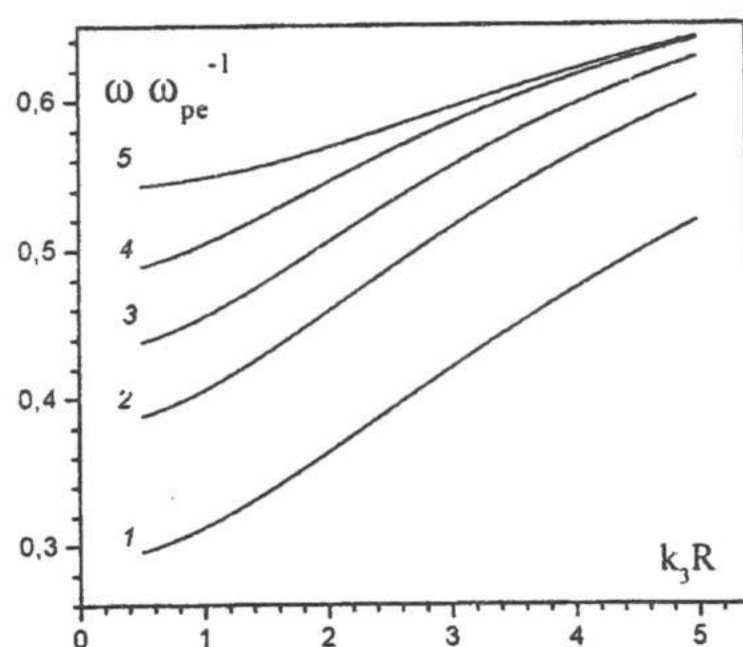


Рисунок 1. Дисперсионные свойства несимметричной волны с $m = -2$. $\Omega = 0.6$, $\sigma = 0.5$. Цифры 1 - 5 соответствуют значению параметра $\eta = 1.1, 1.2, 1.3, 1.5, 3.0$, соответственно.

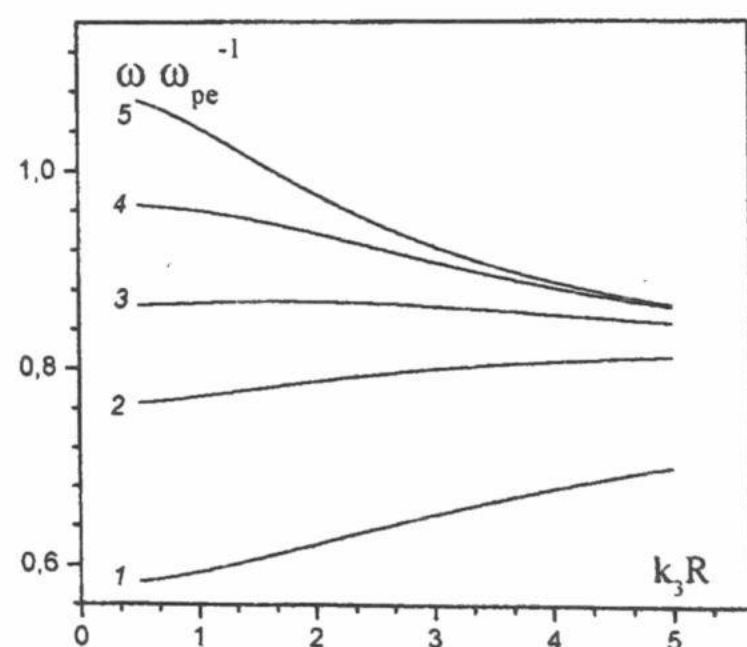


Рисунок 2. Дисперсионные свойства несимметричной волны с $m = 2$. $\Omega = 0.6$, $\sigma = 0.5$. Цифры 1 - 5 соответствуют значению параметра $\eta = 1.1, 1.2, 1.3, 1.5, 3.0$, соответственно.

В случае сильных внешних магнитных полей ($\Omega > 1$) влияние толщины вакуумного зазора на электродинамические характеристики ВПТ выражено слабее, чем при малых магнитных полях ($\Omega < 1$). Влияние параметра η на дисперсионные свойства ВПТ наиболее существенно в области малых аксиальных волновых чисел $\tilde{k} = k_3 R$, где волна имеет наибольшие фазовую и групповую скорости (рис. 1, 2). Исследования показали, что для всех рассматриваемых волн влияние металлической стенки волновода на дисперсионные

свойства ВПТ несут существенно в случае, если $\eta \geq 3.0$. Перспективность использования ВПТ для поддержания газового разряда можно оценить используя зависимость безразмерного пространственного декремента затухания $\delta = \text{Im}(\tilde{k})$ от длины волны и плотности плазмы [7]. Зависимость декремента δ от $\text{Re}(\tilde{k})$ для различных значений азимутального волнового числа m представлена на рис.3. В области малых значений $\text{Re}(\tilde{k})$ столкновительное затухание ВПТ растет с увеличением абсолютного значения m .

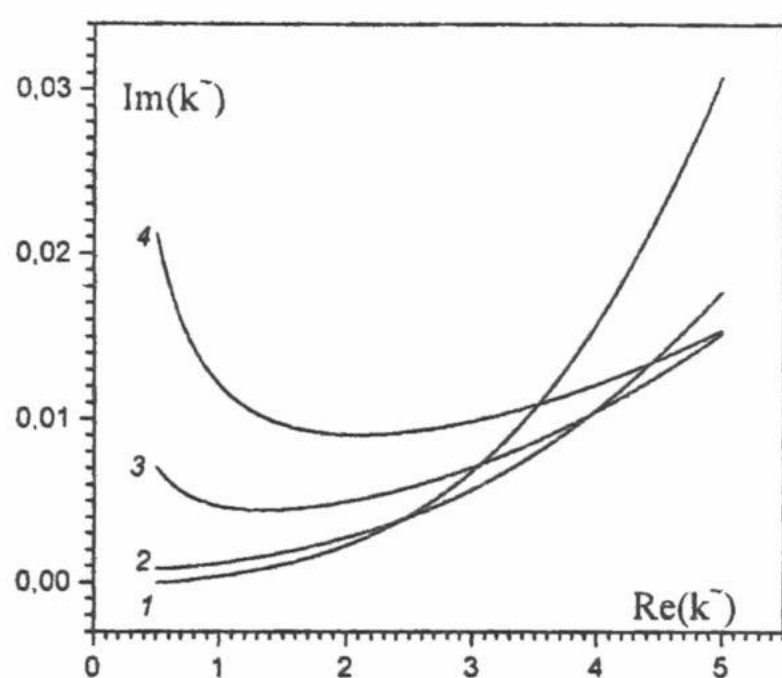


Рисунок 3. Пространственный декремент затухания для $\Omega = 0.6$, $\sigma = 0.5$, $\eta = 1.5$, $\nu\omega^{-1} = 10^{-3}$. Цифры 1-4 соответствуют азимутальному волновому числу $m = 0, -1, -2, -3$, соответственно.

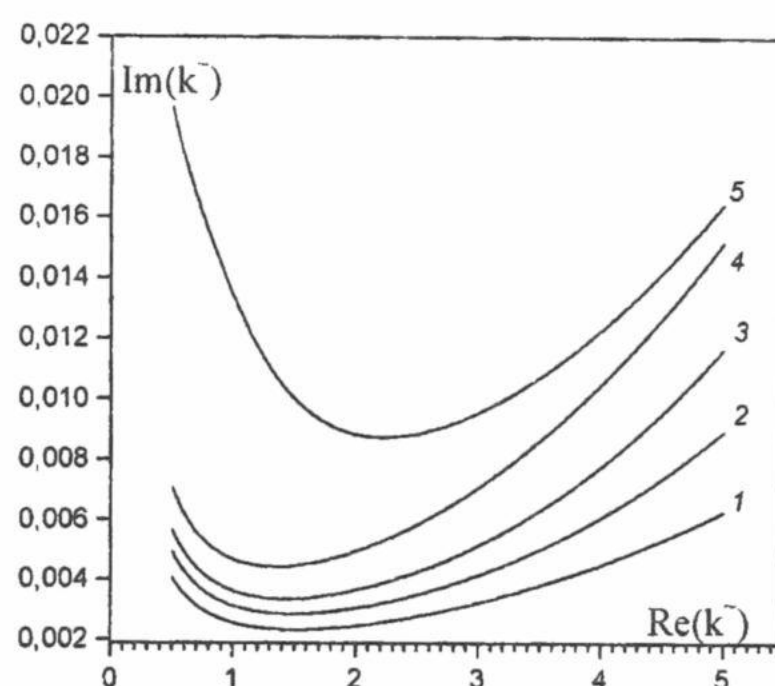


Рисунок 4. Пространственный декремент затухания для несимметричной волны с $m = -2$. $\Omega = 0.6$, $\sigma = 0.5$, $\nu\omega^{-1} = 10^{-3}$. Цифры 1 - 5 соответствуют значению параметра $\eta = 1.1, 1.2, 1.3, 1.5, 3.0$, соответственно.

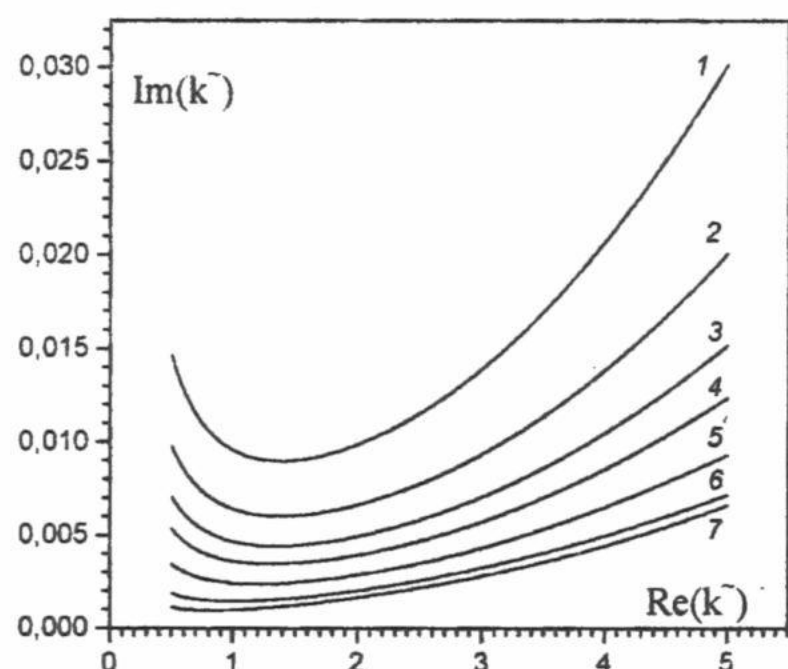


Рисунок 5. Пространственный декремент затухания для волны с $m = -2$. $\sigma = 0.5$, $\eta = 1.5$, $\nu\omega^{-1} = 10^{-3}$. Цифры 1-7 соответствуют величине внешнего магнитного поля $\Omega = 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.2, 2.0, 3.0$, соответственно.

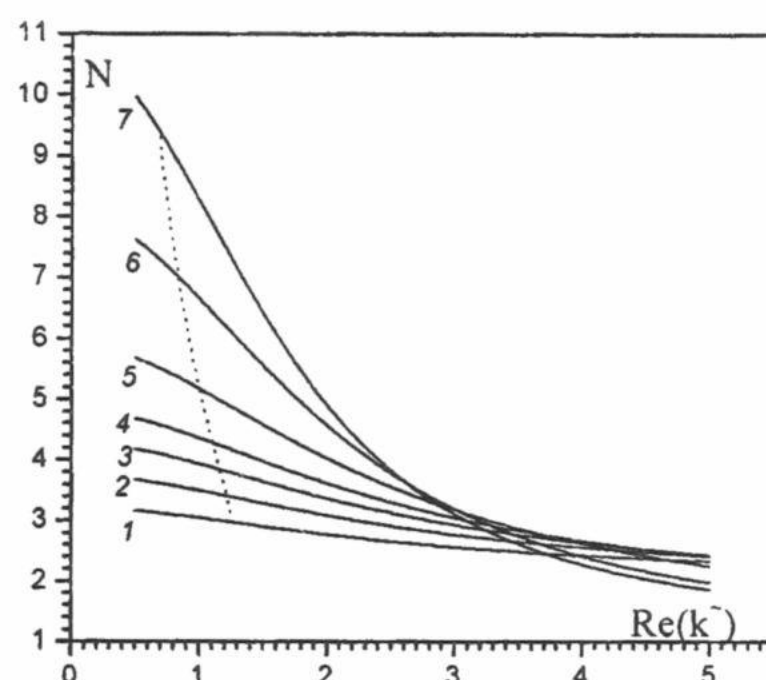


Рисунок 6. Безразмерная плотность плазмы для волны с $m = -2$. $\sigma = 0.5$, $\eta = 1.5$, $\nu\omega^{-1} = 10^{-3}$. Цифры 1-7 соответствуют величине внешнего магнитного поля $\Omega = 0.2, 0.4, 0.6, 0.8, 1.2, 2.0, 3.0$, соответственно.

Отметим отличие поведения декремента δ для симметричной ($m = 0$) моды и дипольной моды $m = -1$ (кривые 1,2 на рис.3) от поведения декремента для квадрупольной $m = -2$ и октупольной $m = -3$ мод (кривые 3,4 на рис.3). Для квадрупольной и октупольной мод характерно наличие минимума декремента δ в области $\text{Re}(\tilde{k}) \approx 1.5$. Показано, что декремент квадрупольной моды $m = -2$ уменьшается при увеличении параметра η (рис. 4). Поэтому в волноводных структурах с малой толщиной вакуумного зазора разряды, поддерживаемые ВПТ, будут длиннее. Основное внимание в данной работе было уделено модам с отрицательными азимутальными волновыми числами в связи с тем, что именно они являются наиболее перспективными для поддержания длинных газовых разрядов с малыми аксиальными градиентами плотности плазмы [1,2].

Кроме толщины вакуумного зазора на электродинамические характеристики ВПТ существенное влияние оказывает также и величина внешнего магнитного поля Ω . Влияние величины Ω на пространственный декремент δ ВПТ с азимутальным волновым числом $m = -2$ приведены на рис.5. С усилением внешнего

магнитного поля сглаживается зависимость δ от длины волны. Зависимость декремента становится похожей на зависимость для симметричных и дипольных мод. Такое поведение обуславливает изменение области устойчивости разряда на данной моде. Область устойчивости разряда можно оценить, используя зависимость δ от плотности, согласно критерию Zakrzewski [2,6]. На рис.6 показана зависимость безразмерной плотности плазмы $N = \omega_{pe}^2 \omega^{-2}$ (ω_{pe} - электронная плазменная частота) от $\tilde{k}$. Пунктирная кривая показывает границу области устойчивости разряда, поддерживаемого модой с $m = -2$, которая расположена справа от пунктирной кривой. Необходимо отметить, что с усилением внешнего магнитного поля область устойчивости разряда на ВПТ с $m = -2$ расширяется. Такое поведение аналогично поведению области устойчивости разрядов на дипольных модах [6].

ВЫВОДЫ

В данной работе исследовано влияние толщины вакуумного зазора между плазменным столбом и металлической стенкой волновода, величины внешнего магнитного поля и радиуса столба плазмы на дисперсию, столкновительное затухание, структуру поля несимметричных волн, распространяющихся в волноводной структуре: столб плазмы, слабо неоднородный в аксиальном направлении, частично заполняющий металлический волновод. Показано, что толщина вакуумного зазора и внешнее магнитное поле существенно влияют на дисперсию, радиальную структуру поля и затухание ВПТ. Это позволяет эффективно управлять параметрами газового разряда, поддерживаемого этими волнами. Показано, что в разрядных структурах с меньшим вакуумным зазором между металлической стенкой и плазменным столбом, при неизменных значениях внешнего магнитного поля и радиуса плазмы разряды будут длиннее. Показано, что в разрядах на моде с $m = -2$ область устойчивости разряда расширяется с усилением внешнего магнитного поля.

Эта работа частично поддержана Украинским Научно-Технологическим центром (УНТЦ, проект № 1112).

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Moisan M., Hubert J., Margot J. and Zakrzewski Z. The Development and Use of Surface-Wave Sustained Discharges for Applications, in *Advanced Technologies Based on Wave and Beam Generated Plasmas*, Amsterdam: Kluwer Academic Publisher, 1999, pp. 1 - 42.
2. Zhelyazkov I., Atanassov V. // *Physics Reports*, v. 255, 1995, p. 79.
3. Кондратенко А.Н. Поверхностные и объемные волны в ограниченной плазме, Москва: Энергоатомиздат, 1985, 208 с.
4. Lister G.G., Robinson T.R. // *J. Phys. D, Appl. Phys.*, v. 24, №18, 1991, p. 1993.
5. Азаренков Н.А., Клепиков В.Ф., Олефир В.П., Споров А.Е. // *Вісник Харківського університету*, №463, вип.4, 1999, с.51.
6. Djuorelova M., Zhelyazkov I., Ghanashev I. // *Plasma Phys. Control. Fusion*, v. 36, 1994, p. 1355.
7. Glaude V.M., Moisan M., Pantel R., Leprince P., Marec J. // *J. Appl. Phys.*, v. 51, 1980, p. 5693.

NONSYMMETRIC ELECTROMAGNETIC WAVES IN SLIGHTLY NONUNIFORM MAGNETOACTIVE PLASMA, THAT PARTIALLY FILLED METALL WAVEGUIDE

N.A. Azarenkov¹, V.F. Klepikov², V.P. Olefir¹, A.E. Sporov²

¹Physical-Technical Department, Kharkov National University, 61007, Svobody sq.4, Kharkov, Ukraine

²Scientific and Technological Center of Electrophysics, National Academy of Sciences of Ukraine
28 Chernychevskiy Str., P.O. Box 8812, UA-61002 Kharkiv, Ukraine

The influence of thickness of vacuum gap between metal waveguide wall and plasma column on the dispersion, spatial field structure and collisional damping of nonpotential electromagnetic waves is considered in this paper. Considered waves propagate along cylindrical waveguide structure that consists of metal waveguide partially filled by slightly heterogeneous in axial direction plasma. External steady magnetic field is directed along the axis of waveguide system. Plasma is considered in hydrodynamic approximation as cold, radially uniform media. It is shown, that the dispersion properties, wave field radial structure and wave damping essentially determined by the thickness of vacuum gap and by the external magnetic field value. The investigations have shown that due to varying of vacuum gap thickness it is possible to control the wave electrodynamic characteristics and, as a consequence, the parameters of gas discharge that is sustained by that waves.

KEY WORDS: nonsymmetric electromagnetic wave, waveguide structure, nonuniform plasma, dispersion properties, damping decrement, gas discharge