

ISSN 0453-8048

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ УКРАЇНИ

**ВІСНИК
ХАРКІВСЬКОГО
НАЦІОНАЛЬНОГО
УНІВЕРСИТЕТУ**

№467

**ХАРКІВ
2000**

ISSN 0453-8048

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ УКРАЇНИ

**ВІСНИК
ХАРКІВСЬКОГО НАЦІОНАЛЬНОГО
УНІВЕРСИТЕТУ**

№ 467

РАДІОФІЗИКА ТА ЕЛЕКТРОНІКА

Випуск 1' 2000

Radiophysics and Electronics

**ХАРКІВ
2000**

У збірнику представлені результати теоретичних та експериментальних досліджень, спрямовані на розв'язання актуальних задач сучасної радіофізики. До них відносять розповсюдження радіохвиль в навколоземному просторі, його діагностика використанням радіофізичних методів, розповсюдження і дифракція електромагнітних хвиль у електродинамічних структурах, взаємодія лазерного випромінювання з речовинами та біологічними об'єктами, фізичні принципи у напівпровідникових приладах та ін. Для наукових працівників, аспірантів, студентів старших курсів радіофізичних спеціальностей.

В сборнике представлены результаты теоретических и экспериментальных исследований, направленных на решение актуальных задач современной радиофизики. К ним относятся распространение радиоволн в околоземной среде, ее диагностика с использованием радиофизических методов, распространение и дифракция электромагнитных волн в сложных электродинамических структурах, взаимодействие лазерного излучения с веществом и биологическими объектами, физические принципы в полупроводниковых приборах и др. Для научных работников, аспирантов, студентов старших курсов радиофизических специальностей.

Редакційна колегія

Д.ф.-м.н., проф. Свіч В.А. - відповідальний редактор
д.ф.-м.н., проф. Горобец М.М.
д.ф.-м.н., проф. Дюбко С.П.
акад. Литвиненко Л.М.
д.ф.-м.н. Малєєв В.Я.

д.ф.-м.н., проф. Прохоров Е.Д.
д.ф.-м.н., проф. Третьяков О.С.
д.ф.-м.н., проф. Чорногор Л.Ф.
д.ф.-м.н., проф. Шматько О.О.

Відповідальний секретар- д.ф.-м.н., проф. Казанський В.Б.

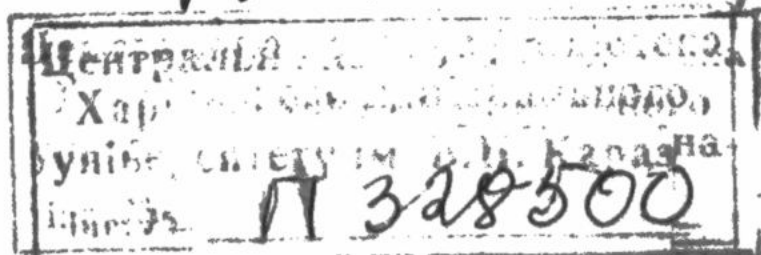
Друкується згідно з рішенням Вченої ради Харківського національного університету.
Протокол № 11 від 24.12.99

Адреса редакційної колегії: 61077, м. Харків, майдан Свободи, 4
Харківський національний університет, радіофізичний факультет,
тел. (0572) - 457359, e-mail: Anatoliy.M.Tsymbal@univer.kharkov.ua

Свідоцтво про державну
реєстрацію
КВ №4063

© Харьковский национальный университет, 2000

Ж-14038



4/3 9

РЕШЕНИЕ ОБРАТНЫХ ЗАДАЧ О ВЗАИМОДЕЙСТВИИ ПОЛЯ С НЕОДНОРОДНЫМИ ПЛОСКИМИ НЕСТАЦИОНАРНЫМИ СТРУКТУРАМИ КОНЕЧНЫХ РАЗМЕРОВ

И.Ю.Воргуль

Харьковский Национальный Университет, Харьков 310077, пл.Свободы,4; e-mail: yuts@ira.kharkov.ua
Поступила в редакцию 24 декабря 1999 года

Исследуется взаимодействие электромагнитного поля с нестационарной неоднородной (в одном направлении) проводящей средой. Предложен новый метод для решения обратных задач для таких сред в одномерном случае. Разработан алгоритм для решения обратных нестационарных задач восстановления пространственно-временной зависимости проводимости одномерных сред по отраженному и падающему полям. На численных примерах демонстрируется его применение к задачам диагностики и синтеза плоских нестационарных структур.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: обратные задачи электродинамики, нестационарные среды

При разработке плоских структур (как правило - стационарных) обычно пользуются решением прямых задач [1], перебирая всевозможные комбинации параметров и рассчитывая для каждого преобразованное поле [2]. Для нестационарных сред такие задачи не решались вообще, но даже для стационарных структур такой подход требует огромного машинного времени для вычислений и не всегда приводит к желаемым результатам. Поэтому, несмотря на хорошо разработанные алгоритмы решения таких задач для слоистых сред (в стационарном случае) представляет интерес рассмотреть возможность решения задач синтеза таких структур с помощью решения обратных задач. К настоящему времени достаточно хорошо изучено, какие преобразования можно ожидать в поле при его падении на плоско-параллельную стационарную структуру. Нестационарность такой структуры может существенно расширить класс возможных с ее помощью преобразований полей [3]. Кроме того, при приложении обратных задач к задачам диагностики сред, выявление нестационарности может быть полезным.

Целью данной статьи является исследование взаимодействия электромагнитного поля с нестационарной неоднородной (в одном направлении) проводящей средой. Разработан новый метод для решения обратных задач для таких сред в одномерном случае. На численных примерах демонстрируется применение метода к задачам диагностики и синтеза плоских нестационарных структур.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Будем понимать под обратной задачей восстановление пространственно-временной (x, t) зависимости параметров одномерной структуры конечной толщины по падающему и отраженному полю. Нестационарная структура расположена в области $x > 0$. Исходное уравнение для электрической компоненты электромагнитного поля, полученное с помощью свертки функции Грина соответствующего волнового уравнения и правой части, в которой «собраны» все нестационарности среды, имеет вид [4]:

$$E_{in}(t, x) = E_0(t, x) - \theta(vt - x) \int_{t-x/v}^t dt' j(t', x - v(t - t')) - \\ - \theta(x - vt) \int_0^t dt' j(t', x - v(t - t')) - \int_0^t dt' j(t', x + v(t - t')) \quad (1)$$

и для внешнего поля ($x < 0$):

$$E_{ex}(t, x) = E_0(t, x) - \theta(vt + x) \int_0^{t+x/v} dt' j(t', v(t - t') + x) \quad (2)$$

где $j(t, x) = \sigma(t, x)E_{in}(t, x)$ для проводящей среды, θ ступенчатая функция Хэвисайда и $v = c / \sqrt{\epsilon}$, E_{in} и E_{ex} - внутреннее и внешнее поле, соответственно, σ - проводимость среды и ϵ - диэлектрическая проницаемость.

ПРЕДЛАГАЕМАЯ СХЕМА РЕШЕНИЯ

Для решения уравнения (нахождения параметров структуры по заданному отраженному полю) предлагается следующая схема. Как видно из (2), внешнее поле, благодаря однородности внешней среды, определяется функцией одной переменной. Введем для этой функции новое обозначение:

$$F(t) \equiv E_{ex}(t, 0) - B(t, 0) = E_{ex}(t - x/v, x/v) - B(t - x/v, x/v) =$$

$$= -\frac{2\pi}{\epsilon v} \int_0^t dt' \sigma(t', v(t-t')) E_{in}(t', v(t-t')) \quad (3)$$

Предположим, что для $0 < x < vt$ $j(t, x) = \sum_{k=0}^m S_k(t) \theta(x - ak)$, (4)

где m_{max} - целая часть vt/a , a - толщина пространственного интервала разбиения функции.

При этом нестационарные коэффициенты здесь определяют не саму функцию на соответствующем пространственном интервале, а ее приращение по сравнению с этой функцией на предыдущем этапе.

После ее подстановки в (2) получаем функцию внешнего поля определенную как:

$$F(t) = \sum_{k=0}^m \int_0^t dt' S_k(t') \theta(v(t-t') - ak) = \sum_{k=0}^m \theta(vt - a) \int_0^{t-ak/v} dt' S_k(t') . \quad (5)$$

Производная от (5) равна

$$F'(t) = \sum_{k=0}^m \theta(vt - a) S_k(t - ak/v) . \quad (6)$$

Таким образом, нестационарные коэффициенты в (4) можно определить по отраженному полю следующим образом:

$$\begin{aligned} t > 0 & \quad S_0(t) = F'_0(t) \\ t > a/v & \quad S_1(t-a/v) = F'_1(t), \quad S_1(t) = F'_1(t+a/v) \\ \dots & \\ t > ka/v & \quad S_k(t-ka/v) = F'_k(t), \quad S_k(t) = F'_k(t+ka/v) \\ \dots & \end{aligned} \quad (7)$$

где $F_k(t)$ - коэффициенты в схожем разложении функции F :

$$F(t) = \sum_{k=0}^m \theta(vt - a) F_k(t) .$$

Такое представление, однако, не будет приближением, а будет лишь условным делением этой функции на отрезки. Подставим (7) в уравнение (1) для внутреннего поля

$$E_{in}(t, x) = A(t, x) - \frac{2\pi}{\epsilon v} \sum_{k=0}^m \left\{ \int_{t-x/v}^t dt' \theta(x - v(t-t') - ak) F'_k(t'+ka) - \right.$$

$$\left. - \frac{2\pi}{\epsilon v} \int_0^t dt' \theta(x + v(t-t') - ak) F'_k(t') \right\} .$$

и получим после вычисления интегралов выражение для внутреннего поля, определяемого по отраженному и падающему:

$$E_{in}(t, x) = A(t, x) + \sum_{k=0}^m \{ \theta(x - ak) [2F_k(t + ka) - F_k(t - x/v + 2k/a) - F_k(ka)] + \theta(ak - x) [F_k(t + x/v - ak/v) - F_k(ka)] \} . \quad (8)$$

Отсюда можно получить уравнение, связывающее отраженное поле и параметры нестационарной среды:

$$\sigma(t, x) E_{in}(t, x) = \sum_{k=0}^m S_k(t) \theta(x - ak) ,$$

где внутреннее поле определяется по формуле (8). Отсюда пространственно-временная зависимость проводимости легко выражается через отраженное поле.

ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

Разработанный алгоритм был применен для моделирования решения задач диагностики и синтеза плоских нестационарных структур. Приведем результаты характерных задач.

а) Восстановление пространственно-временной зависимости проводимости, обеспечивающей сдвиг частоты со значения $\Omega = 2 \cdot 10^{12}$ Гц в падающем поле до $\omega = 2.05 \cdot 10^{12}$ Гц в отраженном поле.

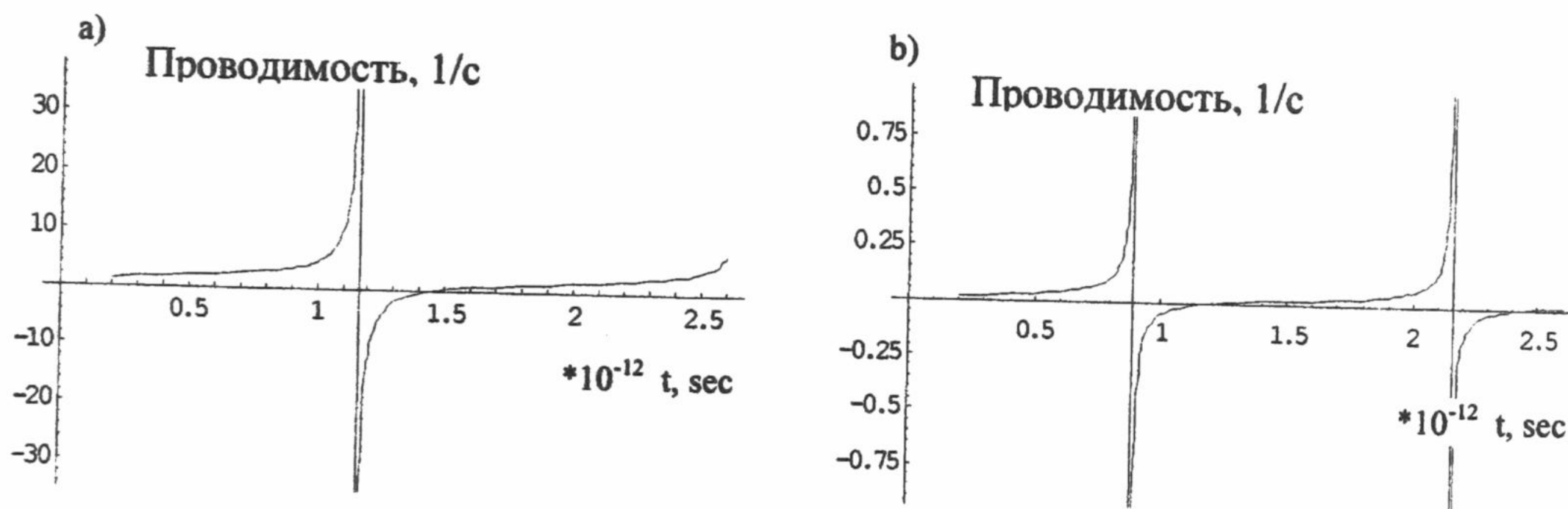


Рис.1. Восстановленная зависимость проводимости от времени для отношения амплитуд падающего и отраженного полей равного 1 (а) и 0.01 (б)

При этом наблюдается периодическая зависимость этих изменений и в пространстве.

Как видно из полученных результатов, данный алгоритм при применении к задачам синтеза дает преимущественно нереализуемые варианты структур, что связано с тем, что во входных данных поля (падающее и отраженное) заданы точно. Однако, данный алгоритм может быть применен к задачам синтеза при оптимизационных процедурах, допускающих некоторые отклонения амплитуд падающего и отраженного полей от требуемого значения.

б) Восстановление пространственно-временной зависимости проводимости в присутствии шумов в отраженном поле.

Для решения диагностических задач нужно принимать во внимание, что измеренное поле не может быть точно аналитически задано, поэтому вычисления проводились с предположением, что отраженное поле имеет шумовую компоненту, как показано на рис.2(а).

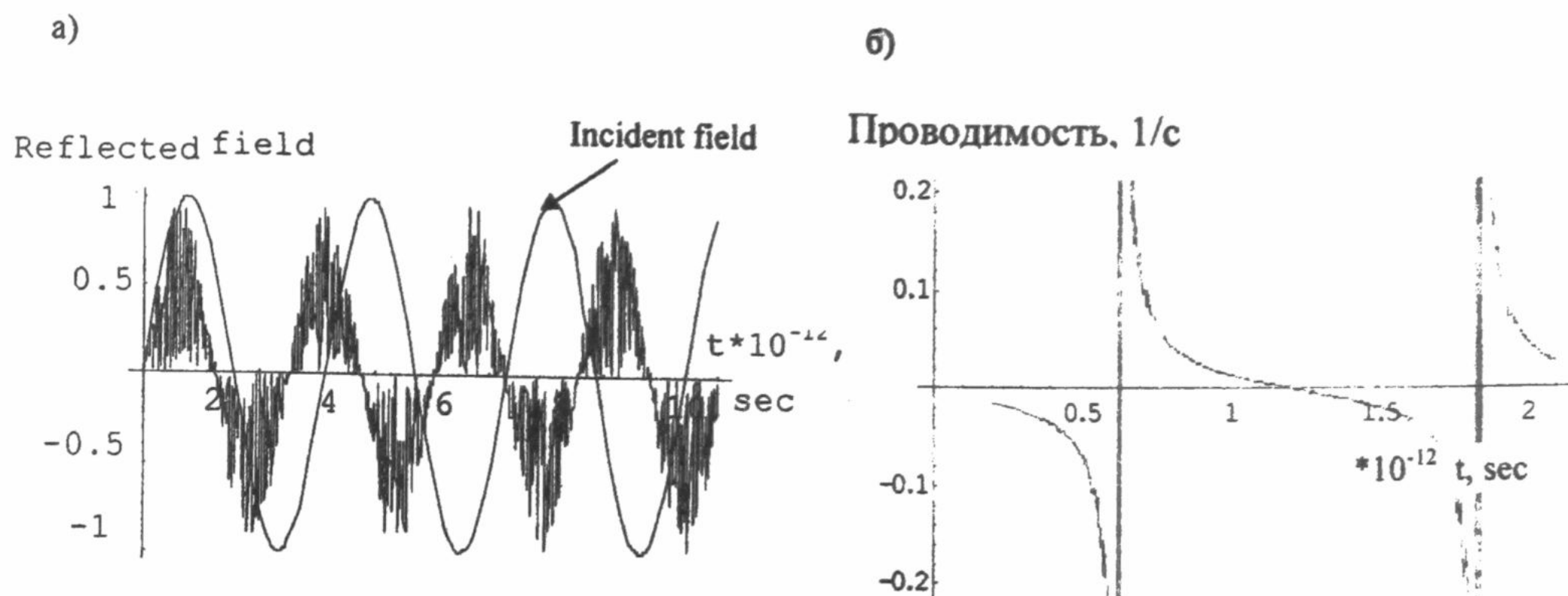


Рис.2. Падающее и «измеренное» отраженное поле в присутствии шума (а); восстановленная зависимость проводимости от времени (б)

Результат восстановленной временной зависимости проводимости представлен на рис.2(б).

Как показывает проведенное численное моделирование, метод достаточно устойчив к неточности задания амплитуды поля, что делает возможным его использование для решения различных диагностических задач.

ВЫВОДЫ

Таким образом, разработан алгоритм для решения обратных нестационарных задач по восстановлению пространственно-временной зависимости проводимости одномерных сред по падающему и отраженному полям.

Численное моделирование показало хорошую устойчивость алгоритма к шумам при измерении амплитуды поля, что позволяет использовать его для диагностики таких сред.

Метод позволяет рассчитать структуры, обеспечивающие заданное преобразование поля при его отражении (например, сдвиг частоты поля), однако для получения реализуемых на практике результатов необходимо проводить на его основе оптимизацию.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. E.Yablonovich, *J. Opt. Soc. Am. B*, N 10, 1993, pp.283-295.
2. H.J.De Los Santos, "On the design of photonic bandgap crystal filters", Proc.1998 URSI Symp, Atlanta, 1998, p.121.
3. .I.Yu.Vorgul, A.G.Nerukh, "Inverse problems for media with transient conductivity", *Microwave and Optical Technology Letters*, v. 19, issue 3, 1998, pp.148-150.
4. А.Г.Нерух, Н.А.Хижняк, *Современные проблемы нестационарной электродинамики*. Из-во «Тест-Радио», Харьков, 1991

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ СИНТЕЗА РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ТОКОВ В РЕШЕТКЕ РАДИАЛЬНЫХ ЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ДИПОЛЕЙ НА ИДЕАЛЬНО ПРОВОДЯЩЕЙ СФЕРЕ

Ю. М. Пенкин

Харьковский Национальный университет, 61077, г. Харьков, пл. Свободы, 4

Поступила в редакцию 4 ноября 1999 г.

Решена задача синтеза токового распределения в решетке радиально ориентированных электрических дипольных излучателей, расположенных на идеально проводящей сферической поверхности. Представлены методы решения как для сферической решетки с произвольным расположением излучателей, так и для эквидистантной круговой решетки при среднеквадратичном приближении к заданной комплексной диаграмме направленности. Во втором случае токи излучателей определены с помощью дискретного преобразования Фурье.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: антенная решетка, дипольный излучатель, токовое распределение, функция Грина, сферические гармоники, среднеквадратичная погрешность, дискретное преобразование Фурье.

Под задачей синтеза антенной решетки (АР) обычно понимают определение формы и размеров АР и нахождение в ней по заданной диаграмме направленности (ДН) излучения амплитудно-фазового распределения (АФР) токов [1, 2]. В большинстве случаев форму АР считают заранее известной. Это связано с тем, что характер ДН часто уже определяет геометрию АР и что условия работы и размещения АР во многих случаях диктуют выбор ее формы. Так для конформных АР на летательных аппаратах, она определяется формой корпуса аппарата или его конструктивных частей [3]. Поэтому задача синтеза АР чаще всего сводится к нахождению числа излучателей, расстояний между ними и значений комплексных амплитуд их токов.

Важным моментом в решении задачи синтеза является способ задания ДН. Из практических соображений ясно, что ДН должна задаваться однозначной непрерывной функцией углов наблюдения. При этом в зависимости от назначения АР в одних случаях задается только амплитудная ДН, а в других – амплитудная и фазовая. Второй способ задания комплексной ДН более изучен и легче поддается теоретическим исследованиям [1, 2]. После задания ДН решается вопрос о характере ее аппроксимации. Если задана комплексная ДН, то можно использовать один из трех способов приближения: 1) среднеквадратичное; 2) равномерное; 3) интерполяцию, или получение значений заданной ДН в фиксированных направлениях. Когда достаточно описать направленные свойства АР в усредненном энергетическом смысле применяют среднеквадратичное приближение.

В настоящее время задачи синтеза токовых распределений при среднеквадратичном приближении заданной комплексной ДН достаточно подробно исследованы для плоских эквидистантных АР [1]. Их решения строятся с помощью использования аппарата рядов Фурье, в частности, дискретного преобразования Фурье. Таким же методом решены задачи синтеза эквидистантных решеток продольных щелей, прорезанных в боковой поверхности проводящего цилиндра, в случаях их кругового размещения [1] и размещения на дуге конечных размеров [2]. Задачи синтеза для конформных АР, расположенных на проводящих поверхностях других геометрий, в литературе менее изучены. Так, например, в случае сферических антенн вопросы синтеза рассмотрены в [2] только для непрерывных токовых распределений. Поэтому представляет научный интерес решение задач синтеза для дискретных конформных АР, расположенных на проводящих поверхностях различной геометрии, включая и сферическую поверхность.

Одним из типов применяемых на практике сферических антенн являются АР, состоящие из радиальных вибраторов [3]. Обычно используются несимметричные вибраторы длиной порядка четверти длины волны или меньше, равномерно расположенные на проводящей сферической поверхности (чаще по экватору). Например, экваториальный и полярный варианты турникетных антенн, применяемых в качестве квазиизотропных [3]. Также двумерные сферические АР могут использоваться и для формирования направленных диаграмм. В этом случае вибраторные излучатели могут размещаться только на одной определенной части сферы. Таким образом, решение задачи синтеза сферических АР радиально ориентированных вибраторных излучателей имеет большое практическое значение.

Следует отметить, что решение задачи синтеза при разработке реальных АР являются только первым шагом – стадией предварительного проектирования, после которого на основании результатов численного анализа АР, экспериментальных данных проводится уточнение необходимого для реализации АФР токов в излучателях. Поэтому при решении задач синтеза, учитывая их сложность, часто пренебрегают различиями между ДН элементарных излучателей (диполей) и излучателей конечных размеров, а также учетом взаимного влияния между ними.

В настоящем сообщении рассмотрим решение задачи синтеза АФР токов в АР из радиальных электрических диполей, расположенных на идеально проводящей сфере как произвольным образом, так и в

случае равномерного их размещения по окружности (случай круговой эквидистантной АР) при средне-квадратичном приближении к заданной комплексной ДН.

АНАЛИЗ ПОЛЯ ИЗЛУЧЕНИЯ АНТЕННОЙ РЕШЕТКИ

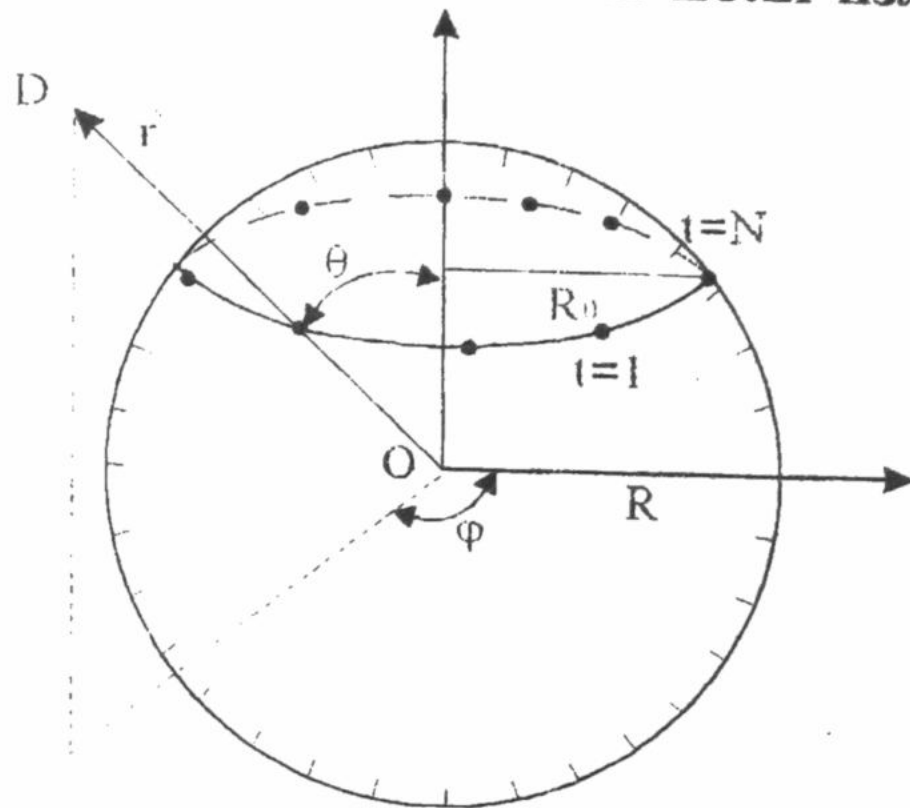


Рис. 1. Сферическая антенная решетка

Введем сферическую систему координат (рис. 1), начало которой совмещено с геометрическим центром идеально проводящей сферической поверхности радиуса R . Здесь радиус-вектор $\vec{r}$ будет определять точку наблюдения D с координатами (r, θ, φ) , а радиус-вектор $\vec{r}'$ – точку источника и ее координаты (r', θ', φ') .

Пусть на сфере размещены в общем случае произвольным образом N радиальных электрических дипольных излучателей, токи $\vec{I}_t(r', \theta', \varphi')$ которых:

$$\vec{I}_t(r', \theta', \varphi') = I_t \cdot \delta(r' - R) \cdot \delta(\theta' - \theta_t) \cdot \delta(\varphi' - \varphi_t) \cdot \vec{r}'^0, \quad (1)$$

где $\vec{r}'^0$ – единичный орт; I_t – комплексная амплитуда; δ – дельта-функция Дирака; (R, θ_t, φ_t) – координаты расположения на сфере диполей с порядковым номером $t=1, 2, \dots, N$.

Определим поле излучения АР диполей с помощью соответствующей случаю радиальным токам компоненты тензорной функции Грина электрического типа, построенной в работе [4]:

$$G(\vec{r}, \vec{r}') = - \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^n \frac{U_n(r, r') \cdot (2 - \delta_{om})}{2 \cdot C_{mn}} P_n^m(\cos \theta) P_n^m(\cos \theta') \cos m(\varphi - \varphi'). \quad (2)$$

Здесь и далее приняты обозначения: $C_{nm} = \frac{2\pi}{2n+1} \cdot \frac{(n+m)!}{(n-m)!}$; δ_{om} – символ Кронекера; $P_n^m(\cos \theta)$ – присоединенные функции Лежандра первого рода;

$$U_n(r, r') = 4\pi k \cdot \gamma(r', R) h_n^{(2)}(kr) / \left[\frac{n}{R} h_n^{(2)}(kR) - k \cdot h_{n+1}^{(2)}(kR) \right],$$

где $\gamma(r', R) = j_n(kr') \cdot y_n(kR) - y_n(kr') \cdot j_n(kR)$;

$$j_n(kr) = \sqrt{\frac{\pi}{2kr}} \cdot J_{n+1/2}(kr); \quad y_n(kr) = \sqrt{\frac{\pi}{2kr}} \cdot N_{n+1/2}(kr);$$

$$h_n^{(2)}(kr) = j_n(kr) - i \cdot y_n(kr) = \sqrt{\frac{\pi}{2kr}} \cdot H_{n+1/2}^{(2)}(kr);$$

$J_{n+1/2}(kr)$ – функция Бесселя; $N_{n+1/2}(kr)$ – функция Неймана; $H_{n+1/2}^{(2)}(kr)$ – функция Ганкеля второго рода; $f' = d f(z)/dz$ (конкретные значения аргументов функции, указанные в скобках, следует вносить в выражения после взятия производной); $k = \omega \sqrt{\epsilon \mu}$ – волновое число; ω – круговая частота; ϵ и μ соответственно диэлектрическая и магнитная проницаемость среды; i – мнимая единица.

Используя известные соотношения [1], найдем радиальную составляющую электрического вектора Герца:

$$\begin{aligned} \Pi_r(r, \theta, \varphi) = & - \frac{R}{4i\omega\epsilon} \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \frac{(2 - \delta_{om})}{C_{mn}} \cdot \frac{h_n^{(2)}(kr)}{n \cdot h_n^{(2)}(kR) - kR h_{n+1}^{(2)}(kR)} \times \\ & \times P_n^{|m|}(\cos \theta) \cdot \sum_{t=1}^N I_t \cdot \sin \theta_t \cdot P_n^{|m|}(\cos \theta_t) e^{im(\varphi - \varphi_t)}. \end{aligned} \quad (3)$$

Поскольку поле излучения АР диполей в данном случае является полем электрического типа, удобнее в дальней зоне (ДЗ) рассматривать поперечные компоненты магнитного поля. Для определенности будем использовать H_θ – компоненту. Тогда ДН решетки $f(\theta, \varphi)$ в ДЗ, учитывая асимптотику функций Ганкеля при $kr \rightarrow \infty$, с точностью до постоянных множителей и без учета функции сферической волны определяется в виде:

$$f(\theta, \varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n f_{nm}(\theta, \varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \frac{(2 - \delta_{om})m(i)^n}{C_{nm} \cdot \sin \theta} \cdot \frac{P_n^{(m)}(\cos \theta)}{n \cdot h_n^{(2)}(kR) - kR \cdot h_{n+1}^{(2)}(kR)} \times \\ \times \sum_{t=1}^N I_t \sin \theta_t \cdot P_n^{(m)}(\cos \theta_t) \cdot e^{im(\varphi - \varphi_t)}. \quad (4)$$

Отметим, что при численных расчетах ДН бесконечную сумму в выражении (4) вынужденно приходится ограничивать конечным числом N_1 . Для оценки этого приближения, связанного с неучетом высших гармоник в поле излучения АР, вводится погрешность:

$$\delta^2 = \left| \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n f_{nm}(\theta, \varphi) - \sum_{n=0}^{N_1} \sum_{m=-n}^n f_{nm}(\theta, \varphi) \right|^2, \quad (5)$$

которая используется для обоснования выбора необходимого числа излучателей N в решетке при дальнейшем решении задачи синтеза.

ОБЩЕЕ РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ СИНТЕЗА

Пусть заданная комплексная ДН определяется функцией $f_{\text{зад}}(\theta, \varphi)$. Известно, что каждая дважды дифференцируемая функция $F(\theta, \varphi)$, где $0 \leq \theta \leq \pi$ и $0 \leq \varphi \leq 2\pi$, определенная на сферической поверхности, допускает разложение в абсолютно и равномерно сходящийся ряд тессеральных сферических гармоник [5]:

$$F(\theta, \varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \beta_{nm} P_n^{(m)}(\cos \theta) e^{im\varphi}, \quad (6)$$

где комплексные коэффициенты представления равны:

$$\beta_{nm} = \beta_{n,-m} = \frac{\beta_{nm}^0}{2C_{nm}} = \frac{1}{2C_{nm}} \int_0^{2\pi} d\varphi e^{im\varphi} \int_0^{\pi} F(\theta, \varphi) P_n^{(m)}(\cos \theta) \sin \theta d\theta.$$

В рассматриваемом случае $F(\theta, \varphi) = \sin \theta \cdot f_{\text{зад}}(\theta, \varphi)$ с целью учета функционального коэффициента $1/\sin \theta$ в правой части выражения (4) для ДН решетки. Поскольку при решении задачи в разложении (6) будет использоваться не бесконечный ряд по индексу n , а его отрезок, ограниченный значением $n = N_2$, появляется необходимость учета еще одной погрешности, связанной с аппроксимацией функции $F(\theta, \varphi)$. Среднюю квадратическую ошибку этого приближения определяют в виде:

$$\varepsilon^2 = \int_0^{\pi} \left| F(\theta, \varphi) - \sum_{n=0}^{N_2} \sum_{m=-n}^n \beta_{nm} P_n^{(m)}(\cos \theta) e^{im\varphi} \right|^2 \sin \theta d\theta. \quad (7)$$

Таким образом, заданная погрешность $\delta_{\text{зад}}^2$ задачи синтеза, которую при среднеквадратичном приближении оценивают значением интеграла [1]:

$$\delta_{\text{зад}}^2 \leq \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^{\pi} \left| F(\theta, \varphi) - F_p(\theta, \varphi) \right|^2 \sin \theta d\theta \quad (8)$$

($F_p(\theta, \varphi)$ – ДН синтезированной АР), будет содержать два слагаемых (5) и (7), т.е.

$$\delta_{\text{зад}}^2 = \delta^2 + \varepsilon^2. \quad (9)$$

Далее приравняем выражения (4) и (6) с учетом введенных приближений:

$$\sum_{n=0}^{N_1} \sum_{m=-n}^n \frac{(2 - \delta_{om}) \cdot m(i)^n}{C_{nm}} \cdot \frac{P_n^{(m)}(\cos \theta) e^{im\varphi}}{n \cdot h_n^{(2)}(kR) - kR h_{n+1}^{(2)}(kR)} \cdot \sum_{t=1}^N I_t \sin \theta_t P_n^{(m)}(\cos \theta_t) e^{-im\varphi_t} = \\ = \sum_{n=0}^{N_2} \sum_{m=-n}^n \beta_{nm} \cdot P_n^{(m)}(\cos \theta) e^{im\varphi}. \quad (10)$$

Заметим, что в (10) и левая и правая части представляют собой разложения по сферическим гармоникам $P_n^{(m)}(\cos \theta) e^{im\varphi}$ с различным количеством слагаемых, число которых слева будет M_1 (определяется индексом N_1 с учетом процедуры двукратного суммирования), а справа – соответственно M_2 . Очевидно, что при выполнении условия $N = M_1 = M_2$, домножая левую и правую части (10) на комплексно

сопряженные гармоники, интегрируя в области определения переменных θ и φ и используя условие ортогональности:

$$\int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi P_n^m(\cos\theta) \cdot P_\nu^\mu(\cos\theta) e^{im\varphi} \cdot e^{-i\mu\varphi} \sin\theta d\theta = \begin{cases} 2C_{nm}; n=\nu, m=\mu \\ 0; n \neq \nu, m \neq \mu \end{cases} \quad (11)$$

получаем систему линейных алгебраических уравнений (СЛАУ) порядка N , пригодную для численного решения относительно неизвестных комплексных амплитуд токов I_t .

Следовательно, при синтезе сферической АР с заданной среднеквадратичной погрешностью $\delta_{\text{зад}}^2$ (9) необходимо разбить последнюю на слагаемые δ^2 (5) и ε^2 (7), определив (в общем случае численно) по каждому из них необходимое число гармоник в разложениях ДН. При различии в результатах следует выбирать большее из полученных значений M_1 и M_2 , чтобы заведомо обеспечить заданную среднеквадратическую погрешность. Оптимальное разбиение $\delta_{\text{зад}}^2$ на δ^2 и ε^2 , дающее минимальное число излучателей, соответствует случаю, когда требуемое число гармоник, вычисляемое по δ^2 (5), совпадает с числом гармоник, определяемых по ε^2 (7). По числу гармоник находим число излучателей N и далее задачу синтеза решаем по описанной выше схеме.

Отметим, что определив число излучателей N , необходимо выбрать значение радиуса сферы R и зафиксировать значение координат расположения диполей (θ_t, φ_t) , учитывая при этом, что расстояние на сферической поверхности по дуге между ними не должно быть меньше $\lambda/2$ ($\lambda = 2\pi/k$ – рабочая длина волны АР), так как при выполнении этого условия не возникают вопросы о некорректности задачи и сверхнаправленности АР [1].

РЕШЕНИЕ ДЛЯ КРУГОВОЙ ЭКВИДИСТАНТНОЙ АНТЕННОЙ РЕШЕТКИ

Рассмотрим круговую АР из N радиальных диполей, расположенных равномерно на сфере в экваториальной плоскости по окружности радиуса R_0 (рис. 1), т.е. при $\theta_t = \theta_0$ и $\varphi_t = \frac{2\pi}{N} \cdot t$, где t как и ранее порядковый номер излучателя.

В этом случае выражение для ДН (4) без учета функционального коэффициента $1/\sin\theta$ будет иметь вид:

$$f(\theta, \varphi) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=-n}^n \frac{(2 - \delta_{om})m \cdot (i)^n}{C_{nm}} \cdot \frac{P_n^{|m|}(\cos\theta) e^{im\varphi} \cdot \sin\theta_0 \cdot P_n^{|m|}(\cos\theta_0)}{n \cdot h_n^{(2)}(kR) - kR h_{n+1}^{(2)}(kR)} \cdot \sum_{t=1}^N I_t e^{-im2\pi t/N} \quad (12)$$

Для того, чтобы проанализировать вклад высших гармоник в ДН, произведем вначале замену ряда по t его интегральной оценкой сверху:

$$\left| \sum_{t=1}^N I_t e^{-im2\pi t/N} \right| < \left| I_{\max} \int_1^N e^{-im2\pi t/N} dt \right|, \quad (13)$$

где $I_{\max}$ – максимальное значение среди токов I_t по амплитуде.

Далее, используя теорему сложения функций Лежандра и определение (5), получаем неравенство

$$\delta^2 < \left| \frac{I_{\max} \sin\theta_0}{2(\pi)^2} \sum_{n=N_1}^{\infty} \frac{(i)^{n+1} \cdot (2n+1)}{n \cdot h_n^{(2)}(kR) - kR h_{n+1}^{(2)}(kR)} \times \right. \\ \left. \times \left[P_n(\cos\theta \cdot \cos\theta_0 + \sin\theta \cdot \sin\theta_0 \cos\varphi) - N \cdot P_n(\cos\theta \cdot \cos\theta_0 + \sin\theta \cdot \sin\theta_0 \cos(\varphi - \frac{2\pi}{N})) \right] \right|^2. \quad (14)$$

Как видно, сделанные математические операции позволили оценку приближения (5) свести к одномерному ряду по высшим гармоникам, начиная с $n = N_1$, которые не будут учитываться в поле АР при решении задачи синтеза.

Так как многочлены Лежандра $P_n(\cos\alpha) \leq 1$ являются ограниченными функциями, а $N \gg 1$, можно утверждать, что

$$\delta^2 < \frac{|I_{\max}|^2 \cdot N^2 \cdot kR \sin^2\theta_0}{2(\pi)^5} \left| \sum_{n=N_1}^{\infty} \frac{(i)^{n+1} \cdot (2n+1)}{n \cdot H_{n+1/2}^{(2)}(kR) - kR \cdot H_{n+3/2}^{(2)}(kR)} \right|^2. \quad (15)$$

Тогда при $n \gg kR$ и $n \gg 1$, обозначая $A_{\max}^2 = |I_{\max}|^2 N^2 kR \sin^2 \theta_0 / 2(\pi)^5$ и считая, что для функции Ганкеля с полуцелым индексом в этом случае можно использовать асимптотику: $H_n^{(2)}(kR) \approx \frac{i}{\pi} (n-1)! \left(\frac{2}{kR}\right)^{2n}$, получаем:

$$\delta^2 < A_{\max}^2 \cdot 2\pi \sum_{n=N_1}^{\infty} \left(\frac{1}{n!}\right)^2 \cdot \left(\frac{kR}{2}\right)^{2n}. \quad (16)$$

Полученная оценка (16) подобна используемой в [1] для случая круговой решетки продольных щелей на цилиндре. Поэтому далее можно воспользоваться результатами этой работы. В частности, принимая во внимание, что

$$I_0(kR) = \sum_{n=0}^{\infty} \left(\frac{1}{n!}\right)^2 \left(\frac{kR}{2}\right)^{2n}$$

можно записать:

$$\delta^2 < 2\pi A_{\max}^2 \left[I_0(kR) - \sum_{n=0}^N \left(\frac{1}{n!}\right)^2 \left(\frac{kR}{2}\right)^{2n} \right]. \quad (17)$$

Здесь следует отметить, что в правой части выражения (10) обычно будет представлена нормированная заданная комплексная функция, описывающая амплитудную и фазовую ДН. Это приводит к тому, что распределение токов $\{j_t\}$ определяется с точностью до недоопределенного коэффициента пропорциональности. Следовательно найденное распределение токов $\{j_t\}$ всегда может быть пронормировано, и коэффициент $I_{\max}$ в оценке погрешности δ^2 (17), заданной абсолютной величиной, может не учитываться. При задании δ^2 в единицах процентов, погрешность оценивается только приближением функции $I_0(kR)$ отрезком ряда из N членов, определенным выражением в квадратных скобках неравенства (17).

Например, известно [1,2], что для АР радиуса R при $N \approx kR$ ошибка составляет $\sim 5\%$, а при $N \approx 2kR$ точность такой аппроксимации оказывается $\sim 1\%$.

Напомним, что определившись с необходимым числом излучателей N , в данном случае мы должны разместить их на окружности длиной $2\pi R \sin \theta_0$ (рис. 1) равномерно $\left(\varphi_t = \frac{2\pi}{N}t\right)$ на расстоянии между диполями по дуге равном $\lambda/2$, т.е. должно выполняться равенство

$$2\pi R \sin \theta_0 = N \frac{\lambda}{2}. \quad (18)$$

Тогда очевидно, что при этом $R = \frac{N\lambda}{4\pi \sin \theta_0}$, а $kR = \frac{N}{2 \sin \theta_0}$.

Перепишем выражение (10) для круговой эквидистантной АР с фиксированным (указанным выше образом) радиусом сферы:

$$\begin{aligned} & \sum_{n=0}^N \sum_{m=-n}^n \frac{(2-\delta_{om}) 2m (i)^n}{C_{nm}} \frac{\sin^2 \theta_0 P_n^{|m|}(\cos \theta) P_n^{|m|}(\cos \theta_0) e^{im\varphi}}{nh_n^{(2)}(N/2 \sin \theta_0) - Nh_{n+1}^{(2)}(N/2 \sin \theta_0)} \times \\ & \times \sum_{t=1}^N I_t e^{-im2\pi t/N} = \sum_{n=0}^N \sum_{m=-n}^n \beta_{nm} P_n^{|m|}(\cos \theta) e^{im\varphi} \end{aligned} \quad (19)$$

Описанным ранее способом получения из равенства (10) СЛАУ относительно неизвестных токов $\{j_t\}$, запишем из (19) одно из уравнений для произвольных значений индексов (n, m) и определим из него ряд по индексу t :

$$\sum_{t=1}^N I_t e^{-im2\pi t/N} = \frac{\beta_{nm}^0 [nh_n^{(2)}(N/2 \sin \theta_0) - Nh_{n+1}^{(2)}(N/2 \sin \theta_0)]}{8m(i)^n \sin^2 \theta_0 P_n^{|m|}(\cos \theta_0)}. \quad (20)$$

Очевидно, что если ряд по t продлить до бесконечных пределов, то функция $e^{-im2\pi t/N}$ будет являться периодической с периодом N . Таким образом, ряд по t является отрезком бесконечного ряда Фурье, который и определяет дискретное преобразование Фурье (ДПФ) от последовательности $\{I_t\}$. Следовательно, выражение для токов I_t можно получить в виде:

$$I_t = \frac{nh_n^{(2)}(N/2 \sin \theta_0) - Nh_{n+1}^{(2)}(N/2 \sin \theta_0)}{4N \sin^2 \theta_0 (i)^n} \sum_{m=-N/2}^{N/2} \frac{\beta_{nm}^0 e^{im2\pi t/N}}{m P_n^{(m)}(\cos \theta_0)} \Big|_{n=N/2} \quad (21)$$

с помощью реализации обратного ДПФ. Поскольку индекс суммирования m определяется в (19) в пределах $-n \leq m \leq n$, то в (21) следует принять $n = N/2$.

Как видно, в выражении (21), которое позволяет определять значения I_t в крутовых эквидистантных сферических АР без численного решения СЛАУ, ряд по индексу суммирования n оказался "не полностью задействованным". Это получилось потому, что в нашем случае рассматривалась АР имеющая "линейную" периодичность только по одной координате φ' .

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Решение задачи синтеза АФР токов при среднеквадратичном приближении к заданной комплексной ДН для сферической АР из радиальных электрических диполей оказалось возможным при использовании функции Грина бесконечного пространства вне идеально проводящей сферы [4]. Однако, построенная в работе общая схема может быть применена и в случае импедансной сферы и в случае сферы, покрытой концентрическим слоем диэлектрика. Для этого вместо рассмотренной в работе функции Грина необходимо использовать функции Грина электрического типа из работы [6]. В этих случаях так же при синтезировании круговых эквидистантных решеток радиальных диполей искомое АФР токов I_t будет определяться с помощью аппарата ДПФ без необходимости численного решения СЛАУ.

Следует отметить, что полученные в работе выражения оказываются удобными при проведении численных исследований в случаях резонансных размеров сферических поверхностей ($kR \leq 20$). Для сфер с большими электрическими размерами с целью улучшения сходимости рядов в приведенных выражениях их необходимо модифицировать с помощью использования для функций Бесселя асимптотических формул Ватсона или Лантера.

Таким образом, построенное решение задачи синтеза АФР токов в дискретной сферической АР позволяет существенно расширить возможности математического моделирования при их разработке и проектировании.

Список литературы

1. Чаплин А.Ф. Анализ и синтез антенных решеток. Львов: ВИЩА ШК. Изд-во при Львов. ун-те. 1987. 180 с.
2. Воскресенский Д.И., Пономарев Л.И., Филиппов В.С. Выпуклые сканирующие антенны (основы теории и методы расчета). М.: Сов. радио, 1978. 304 с.
3. Резников Г.Б. Антенны летательных аппаратов. М.: Сов. радио, 1967. 416 с.
4. Пенкин Ю.М., Яцук Л.П. Тензор Грина векторного уравнения Гельмгольца для простых электродинамических объемов со сферическими границами // Сб. Радиотехника. Харьков. 1991. Вып. 94. С. 83-91.
5. Корн Г., Корн Т. Справочник по математике для научных работников и инженеров. М.: Наука. 1984. 832 с.
6. Пенкин Ю.М. Возбуждение электромагнитных волн вне сферических рассеивателей радиальными сторонними токами // Физика волновых процессов и радиотехнические системы. 1999. Т.2. № 2. С. 62-64.

ПРИБЛИЖЕННЫЙ РАСЧЕТ ПОЛЯ ДИПОЛЯ, РАСПОЛОЖЕННОГО НАД ДИССИПАТИВНЫМ ПОЛУПРОСТРАНСТВОМ

В.В. Должиков, П.Л. Токарский

Харьковский государственный технический университет радиоэлектроники,

пр. Лёнина, 14, г. Харьков, 310726, Украина

Поступила в редакцию 5 ноября 1999 г.

Получены приближенные выражения для расчета векторного потенциала ближнего поля вертикального и горизонтального электрических диполей Герца, расположенных над плоской границей раздела воздух/земля. При их выводе полагалось, что земля имеет конечную проводимость, а ее относительная диэлектрической проницаемости заметно превышает единицу. Упрощения, сделанные в подынтегральных функциях интегралов Зоммерфельда, позволили свести последние к табличным. Результаты численных расчетов с использованием предлагаемых соотношений сравниваются с известными из литературы.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: Электрический диполь, граница раздела, интегралы Зоммерфельда.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Задачи расчета полей электрических диполей над полупространством с потерями занимают важное место во многих приложениях теории электромагнетизма, как, например, распространение радиоволн и теория антенн. Большое практическое значение они имеют для анализа проволочных антенн и рассеивателей, расположенных в непосредственной близости у границы раздела воздух/земля. Сложности решения этих задач связаны с необходимостью вычисления несобственных интегралов Зоммерфельда [1], которые обычно вычисляются численными либо приближенными методами. Численные методы дают достаточно высокую точность вычисления [2,3], однако требуют значительных затрат машинного времени. Среди приближенных методов наиболее распространенными являются метод контрастной аппроксимации (МКА) [4] и метод коэффициентов отражения (МКО) [5], которые весьма просты в использовании, однако не всегда дают достаточную точность результатов. Целью настоящей статьи является вывод аналитических соотношений для определения векторного потенциала ближнего поля электрического диполя Герца, расположенного над полупространством с потерями, которые позволили бы получать более точные результаты расчетов по сравнению с другими приближенными методиками, известными из литературы.

Будем полагать, что центр диполя расположен в точке $M'(0,0,h)$ цилиндрической системы координат (r, φ, z) над плоскостью $z=0$, которая разделяет все пространство на два однородных полупространства. Верхнее из них ($z>0$) заполнено средой 1 с диэлектрической проницаемостью ϵ_1 , магнитной проницаемостью μ_1 и проводимостью $\sigma_1=0$ (воздух), а нижнее ($z<0$) - средой 2, которая имеет параметры $\epsilon_2, \mu_2, \sigma_2$ (земля). Кроме того будем считать, что момент диполя имеет единичную амплитуду и гармоническую зависимость от времени $\exp(j\omega t)$. Рассмотрим поле излучения диполя в среде 1 для двух вариантов его ориентации: а) вдоль оси z - вертикальный электрический диполь (ВЭД) и б) вдоль радиуса r при $\varphi=0$ - горизонтальный электрический диполь (ГЭД).

ВЕРТИКАЛЬНЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ДИПОЛЬ

Электрический векторный потенциал поля ВЭД имеет только одну вертикальную составляющую:

$$\vec{A}_{VED}(M) = \vec{z}^0 A_{zz}, \quad \text{где} \quad A_{zz}(M) = G(R_1) + G(R_2) + \Delta A_{zz}, \quad \Delta A_{zz} = -\frac{1}{4\pi} \int_0^\infty f_{zz}(v) J_0(vr) \exp(-\gamma_1 \zeta) dv,$$

$$f_{zz}(v) = \frac{2k_1^2 \gamma_2}{k_2^2 \gamma_1 + k_1^2 \gamma_2} \frac{v}{\gamma_1}, \quad R_1 = \sqrt{r^2 + (z-h)^2}, \quad R_2 = \sqrt{r^2 + \zeta^2}, \quad \zeta = z+h, \quad \gamma_{1,2} = \sqrt{v^2 - k_{1,2}^2},$$

$k_1 = \omega \sqrt{\epsilon_1 \mu_1}$, $k_2 = \omega \sqrt{\epsilon_2 (1 - j\sigma_2/\omega \epsilon_2) \mu_2}$, $G(R) = \frac{1}{4\pi} \frac{\exp(-jk_1 R)}{R}$ - функция Грина свободного пространства, $J_m(x)$ - функция Бесселя, (r, φ, z) - координаты точки наблюдения M . Поправочный член ΔA_{zz} выражается через интеграл Зоммерфельда, где подынтегральная функция имеет две особые точки

$v = k_1$ и $v = k_2$, в окрестностях которых наблюдаются ее резкие всплески. При $|k_2| > |k_1|$ можно предположить, что вклад подынтегральной функции в окрестностях точки $v = k_2$ в интеграл оказывается заметно меньшим, чем в окрестности точки $v = k_1$ за счет быстрого убывания экспоненциального множителя. Учитывая это, преобразуем алгебраическую часть подынтегральной функции к следующему виду:

$$f_{zz}(v) = \frac{2k_1^2 \gamma_2}{k_2^2 \gamma_1 + k_1^2 \gamma_2} \frac{v}{\gamma_1} \approx \frac{2k_1^2 \cdot jk_2 \cdot v}{k_2^2 \gamma_1^2 \left[1 + \left(\frac{k_1^2 \cdot jk_2}{k_2^2 \cdot jk_1} \right) \right]} = j \frac{2}{n+1} \frac{v}{\gamma_1^2}, \text{ где } n = k_2/k_1,$$

что дает возможность интеграл в выражении для ΔA_{zz} привести к интегралу типа [4]

$$I(r, R_2) = \frac{1}{4\pi} \int_0^\infty J_0(vr) \exp(-\gamma_1 \zeta) dv \frac{dv}{\gamma_1^2} = \frac{1}{4\pi} \int_1^\infty \frac{\exp(-jk_1 R_2 t)}{\sqrt{t^2 - (r/R_2)^2}} dt.$$

Разложим знаменатель подынтегральной функции в последнем выражении в степенной ряд:

$$\left\{ t^2 - \left(\frac{r}{R_2} \right)^2 \right\}^{-1/2} = \sum_{m=0}^{\infty} \left(\frac{q_m}{t^{2m+1}} \right), \text{ где } q_0 = 1 \text{ и } q_m = \frac{1 \cdot 3 \cdot 5 \dots (2m-1)}{2 \cdot 4 \cdot 6 \dots 2m} \left(\frac{r}{R_2} \right)^{2m} \text{ при } m > 0,$$

после чего окончательно найдем искомое выражение для ΔA_{zz}

$$\Delta A_{zz} \approx -j \frac{2}{n+1} I(r, R_2), \text{ где } I(r, R_2) = \frac{1}{4\pi} \sum_{m=0}^{\infty} q_m E_{2m+1}(jk_1 R_2), \quad (1)$$

$E_m(z) = \int_1^\infty \frac{\exp(-z)}{z^m} dz$ – интегральная показательная функция [6]. Ряд в (1) быстро сходится и для его вычисления обычно требуется не более 3-4-х слагаемых. Общий член ряда легко вычисляется с использованием рекуррентных формул: $q_m = \frac{2m-1}{2m} \left(\frac{r}{R_2} \right)^2 q_{m-1}$, $E_1(jkR) = -\text{ci}(kR) + j \text{si}(kR)$,

$E_{2m+1}(jkR) = \frac{\exp(-jkR)}{2m} \left(1 - \frac{jkR}{2m-1} \right) - \frac{(kR)^2}{2m(2m-1)} E_{2m-1}(jkR)$, $\text{si}(x)$ и $\text{ci}(x)$ – интегральные синус и косинус.

ГОРИЗОНТАЛЬНЫЙ ЭЛЕКТРИЧЕСКИЙ ДИПОЛЬ

Электрический векторный потенциал поля ГЭД имеет две составляющие $\vec{A} = \vec{x}^0 A_{xx} + \vec{z}^0 A_{zx}$. Вначале рассмотрим вертикальную компоненту вектора, которая определяется равенством [1]:

$$A_{zx}(M) = -\frac{\cos \varphi}{4\pi} \int_0^\infty f_{zx}(v) J_1(vr) \exp(\gamma_1 \zeta) dv, \text{ где } f_{zx}(v) = 2v^2 \frac{\gamma_1 - \gamma_2}{k_2^2 \gamma_1 + k_1^2 \gamma_2}.$$

Упростим функцию $f_{zx}(v)$ двумя способами. В первом из них поступим так же, как в предыдущем случае:

$$f'_{zx}(v) \approx 2v^2 \frac{jk_1 - jk_2}{k_2^2 \gamma_1 [1 + (k_1/k_2)]} = -j2 \frac{n-1}{n+1} \frac{v^2}{k_2 \gamma_1}.$$

Подстановка этой аппроксимации в интеграл дает:

$$A'_{zx}(M) = -j \frac{\cos \varphi}{4\pi} \frac{2}{k_2} \frac{n-1}{n+1} \int_0^\infty J_1(vr) \exp(\gamma_1 \zeta) \frac{v^2 dv}{\gamma_1} = j \frac{\cos \varphi}{4\pi} \frac{2}{k_2} \frac{n-1}{n+1} \frac{\partial}{\partial r} G(R_2). \quad (2)$$

Во втором способе мы перед упрощением функции $f_{zx}(v)$ приведем ее знаменатель к сумме квадратов

$$f''_{zx}(v) = 2v^2 \frac{\gamma_1 - \gamma_2}{k_2^2 \gamma_1 + k_1^2 \gamma_2} \frac{k_2^2 \gamma_1 - k_1^2 \gamma_2}{k_2^2 \gamma_1 - k_1^2 \gamma_2} \approx \frac{2}{k_1^2 n^2} \frac{n^2 + 1}{n^2 - 1} v^2 - j \frac{2}{k_1 n} \frac{n^2 + 1}{n^2 - 1} \frac{v^2}{\gamma_1} - \frac{2}{n^2} \frac{v^2}{\gamma_1^2},$$

после чего найдем

$$A''_{zx}(M) = -\cos\varphi \frac{2}{k_2^2} \left\{ \frac{n^2+1}{n^2-1} \left[jk_2 \frac{\partial}{\partial r} + \frac{\partial^2}{\partial r \partial \zeta} \right] G(R_2) + k_1^2 \frac{\partial}{\partial r} I(r, R_2) \right\}. \quad (3)$$

Используя разложение интеграла $I(r, R_2)$ в ряд (2), нетрудно показать, что

$$\frac{\partial}{\partial r} I(r, R_2) = -\frac{r}{R_2} \left[\left(1 + \sqrt{1 - \frac{r^2}{R_2^2}} \right)^{-1} G(R_2) + j \frac{k_1}{4\pi} \sum_{m=0}^{\infty} \frac{2m-1}{2m} A_{m-1} E_{2m}(jk_1 R_2) \right].$$

Вычисления по формулам (2) и (3) позволили установить, что отклонения $A'_{zx}(M)$ и $A''_{zx}(M)$ от точного значения весьма близки по величине, но противоположны по знаку, поэтому лучшее приближение дает их среднее значение

$$A_{zx}(M) = 0.5 [A'_{zx}(M) + A''_{zx}(M)]. \quad (4)$$

Горизонтальную составляющую электрического векторного потенциала поля ГЭД можно представить в следующей форме [1]:

$$A_{xx}(M) = G(R_1) - G(R_2) + \Delta A_{xx}, \quad \Delta A_{xx} = -\frac{1}{4\pi} \int_0^{\infty} f_{xx}(v) J_0(vr) \exp(-\gamma_1 \zeta) dv, \quad f_{xx}(v) = \frac{2v}{\gamma_1 + \gamma_2}.$$

Функция $f_{xx}(v)$ может быть аппроксимирована также двумя способами:

$$f'_{xx}(v) \approx -j \frac{2v}{k_1(n+1)} \text{ и } f''_{xx}(v) = \frac{2v}{\gamma_1 + \gamma_2} \frac{\gamma_2 - \gamma_1}{\gamma_2 - \gamma_1} \approx \frac{2v(\gamma_1 - jk_2)}{k_1^2(n^2 - 1)},$$

из чего следует

$$\Delta A'_{xx}(M) = j \frac{2}{k_1(n+1)} \frac{\partial}{\partial \zeta} G(R_2) \quad (5)$$

и

$$\Delta A''_{xx}(M) = \frac{2}{k_1^2(n^2 - 1)} \left[jk_2 \frac{\partial}{\partial \zeta} + \frac{\partial^2}{\partial^2 \zeta} \right] G(R_2). \quad (6)$$

Выражение (6) совпадает с аналогичным из [8], где оно получено с использованием преобразования Фурье.

ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Расчеты выполнялись для случая, хорошо описанного в литературе [7,8]: $\epsilon_1 = \epsilon_0$, $\epsilon_2/\epsilon_1 = 10$, $\mu_2 = \mu_1 = \mu_0$, $\sigma_2 = 0.01 (\text{Ом} \cdot \text{м})^{-1}$, $R_2 = 10 \text{ м}$, $\theta_2 = \arctg(r/\zeta) = 10^\circ$. Результаты вычислений ΔA_{zz} из (1), A_{zx} из (3), (4), а также ΔA_{xx} из (5), (6) сведены в табл. 1-3. Здесь же для сравнения даны точные значения этих величин, рассчитанные методом численного интегрирования, и результаты расчета, полученные с применением МКА [4]. Кроме того в таблицы включены также данные, рассчитанные с использованием МКО [7] и преобразования Фурье [8].

Табл. 1. Поправочный член ΔA_{zz} для электрического векторного потенциала поля ВЭД

f МГц	R_2/λ	МКО [7] $\times 10^4$	МКА [4] $\times 10^4$	Формула (1) $\times 10^4$	Точное значение $\times 10^4$
1.0	0.033	-10.0 - j 5.45	- 0.76 - j 4.12	- 0.90 - j 3.88	-1.00 - j 4.16
2.0	0.05	-15.2 - j 3.81	- 4.46 - j 7.16	- 4.55 - j 6.39	-4.93 - j 6.87
3.0	0.1	-18.8 + j 0.05	- 9.48 - j 7.77	- 9.15 - j 6.46	-9.95 - j 6.92
6.0	0.2	-18.7 + j16.6	-21.16 + j 3.86	-18.20 + j 4.97	-19.56 + j 5.82
9.0	0.3	-4.08 + j28.5	-15.93 + j23.30	-11.75 + j20.97	-11.80 + j22.90
12.0	0.4	16.3 + j26.7	5.00 + j32.76	6.52 + j26.83	8.09 + j28.14
15.0	0.5	31.1 + j11.2	28.26 + j23.53	24.67 + j17.30	26.69 + j16.98
18.0	0.6	32.5 - j10.8	39.46 - j 0.48	31.82 - j 2.85	32.96 - j 4.48
21.0	0.7	19.5 - j29.3	31.62 - j26.87	23.76 - j23.32	23.45 - j25.18
24.0	0.8	-2.43 - j35.7	7.92 - j42.31	4.06 - j34.05	2.65 - j35.14
27.0	0.9	-23.9 - j27.3	-20.74 - j39.08	-18.31 - j29.89	-19.98 - j29.78
30.0	1.0	-35.9 - j 7.42	-41.31 - j18.30	-33.37 - j12.54	-34.48 - j11.43

Табл. 2. Z-компонента A_{zx} электрического векторного потенциала поля ГЭД

f , МГц	МКА [4] $\times 10^5$	МКО [8] $\times 10^5$	Формула (2) $\times 10^5$	Формула (4) $\times 10^5$	Точное значение $\times 10^5$
3.0	$-39.54 + j53.60$	$-45.0 + j19.6$	$-24.75 + j48.90$	$-34.82 + j33.84$	$-34.51 - j28.69$
6.0	$-16.54 + j60.59$	$-20.1 + j41.6$	$-2.59 + j47.05$	$-11.80 + j44.04$	$-14.08 + j43.14$
9.0	$16.26 + j64.13$	$9.95 + j45.6$	$21.21 + j41.04$	$15.03 + j43.56$	$13.90 - j44.36$
12.0	$51.68 + j47.29$	$36.2 + j30.6$	$40.34 + j22.56$	$38.03 + j27.01$	$37.95 + j27.81$
15.0	$72.77 + j9.50$	$47.6 + j2.87$	$46.08 - j4.42$	$46.93 - j0.58$	$47.21 - j0.19$
18.0	$66.91 - j36.11$	$40.0 - j25.7$	$35.10 - j30.20$	$37.59 - j28.24$	$37.86 - j28.13$
21.0	$33.61 - j70.49$	$16.9 - j43.7$	$11.04 - j44.93$	$13.66 - j44.95$	$13.85 - j44.94$
24.0	$-14.96 - j78.28$	$-12.2 - j44.2$	$-17.07 - j42.90$	$-15.45 - j44.26$	$-15.29 - j44.30$
27.0	$-59.38 - j55.02$	$-36.0 - j27.3$	$-38.92 - j24.78$	$-38.46 - j26.60$	$-38.33 - j26.70$
30.0	$-81.43 - j9.19$	$-45.2 + j0.42$	$-45.99 + j2.62$	$-46.63 - j1.13$	$-46.56 + j0.97$

Табл. 3. Поправочный член ΔA_{xx} для электрического векторного потенциала поля ГЭД

f , МГц	МКО [8] $\times 10^4$	МКА [4] $\times 10^4$	Формула (5) $\times 10^4$	Формула (6) $\times 10^4$	Точное значение $\times 10^4$
3.0	$18.30 + j0.0076$	$22.42 - j30.40$	$18.23 - j29.07$	$24.40 - j17.29$	$21.45 - j19.75$
6.0	$18.30 - j16.1$	$9.38 - j34.36$	$5.43 - j30.52$	$11.56 - j26.64$	$9.98 - j27.24$
9.0	$4.11 - j27.7$	$-9.22 - j36.37$	$-10.63 - j29.82$	$-5.27 - j29.88$	$-6.48 - j29.82$
12.0	$-15.70 - j26.2$	$-29.31 - j26.82$	$-26.09 - j19.81$	$-22.51 - j22.39$	$-23.38 - j21.83$
15.0	$-30.30 - j11.1$	$-41.27 - j5.39$	$-33.70 - j1.44$	$-32.53 - j5.09$	$-32.91 - j4.22$
18.0	$-31.80 + j10.4$	$-37.95 + j20.48$	$-28.93 + j18.80$	$-30.05 + j15.60$	$-29.86 + j16.45$
21.0	$-19.20 + j28.5$	$-19.06 + j39.98$	$-12.66 + j32.73$	$-15.22 + j31.05$	$-14.60 + j31.59$
24.0	$2.15 + j34.9$	$8.48 + j44.40$	$9.11 + j34.36$	$6.33 + j34.58$	$7.10 + j34.62$
27.0	$23.20 + j26.9$	$33.68 + j31.20$	$27.87 + j22.63$	$25.98 + j24.34$	$26.57 + j23.93$
30.0	$35.10 + j7.5$	$46.18 + j5.21$	$36.13 + j1.86$	$35.71 + j4.18$	$35.91 + j3.54$

Сравнительный анализ данных, приведенных в табл.1, убедительно показывает, что среди всех представленных результатов наиболее близкими к точным являются те, которые рассчитаны с использованием предложенных в настоящей статье соотношений.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Получены приближенные аналитические выражения для определения векторного потенциала ближнего поля электрического диполя Герца, расположенного над границей раздела двух сред, которые обеспечивают более точные результаты расчетов по сравнению с аналогичными соотношениями, известными из литературы. Простота полученных формул и отсутствие в них операций численного интегрирования могут сделать их полезными для решения многих прикладных задач электромагнетизма.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Зоммерфельд А. Дифференциальные уравнения в частных производных физики. М. Изд-во ИЛ. 1950. 470 с.
2. Paladian F., Plumey J.P., Fontaine J.M. // EMC 84. 7th Int. Symp. on Electromagn. Compatib., Wroclaw. C. 679-683.
3. Michalski K.A. // IEEE Trans. on Antennas and Propagation. 1998. Vol. AP-46. №10. C. 1405-1416.
4. Лавров Г.А., Князев А.С. Приземные и подземные антенны. М. Советское радио. 1965. 472 с.
5. Bannister P.R. // Radio Science, 1986. Vol.21. №4. C.605-616.
6. Справочник по специальным функциям / Под ред. М. Абрамовица и И. Стиган. М. Наука. 1979. 830 с.
7. Karwowski A. // IEEE 1985 Int. Symp. on Electromagn. Compatib., Boston, Mass., Aug. 20-22 1985. Symp. Rec. New York, N.Y. 1985. C. 82-84.
8. Mittra R., Parhami P., Rahmat-Samii Y. // IEEE Trans. on Antennas and Propagation. 1979. Vol. AP-27. №6. C. 778-782.

ВНЕШНИЕ ПРОВОДИМОСТИ ШИРОКИХ ЩЕЛЕЙ

В.А. Лященко, В.А. Катрич

Харьковский национальный университет, г. Харьков, 61077, площадь Свободы, 4, тел. (0572) 47-18-16

e-mail: Victor.A.Katrich@univer.Kharkov.ua

Поступила в редакцию 17 сентября 1999 г.

Исследованы внешние собственные и взаимные проводимости щелевых излучателей без ограничения на ширину щели. В качестве координатных функций распределения поля вдоль отверстия выбраны синусоидальные гармоники, поле поперек щели предполагается постоянным. Приведены графики зависимостей собственной проводимости щели от её электрической длины. Показано, что величина проводимости существенно зависит от ширины щели, её длины и длины волны поля возбуждения. Выяснены пределы применимости приближенных выражений для внешней проводимости щели. Исследовано взаимодействие двух произвольно разнесенных параллельных щелей. Показано, что наличие сильной взаимной связи может быть использовано для реализации необходимого амплитудно-фазового распределения поля в раскрыве многощелевой антенны, например, распределения, подобного распределению в случае работы антенны в режиме сверхнаправленности.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: щель, излучатель, реактивная и активная проводимости, взаимодействие щелей, электромагнитное поле.

Расширение функциональных возможностей действующих радиоэлектронных систем и разработка систем нового поколения связаны с проблемой создания многофункциональных (многоканальных) антенн. На практике такой многоканальный режим работы радиоэлектронных систем обеспечивается путём применения многополяризационных, многочастотных, многолучевых антенн, антенн с совмещённой апертурой.

В случае волноводно-щелевых многофункциональных антенных решёток представляется рациональным применение антенн в виде многоэлементных щелевых излучающих систем на базе многомодовых волноводов. Например, когда в широкой стенке прямоугольного волновода располагается система щелей длиной l_1 и шириной d_1 , возбуждаемая волной основного типа на частоте f_1 и система щелей с размерами l_2, d_2 , возбуждаемая волной высшего мода на частоте f_2 . Следует отметить, что волноводы, работающие в многомодовом режиме (сверхразмерные), характеризуются рядом положительных качеств: повышением электрической прочности, уменьшением потерь, улучшением технологии изготовления линий передачи миллиметровых волн.

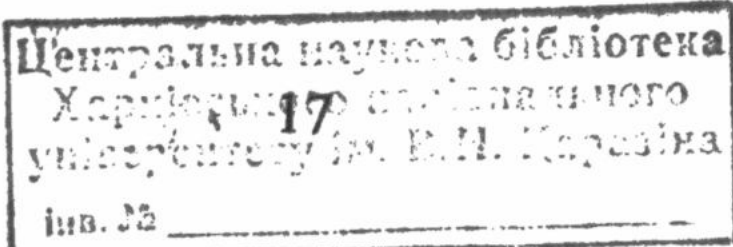
Многощелевые системы излучателей на многомодовых волноводах исследованы недостаточно полно, так как необходимо знать как параметры одиночного излучателя в этих режимах, так и особенности взаимодействия щелей, работающих в коротковолновом и длинноволновом диапазонах. Собственные и взаимные проводимости щелей со стороны каждого из связываемых ими электродинамических объёмов являются одними из основных характеристик щелевых излучателей. В случае, когда щели излучают в свободное полупространство, таковыми проводимостями являются внешние (со стороны этого полупространства) проводимости щелей.

Целью статьи является определение внешних проводимостей и исследование особенностей внешнего взаимодействия щелей, в общем случае произвольной их ширины. Взаимная связь щелей сильно зависит от размеров излучателей и от расстояний между щелями. Наличие взаимной связи, которая существенно изменяет электродинамические характеристики одиночного или комбинированного волноводно-резонаторно-щелевого излучателя, может быть использовано также как дополнительная возможность управления полями в раскрыве многоэлементных щелевых антенн.

ИСХОДНЫЕ СООТНОШЕНИЯ

Для нахождения электродинамических характеристик многоэлементных волноводно-щелевых антенн, работающих в одномодовом и многомодовом режимах, необходимо определить поле в раскрыве антенны. Это поле с высокой степенью точности может быть определено методом наведенных магнитодвижущих сил. Предполагая, что электрическое поле в щели направлено поперек нее и не зависит от поперечной координаты, поле в раскрыве антенны может быть представлено в виде [1]:

$$\vec{E} = \sum_v^N \sum_p^P \dot{V}_{vp} \vec{E}_{vp}, \quad (1)$$



где

$$\vec{E}_{vp} = \vec{v} \cdot \frac{1}{d_v} \sin \frac{p\pi}{l_v} (u - u_{0v}) \quad (2)$$

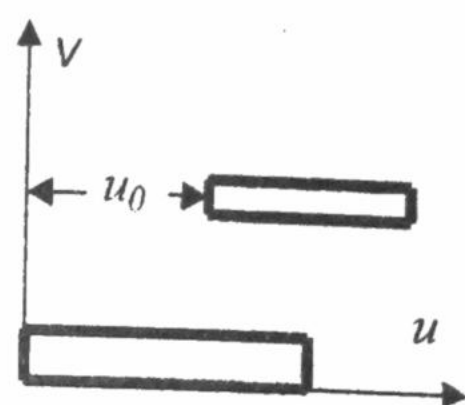


Рис. 1 Система координат.

гармоники функции распределения электрического поля в щели с номером v ; p – номер гармоники в щели; $\dot{V}_{vp}$ – неизвестные комплексные коэффициенты p -гармоники на v -ой щели; u и v – координаты соответственно вдоль и поперек щели (рис.1); u_{0v} – смещение v -ой щели вдоль продольной координаты; N – число щелей в решетке; P – количество гармоник на каждой щели. Коэффициенты $\dot{V}_{vp}$ определяются из системы алгебраических уравнений

$$\sum_{v=1}^N \sum_{p=1}^P \dot{V}_{vp} Y_{vp,mq} = F_{mq}^{(M)}, \quad 1 \leq m \leq N, \quad 1 \leq q \leq P; \quad (3)$$

$Y_{vp,mq} = Y_{vp,mq}^i + Y_{vp,mq}^e$ – внутренние “i”, со стороны возбуждающего щель объёма, и внешние “e”, со стороны свободного пространства, проводимости щели; $F_{mq}^{(M)}$ – магнитодвижущая сила на щели, обусловленная парциальной волной М-типа.

Таким образом, для нахождения поля в раскрыте антенны необходимо определить коэффициенты $\dot{V}_{vp}$, предварительно получив выражения для внутренних и внешних собственных и взаимных проводимостей щели. Внутренние проводимости щелей, например, расположенных в какой-либо из стенок прямоугольного волновода, достаточно хорошо исследованы [2-4].

Рассмотрим внешние проводимости, предполагая, что щель по отношению к свободному пространству прорезана в бесконечном экране. Толщину экрана не учитываем. Представив поле, возбужденное щелью в пространстве над экраном, через тензорную функцию Грина и учитывая вид координатной функции (2), запишем выражение для внешней проводимости [5]:

$$Y_{vp,mq} = \frac{1}{2\pi k \rho d^2} \int_S \int_{S'} \sin \frac{p\pi(u - u_{0v})}{l_v} \left(k^2 \varepsilon + \frac{\partial^2}{\partial u^2} \right) \times \exp \left[-ik\sqrt{\varepsilon} \sqrt{(u - u')^2 + (v - v')^2} \right] \sin \frac{q\pi}{l_m} (u' - u_{0m}) dS dS', \quad (4)$$

$k = \frac{2\pi}{\lambda}$; $\rho = 120\pi$ Ом; ε – диэлектрическая проницаемость полупространства над щелью, S и S' – поверхность щели, λ – длина волны, распространяющейся в свободном пространстве с относительной проницаемостью $\varepsilon = 1$.

В работе [5] было сделано предположение о симметричном возбуждении щели, т.е. предполагалось, что гармоники p и q могут быть только нечетные и из формулы (4) были получены аналитические выражения для собственной и взаимной по гармоникам проводимостей одиночной щели при условии, что щель узкая (в формуле (4) $(v - v') \rightarrow 0$). Полученные выражения достаточно широко использовались при анализе щелевых антенных решеток. Но критерий узости не был определен, пределы применимости не выяснены. В работе [6] получены выражения для внешних взаимных проводимостей произвольно ориентированных щелей. Однако численные расчеты по полученным формулам не приведены. В работе [7]

отмечается, что результаты расчёта собственных проводимостей широких щелей $\left(\frac{d}{l} > 0,2 \right)$ по аналитическим формулам работы [5] не совпадают с данными, полученными численными и численно-аналитическими методами. Однако, точность вычислений, приведенных в [7], не достаточна.

Нами были проведены исследования собственной и взаимной проводимостей щелей с учётом ширины щели. При этом поле в щели аппроксимировалось набором координатных функций (2) в приближении отсутствия зависимости его от поперечной поляризации.

Собственная проводимость щели рассчитывалась по формуле:

$$Y_{p,q}^e = \frac{i}{2\pi k p d_v^2} \left\{ \left[k^2 \varepsilon - \left(\frac{p\pi}{l_v} \right)^2 \right] \int_0^{l_v} \int_0^{d_v} \int_0^{d_v} dv dv' du du' \sin \frac{p\pi}{l_v} u \sin \frac{q\pi}{l_v} u' \times \right. \\ \times \frac{\exp \left[-ik\sqrt{\varepsilon} \sqrt{(u-u')^2 + (v-v')^2} \right]}{\sqrt{(u-u')^2 + (v-v')^2}} + \left(\frac{p\pi}{l_v} \right) \int_0^{l_v} \int_0^{d_v} \int_0^{d_v} dv dv' du' \sin \frac{q\pi}{l_v} u' \times \\ \times \left[\frac{\exp \left(-ik\sqrt{\varepsilon} \sqrt{(v-v')^2 + (u')^2} \right)}{\sqrt{(v-v')^2 + (u')^2}} - \cos p\pi \frac{\exp \left(-ik\sqrt{\varepsilon} \sqrt{(v-v')^2 + (l_v - u')^2} \right)}{\sqrt{(v-v')^2 + (l_v - u')^2}} \right] \right\} \quad (5)$$

Из выражения (4) не сложно получить формулы для расчета взаимных проводимостей двух разнесенных параллельных щелей с различными длинами l_1 и l_2 при одинаковых и различных гармониках поля на щели.

РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЁТА

По формуле (5) были проведены расчеты собственной и частичной взаимной проводимостей для различных значений d/l и l/λ . Вычислялись реактивные и активные проводимости $Y_{11,11}$, $Y_{12,12}$, $Y_{13,13}$, $Y_{11,13}$ в зависимости от значения kl . На рис.2а,б представлены результаты расчетов зависимостей $\text{Re} Y_{11,11}$ и $\text{Im} Y_{11,11}$ от kl при отношениях $d/l = 0,01; 0,1; 0,3; 0,4$. Видно, что наблюдается сильная зависимость реактивной проводимости от значения d/l при $kl > 3,25$ и $kl < 2,5$. Зависимости активной проводимости от kl при $d/l = 0,01$ и $d/l = 0,1$ практически совпадают. Для отношения $d/l > 0,1$ при больших kl , т.е. с уменьшением λ , наблюдается влияние ширины щели на значения проводимости. Для щелей, длины которых приближаются к $\lambda/2$, это влияние уменьшается. Полученные результаты сравнивались с данными работы [5]. Оказалось, что формулы, приведенные в [5] справедливы для значений $d/l \leq 0,1$, при этом ошибка в расчетах проводимостей в приближении узкой щели не более 5%. Влияние ширины щели наиболее велико на значения проводимости второй гармоники $Y_{12,12}$ (рис.3) и частичной взаимной проводимости по гармоникам $Y_{11,13}$.

Были проведены расчеты взаимных проводимостей $Y_{1p,2q}$. Рассчитывалось взаимодействие между одинаковыми щелями при одинаковых гармониках функции распределения поля в щели, между щелями разной длины при одинаковых гармониках и между щелями разной длины при разных гармониках.

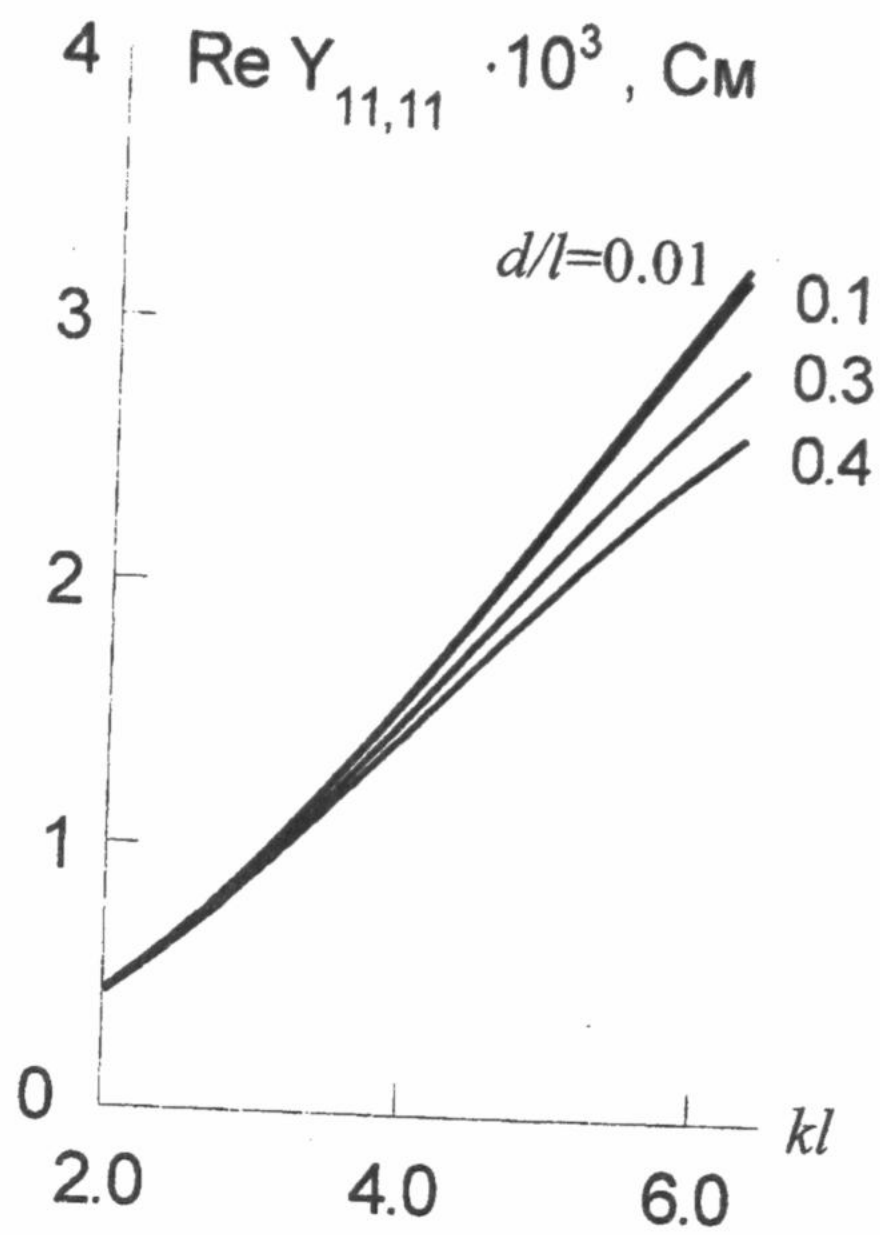
Зависимости взаимных проводимостей щелей от электрического расстояния между ними $Y_{11,21}(kv)$ приведены на рис.4. для случая, когда $u_0 = 0$. Размеры взаимодействующих щелей l_1 и l_2 были равными. Параметром на рис.4 является отношение l/λ , $d/l = 0,2$. Заметное влияние ширины щелей наблюдается только при малых расстояниях между излучателями.

На рис. 4 "тонкими" кривыми представлены результаты расчета внешней взаимной проводимости между щелевыми излучателями, полученные с использованием принципа двойственности. Наблюдается сильное расхождение взаимных проводимостей, рассчитанных разными способами, при $l/\lambda = 0,3$ и $l/\lambda = 0,62$. Отметим также, что для полуволновых щелей результаты расчетов проводимостей совпадают.

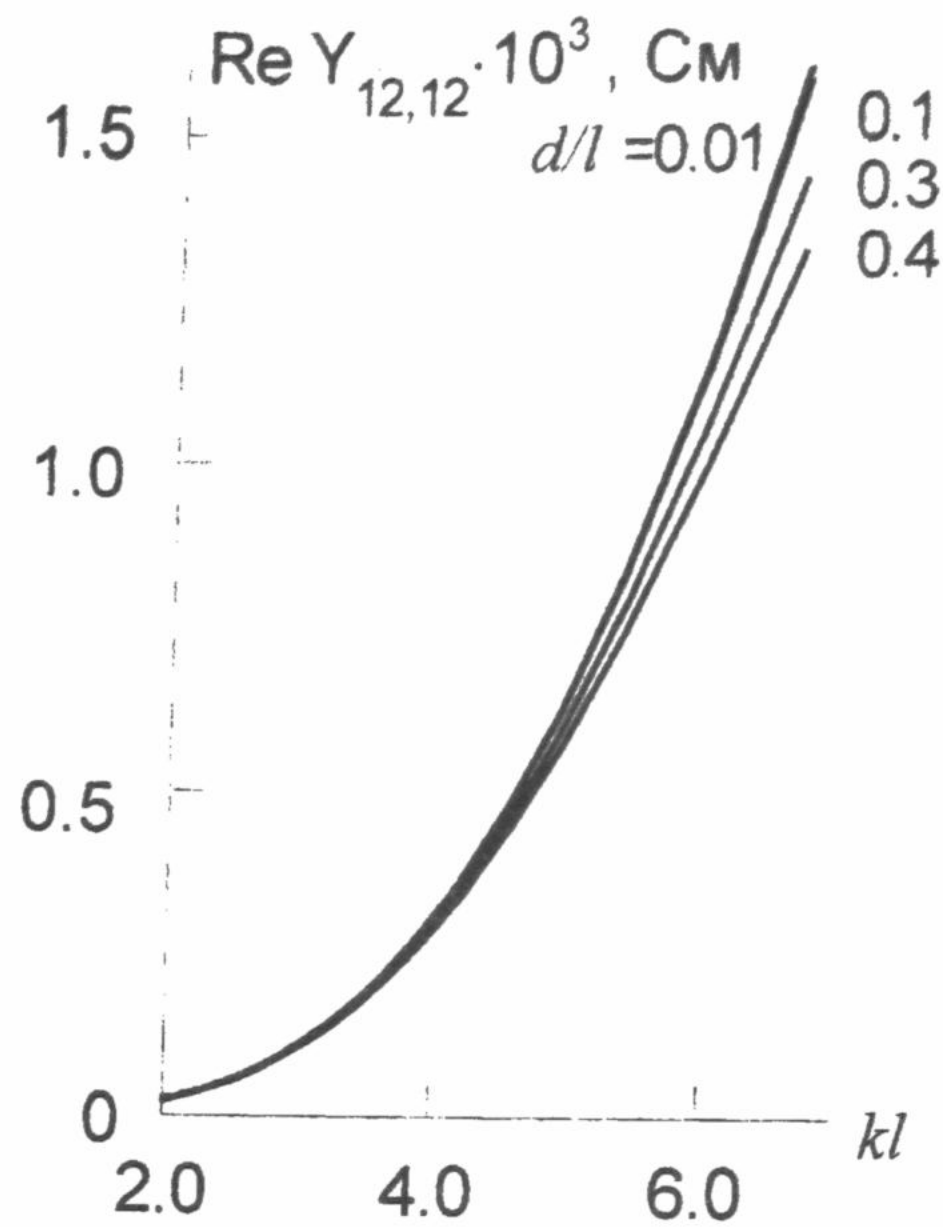
Исследовались взаимные проводимости щелей разной длины ($l_1 > l_2$) для различных гармоник при смещении ($u_0 \neq 0$) щелей друг относительно друга. Оказалось, что возможна ситуация, при которой взаимодействие растёт до некоторого значения при увеличении расстояния между щелями. На рис.5 приведены результаты расчета взаимной проводимости симметрично расположенных щелей в случае $l_1/\lambda_2 = 1$; $l_2/\lambda_2 = 0,5$; $d_2/l_2 = 0,2$. Эти параметры характеризуют работу щели в коротковолновом диапазоне на частоте f_2 . Из графиков рис.5 следует, что при малых расстояниях между излучателями с разными длинами активная взаимная проводимость на частоте f_2 оказывается больше собственной проводимости щели длиной l_2 (рис. 4,а; кривая $l/\lambda = 0,5$).

Кривые зависимостей значений взаимных проводимостей по гармоникам разной чётности от величины смещения щелей относительно друг друга (для случая, когда $u_0 \neq 0$) приведены на рис. 6.

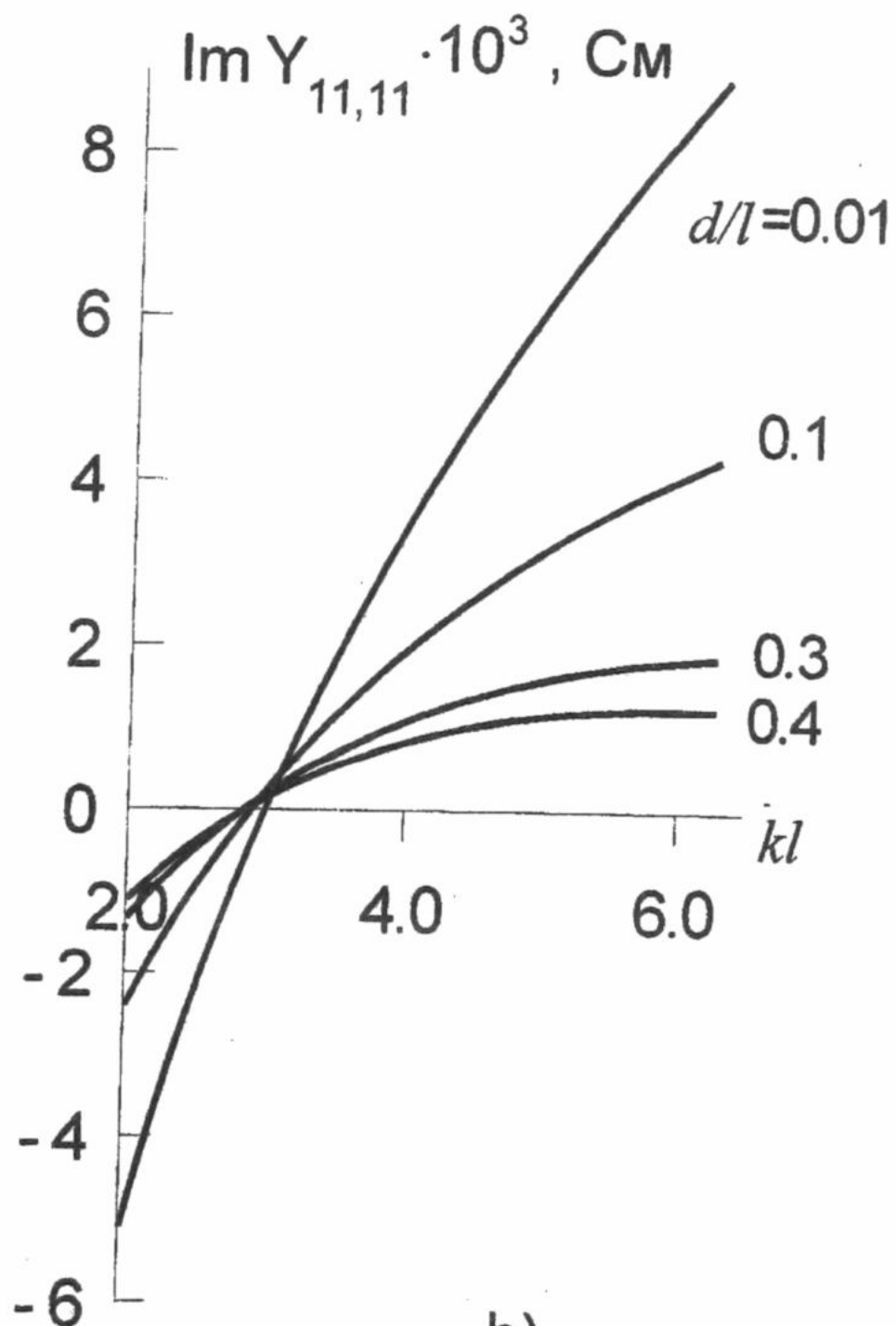
Следует отметить, что внешнее взаимное влияние может быть значительно больше внутреннего. Как уже отмечалось, наличие взаимной связи позволяет создать дополнительную возможность управле-



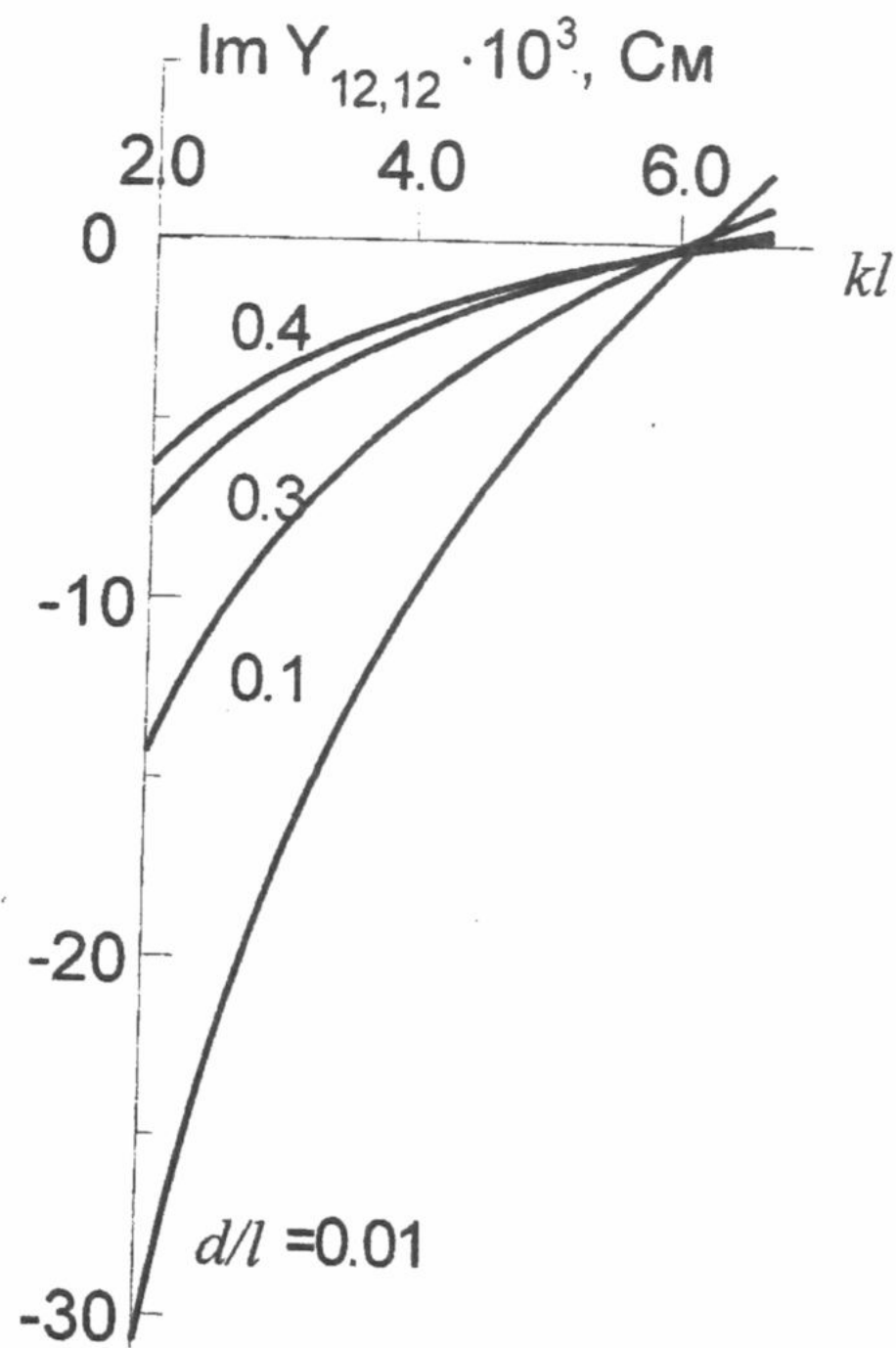
a)



a)



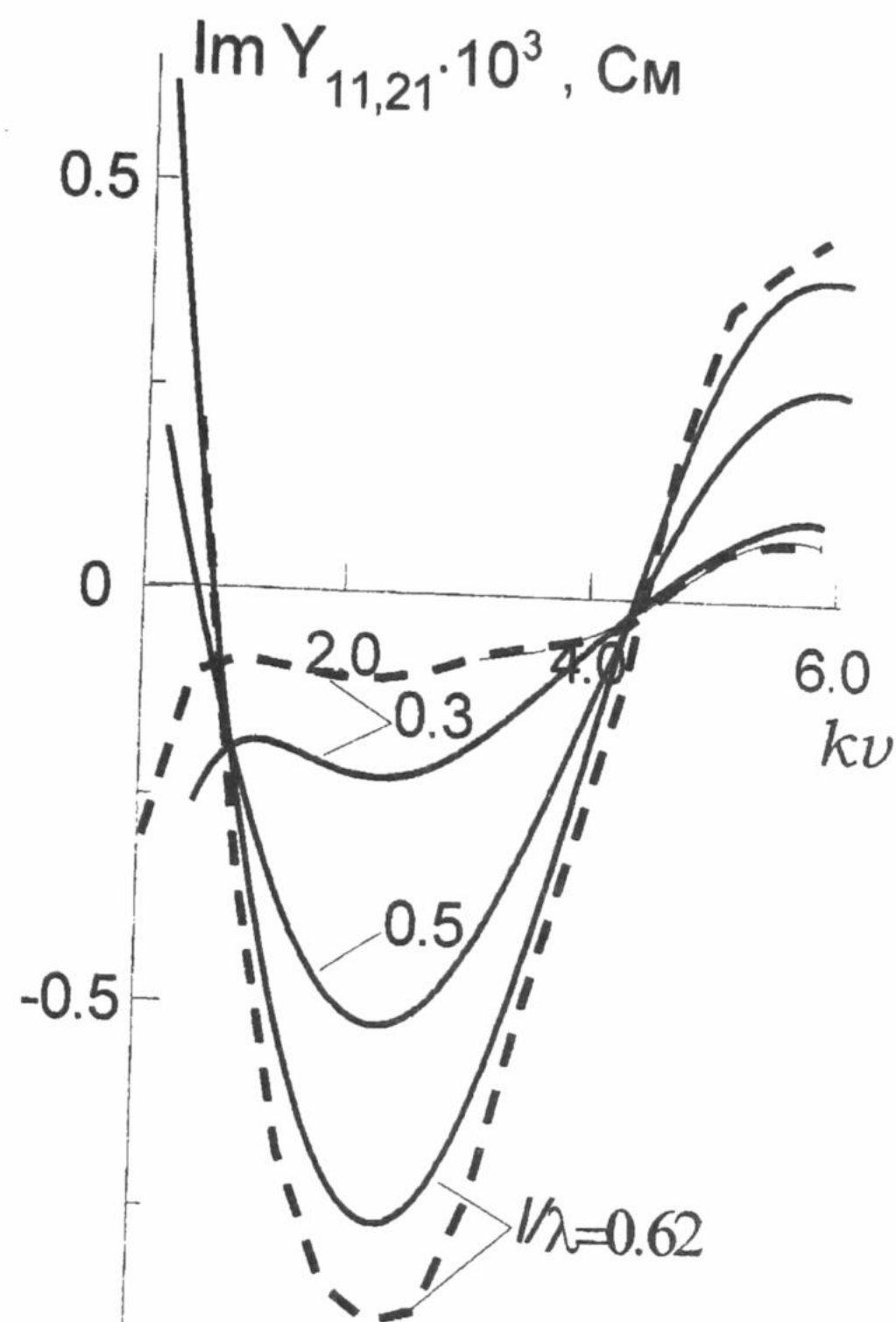
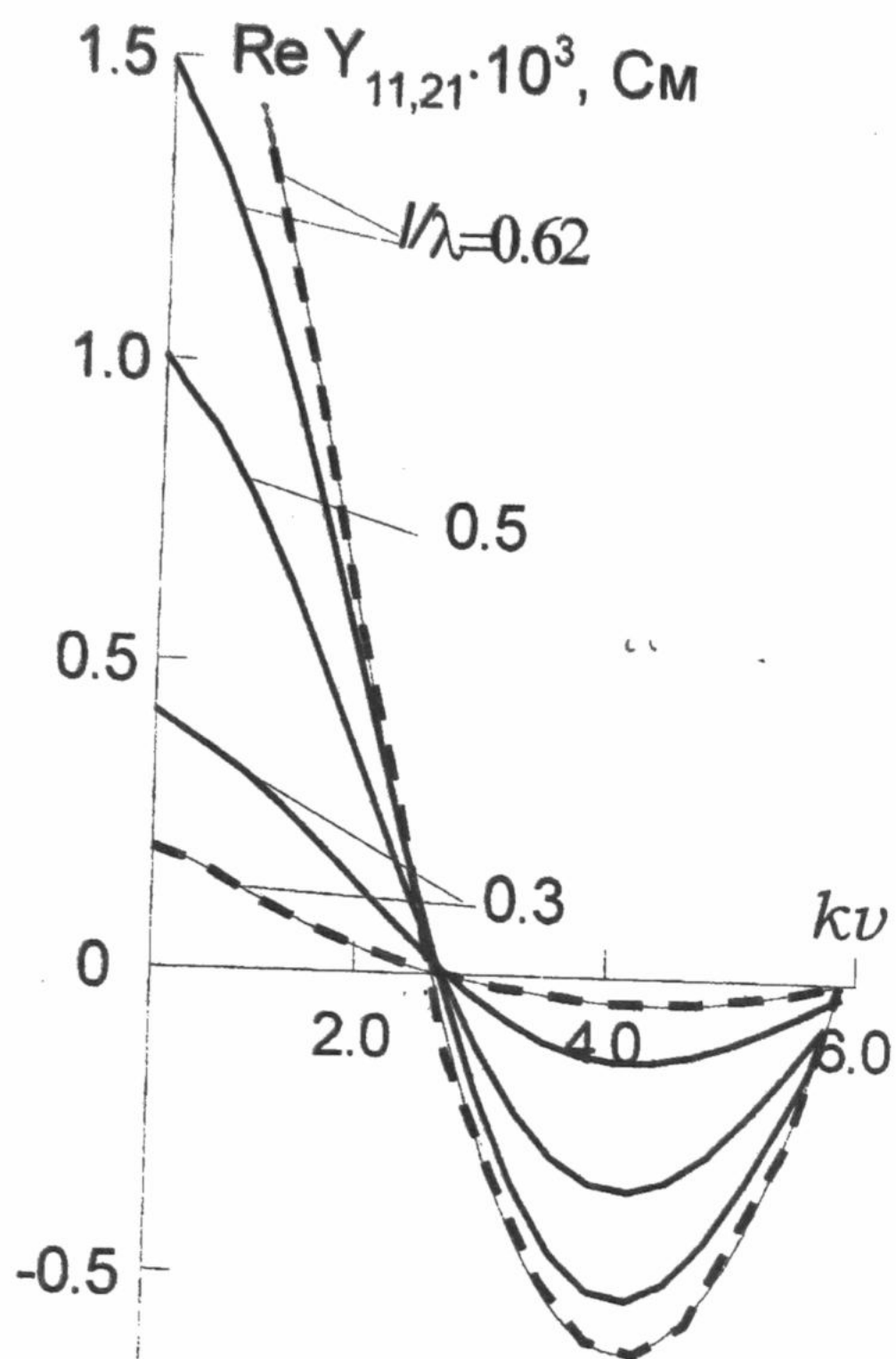
b)



b)

Рис. 2. Зависимость собственной проводимости первой гармоники от kl

Рис. 3. Зависимость собственной проводимости второй гармоники от kl



a)

b)

Рис.4 Взаимные проводимости щелей равной длины

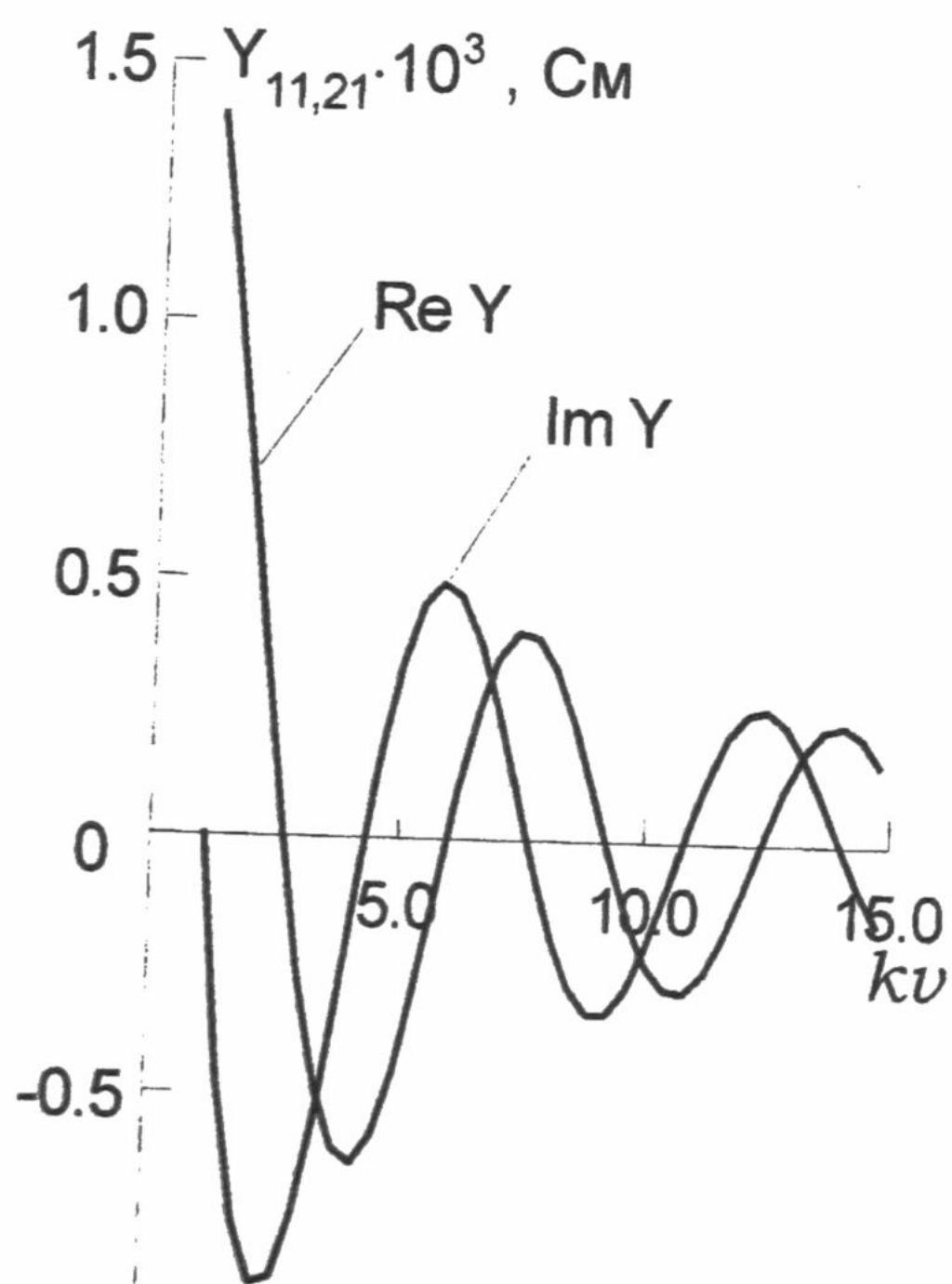


Рис.5 Взаимные проводимости щелей неравных длин

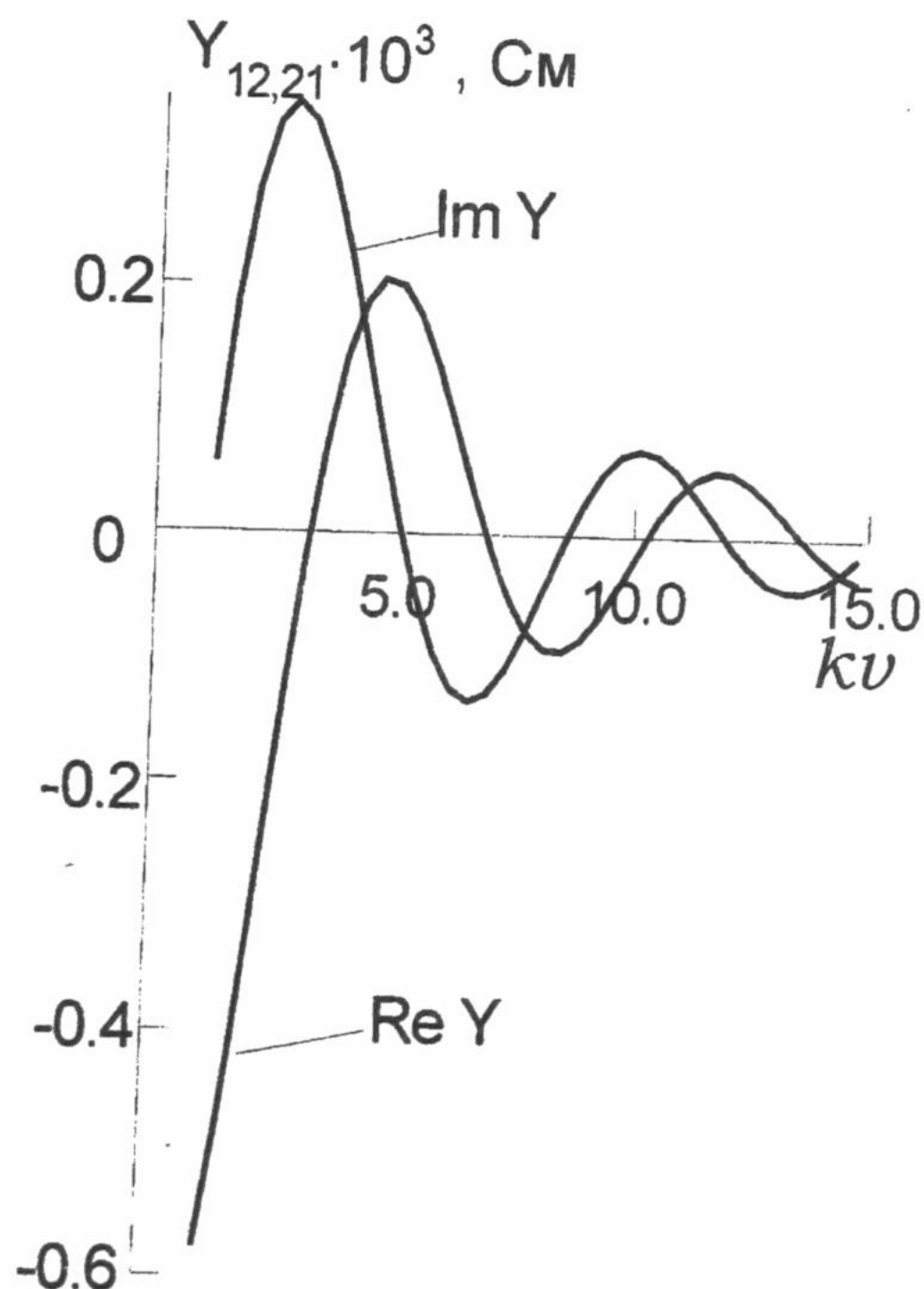


Рис.6 Взаимные проводимости первой и второй гармоник

ния полями в раскрывах многоэлементных антенн. Были рассчитаны распределения полей в системах из шести симметрично близко расположенных поперечных щелей, прорезанных в широкой стенке прямоугольного волновода. Длины щелей изменялись плавно от значения $0,3\lambda$ до $0,65\lambda$. Расстояния между щелями изменялись от $0,2\lambda$ до $0,35\lambda$. Оказалось, что подбором величин l_v и расстояния между щелями можно создать в соседних излучателях поля с разностью фаз 180° . Подобное фазовое распределение наблюдается в сверхнаправленных антеннах.

Системы щелей из близко расположенных излучателей исследовались и экспериментально. Так, например, исследовалась система, когда в широкой стенке прямоугольного волновода с поперечным сечением $23 \times 10 \text{ мм}^2$ были прорезаны шесть поперечных щелей на расстояниях 10 мм друг от друга. Размеры щелей плавно изменялись от 18 мм до 10 мм. Исследуемая антенна с электрической длиной $1,5\lambda$ имела диаграмму направленности с шириной главного лепестка по уровню -3 дБ равной 19° . Отметим, что в обычном режиме формирования ДН антенны длиной $1,5\lambda$ имеют ширину главного лепестка $\sim 35^\circ$, т.е. в нашем случае наблюдался эффект умеренной сверхнаправленности.

Были также экспериментально исследованы достаточно длинные ($\approx 10\lambda$) щелевые системы в виде очень близко расположенных поперечных щелей, расстояние между щелями было $v/\lambda = 0,06$. Длины щелей изменялись по линейному закону от значений $l/\lambda \sim 0,8$ до $\sim 0,3$, т.е. создавалась в целом как бы длинная нерегулярная щелевая система. Сильная взаимная связь (внутренняя и внешняя) позволила создать такое амплитудно-фазовое распределение, при котором удалось получить уровень бокового излучения менее -20 дБ в 20 %-ном диапазоне частот. Подобный эффект уменьшения боковых лепестков наблюдается у антенн типа криволинейной щели длиной, значительно превышающей λ . Однако, такие антенны достаточно трудоемки для практической реализации и в них возникает кросс-поляризованное излучение.

ВЫВОДЫ

В статье проведено исследование собственных и взаимных внешних проводимостей щелей с использованием общего представления для проводимости в виде четырёхкратного интеграла. На основе компьютерного анализа внешней проводимости щелевого излучателя показано, что существует сильная зависимость величины проводимости от отношения ширины щели к её длине. Выявлены пределы применимости приближенных аналитических выражений для расчета проводимостей. Показано, что взаимную связь между щелевыми излучателями можно использовать для управления амплитудно-фазовым распределением источников поля в раскрыве многощелевых антенн.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Фельд Я.Н., Бененсон Л.С. Антенно-фидерные устройства. Ч.2, М: ВВИА им. Н.Е. Жуковского, 1959, 551 с.
2. Катрич В.А. К расчёту матрицы рассеяния системы двух щелей в прямоугольном волноводе.//Сб. Радиотехника, Харьков: ХГУ, 1978, вып. 47. С. 72-78.
3. Горобец Н.Н., Жиронкина А.В., Катрич В.А., Яцук Л.П. Вопросы приближённой теории волноводно-щелевых излучателей и отверстий связи//Прикладная электродинамика. – М: Высшая школа, 1983, вып. 5, С. 150-188.
4. Яцук Л.П., Катрич В.А., Жиронкина А.В. Вопросы теории элементов и устройств СВЧ-трактов//Изв. вузов, Радиоэлектроника, 1996, Т.39, №9. С 29-38.
5. Панченко Б.А. Внешние частичные проводимости узкого прямолинейного отверстия в плоском экране//Изв. вузов, Радиофизика, 1964. Т.7. N 2. С.343-351.
6. Яцук Л.П. Взаимная проводимость произвольно ориентированных щелей в бесконечном плоском идеально проводящем экране//Радиотехника. Всеукр. межвед. научно-техн. сб, 1997, вып.102. С.41-46.
7. Яцук Л.П., Пенкин Ю.М. Энергетические параметры излучающего в полупространство прямоугольного отверстия в боковой поверхности волновода.– Укр НИИТИ, №1450-Ук-87 Деп.

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ НЕСТАЦИОНАРНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ ИЗ ОТКРЫТОГО КОНЦА КОАКСИАЛЬНОГО ВОЛНОВОДА

А.Н. Думин

Харьковский национальный университет, 310077, г. Харьков, пл. Свободы, 4.

E-mail: Alexander.N.Dumin@univer.kharkov.ua

Поступила в редакцию 23 декабря 1999 г.

Задача излучения нестационарной волны из открытого конца коаксиального волновода решена при помощи метода модового базиса. Получены аналитические выражения для излученных в свободное пространство полей при возбуждении волновода ТЕМ-волной со ступенчатой зависимостью от времени. Путем численного расчета интеграла Дюамеля получено решение для волны с произвольной зависимостью от времени. Проанализированы энергетические характеристики излученного поля.

Ключевые слова: нестационарное излучение, электромагнитный снаряд

Одним из перспективных направлений использования нестационарных электромагнитных полей является применение эффекта локализованной передачи энергии, так называемого “электромагнитного снаряда” [1]. Суть этого феномена состоит в том, что энергия электромагнитного импульса даже на больших удалениях убывает медленнее, чем квадрат обратного расстояния. Это не противоречит закону сохранения энергии, так как данное явление наблюдается только в ближней зоне излучателя нестационарных полей, размер которой может быть весьма значительным. В отличие от предыдущих работ, посвященных “электромагнитным снарядам”, предлагается строгое аналитическое решение задачи излучения во временной области, полученное при помощи метода модового базиса.

Метод модового базиса [2] основан на разложении электромагнитного поля по полной системе функций, зависящих только от поперечных координат. В результате трехмерная электродинамическая задача сводится к решению двумерных дифференциальных уравнений в частных производных. В простейшем случае, когда среда распространения линейная, стационарная и однородная, такая задача сводится к решению трех независимых уравнений совместно с начальными и граничными условиями, описывающих распространение Е-, Н- и Т-волн. Для решения задач излучения и распространения нестационарных электромагнитных полей в свободном пространстве в работе [3] был произведен переход от представления поля в виде дискретной суммы мод к представлению в виде интеграла по модам свободного пространства. Как пример в [4] в приближении Кирхгофа решена задача излучения из открытого конца коаксиального волновода с бесконечным фланцем, возбуждаемого нестационарной ТЕМ-волной.

Целью данной статьи является строгое решение задачи излучения из открытого конца коаксиального волновода и исследование энергетических характеристик излученного поля. Первая часть статьи посвящена решению задачи дифракции ТЕМ-волны со ступенчатой зависимостью от времени на открытом конце волновода. Во второй части анализируется энергия излученного поля при возбуждении волновода ТЕМ-волной с произвольной временной зависимостью.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Внутри полубесконечного коаксиального волновода с внутренним радиусом b и внешним радиусом a распространяется ТЕМ-волна с временной зависимостью в виде функции Хевисайда. Достигнув раскрытия волновода, она преобразуется в отраженные волны и излучается в свободное пространство.

Согласно [2], электромагнитное поле внутри коаксиального волновода представляется в виде

$$\begin{aligned} \vec{H}(\rho, \varphi, z, t) &= \sum_{m=0}^{\infty} \nabla \psi_m(\rho, \varphi) \frac{\partial}{\partial z} h_m(z, t) + \sum_{n=0}^{\infty} [\nabla \phi_n(\rho, \varphi) \times \vec{z}_0] \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} e_n(z, t) + [\nabla U(\rho, \varphi) \times \vec{z}_0] \frac{\partial}{\partial z} f(z, t); \\ \vec{E}(\rho, \varphi, z, t) &= \sum_{m=0}^{\infty} [\vec{z}_0 \times \nabla \psi_m(\rho, \varphi)] \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} h_m(z, t) + \sum_{n=0}^{\infty} \nabla \phi_n(\rho, \varphi) \frac{\partial}{\partial z} e_n(z, t) + \nabla U(\rho, \varphi) \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} f(z, t); \\ H_z(\rho, \varphi, z, t) &= \sum_{m=0}^{\infty} \chi_m^2 \psi_m(\rho, \varphi) h_m(z, t); \quad E_z(\rho, \varphi, z, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \xi_n^2 \phi_n(\rho, \varphi) e_n(z, t), \end{aligned} \quad (1)$$

где ρ, φ, z – цилиндрические координаты, $\vec{z}_0$ – орт продольной оси, ϵ_0 и μ_0 – электрическая и

магнитная постоянная, $\psi_m(\rho, \varphi)$ и $\phi_n(\rho, \varphi)$ – мембранные функции, определяющие распределение поля в сечении волновода, χ_m, ξ_n – их собственные числа, удовлетворяющие уравнениям

$$(\Delta + \chi_m^2)\psi_m(\rho, \varphi) = 0; (\Delta + \xi_n^2)\phi_n(\rho, \varphi) = 0; \Delta U(\rho, \varphi) = 0,$$

граничным условиям $\frac{\partial}{\partial n}\psi_m\Big|_L = 0; \phi_n\Big|_L = 0; U\Big|_{\rho=b} = 0; U\Big|_{\rho=a} = p$ и условиям нормировки

$$\left(\chi_m^2/\pi(a^2 - b^2)\right)\int_S dS |\psi_m|^2 = 1; \left(\xi_n^2/\pi(a^2 - b^2)\right)\int_S dS |\phi_n|^2 = 1; \left(1/\pi(a^2 - b^2)\right)\int_S dS |\nabla U|^2 = 1, \quad (2)$$

L – контур поперечного сечения волновода, p – константа, подлежащая нахождению из условия нормировки, S – поперечное сечение волновода, $h_m(z, t)$, $e_n(z, t)$ и $f(z, t)$ – эволюционные коэффициенты, описывающие независимое распространение Н-, Е- и ТЕМ-волн соответственно и удовлетворяющие эволюционным уравнениям

$$\left\{\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \chi_m^2\right\}h_m(z, t) = 0; \left\{\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \xi_n^2\right\}e_n(z, t) = 0; \left\{\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right\}f(z, t) = 0,$$

которые дополнены начальными и граничными условиями, c – скорость света. В коаксиальном волноводе ТЕМ-волна представлена единственной модой.

Поле в свободном пространстве, в соответствии с [3], имеет вид

$$\begin{aligned} \vec{H}(\rho, \varphi, z, t) &= -\sum_{m=0}^{\infty} \int_0^{\infty} d\chi \nabla \psi_m^s(\rho, \varphi; \chi) \frac{\partial}{\partial z} A_m(z, t; \chi) + \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^{\infty} d\xi [\vec{z}_0 \times \nabla \phi_n^s(\rho, \varphi; \xi)] \epsilon_0 \frac{\partial}{\partial t} B_n(z, t; \xi); \\ \vec{E}(\rho, \varphi, z, t) &= \sum_{m=0}^{\infty} \int_0^{\infty} d\chi [\nabla \psi_m^s(\rho, \varphi; \chi) \times \vec{z}_0] \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} A_m(z, t; \chi) - \sum_{n=0}^{\infty} \int_0^{\infty} d\xi \nabla \phi_n^s(\rho, \varphi; \xi) \frac{\partial}{\partial z} B_n(z, t; \xi); \end{aligned} \quad (3)$$

$$H_z(\rho, \varphi, z, t) = -\sum_{m=0}^{\infty} \int_0^{\infty} d\chi \chi^2 \psi_m^s(\rho, \varphi; \chi) A_m(z, t; \chi); E_z(\rho, \varphi, z, t) = -\sum_{n=0}^{\infty} \int_0^{\infty} d\xi \xi^2 \phi_n^s(\rho, \varphi; \xi) B_n(z, t; \xi),$$

где $\psi_m^s(\rho, \varphi; \chi) = J_m(\chi\rho)e^{im\varphi}/\sqrt{\chi}$; $\phi_n^s(\rho, \varphi; \xi) = J_n(\xi\rho)e^{in\varphi}/\sqrt{\xi}$, $J_m(\cdot)$ – функция Бесселя, $A_m(z, t; \chi)$ и $B_n(z, t; \xi)$ – эволюционные коэффициенты, описывающие распространение Н- и Е-волн соответственно и удовлетворяющие эволюционным уравнениям типа уравнения Клейна-Гордона

$$\left\{\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \chi^2\right\}A_m(z, t; \chi) = 0; \left\{\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2} + \xi^2\right\}B_n(z, t; \xi) = 0,$$

которые дополнены начальными и граничными условиями.

Поле ТЕМ-волны внутри коаксиального волновода, согласно (1)-(2), имеет вид

$$\vec{E} = -\vec{\rho}_0 \sqrt{(a^2 - b^2)/2 \ln \frac{a}{b}} \frac{1}{\rho} \mu_0 \frac{\partial}{\partial t} f; \vec{H} = \vec{\varphi}_0 \sqrt{(a^2 - b^2)/2 \ln \frac{a}{b}} \frac{1}{\rho} \frac{\partial}{\partial z} f,$$

где $\vec{\rho}_0, \vec{\varphi}_0$ – орты цилиндрической системы координат, $f(z, t) = f^i(z, t) + f^r(z, t)$, $f^i(z, t)$ и $f^r(z, t)$ – эволюционные коэффициенты, описывающие падающую и отраженную волны соответственно, которые подчиняются эволюционному уравнению

$$\left\{\frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2} - \frac{\partial^2}{\partial z^2}\right\}f(z, t) = 0.$$

Задав для падающей волны нулевые начальные условия по времени $f(z, t_0) = 0$, $\frac{\partial}{\partial t} f(z, t_0) = 0$ и условия в произвольном сечении волновода $z = -z_0$

$$f^i(z, t)\Big|_{z=-z_0} = \varphi(ct) = (ct + z_0)H(ct + z_0); \frac{\partial}{\partial z} f^i(z, t)\Big|_{z=-z_0} = \psi(ct) = -H(ct + z_0),$$

где $H(\cdot)$ – функция Хевисайда, а также используя формулу Даламбера

$$f'(z, t) = \frac{1}{2} [\varphi(ct - z) + \varphi(ct + z)] + \frac{1}{2} \int_{ct-z}^{ct+z} d\theta \psi(\theta),$$

получим $f'(z, t) = (ct - z)H(ct - z)$. Таким образом, в сечении $z = -z_0$ в момент времени $t_0 = -z_0/c$ возникает волна со ступенчатой зависимостью компонент поля от времени, распространяющаяся в направлении возрастания z .

НАХОЖДЕНИЕ ИЗЛУЧЕННОГО ПОЛЯ

Из условия непрерывности полей в коаксиальном волноводе и свободном пространстве в сечении $z = 0$, используя ортогональность мод, получаем соотношения, связывающие амплитуды падающей, отраженной и излученной волн:

$$\left. \frac{\partial}{\partial z} f^i \right|_{z=0} + \left. \frac{\partial}{\partial z} f^r \right|_{z=0} = \sqrt{2 / \ln \frac{a}{b} (a^2 - b^2)} \int_0^\infty \frac{d\xi}{\sqrt{\xi}} [J_0(\xi a) - J_0(\xi b)] \epsilon_0 \left. \frac{\partial}{\partial t} B \right|_{z=0}; \quad (4)$$

$$\mu_0 \left(\left. \frac{\partial}{\partial t} f^i \right|_{z=0} + \left. \frac{\partial}{\partial t} f^r \right|_{z=0} \right) = \sqrt{2 / \ln \frac{a}{b} (a^2 - b^2)} \int_0^\infty \frac{d\xi}{\sqrt{\xi}} [J_0(\xi a) - J_0(\xi b)] \left. \frac{\partial}{\partial z} B \right|_{z=0}. \quad (5)$$

В работе [5] приведено общее решение уравнения Клейна-Гордона. Ограничиваясь использованием цилиндрических функций только целого индекса, запишем поле в свободном пространстве в виде ряда.

$$B(z, t; \xi) = \sum_{m=0}^{\infty} C_m(\xi) \left(\frac{ct - z}{ct + z} \right)^{\frac{m}{2}} J_m \left(\xi \sqrt{c^2 t^2 - z^2} \right);$$

где $C_m(\xi)$ – неизвестные функции, зависящие только от ξ . Отраженная ТЕМ-волна имеет вид

$$f^r(z, t) = A(ct + z)H(ct + z),$$

где неизвестная функция $A(\cdot)$ определяет зависимость амплитуды отраженной волны от времени и продольной координаты. Подставляя эти решения в (4-5) и пользуясь формулой 2.12.31.7 [6]

$$\int_0^\infty dx [J_0(cx) - J_0(dx)]^2 / x = \ln(c/d), \quad c > d > 0,$$

находим амплитуду излученного поля

$$B(z, t; \xi) = D \frac{[J_0(\xi b) - J_0(\xi a)]}{\xi^{3/2}} \left\{ \left(\frac{ct - z}{ct + z} \right)^{\frac{1}{2}} J_1 \left(\xi \sqrt{c^2 t^2 - z^2} \right) + 2 \sum_{m=1}^{\infty} \left(\frac{ct - z}{ct + z} \right)^{m+\frac{1}{2}} J_{2m+1} \left(\xi \sqrt{c^2 t^2 - z^2} \right) \right\},$$

где $D = c\mu_0 \sqrt{2(a^2 - b^2) / \ln(a/b)}$. Подставляя это выражение в (3), получим переходную диаграмму излучателя – поле в свободном пространстве при возбуждении единичным скачком.

ЭНЕРГЕТИЧЕСКИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ПОЛЯ В СВОБОДНОМ ПРОСТРАНСТВЕ

Амплитуда, отн. ед.

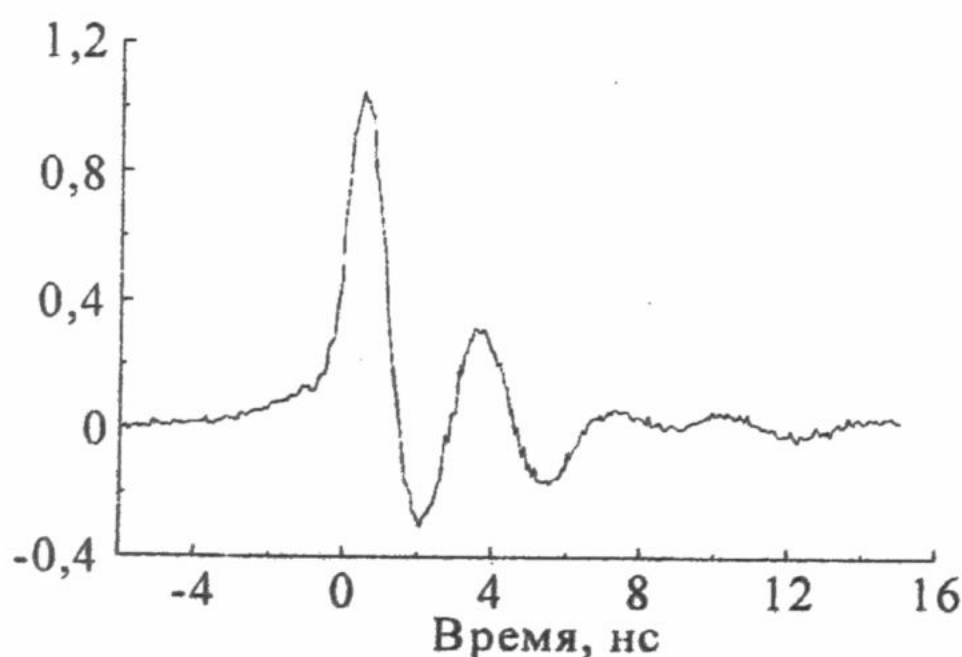


Рис.1. Временная зависимость возбуждающего импульса

Для нахождения поля, возбуждаемого ТЕМ-волной с произвольной временной зависимостью, необходимо вычислить интеграл Дюамеля, содержащий переходную диаграмму и зависимость от времени возбуждающего поля ТЕМ-волны. При численном анализе использовался возбуждающий импульс длительностью $\tau = 1,2$ нс, характерный для импульсных генераторов [7] (рис. 1).

Для всех приведенных ниже графиков полагалось, что $a/b = 34$. Исследовалось излучение из волноводов с внешним диаметром много меньше, равным и много больше пространственной длительности импульса, соответственно $a = 0,1ct, ct, 10ct$.

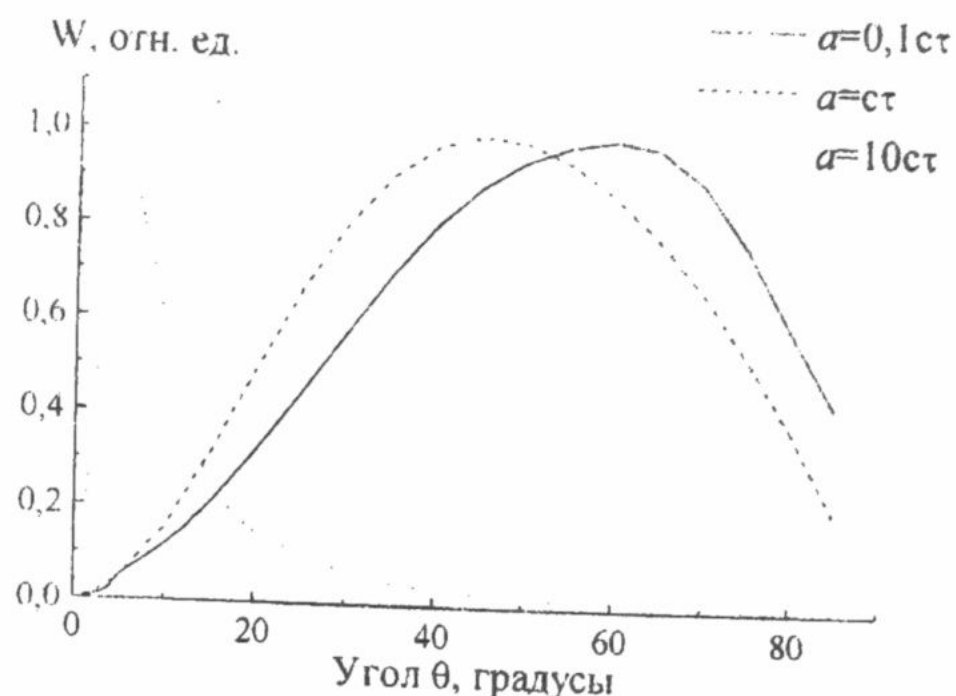


Рис. 2. Нормированные угловые зависимости поверхностной плотности энергии импульса для различных размеров апертуры

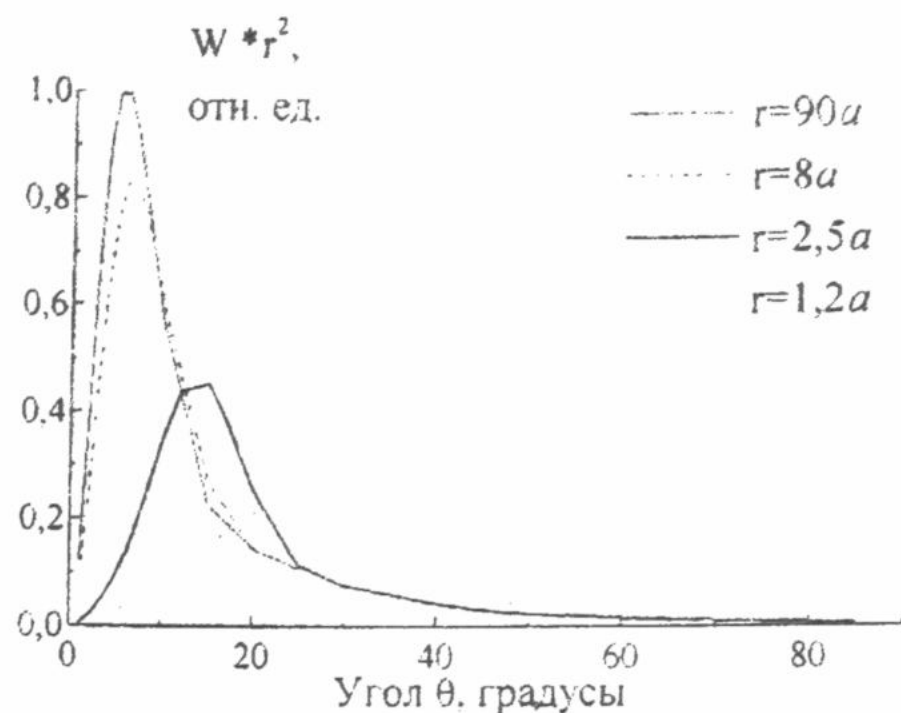


Рис.3. Угловые зависимости поверхностной плотности энергии импульса для размера апертуры $\alpha = 10\sigma\tau$ и различных r

На рис.2 представлены нормированные угловые зависимости поверхностной плотности энергии импульса W , рассчитанные для расстояния $r = 30a$ от центра излучающей апертуры, где r и θ – сферические координаты. Данные зависимости получены путем интегрирования по времени нормальной к поверхности сферы $r = 30a$ составляющей вектора Пойнтинга в заданной точке пространства. В первых двух случаях, когда внешний диаметр коаксиального волновода много меньше и сравним с пространственной длительностью импульса, как и ожидалось, излучение характеризуется слабой направленностью. Когда размеры излучающей поверхности много больше пространственной длительности импульса, большая часть энергии импульса излучается в направлениях, близких к оси волновода. На самой же оси плотность энергии импульса равна нулю, так как на ней поперечная электрическая компонента обращается в нуль в силу осевой симметрии излучателя.

Характер зависимости энергии импульса от расстояния является главным критерием наличия или отсутствия у исследуемого излучения свойств "электромагнитного снаряда". В рассматриваемом случае для излучателя с радиусом внешнего проводника $a = 10\sigma\tau$ характер зависимости энергии импульса от расстояния начиная с $r = 90a$ не изменяется, т.е. энергия убывает как квадрат обратного расстояния. На рис.3 приведена нормированная на максимум зависимость поверхностной плотности энергии от угла θ для $r = 90a$. Относительно нее построены зависимости плотности энергии для меньших расстояний между точкой наблюдения и центром излучателя с учетом приближения к источнику, т.е. их величины умножались на $r^2/8100a^2$. Так как ни одна из точек на приведенных зависимостях не превышает максимума при $r = 90a$, "электромагнитный снаряд" отсутствует.

ВЫВОДЫ

При помощи метода модового базиса решена задача дифракции нестационарной ТЕМ-волны на открытом конце коаксиального волновода. Применение сопряжения полей позволили получить аналитические выражения для полей, излученных в свободное пространство при возбуждении ТЕМ-волной со ступенчатой зависимостью от времени. Решение для волны с произвольной зависимостью от времени получено путем вычисления интеграла Дюамеля. Анализ энергетических характеристик излученного поля показал, что оно не обладает свойствами "электромагнитного снаряда".

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Wu T.T. // J. Appl. Phys. 1985. V.57. №7. P.2370-2373.
2. Tretyakov O.A. Essentials of Non-stationary and Nonlinear Electromagnetic Field Theory. Analytical and Numerical Methods in Electromagnetic Wave Theory. Edited by Hashimoto M., Idemen M., and Tretyakov O.A. Tokyo. Science House Co., Ltd, 1993. 572 p.
3. Третьяков О.А., Думин А.Н. // Электромагнитные волны & электронные системы. 1998. Т.3. №1. С.12-22.
4. Думин А.Н. // Вестник Харьковского университета. Радиофизика и радиоэлектроника. 1998. №405. С.52-55.
5. Миллер У. мл. Симметрия и разделение переменных. М. Мир, 1981. 342 с.
6. Прудников А.П. и др. Интегралы и ряды. Специальные функции. М. Наука, 1983. 752 с.
7. Пивненко С.Н., Колчигин Н.Н. // Вісник Харківського університету. Радіофізика та електроніка. 1998. Вип. 1. №427. С.91-94.

ЗАКОНОМЕРНОСТИ ЧАСТОТНОГО СКАНИРОВАНИЯ В ВОЛНОВОДНО-ЩЕЛЕВЫХ АНТЕННАХ С ПРОДОЛЬНЫМ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИМ СЛОЕМ ВНУТРИ ВОЛНОВОДА

Л.П.Яцук, А.Ф.Ляховский, А.А.Ляховский

Харьковский национальный университет, 61077, г. Харьков, пл. Свободы, 4,
E-mail: Ludmila.P.Yatsuk@univer.kharkov.ua
Поступила в редакцию 23 декабря 1999 г.

Исследуется возможность увеличения углочастотной чувствительности сканирующих волноводно-щелевых антенн путем частичного заполнения волновода диэлектриком. Рассмотрен случай, когда в прямоугольном волноводе параллельно его узким стенкам по центру расположен тонкий слой диэлектрика. Исследованы дисперсионные свойства такого волновода, закономерности изменения резонансного значения коэффициента излучения продольной щели в зависимости от смещения её центра относительно узкой стенки, а также её диапазонные свойства. Получено условие, при котором в процессе сканирования не повышается уровень дальних боковых лепестков.
Ключевые слова: волновод, щель, длина волны, коэффициент излучения, боковые лепестки, сканирование.

При создании волноводно-щелевых антенн с частотным сканированием важным параметром является их углочастотная чувствительность, величина которой пропорциональна крутизне дисперсионной характеристики волновода. В полном волноводе по мере приближения рабочей длины волны (λ) к критической ($\lambda_{кр}$) увеличению крутизны дисперсионной характеристики сопутствует быстрое увеличение длины волны в волноводе (λ_g). При этом расстояния между соседними излучателями, например, в системе синфазных продольных щелей, расположенных в шахматном порядке на расстояниях $d = \lambda_g / 2$, значительно превосходят половину длины волны в свободном пространстве. Как известно [1,2], это приводит при отклонении луча от нормали к решетке в одну сторону если не к появлению интерференционного максимума первого порядка в секторе углов по другую сторону от нее, то к повышению уровня дальних боковых лепестков. Минимальный уровень боковых лепестков диаграммы направленности однородной синфазной решетки, состоящей из N излучателей, равный $1/N$, наблюдается на границах сектора действительных углов, если расстояние между соседними излучателями не превосходит $\lambda/2$. В полном волноводе, в принципе, невозможно сблизить соседние излучатели до расстояния $d = \lambda/2$, поскольку здесь всегда $\lambda_g > \lambda$. Для достижения этой цели необходимо замедлить волну в волноводе. Самый простой способ – это полностью заполнить волновод диэлектриком. Но он имеет по крайней мере два недостатка. Во-первых, полное заполнение волновода увеличивает вес антенны, во-вторых, что имеет принципиальное значение, рабочая полоса частот волновода целиком сдвигается в длинноволновую область, поскольку критические длины волн $\lambda_{кр}$ основного типа H_{10} и ближайшего к нему типа H_{20} одновременно увеличиваются в $\sqrt{\epsilon}$ раз (ϵ – относительная диэлектрическая проницаемость диэлектрика). Поэтому необходимость сохранения одномодового режима не дает возможности в достаточной мере сместить рабочую длину волны от $\lambda_{кр}$ волны основного типа. Решением указанной проблемы может служить частичное заполнение волновода диэлектриком. Целью настоящей работы является исследование возможности улучшения характеристик частотного сканирования волноводно-щелевых антенн с помощью частичного заполнения волновода диэлектриком.

РЕЗУЛЬТАТЫ ИССЛЕДОВАНИЙ

Если узкий слой диэлектрика с высоким значением ϵ поместить в центре волновода параллельно узким стенкам, он существенно увеличит критическую длину волны типа H_{10} и практически не повлияет на волну типа H_{20} . Это объясняется тем, что ввиду малой толщины слой диэлектрика находится в области пучности электрического поля E волны типа H_{10} и практически нулевого поля E волны типа H_{20} . Эти физические соображения хорошо подтверждаются расчетами. В случае диэлектрической пластины толщиной 1 мм с $\epsilon = 10$, помещенной в волновод сечением 23x10 мм, для волны основного типа критиче-

ская длина волны становится $\lambda_{кр} = 63$ мм, тогда как $\lambda_{кр}$ ближайшего высшего типа волны остается практически неизменной ($\lambda_{кр} \approx 23$ мм). На рис. 1 представлена дисперсионная характеристика для основного типа волны в таком волноводе. Зависимость отношения λ_g/λ от λ рассчитана в области длин волн одномодового режима. Здесь λ_g – длина основной волны в волноводе с диэлектриком, определяемая из дисперсионного уравнения. Видим, что условие $\lambda_g/\lambda < 1$ выполняется для длин волн $\lambda \leq 45$ мм. Если антенна запитывается от генератора полым стандартным волноводом 23×10 мм, это условие выполняется во всем его рабочем диапазоне частот, который в соответствии с данными [3] находится в пределах длин волн $24.3 \text{ мм} \leq \lambda \leq 36.8 \text{ мм}$.

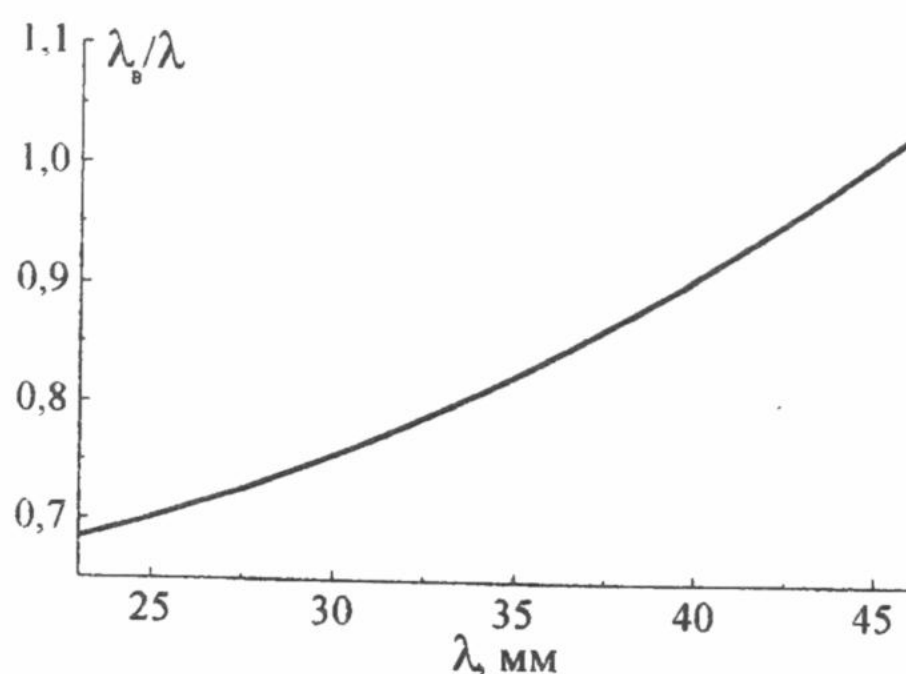


Рис. 1. Дисперсионная характеристика волновода с диэлектриком

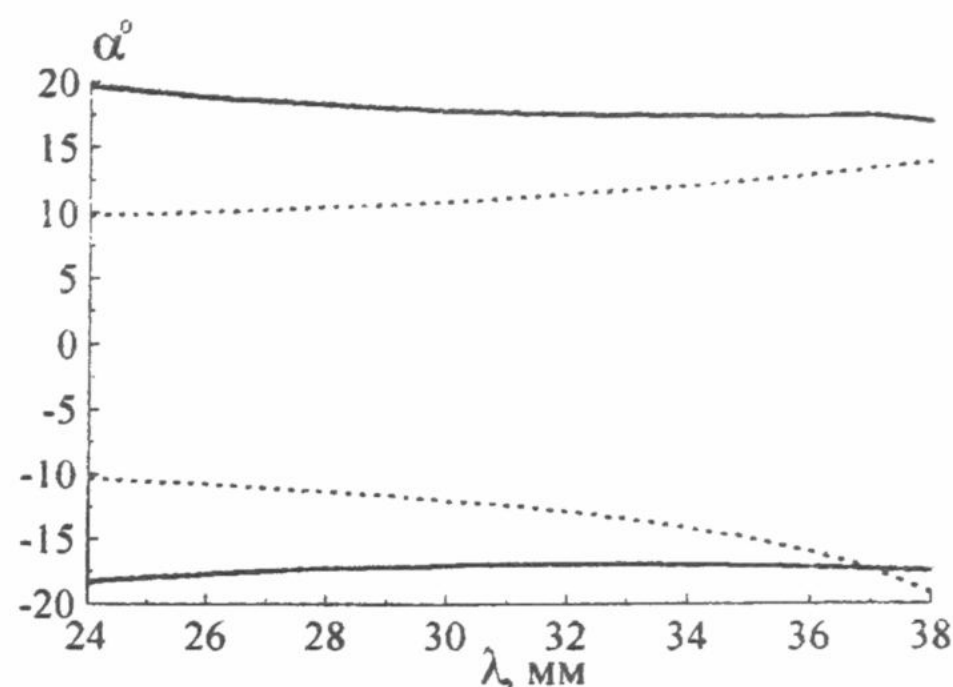


Рис. 2. Сектор сканирования волноводно-щелевой антенны

Проанализируем сектор сканирования главного лепестка диаграммы направленности (ДН) волноводно-щелевой антенны, представляющей собой систему продольных щелей в широкой стенке рассматриваемого волновода с диэлектрическим слоем, расположенных в шахматном порядке. Подчеркнем, что расстояния между щелями, разнесенными на 0,5 длины волны в волноводе, при этом оказываются меньшими, чем половина длины волны в свободном пространстве. Формула для синуса угла отклонения луча от нормали к решетке имеет вид:

$$\sin \alpha = (\lambda_g - \tilde{\lambda}_g) \tilde{\lambda} / (\lambda_g \tilde{\lambda}_g), \quad (1)$$

где λ_g и $\tilde{\lambda}_g$ – длины волн в волноводе на центральной и смещенной частотах, $\tilde{\lambda}$ – длина волны в свободном пространстве на смещенной частоте. Положительным углом α соответствует отклонение луча от нормали в сторону нагрузки, отрицательным – в сторону генератора.

Результаты расчета представлены на рис. 2 сплошными линиями. На оси абсцисс рис. 2 отложена длина волны λ_0 , соответствующая центральной частоте f_0 , на оси ординат – углы отклонения главного луча ДН от нормали к решетке α при частотах f_1 и f_2 , соответственно равных $f_{1,2} = f_0 \pm 15\% f_0$. Для сравнения на том же рисунке приведены расчетные данные для случая щелей, прорезанных в полном волноводе (штриховые линии). Расчет для полого волновода проведен по формуле (2), полученной из (1) подстановкой выражений для длины волны в однородно заполненном волноводе на центральной и смещенной частотах:

$$\sin \alpha = \sqrt{1 - (\tilde{\lambda}/\lambda_{кр})^2} - \tilde{\lambda}/\lambda_0 \sqrt{1 - (\lambda_0/\lambda_{кр})^2}. \quad (2)$$

Видим, что сектор сканирования луча при 15% отклонении частоты от центральной во всем рабочем диапазоне в случае волновода с диэлектриком превышает таковой для полого волновода. Следовательно, углочастотная чувствительность в случае волновода, нагруженного диэлектриком, заметно выше, чем для полого волновода. Кроме того, из-за разнеса соседних излучателей в полном волноводе на расстояние,

большее половины длины в свободном пространстве, такая антенна имеет еще один недостаток: более высокий уровень дальних боковых лепестков, чем в антенне на базе волновода с диэлектриком.

Чтобы самые дальние боковые лепестки при отклонении луча не превосходили минимально возможного уровня, необходимо, чтобы выполнялось условие:

$$\lambda_{e0} \leq \tilde{\lambda} \left(1 - \left| \lambda_{e0} / \tilde{\lambda}_e - 1 \right| \right) \quad (3)$$

Здесь следует рассмотреть отдельно два случая: когда частота увеличивается или уменьшается по сравнению с центральной. В первом случае отношение $\lambda_{e0} / \tilde{\lambda}_e > 1$, и из (3) получаем выражение, которое накладывает ограничение на возможное отклонение частоты от центральной:

$$\left(1 + \tilde{\lambda}_e / \tilde{\lambda} \right) \lambda_{e0} / \tilde{\lambda}_e \leq 2. \quad (4)$$

Это соотношение может выполняться только при условии, что длина волны в волноводе меньше длины волны в свободном пространстве, причем, чем меньше значение выражения в круглых скобках по сравнению с 2, тем больше может превосходить единицу дробь вне скобок.

При увеличении длины волны по сравнению с центральной выражение (3) сводится к совсем простому, менее жесткому, чем в (4), условию:

$$\tilde{\lambda} / \tilde{\lambda}_e > 1, \quad (5)$$

из которого следует, что для получения желаемого уровня боковых лепестков достаточно работать в той области частот, где длина волны в волноводе меньше длины волны в свободном пространстве.

Большой интерес для практики представляют собой резонансные свойства продольной щели в рассматриваемом нагруженном волноводе, прежде всего – ее резонансная длина. Мы исследовали длину резонансной щели L_p в зависимости от положения центра щели на двух крайних центральных частотах, соответствующих $\lambda_0 = 28$ мм и $\lambda_0 = 31$ мм, при которых смещенные на 15% частоты не выходят за пределы выбранного рабочего диапазона. Расчеты проведены на основании решения задачи возбуждения волновода со слоистым диэлектриком продольным магнитным током модифицированным методом собственных волн [4]. При этом использовалось приближение синусоидального распределения поля вдоль щели (одна полу-волна синусоиды), постоянного поля поперек нее, учитывалась толщина стенки волновода и предполагалось, что щель излучает поле в свободное полупространство.

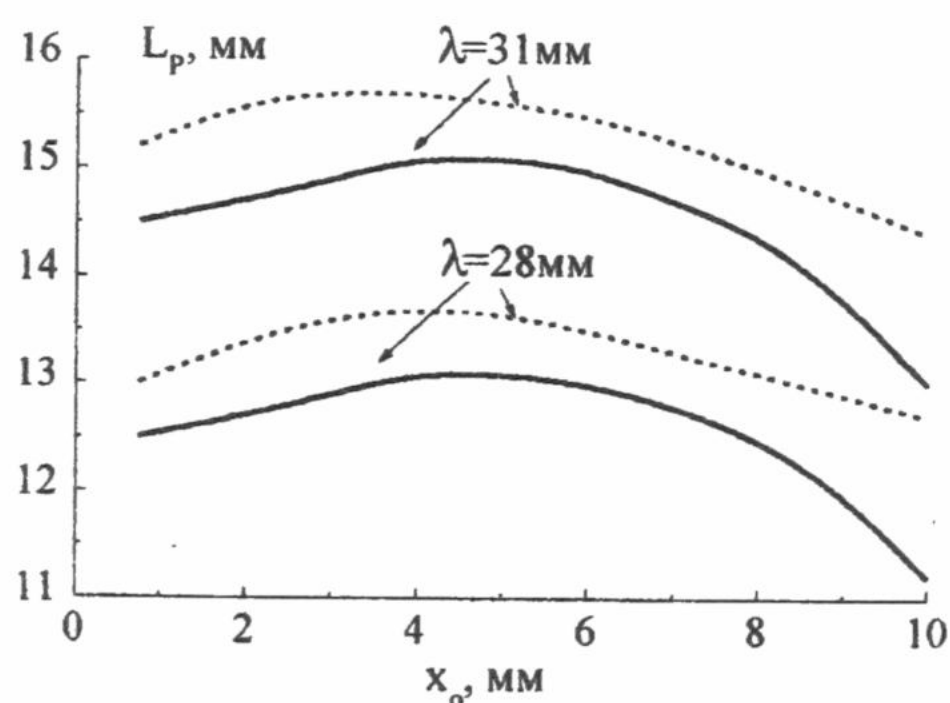


Рис. 3. Зависимость резонансной длины щели от смещения.

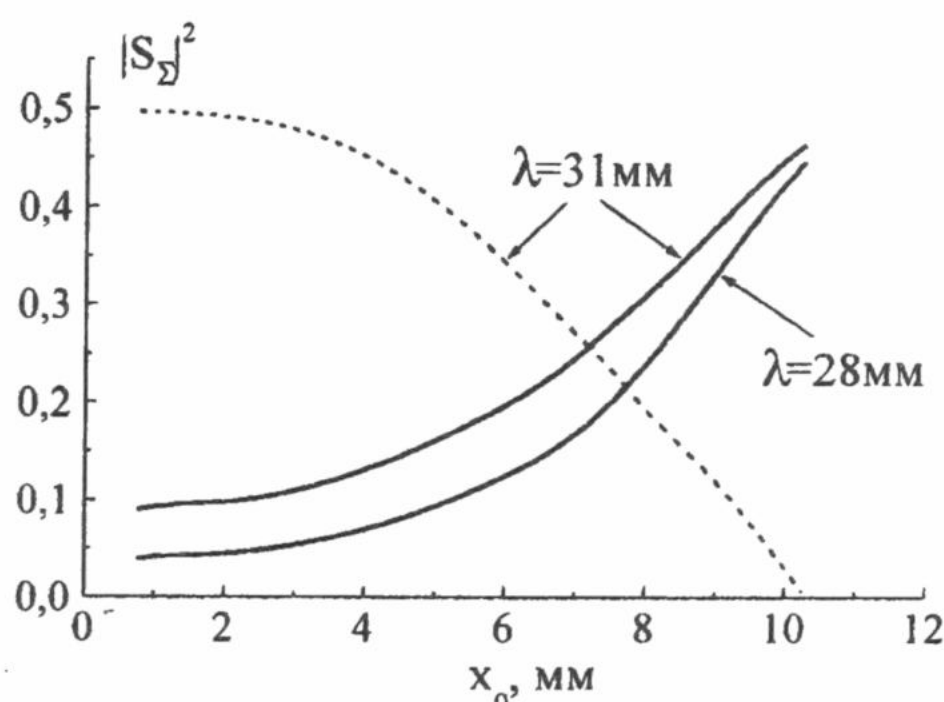


Рис. 4. Зависимость коэффициента излучения от смещения.

Результаты расчета приведены на рис.3, где x_0 - смещение центра щели от узкой стенки волновода. Как и в пустом волноводе (штриховые линии), резонансная длина щели в нагруженном волноводе (сплошные линии) изменяется в зависимости от x_0 немонотонно. Под влиянием диэлектрика резонансная

длина щели L_p уменьшается. Укорочение резонансной длины щели по сравнению с $\lambda_0/2$ в свободном пространстве при длине волны $\lambda_0=28$ мм оказывается больше, чем при $\lambda_0=31$ мм.

Существенно и то, что уровни резонансных значений коэффициентов излучения $|S_\Sigma|^2$ (рис.4, сплошные линии), в отличие от случая полого волновода (штриховая линия), возрастают по мере смещения щели от узкой стенки. Это объясняется перераспределением поля в поперечном сечении волновода за счет присутствия в волноводе слоя диэлектрика с высоким значением ϵ . Разумеется, при центральном положении щель не возбуждается (на рисунке это не показано). Изменение уровня коэффициента излучения щели при смещении ее в поперечном направлении может быть использовано для формирования амплитудного распределения вдоль антенны. Следует также отметить важный для практики факт, что уровни коэффициента отражения не превосходят таковые в полом волноводе.

Проведено также сравнение диапазонных свойств продольной щели в полом и нагруженном волноводе. Исследовали изменение коэффициента излучения щели в зависимости от λ в случае $x_0=7,1$ мм, при котором резонансные значения $|S_\Sigma|^2$ для полого и нагруженного волновода совпадают. Относительный диапазон, в котором коэффициент излучения остается выше уровня $0,5|S_\Sigma|_{\max}^2$ для щели в нагруженном волноводе, сужается не более чем на 2% по сравнению со щелью в полом волноводе. Для расширения ее полосы пропускания можно принять специальные меры, например, увеличить ширину щели или вместо излучателя в виде одиночной щели использовать систему двух близко расположенных щелей, незначительно различающихся по длине.

ВЫВОДЫ

Размещение посредине прямоугольного волновода параллельно его узким стенкам тонкого диэлектрического слоя с высокой диэлектрической проницаемостью существенно увеличивает критическую длину волны основного типа, практически не влияет на волну H_{20} , благодаря чему расширяется диапазон частот одномодового режима работы волновода. Длина волны в таком волноводе остается меньше длины волны в свободном пространстве практически во всем рабочем диапазоне частот исходного полого волновода. Это позволяет реализовать волноводно-щелевую антенну с расстоянием между излучателями меньше половины длины волны в свободном пространстве, что дает возможность сохранить при частотном сканировании низкий уровень дальних боковых лепестков. Показано, что частичное заполнение волновода диэлектриком повышает углочастотную чувствительность волноводно-щелевой антенны, а также приводит к тому, что зависимость коэффициента излучения продольной щели от смещения относительно узкой стенки по характеру принципиально отличается от таковой для полого волновода.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Шубарин Ю.В. Антенны сверхвысоких частот. Х.: Изд-во Харьковского университета, 1960. 284 с.
2. Антенны и устройства СВЧ. Проектирование фазированных антенных решеток / Под ред. проф. Д.И. Воскресенского. М.: Радио и связь, 1981. 432 с.
3. Фельдштейн А.Л., Явич Л.Р., Смирнов В.П. Справочник по элементам волноводной техники. М.: Сов. радио, 1967. 652 с.
4. Яцук Л.П. Рассеяние волноводных волн на щелевых и вибраторно-щелевых неоднородностях. Дисс...докт. физ.-мат. наук. Харьков.: Харьковский университет, 1997. 333 с.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ИЗЛУЧАТЕЛЯ В ВИДЕ ОТКРЫТОГО КОНЦА КРУГЛОГО ВОЛНОВОДА

Н.Н. Горобец, Л.В. Орлова, А.В. Шишкова

*Харьковский госуниверситет, 310077 Харьков, пл. Свободы, 4,
тел.: 0572-45-71-75, факс: 0572-47-18-16, e-mail: Nikolay.N.Gorobets@univer.Kharkov.ua*

Поступила в редакцию 17 октября 1999г

На основе электродинамически строгого метода Л.А. Вайнштейна разработана математическая модель излучателя в виде открытого конца круглого волновода, возбуждаемого волной основного типа H_{11} . Получены аппроксимационные формулы, позволяющие с высокой степенью точности рассчитывать во всем пространстве наблюдения диаграммы направленности по мощности, нормированные к мощности в главном максимуме излучения, в широком диапазоне частот. Максимальная абсолютная погрешность полученных аппроксимационных формул не превышает 2.3 дБ до уровня не выше – 20 дБ.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: дифракция, открытый конец круглого волновода, метод Вайнштейна, метод Кирхгофа, математическая модель.

В настоящее время в микроволновой технике все большие требования предъявляются к точности расчета антенных систем. Как известно, волноводные излучатели, работающие на волне основного типа H_{11} , находят широкое применение в современной микроволновой технике в качестве элементов антенных решеток и как облучатели остронаправленных зеркальных и линзовых антенн. Точность расчета энергетических, фазовых и поляризационных характеристик остронаправленных зеркальных антенн в значительной мере определяется точностью расчета характеристик облучателя. Наиболее точной теорией волноводного излучателя, хотя и с определенными ограничениями в постановке задачи (полубесконечный волновод с бесконечно тонкими идеально проводящими стенками) остается задача о дифракции электромагнитных волн на открытом конце круглого волновода, разработанная Л.А. Вайнштейном [1]. Характеристики излучения из открытого конца круглого волновода, рассчитанные по данной методике, хорошо совпадают с экспериментальными данными, наглядно интерпретируют физические процессы дифракции на открытом конце волновода, а именно: отражение от открытого конца основной волны, возбужденной в волноводе, появление в определенных частотных диапазонах отраженных волн высших типов, трансформированных из основной волны, в частности, трансформацию волны H_{11} в E_{1n} и H_{1k} , что позволяет исследовать влияние высших типов волн на направленные характеристики излучения. Следует отметить, что метод Вайнштейна - единственная возможность повысить точность теоретического исследования подобных излучателей, поскольку известные более простые приближенные апертурные методы не только не позволяют получить характеристики излучения многомодового волновода, но и для одномодового режима дают результаты, отличающиеся от экспериментальных. Кроме того, в связи с тем, что в данной задаче размеры волновода соизмеримы с длиной волны длинноволновые и коротковолновые асимптотические методы не применимы. Детальное сравнение приближенных апертурных методов [2] и электродинамической теории Вайнштейна проведено в [3]. Показано, что апертурные методы позволяют достаточно точно описать только главный лепесток диаграммы направленности (ДН), в описании бокового и заднего излучения этот метод дает существенные ошибки. Оказалось также, что метод Кирхгофа не применим для расчета фазовых и поляризационных характеристик такого излучателя. Необходимо отметить, что, несмотря на все очевидные достоинства строгой электродинамической теории, ее применение весьма затруднено для практики, что связано с громоздкостью и сложностью математического аппарата, используемого для расчета. Проблема может быть решена, если эти расчеты, проведенные один раз, аппроксимировать простыми функциями с наперед заданной точностью. Целью настоящей статьи и является решение этой задачи.

РЕШЕНИЕ ЗАДАЧИ

На основе электродинамически строгой теории Вайнштейна был разработан алгоритм и создан пакет программ для персонального компьютера на языке Фортран для расчета амплитудных, фазовых и поляризационных характеристик излучателя в виде открытого конца круглого волновода, возбуждаемого волной H_{11} . На рис. 1 изображен алгоритм решения задачи согласно методу Вайнштейна.

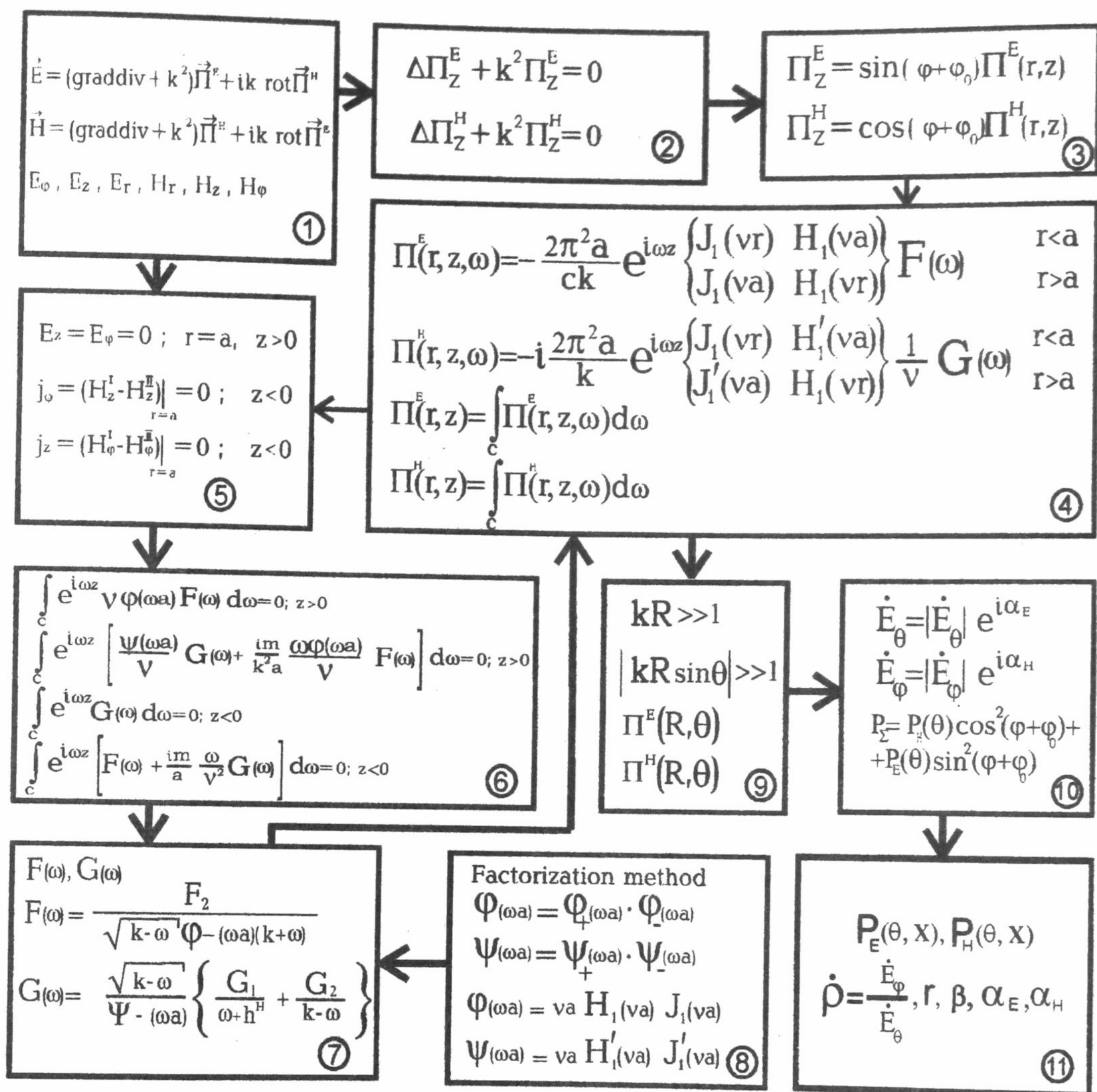


Рис.1. Алгоритм решения задачи излучения из открытого конца круглого волновода, возбуждаемого волной H_{11} , по методу Вайнштейна

Общее решение для компонент поля может быть выражено через электрический и магнитный векторы Герца (1). Функции Π^E и Π^H должны удовлетворять однородному уравнению Гельмгольца (2). Учитывая осевую симметрию исследуемой системы, будем считать, что электрический и магнитный векторы Герца имеют только z-ые проекции (3). Уравнения Гельмгольца допускают частные решения, зависящие от параметра ω , где ω - продольные волновые числа, $F(\omega)$ и $G(\omega)$ - спектральные функции распределения по волновым числам ω (4). Верхние функции в фигурных скобках относятся к области внутри волновода, нижние - к области вне волновода. Общее решение для электрического и магнитного векторов Герца будем искать в виде суперпозиции частных решений. Интегрирование проводится в плоскости комплексной переменной ω . Используя соответствующие граничные условия (5), получены функциональные уравнения для неизвестных функций $F(\omega)$ и $G(\omega)$ (6). Первые два функциональных уравнения получаются из условия равенства нулю тангенциальных составляющих электрического поля на металле при $z > 0$. Другие два следуют из чисто физических соображений. При $z < 0$ волновод отсутствует, а значит, и нет поверхностной плотности тока, то есть $j_z = j_\varphi = 0$. Из вида функциональных уравнений (6) вытекают определенные требования, накладываемые на функции $F(\omega)$ и $G(\omega)$. Эти требования позволяют предположить, что искомые функции могут иметь вид (7). Таким образом, задача сводится к нахождению функций $F(\omega)$ и $G(\omega)$. Используя метод факторизации и вычисляя вспомогательные кусочно-аналитические функции (8), находим функции $F(\omega)$ и $G(\omega)$, следовательно, электрический и магнитный потенциалы Герца. Переходя в сферическую систему координат, находим векторы Герца в дальней зоне наблюдения (9). Зная векторы Герца, находим поля излучения (10) и получаем амплитудные, фазовые и поляризационные характеристики излучения (11).

АППРОКСИМАЦИОННАЯ МОДЕЛЬ

Используя результаты строгого расчета излучателя в виде открытого конца круглого волновода, возбуждаемого волной основного типа H_{11} , разработана математическая модель, позволяющая с высокой степенью точности рассчитывать энергетические характеристики во всем пространстве наблюдения, как для одномодового, так и для широкоразмерного волновода. Аппроксимация проводилась по двум переменным: первая связана с направленностью излучателя (угол θ), вторая - с диаметром волновода и длиной волны ($x = ka = 2\pi a/\lambda$, a - радиус волновода). Зависимость комплексных амплитуд полей от угла φ согласно [1] описывается соотношением

$$E(\theta, \varphi) = E_\theta(\theta) \sin \varphi + E_\varphi(\theta) \cos \varphi. \quad (1)$$

Аппроксимационные формулы для ДН по мощности, нормированной к мощности в главном максимуме ДН получены в E- и H- плоскостях в следующем виде:

$$P_{\text{апр}}^E = \left(\prod_{n=1}^{N_e} \frac{x \cos \theta - \gamma_n^E}{x - \gamma_n^E} \right)^2 \left(\sum_{j=1}^7 E_j \cos(j-1)\theta \right)^{ME}; \quad (2)$$

$$P_{\text{апр}}^H = \left(\prod_{n=2}^{N_h} \frac{x \cos \theta - \gamma_n^H}{x - \gamma_n^H} \right)^2 \left(\sum_{j=1}^7 H_j \cos(j-1)\theta \right)^{MH}; \quad (3)$$

где $\gamma_n^E = \sqrt{x^2 - \nu_n^2}$, $\gamma_n^H = \sqrt{x^2 - \mu_n^2}$; N_e, N_h - число волн электрического и соответственно магнитного типов, которые могут распространяться при данном значении x ; ME, MH - показатель степени, значение которого изменяется в зависимости от режима работы волновода; ν_n - n-ый корень функции Бесселя первого порядка, μ_n - n-ый корень первой производной функции Бесселя первого порядка.

Значения ν_n и μ_n для $n=1...5$ равны:

$$\begin{aligned} \nu_1 &= 3.832, & \mu_1 &= 1.841, \\ \nu_2 &= 7.015, & \mu_2 &= 5.331, \\ \nu_3 &= 10.173, & \mu_3 &= 8.536, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \nu_4 &= 13.324, & \mu_4 &= 11.706, \\ \nu_5 &= 16.471, & \mu_5 &= 14.864 \\ \nu_6 &= 19.616 & \mu_6 &= 18.016. \end{aligned}$$

Например, для случая четырехмодового волновода, когда по волноводу кроме волны основного типа H_{11} могут распространяться волны E_{11} , H_{12} и E_{12} , выражения (2), (3) принимают следующий вид:

$$P_{\text{апр}}^E = \left[\left(\frac{x \cos \theta - \gamma_1^E}{x - \gamma_2^E} \right) \left(\frac{x \cos \theta - \gamma_2^E}{x - \gamma_2^E} \right) \right]^2 \left(\sum_{j=1}^7 E_j \cos(j-1)\theta \right)^4,$$

$$P_{\text{апр}}^H = \left(\frac{x \cos \theta - \gamma_2^H}{x - \gamma_2^H} \right)^2 \left(\sum_{j=1}^7 H_j \cos(j-1)\theta \right)^4.$$

Проведена аппроксимация функций H_j и E_j на десяти интервалах параметра x , соответствующих десяти режимам работы волновода:

$\mu_1 < x < \nu_1$ — одномодовый волновод, $\nu_1 < x < \mu_2$ — двумодовый волновод, $\mu_2 < x < \nu_2$ — трехмодовый волновод, $\nu_2 < x < \mu_3$ — четырехмодовый волновод, $\mu_3 < x < \nu_3$ — пятимодовый волновод, $\nu_3 < x < \mu_4$ — шестимодовый волновод, $\mu_4 < x < \nu_4$ — семимодовый волновод, $\nu_4 < x < \mu_5$ — восьмимодовый волновод, $\mu_5 < x < \nu_5$ — девятимодовый волновод, $\nu_5 < x < \mu_6$ — десятимодовый волновод.

Аппроксимационные формулы для функций H_j и E_j имеют следующий вид:

Для $\mu_1 < x < \nu_1$: $ME = 2, MH = 4,$

$$\begin{aligned} E_1 &= 0.7238/x - 0.04065x + 0.1997; \\ E_2 &= x(0.51878 - 0.05806x); \\ E_3 &= -0.369/x + 0.345; \\ E_4 &= 0.05446x - 0.09436; \\ E_5 &= 0.1375/x + 0.03341x - 0.11317; \\ E_6 &= 0.05584/x + 0.01784x - 0.07396; \\ E_7 &= 0.034x - 0.0139x^2 + 0.002x^3 - 0.022; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_1 &= 0.9906 - 0.2407x + 0.0222x^2; \\ H_2 &= -0.09734 + 0.246x - 0.03192x^2; \\ H_3 &= 0.178 - 0.015x + 0.0048x^2; \\ H_4 &= 0.0077x^2 - 0.0071x - 0.0743; \\ H_5 &= -0.0382 + 0.0513x - 0.008x^2; \\ H_6 &= 0.0927 - 0.0668x + 0.0094x^2; \\ H_7 &= 0.0322x - 0.004x^2 - 0.0514. \end{aligned}$$

Для $\nu_1 < x < \mu_2$: $ME = 3, MH = 4,$

$$\begin{aligned} E_1 &= 0.6521 - 0.0698x; \\ E_2 &= 0.1799 + 0.895x - 0.0099x^2; \\ E_3 &= 0.0597x - 0.0036x^2; \\ E_4 &= -0.0742 + 0.0294x; \\ E_5 &= 0.027 - 0.0091x + 0.0019x^2; \\ E_6 &= -0.03 + 0.0065x; \\ E_7 &= 0.0152 - 0.0049x + 0.000599x^2; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_1 &= 0.6638 - 0.0673x; \\ H_2 &= 0.277 - 1.8129x + 0.3738x^2 - 0.026x^3; \\ H_3 &= -0.6235 + 0.3303x - 0.0297x^2; \\ H_4 &= (0.153x - 0.074x^2 + 0.009x^3)/(x-3.7); \\ H_5 &= (0.0623x - 0.0114x^2)/(5.5-x); \\ H_6 &= (0.0736 - 0.0198x)/(x-3.7); \\ H_7 &= (0.0458 - 0.0081x)/(5.5-x). \end{aligned}$$

Для $\mu_2 < x < \nu_2$: $ME = 4, MH = 4,$

$$\begin{aligned} E_1 &= 0.6455 - 0.0559x; \\ E_2 &= 0.2176 + 0.0589x - 0.0055x^2; \\ E_3 &= 0.1625 - 0.0094x + 0.0029x^2; \\ E_4 &= -0.0834 + 0.0261x; \\ E_5 &= 1.4325 - 0.7204x + 0.1216x^2 - 0.0068x^3; \\ E_6 &= -0.0283 + 0.0049x; \\ E_7 &= 0.091 - 0.0299x + 0.0026x^2; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_1 &= 1.0635 - 0.2001x + 0.0123x^2; \\ H_2 &= (-1.962 + 0.3768x)/(x-5.2); \\ H_3 &= (0.2301x - 1.1954)/(x-5.2); \\ H_4 &= (0.0953x - 0.4587)/x^2; \\ H_5 &= (0.0453x - 0.2364)/(x-5.2); \\ H_6 &= 0.0367x - 0.0023x^2 - 0.1473; \\ H_7 &= (0.0068x - 0.035)/(x-5.2). \end{aligned}$$

Для $\nu_2 < x < \mu_3$: $ME = 4, MH = 4,$

$$\begin{aligned} E_1 &= 0.5236-0.03298x; \\ E_2 &= 0.47897-0.013x; \\ E_3 &= 0.1204+0.0124x; \\ E_4 &= -0.0513+0.0182x; \\ E_5 &= -0.03353+0.0089x; \\ E_6 &= -0.0344+0.0055x; \\ E_7 &= -0.0037+0.00097x; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_1 &= 0.4872-0.0314x; \\ H_2 &= (-2.2269+0.3294x)/(x-6.8); \\ H_3 &= (-0.5918+0.0871x)x^2/(x-6.8); \\ H_4 &= 0.0223x-0.0809; \\ H_5 &= -0.0125+0.0085x; \\ H_6 &= -0.05298+0.0073x; \\ H_7 &= -0.0071+0.002x. \end{aligned}$$

Для $\mu_3 < x < v_3$:

ME= 5, MH= 5,

$$\begin{aligned} E_1 &= 0.5459-0.0307x; \\ E_2 &= 0.4859-0.0123x; \\ E_3 &= 0.0937+0.014x; \\ E_4 &= -0.06097+0.0169x; \\ E_5 &= -0.0202+0.006x; \\ E_6 &= -0.0325+0.0043x; \\ E_7 &= -0.0118+0.0017x; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_1 &= (-6.2565+0.7569x)/(x^2(x-8.3)); \\ H_2 &= (-3.0255+0.3649x)/(x-8.3); \\ H_3 &= (-0.5973+0.0723x)x^2/(x-8.3); \\ H_4 &= -0.1047+0.01995x; \\ H_5 &= 0.0088+0.0039x; \\ H_6 &= -0.05454+0.0062x; \\ H_7 &= 0.0052+0.00009x. \end{aligned}$$

Для $v_3 < x < \mu_4$:

ME= 5, MH= 5,

$$\begin{aligned} E_1 &= 0.4712-0.021x; \\ E_2 &= 0.5045-0.0124x; \\ E_3 &= 0.1459+0.0072x; \\ E_4 &= -0.0345+0.0127x; \\ E_5 &= -0.0407+0.0076x; \\ E_6 &= -0.0376+0.0047x; \\ E_7 &= -0.0088+0.0012x; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_1 &= 0.4531-0.0209x; \\ H_2 &= 0.5227-0.0157x; \\ H_3 &= 0.1661+0.0069x; \\ H_4 &= -0.0517+0.0146x; \\ H_5 &= -0.0243+0.0072x; \\ H_6 &= -0.0548+0.0062x; \\ H_7 &= -0.011+0.0017x. \end{aligned}$$

Для $\mu_4 < x < v_4$:

ME= 6, MH= 6,

$$\begin{aligned} E_1 &= 0.4848-0.021x; \\ E_2 &= 0.5085-0.0114x; \\ E_3 &= 0.1166+0.00897x; \\ E_4 &= -0.0436+0.012x; \\ E_5 &= -0.0227+0.0052x; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_1 &= 0.4598-0.0175x; \\ H_2 &= 0.457-0.0073x; \\ H_3 &= 0.2148+0.00146x; \\ H_4 &= -0.0695+0.0134x; \\ H_5 &= -0.0103+0.0046x; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} E_6 &= -0.036+0.0039x; \\ E_7 &= -0.0184+0.0019x; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_6 &= -0.0483+0.0046x; \\ H_7 &= -0.0036+0.00074x. \end{aligned}$$

Для $v_4 < x < \mu_5$:

ME= 7, MH= 7,

$$\begin{aligned} E_1 &= 0.4959-0.0173x; \\ E_2 &= 0.5003-0.0089x; \\ E_3 &= 0.1256+0.0068x; \\ E_4 &= -0.0425+0.01x; \\ E_5 &= -0.0389+0.0055x; \\ E_6 &= -0.033+0.0031x; \\ E_7 &= -0.0073+0.00079x; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_1 &= 0.48899-0.0178x; \\ H_2 &= 0.5181-0.0112x; \\ H_3 &= 0.1291+0.0077x; \\ H_4 &= -0.06389+0.0117x; \\ H_5 &= -0.0114+0.0042x; \\ H_6 &= -0.0483+0.0041x; \\ H_7 &= -0.0126+0.0013x. \end{aligned}$$

Для $\mu_5 < x < v_5$:

ME= 8, MH= 8,

$$\begin{aligned} E_1 &= 0.5246-0.0176x; \\ E_2 &= 0.5048-0.0085x; \\ E_3 &= 0.0814+0.0092x; \\ E_4 &= -0.05+0.0097x; \\ E_5 &= -0.0038+0.0026x; \\ E_6 &= -0.0316+0.0027x; \\ E_7 &= -0.0254+0.0019x; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_1 &= 0.4807-0.0147x; \\ H_2 &= 0.4629-0.0059x; \\ H_3 &= 0.191+0.0025x; \\ H_4 &= -0.0767+0.0108x; \\ H_5 &= -0.0126+0.0036x; \\ H_6 &= -0.0389+0.003x; \\ H_7 &= -0.0063+0.0007x. \end{aligned}$$

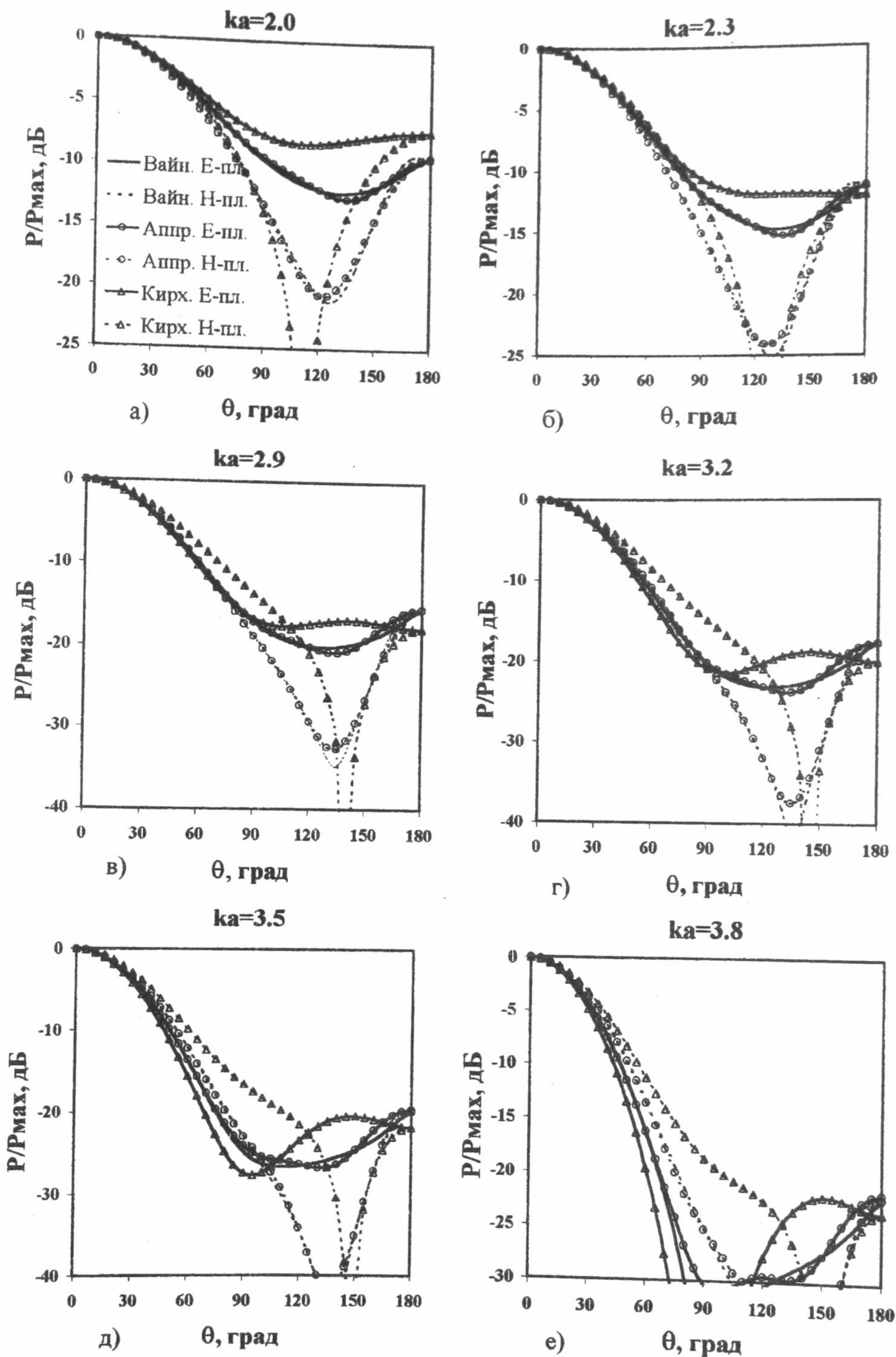


Рис.2. Диаграммы направленности по мощности, нормированные к мощности в главном максимуме излучения, в Е- и Н- плоскостях наблюдения для одномодового режима работы волновода

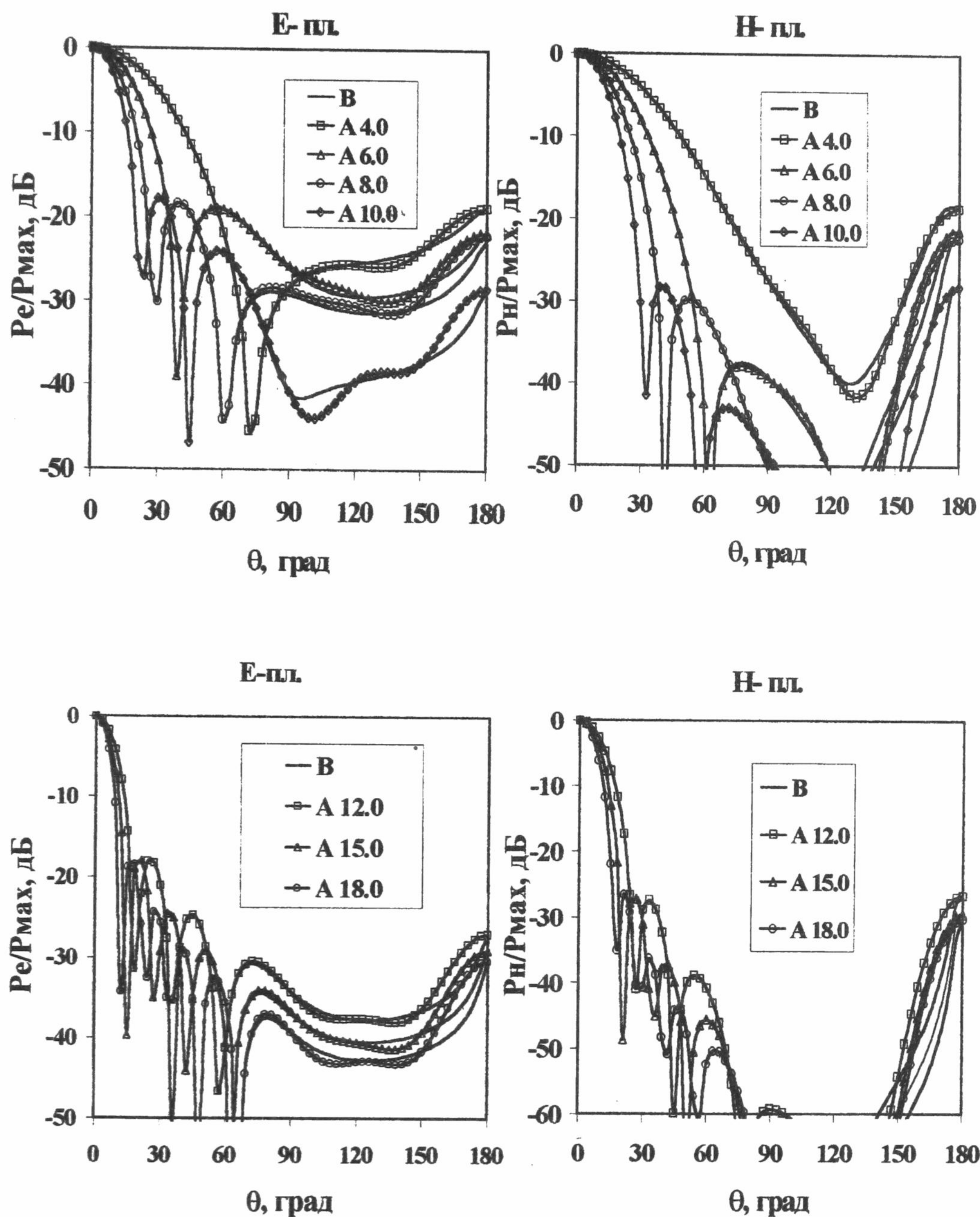


Рис.3. Диаграммы направленности по мощности, нормированные к мощности в главном максимуме излучения, в Е- и Н- плоскостях наблюдения для широкоразмерного волновода

Для $v_5 < x < \mu_6$:

$ME = 9, MH = 9,$

$$\begin{aligned} E_1 &= 0.5134 - 0.0147x; \\ E_2 &= 0.4963 - 0.0068x; \\ E_3 &= 0.1109 + 0.0062x; \\ E_4 &= -0.047 + 0.0082x; \\ E_5 &= -0.037 + 0.0042x; \\ E_6 &= -0.0298 + 0.0023x; \\ E_7 &= -0.0067 + 0.00058x; \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} H_1 &= 0.5144 - 0.0155x; \\ H_2 &= 0.5145 - 0.0085x; \\ H_3 &= 0.0992 + 0.0078x; \\ H_4 &= -0.0619 + 0.0091x; \\ H_5 &= -0.0091 + 0.003x; \\ H_6 &= -0.047 + 0.0032x; \\ H_7 &= -0.0099 + 0.00087x. \end{aligned}$$

На основе метода Вайнштейна и разработанной математической модели проведен компьютерный анализ основных характеристик излучения из открытого конца круглого волновода волны основного типа H_{11} . На рис. 2(а, б, в, г, д, е) для случая одномодового волновода, наиболее широко используемого на практике, приведены диаграммы направленности по мощности, нормированные к мощности в главном максимуме, в дБ в Е- и Н- плоскости для шести значений безразмерного параметра x ($x=2.0, 2.3, 2.9, 3.2, 3.5, 3.8$). Сплошными линиями представлены диаграммы направленности в Е-плоскости наблюдения, пунктирные — в Н-плоскости, линиями с круглым маркером — расчеты по аппроксимационной модели, с треугольным маркером — по методу Кирхгофа, без маркера — по методу Вайнштейна. Видно, что ДН, рассчитанные по электродинамически строгой теории и по приближенному методу Кирхгофа, хорошо согласуются только в области главного лепестка ДН, но имеют существенные различия в области бокового и заднего излучения. Диаграммы направленности, рассчитанные по аппроксимационным формулам, достаточно точно совпадают с результатами строгой теории. Абсолютная погрешность данной аппроксимации до уровня не выше -20 дБ в области основного лепестка не превышает 0.4 дБ в Е-плоскости и 0.7 дБ в Н-плоскости, а во всем пространстве наблюдения не превышает соответственно 2.3 дБ и 1.4 дБ.

На рис. 3а, б, в, г приведены нормированные диаграммы направленности в Е- и Н-плоскостях для семи значений параметра x : $x=4.0, 6.0, 8.0, 10.0, 12.0, 15.0, 18.0$. Сплошные линии соответствуют расчетам, проведенным по методу Вайнштейна, линии с маркерами — расчетам по аппроксимационным формулам (2) и (3). Видно, что аппроксимационные формулы позволяют достаточно точно описывать физическую картину излучения во всем пространстве наблюдения. Абсолютная погрешность в описании главного лепестка ДН до уровня не выше -20 дБ не превышает 0.1 дБ в Е-плоскости и 0.4 дБ в Н-плоскости.

Ввиду того, что формулы (2), (3) аппроксимируют нормированные диаграммы направленности, получены также аппроксимационные формулы для мощности в главном максимуме излучения, отнесенной к мощности возбуждающей волновод волны:

$$P_{\max}/P_A = 0.13225 + 0.0066x + 0.06684x^2.$$

Относительная погрешность данной аппроксимационной формулы не превышает 2% . (4)

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Разработана математическая модель, позволяющая с высокой степенью точности рассчитать диаграммы направленности по мощности в Е- и Н-плоскостях как для одномодового волновода, так и для широкодиапазонного во всем пространстве наблюдения, учитывая от 1 до 10 модов, возникающих в результате дифракции электромагнитной волны на открытом конце круглого волновода.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вайнштейн Л.А. Теория дифракции и метод факторизации. М.: Сов. радио, 1966. - 431 с.
2. Фрадин А.З. Антенны сверхвысоких частот. М.: Сов. радио, 1957. - 647с.
3. Горобец Н.Н., Орлова Л.В. Расчет характеристик излучения из открытого конца круглого волновода. Деп.рукопись. УкрНИИТИ, 1984, - 27с.

СРЕДНИЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ КРУГЛОЙ АПЕРТУРЫ СО СПАДАЮЩИМ АМПЛИТУДНЫМ РАСПРЕДЕЛЕНИЕМ

В. В. Должиков, Ю. П. Горелов

Харьковский государственный технический университет радиоэлектроники, 61726, г. Харьков, пр. Ленина, 14
Поступила в редакцию 6 декабря 1999 г.

В статье изучено влияние флуктуаций фазы поля возбуждения на параметры, характеризующие среднюю диаграмму направленности по мощности круглой синфазной апертуры со спадающим амплитудным распределением: значение средней мощности, излучаемой в направлении главного максимума, ширину средней диаграммы и уровень боковых лепестков. Показано, что способ уменьшения уровня боковых лепестков путем использования в антенне спадающего амплитудного распределения становится менее эффективным при появлении флуктуаций фазы даже при небольших ($\alpha \leq 0.1$) значениях ее дисперсии. Приведены формулы для расчета ширины средней диаграммы по мощности и графические зависимости, позволяющие определить уровень первых двух боковых лепестков, для широкой области значений дисперсии и радиуса корреляции фазовых флуктуаций.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: апертура, диаграмма направленности, флуктуации фазы.

ОБЩИЕ СООТНОШЕНИЯ

Антенна с круглой апертурой, имеет радиус R , центр ее апертуры лежит в начале цилиндрической системы координат ρ, φ, z (рис. 1). Напряженность электрического поля, создаваемого апертурой в точке $P(\rho, \varphi, z)$ при наличии флуктуаций фазы поля возбуждения, определяется соотношением [1]

$$\vec{E}(P) = \frac{ik}{4\pi} \frac{e^{-ikr}}{r} (1 + \cos \theta) \int_S \vec{E}_0(Q) e^{i\Phi(\rho_1, \varphi_1)} e^{ik \frac{\rho_1 \rho}{r} \cos(\varphi - \varphi_1)} \rho_1 d\rho_1 d\varphi_1, \quad (1)$$

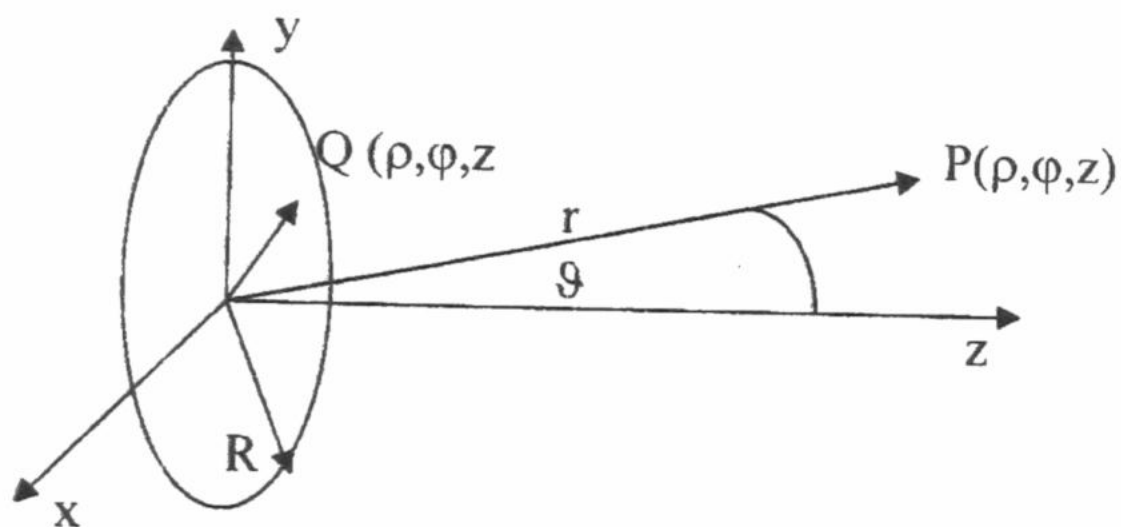


Рис. 1

где $\vec{E}_0(Q)$ - напряженность электрического поля на апертуре в отсутствие фазовых ошибок, $k = 2\pi/\lambda$, λ - длина волны в свободном пространстве, $\Phi(\rho_1, \varphi_1)$ - случайная функция, описывающая флуктуации фазы, S - площадь апертуры.

Введем обобщенный угол $\psi = kR \sin \theta$ и безразмерную радиальную координату $u = \rho_1 \delta / R$, где $\delta = R\sqrt{k/r}$. Выражение для среднего значения квадрата напряженности поля тогда принимает следующий вид

$$\overline{E^2(\psi)} = \frac{(1 + \cos \theta)^2}{16\pi^2} \iint_S E_0(Q) E_0^*(Q') e^{i[\Phi(u, \varphi_1) - \Phi(u', \varphi'_1)]} e^{i \frac{\psi}{\delta} [u \cos(\varphi - \varphi_1) - u' \cos(\varphi - \varphi'_1)]} ds ds', \quad (2)$$

где надстрочная черта означает знак усреднения, $ds = u du d\varphi_1$.

Будем считать, что поле возбуждения аксиально симметрично, линейно поляризовано и в отсутствие флуктуаций имеет постоянную фазу, равную нулю; $\Phi(u, \varphi_1)$ - однородная случайная функция с нормальным законом распределения, нулевым средним значением и дисперсией $\alpha = \sigma^2 = \text{const}$. Коэффициент корреляции примем в гауссовой форме

$$r_\Phi = \exp \left\{ - \left[u^2 + u'^2 - 2uu' \cos(\varphi_1 - \varphi'_1) \right] / c^2 \right\}.$$

Здесь c - радиус корреляции в относительных единицах, связанный с радиусом корреляции в абсолютных единицах ρ_0 соотношением $c = \rho_0 / R$.

Взяв в качестве функции, описывающей амплитудное распределение (АР) поля возбуждения, функцию типа параболы на пьедестале

$$E_0(\rho_1) = 1 + (1 - \Delta)(u/\delta)^2, \quad (3)$$

для среднего квадрата поля получим

$$\overline{E^2}(\psi) = \frac{\delta^4}{16} \left[1 + \sqrt{1 - \left(\frac{\psi}{kR} \right)^2} \right]^2 \overline{F^2}(\psi), \quad (4)$$

где Δ - высота пьедестала,

$$\overline{F^2}(\psi) = e^{-\alpha} \cdot F_0^2(\psi) \left\{ \left[1 - \frac{1-\Delta}{2} \left(1 - \frac{J_3(\psi)}{J_1(\psi)} \right) \right]^2 + \left(\frac{\psi}{2} \right)^2 \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\alpha^n}{n!} W_n(c, \psi) \right\}, \quad (5)$$

$F_0^2(\psi) = \left[\frac{2}{\psi} J_1(\psi) \right]^2$ - диаграмма направленности (ДН) по мощности синфазной равномерно возбужденной круглой апертуры и

$$W_n(c, \psi) = 4 \int_0^1 \int_0^1 \left[1 - 2(1-\Delta)y^2 + (1-\Delta)^2 u^2 y^2 \right] e^{\left[-\frac{u^2 + y^2}{c^2} - n \right]} \sum_{s=0}^{\infty} (2 - \delta_{0s}) I_s \left(2 \frac{uy}{c^2} n \right) J_s(u\psi) J_s(y\psi) u y d u d y. \quad (6)$$

В (5), (6), $J_n(x)$ - функции Бесселя первого рода, $I_n(x)$ - модифицированная функция Бесселя. Выражение в квадратных скобках в (4) описывает направленные свойства элементарного участка и в достаточной области значений ψ мало отличается от 2. Поэтому в дальнейшем будем считать, что средняя ДН по мощности полностью определяется функцией $\overline{F^2}(\psi)$.

В случае малых ошибок ($\alpha \ll 1$), $\overline{F^2}(\psi)$ можно разложить в ряд по степеням α ограничиться членами первого порядка малости и тогда формула для средней ДН существенно упростится

$$\overline{F^2}(\psi) = (1 - \alpha) F^2(\psi) + \alpha \cdot f(c, \psi), \quad (7)$$

где

$$F^2(\psi) = F_0^2(\psi) \cdot \left[1 - \frac{1-\Delta}{2} \left(1 - \frac{J_3(\psi)}{J_1(\psi)} \right) \right]^2, \\ f(c, \psi) = W_1(c, \psi).$$

Здесь $F^2(\psi)$ - ДН по мощности синфазной апертуры с амплитудным распределением типа параболы на пьедестале.

Из (5) и (7) следует, что как и при равномерном распределении средняя ДН по мощности представляется в виде суммы двух слагаемых. Первое с точностью до постоянного множителя есть ДН апертуры без фазовых флуктуаций, второе описывает фон рассеянной мощности, обусловленной флуктуациями фазы. Угловое распределение последнего зависит от высоты пьедестала.

ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

Средняя ДН по мощности

Рассчитанные по полученным формулам нормированные средние ДН по мощности для различных значений дисперсии α , пьедестала Δ и радиуса корреляции c , изображены на рис. 2, 3. Общие закономерности изменения ДН в зависимости от параметров флуктуаций (рис. 2б, 2г) такие же, как и при равномерном распределении (рис. 2а, 2в). Происходит сглаживание ДН за счет появления фона рассеянной мощности, обусловленного случайными ошибками фазы, уменьшается значение ДН в направлении главного максимума излучения. При уменьшении высоты пьедестала сглаживающее действие фазовых флуктуаций в области бокового излучения усиливается (при одних и тех же значениях α и c).

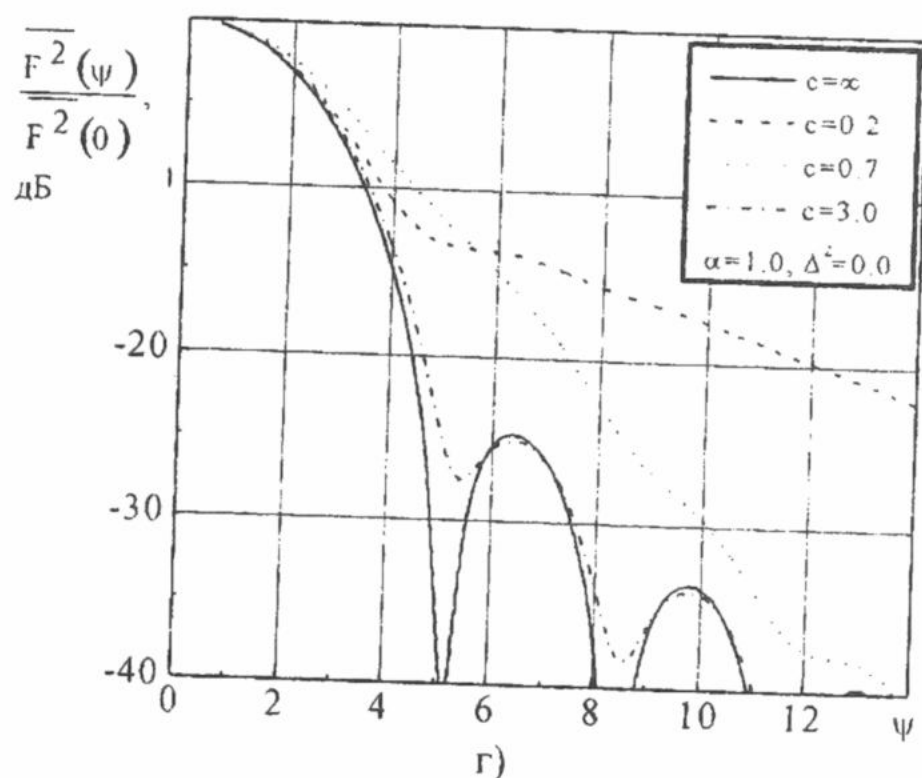
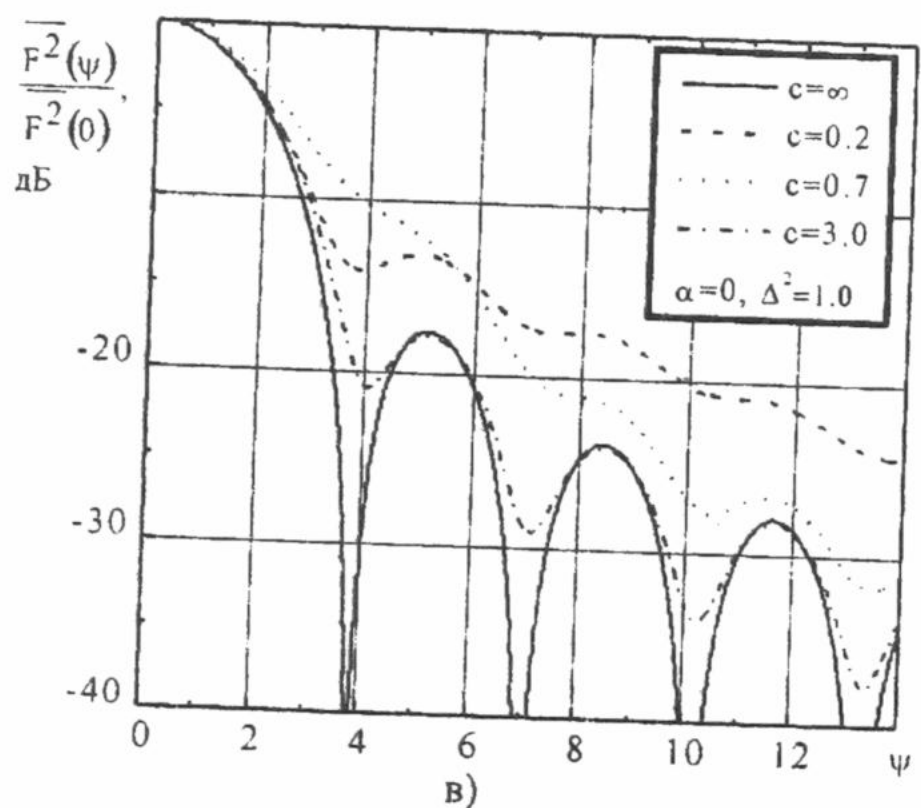
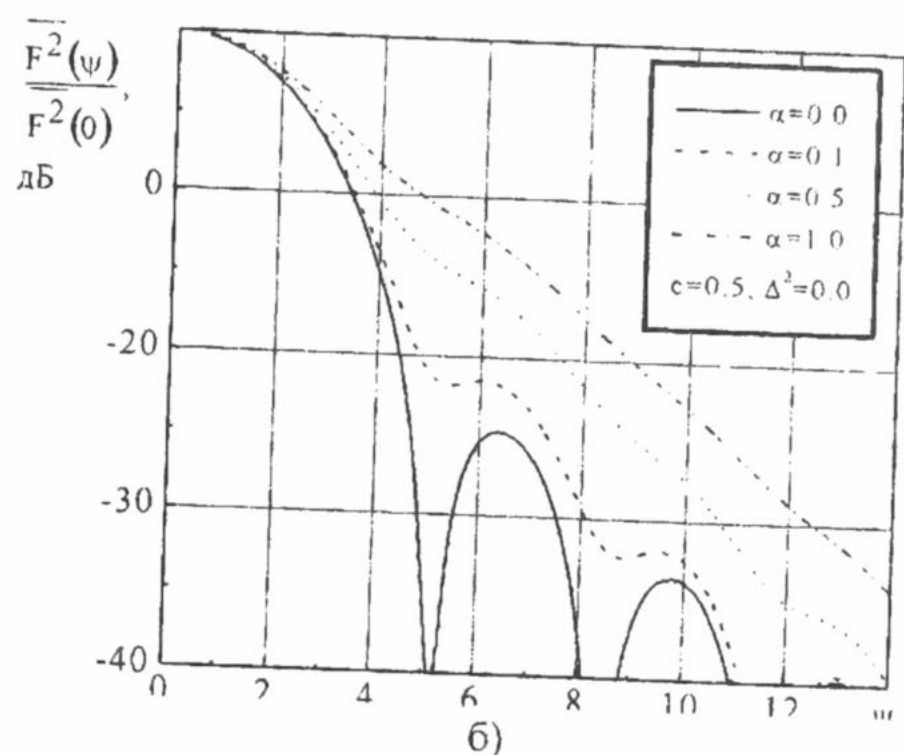
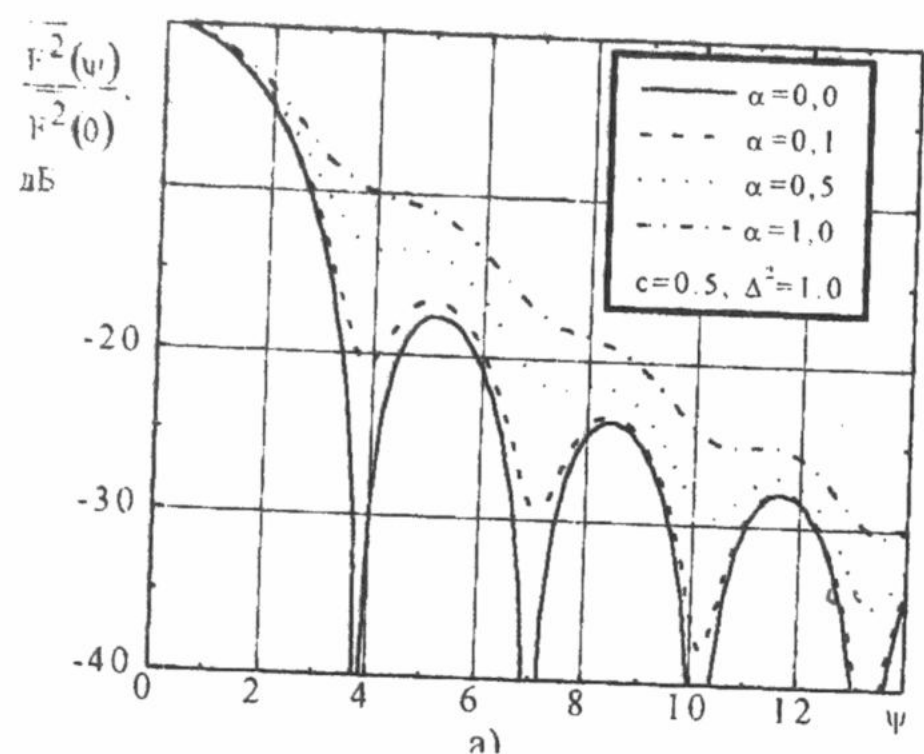


Рис. 2. Нормированные средние ДН по мощности.

Так, если при $\alpha = 0.5$ и равномерном АР боковые лепестки достаточно четко выражены (рис. 2а), то при $\Delta^2 = 0.0$ они практически не наблюдаются (рис. 2б), так как “поглощены” фоном рассеянной мощности. Наиболее ярко указанный эффект виден на рис. 3 (кривые для $\Delta^2 = 1.0$ и $\Delta^2 = 0.0$).

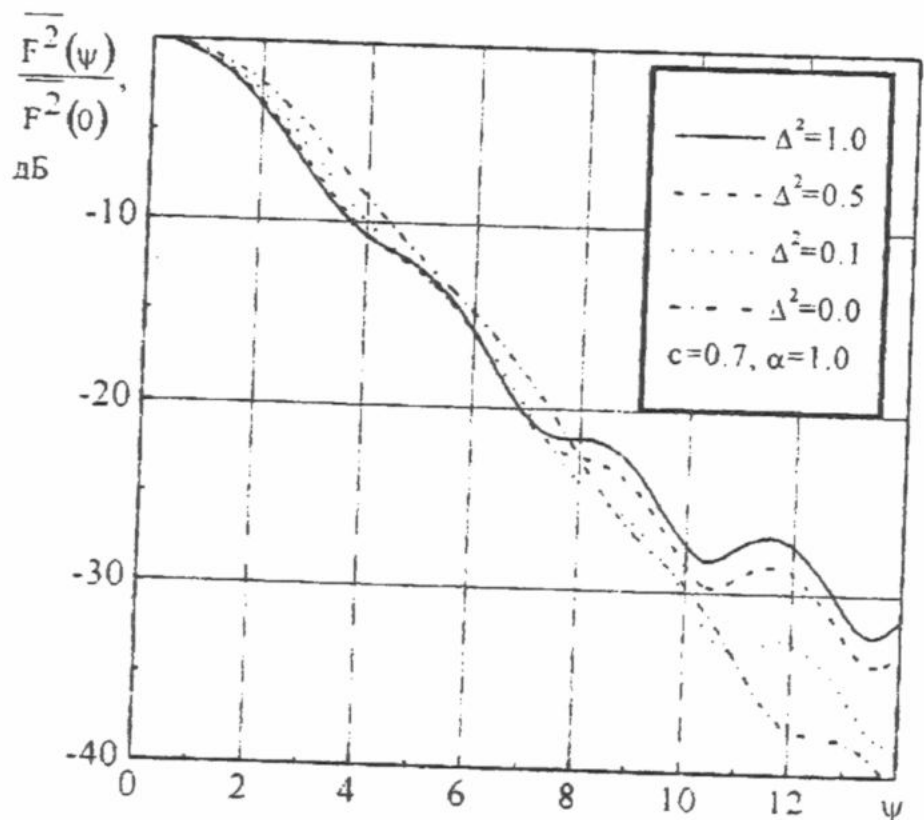


Рис. 3. Нормированная средняя ДН по мощности.

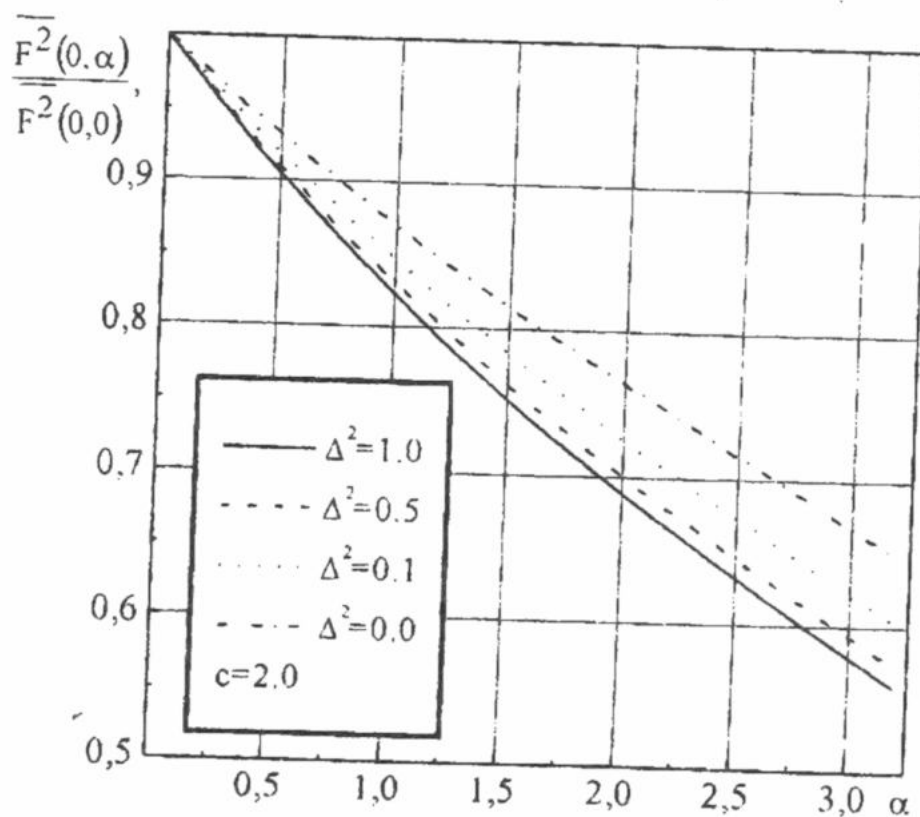


Рис. 4. Зависимость нормированного значения главного максимума от дисперсии.

Уменьшение амплитуды поля на краю апертуры ослабляет влияние фазовых флуктуаций на уровень главного лепестка средней ДН по мощности (рис. 4). Физически это можно объяснить следующим образом. Уменьшение высоты пьедестала эквивалентно уменьшению эффективного значения радиуса апертуры вследствие более слабого возбуждения её краев и, следовательно, эквивалентно увеличению эффективного значения радиуса корреляции. Последнее, как известно [2], приводит к росту главного максимума средней ДН. Изложенные выводы носят качественный характер. Детальное изучение влияния флуктуаций фазы и высоты пьедестала на параметры, характеризующие среднюю ДН, проводится ниже.

Ширина средней диаграммы направленности

Полуширина средней ДН на уровне 0,5 по мощности - $\psi_{0.5}$ определяется из уравнения

$$\overline{F^2}_{\text{нор}}(\psi) = \overline{F^2}(\psi) / \overline{F^2}(0) = 0.5, \quad (8)$$

точное аналитическое решение которого невозможно. Для рассматриваемого амплитудного распределения в отсутствие флуктуаций фазы это уравнение принимает вид

$$\left\{ \frac{2 \cdot J_1(\psi)}{\psi} \left[1 - \frac{(1-\Delta) J_3(\psi)}{(1+\Delta) J_1(\psi)} \right] \right\}^2 = 0.5. \quad (9)$$

Корни (9) есть функции Δ и для ряда значений высоты пьедестала они приведены в таблице 1. в которой также приведены выражения для ширины ДН на уровне 0.5 по мощности.

Δ	0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6	0.7	0.8	0.9	1
$\psi_{0.5}^0$	1.9936	1.9082	1.8439	1.7935	1.7529	1.7194	1.6913	1.6672	1.649	1.6316	1.6164
$2\theta_{0.5}^0$, град.	$72.7 \frac{\lambda}{2R}$	$69.6 \frac{\lambda}{2R}$	$67.3 \frac{\lambda}{2R}$	$65.4 \frac{\lambda}{2R}$	$63.9 \frac{\lambda}{2R}$	$62.7 \frac{\lambda}{2R}$	$61.7 \frac{\lambda}{2R}$	$60.8 \frac{\lambda}{2R}$	$60.1 \frac{\lambda}{2R}$	$59.5 \frac{\lambda}{2R}$	$59. \frac{\lambda}{2R}$

Табл. 1

При наличии флуктуаций фазы, если они невелики ($\alpha \ll 1$), на основании (5), нормированную среднюю ДН можно записать следующим образом

$$\overline{F^2}_{\text{нор}}(\psi) = \frac{F^2(\psi) + \alpha \cdot f(c, \psi)}{F^2(0) + \alpha \cdot f(c, 0)} \approx \frac{1}{F^2(0)} \{ F^2(\psi) + \alpha \cdot [f(c, \psi) - f(c, 0) \cdot F^2(\psi)] \} \quad (10)$$

и также считать, что ширина средней ДН будет мало отличаться от значений, определяемых из (9). Тогда для относительной ширины средней ДН, с точностью до величин первого порядка малости по α , имеем

$$\frac{2\psi_{0.5}}{2\psi_{0.5}^0} = 1 + \frac{\Delta\psi_{0.5}}{\psi_{0.5}^0} = 1 + \alpha \frac{\psi_{0.5}^0}{16J_2(\psi_{0.5}^0)J_1(\psi_{0.5}^0)} \frac{2W_1(c, \psi_{0.5}^0) - W_1(c, 0)}{A(\psi_{0.5}^0, \Delta)}, \quad (11)$$

где

$$A(\psi_{0.5}^0, \Delta) = 1 - \frac{1-\Delta}{2} \left[3 - \frac{J_3(\psi_{0.5}^0)}{J_1(\psi_{0.5}^0)} - \frac{4}{\psi_{0.5}^0} \frac{J_3(\psi_{0.5}^0)}{J_2(\psi_{0.5}^0)} \right] + \frac{(1-\Delta)^2}{2} \left[1 - \frac{J_3(\psi_{0.5}^0)}{J_1(\psi_{0.5}^0)} \right] \left[1 - \frac{2}{\psi_{0.5}^0} \frac{J_3(\psi_{0.5}^0)}{J_2(\psi_{0.5}^0)} \right],$$

и $W_1(c, \psi)$ определено в (6).

Из (11) видно, что, как и для равномерного [2], при спадающем амплитудном распределении в случае малых α , увеличение ширины главного лепестка средней ДН пропорционально дисперсии α . Эта формула пригодна для расчета расширения средней ДН до α , примерно равного 0,3. При $\alpha > 0.3$ вычисление $\psi_{0.5}(\alpha, c, \Delta)$ нужно проводить по точной формуле (8) с подстановкой туда (4).

В случае незначительного снижения поля на краю апертуры и малых α из (11) с учетом результатов работы [3] можно относительную ширину средней ДН выразить через ширину ДН равномерно возбужденной антенны в отсутствие флуктуаций

$$2\psi_{0.5} = \psi_{0.5}^{00} \left\{ 1 + (1-\Delta) \frac{J_3(\psi_{0.5}^{00})}{J_2(\psi_{0.5}^{00})} + \alpha \frac{J_1(\psi_{0.5}^{00})}{J_2(\psi_{0.5}^{00})} [2f(c, \psi_{0.5}^{00}) - f(c, 0)] \right\},$$

где $\psi_{0.5}^{00}$ - полуширина ДН по мощности равномерно возбужденной апертуры без флуктуаций фазы.

Провести аналитическое исследование зависимости ширины главного лепестка средней ДН от радиуса корреляции фазовых ошибок и уровня поля на краю апертуры (высоты пьедестала), даже при малых α , из-за сложности выражения для $\overline{F^2}(\psi)$ весьма затруднительно. Поэтому такое исследование проведено численно и его основные результаты приведены ниже.

На рис. 5 представлены зависимости нормированного величины $\Delta\psi_{0.5} / \psi_{0.5}^0 = (\psi_{0.5} - \psi_{0.5}^0) / \psi_{0.5}^0$ от радиуса корреляции для ряда значений дисперсии и $\Delta = 0$ в амплитудном распределении. Нормировка значений $\Delta\psi_{0.5}^0$ проводилась на значение полуширины ДН в отсутствие флуктуаций и при $\Delta = 1$.

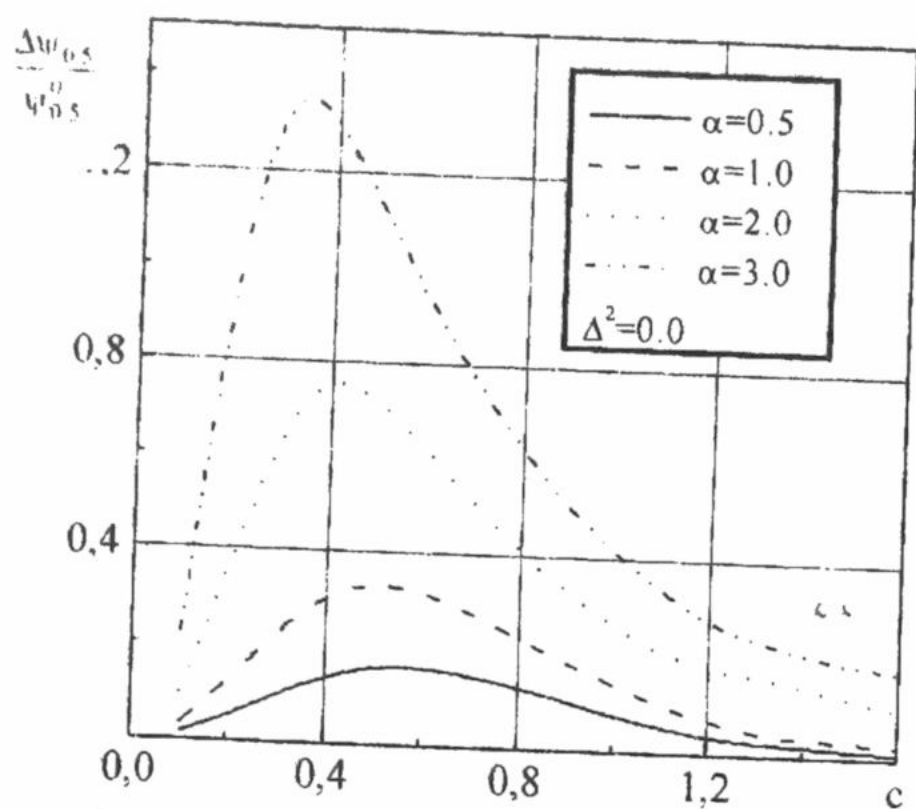


Рис. 5. Зависимость приращения ширины средней ДН от радиуса корреляции.

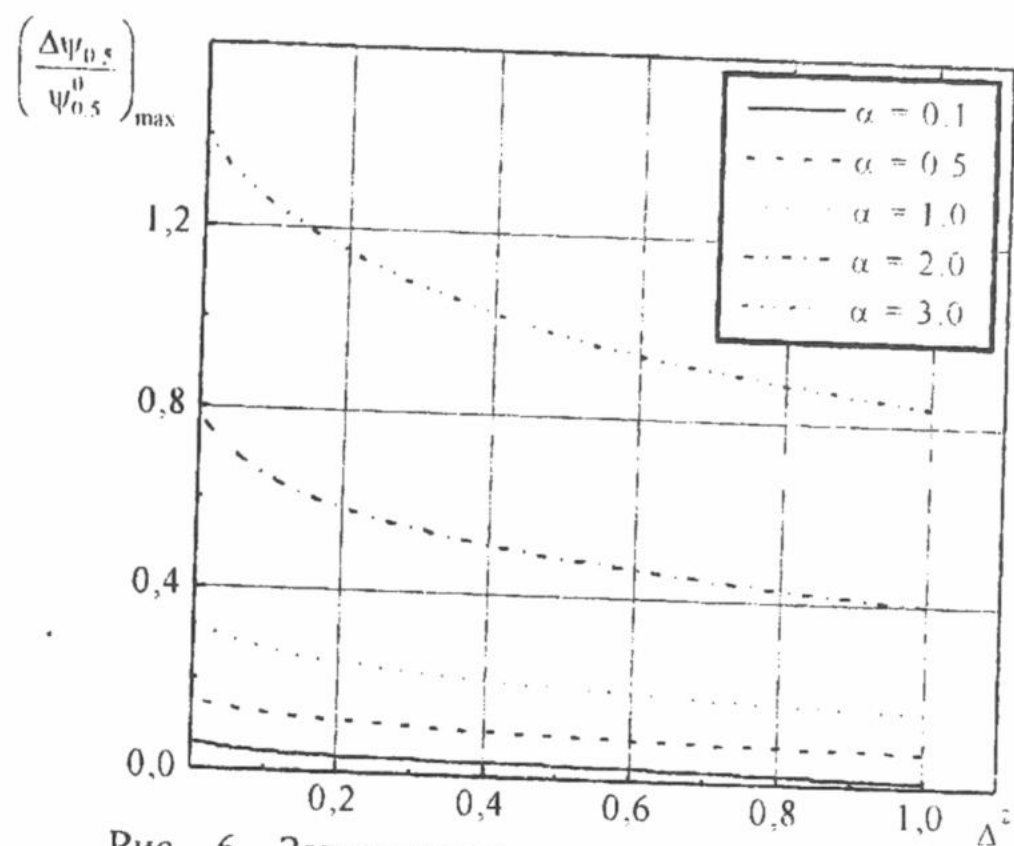
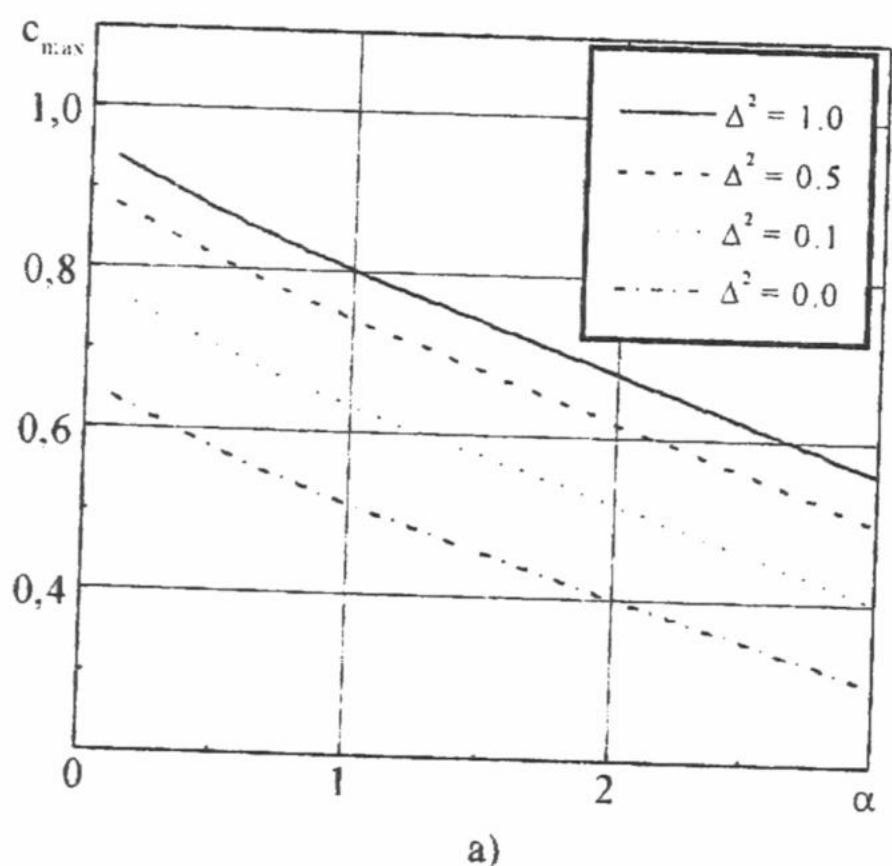
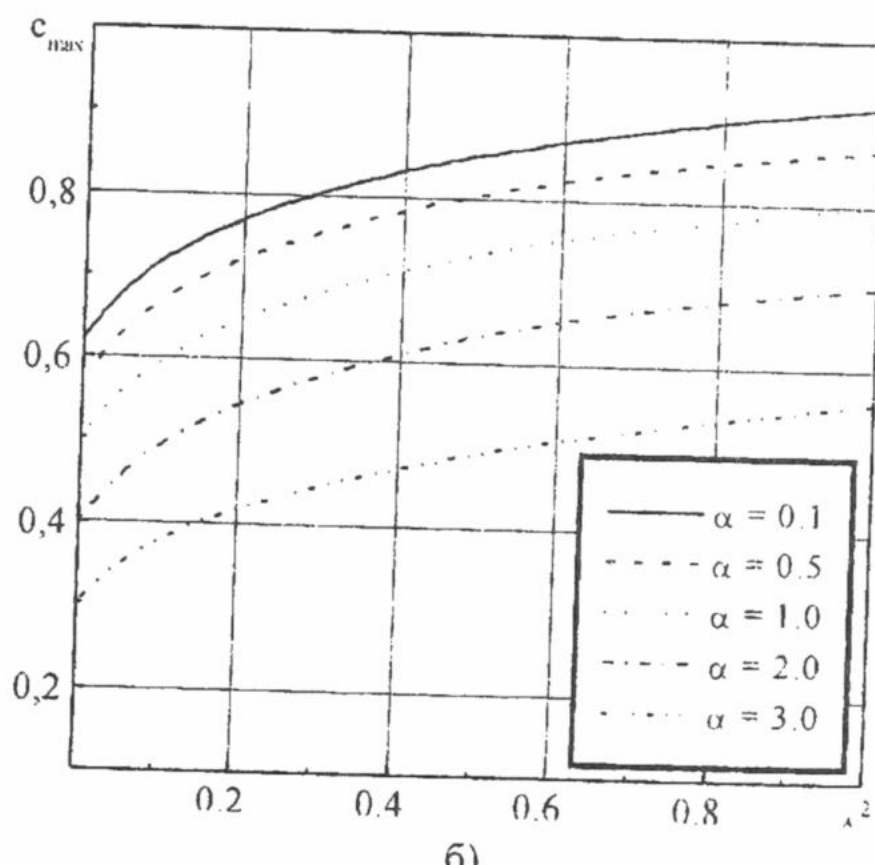


Рис. 6. Зависимость максимального приращения ширины средней ДН от высоты пьедестала.

Видно, что характер зависимости приращения ширины главного лепестка от c одинаков для всех высот пьедестала. Функция, описывающая зависимость $\Delta\psi_{0.5} / \psi_{0.5}^0$ от c , имеет явно выраженный экстремум при некотором $c_{\max}$, зависящем от значений дисперсии и высоты пьедестала (рис. 7). Величина этого экстремума растёт с уменьшением амплитуды поля на краю апертуры (рис. 6). Значение $c_{\max}$ уменьшается при уменьшении Δ и постоянном α (рис. 7б). При росте α значение $c_{\max}$ уменьшается при всех видах АР (рис. 7а), при этом максимальное приращение ширины средней ДН увеличивается при всех Δ (рис. 8).



а)



б)

Рис. 7. Зависимость радиуса корреляции, при котором достигается максимальное приращение ширины средней ДН по мощности от дисперсии и высоты пьедестала.

В заключение приведём приближённую формулу для расчета ширины средней ДН при $\alpha \leq 0.3$, $c \leq 2$ и любых Δ .

$$2\psi_{0.5} = \psi_{0.5}^{00} \left\{ 1 + (1 - \Delta) \frac{J_3(\psi_{0.5}^{00})}{J_2(\psi_{0.5}^{00})} + 2\alpha c^2 (0.677 - 0.575c + 0.178) e^{-0.7c^2} \right\}.$$

Данное соотношение позволяет определить ширину средней ДН с погрешностью не более чем 6% в указанных диапазонах значений параметров флуктуаций и высоты пьедестала.

Уровень боковых лепестков

При изучении зависимости уровня боковых лепестков средней ДН от параметров флуктуаций при спадающем АР представляют интерес два вопроса. Первый — усиливается или ослабевает воздействие флуктуаций на величину боковых лепестков при спадающем АР по сравнению с равномерным. Второй — как сказывается присутствие фазовых ошибок на эффективность снижения УБЛ путем уменьшения

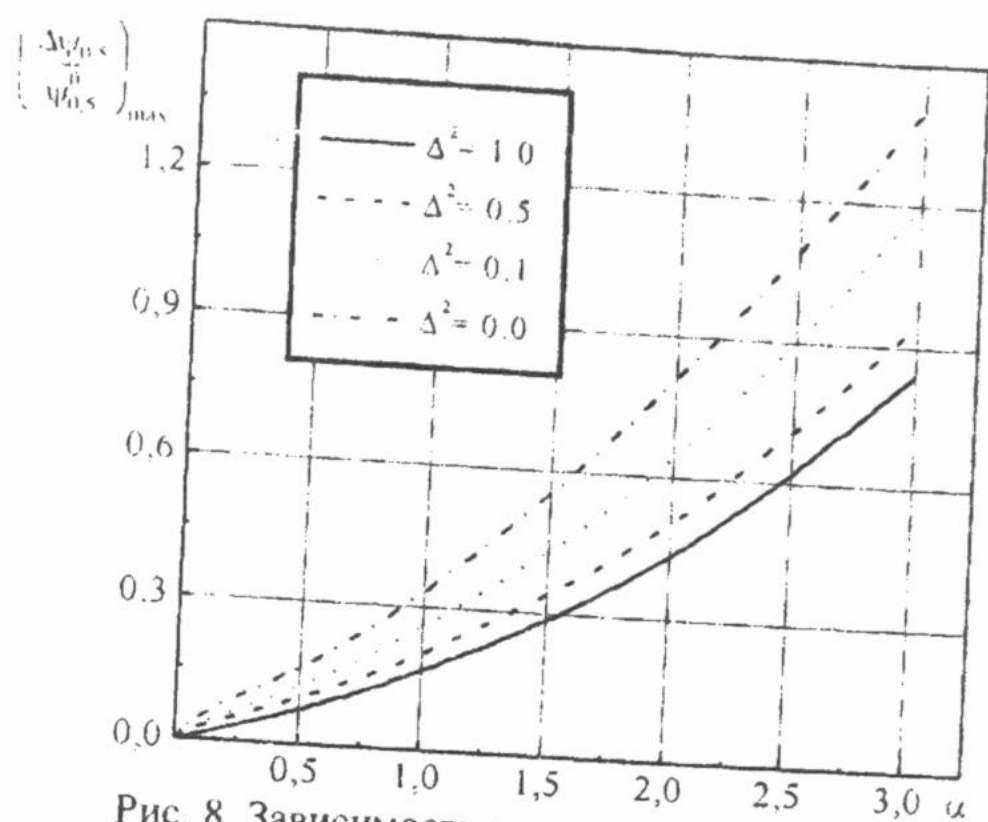
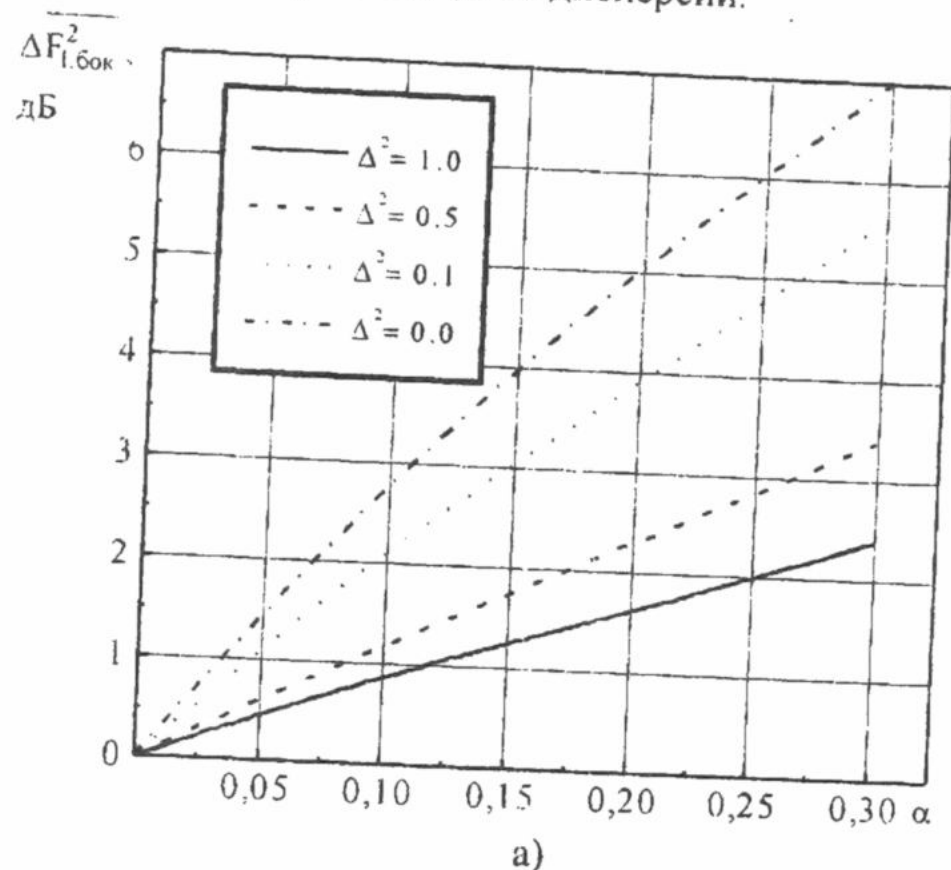
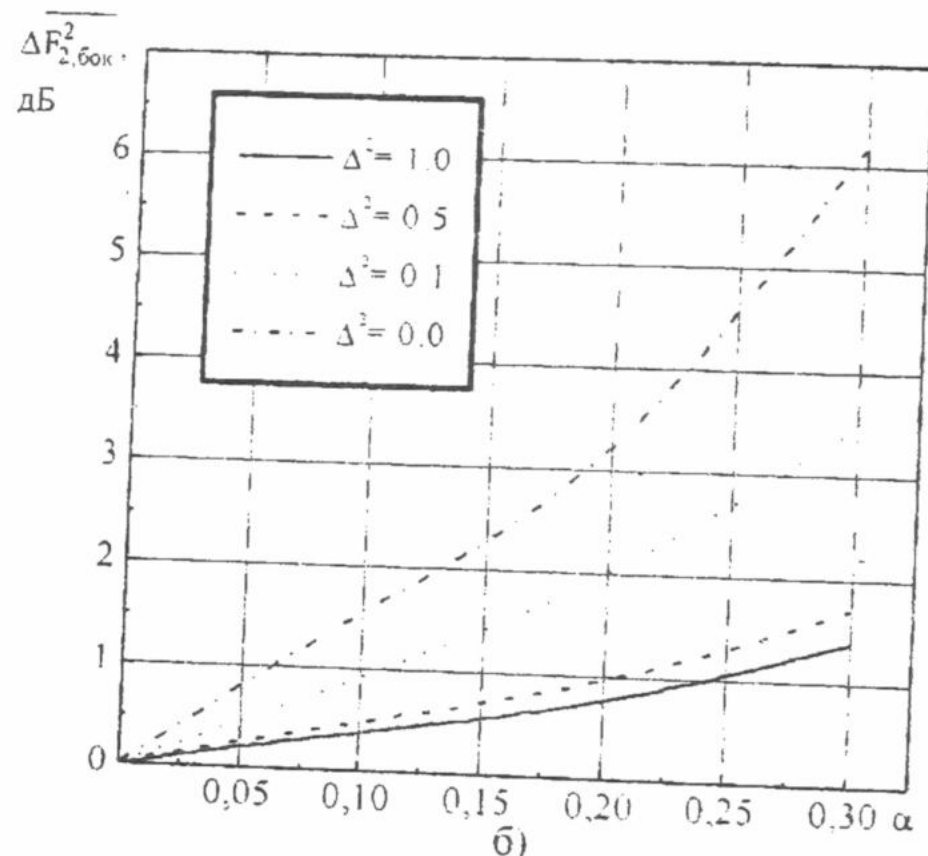


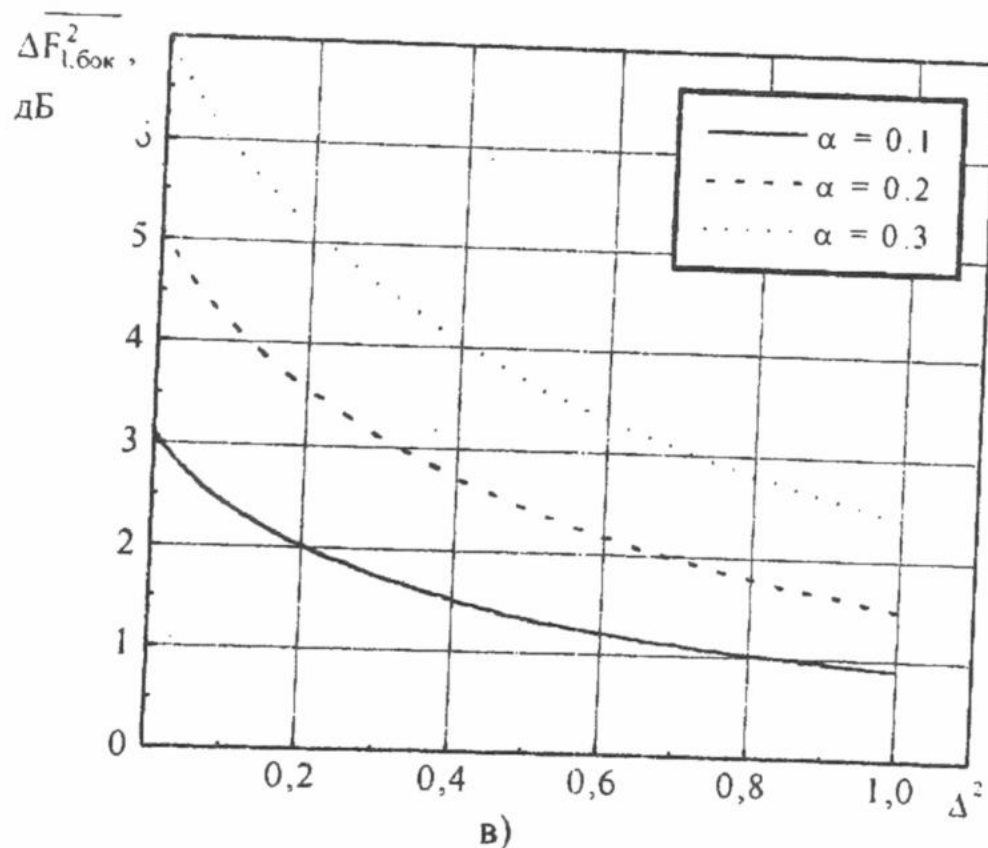
Рис. 8. Зависимость максимального приращения ширины средней ДН от дисперсии.



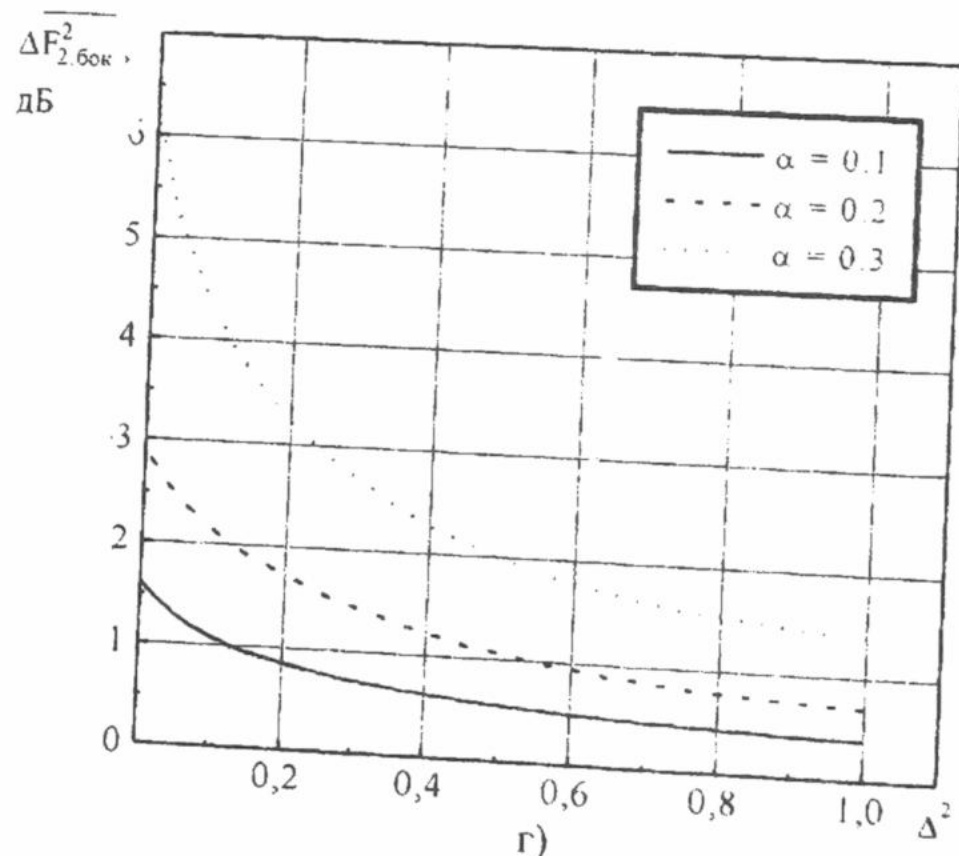
а)



б)



в)



г)

Рис. 9. Зависимость приращения уровня боковых лепестков от дисперсии и высоты пьедестала.

имеют место. Приращения вычислялись относительно значений УБЛ в отсутствие ошибок. Из кривых, приведенных на рис. 9а, 9б видно, что с ростом α боковые лепестки увеличиваются. При этом, чем меньше высота пьедестала, тем больше значение приращения их уровня. Это более отчетливо видно на рис. 9в и 9г. Следует отметить, что приращение величины второго бокового лепестка численно меньше чем первого на 1 – 1.5 дБ.

Результаты, иллюстрирующие возможности снижения уровня боковых лепестков путем уменьшения поля на краю апертуры при наличии фазовых ошибок, представлены на рис. 10. В этом случае снижение величины УБЛ определялись относительно их значений при равномерном распределении. Из приведенных графиков видно, что способ подавления УБЛ путем уменьшения поля на краю апертуры

значения поля на краю апертуры, то есть высоты пьедестала. При этом наибольший интерес представляет уровень боковых лепестков, ближайших к главному.

Как следует из рис. 2, характер зависимостей положения и величины экстремумов при спадающем АР от параметров флуктуаций качественно остается таким же, как и при равномерном распределении [3]. Однако имеются количественные отличия.

На рис. 9 представлены зависимости максимального приращения уровня первых двух боковых лепестков от параметров ошибок и высоты пьедестала в АР, вычисленные при значениях радиусов корреляции, при которых эти максимумы

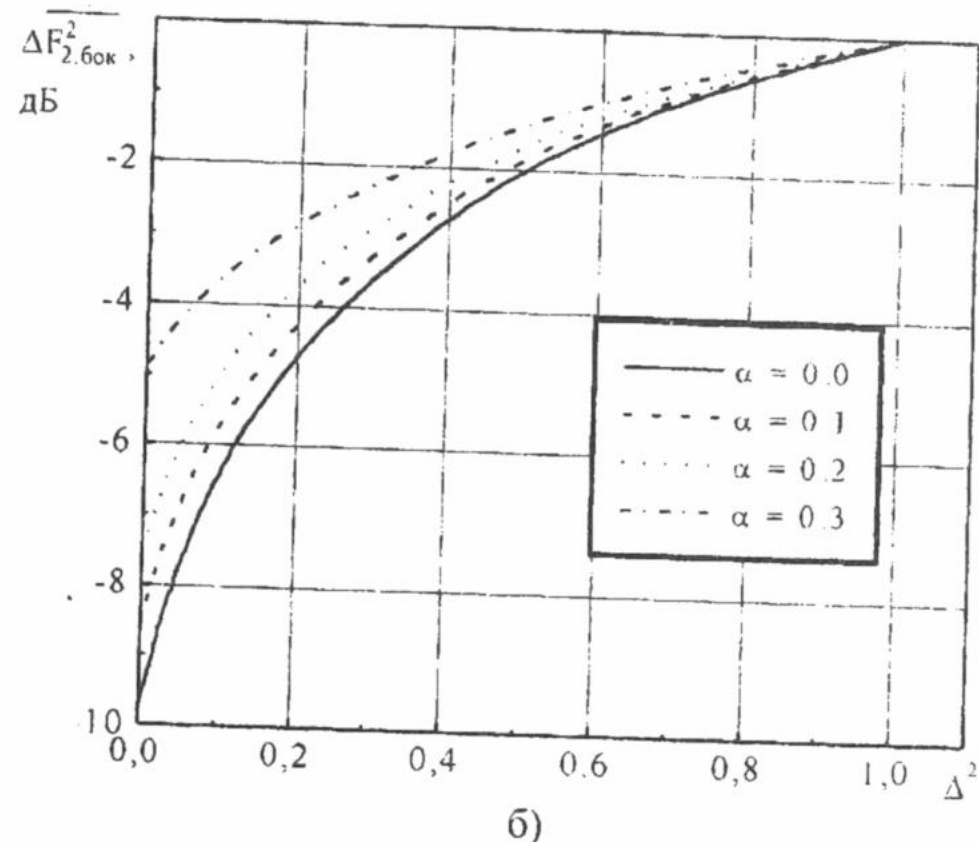
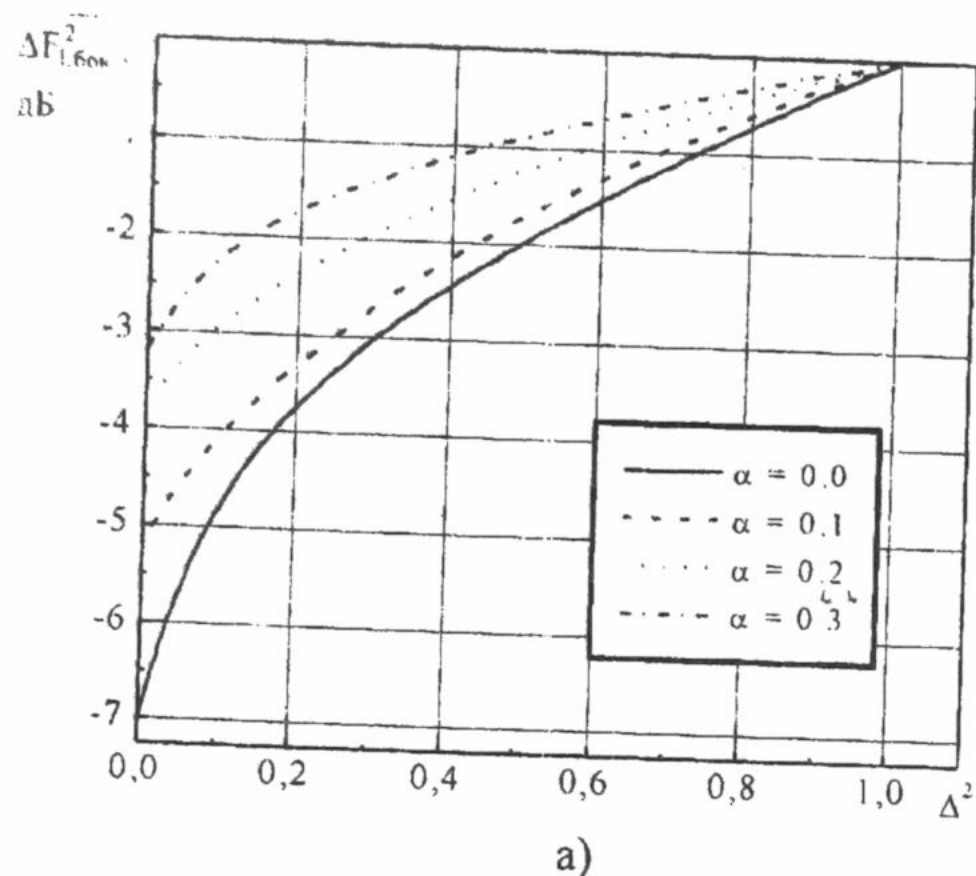


Рис. 10. Зависимость максимального снижения уровня боковых лепестков от высоты пьедестала при наличии флуктуаций фазы.

становится менее эффективным при наличии флуктуаций фазы. Так, например, при $\alpha = 0.1$ вместо ожидаемого в отсутствие флуктуаций уменьшения уровней первого и второго лепестков на 7 и 10 дБ соответственно при $\Delta = 0$ реальное снижение будет на 5 и 8 дБ. По мере увеличения дисперсии действенность указанного способа подавления УБЛ ослабляется и при $\alpha = 0.3$ различие в снижении УБЛ достигает примерно уже 5 дБ.

ВЫВОДЫ

Полученные результаты показывают, что направленные свойства круглой апертуры со спадающим АР более чувствительны к флуктуациям фазы поля возбуждения, чем равномерно возбужденной. Главным образом это относится к ширине ДН по мощности и уровню боковых лепестков. Наличие флуктуаций значительно снижает эффективность классического способа уменьшения УБЛ путем использования спадающего АР. Таким образом, при расчете параметров антенн со спадающим амплитудным распределением еще более необходимым, чем в случае равномерного АР, становится учет наличия флуктуаций фазы поля в апертуре и использования для этой цели методов статистической теории антенн. Это, с одной стороны, позволяет более достоверно оценить реальные значения параметров антенн, а с другой — определить разумные требования к технологическому процессу её изготовления и тем самым ослабить отрицательное воздействие фазовых флуктуаций.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Silver S. Microwave Antenna Theory and Design. New York.: Mc Graw Hill, 1949. 312 p.
2. Шифрин Я.С. Вопросы статистической теории антенн. М.: Сов. Радио, 1970. 383 с.
3. Должиков В.В. // Радиотехника. Всеукр. межвед. науч.-техн. сб. 1998. Вып. 106. С 97–108.

ГОЛОГРАФИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ФИЗИОЛОГИЧЕСКОЙ ОПТИКИ

В.П. Титарь, О.В. Шпаченко

Харьковский национальный университет, 61077, г. Харьков, пл. Свободы, 4, Украина
Поступила в редакцию 15 декабря 1999 г.

Рассмотрены оптические свойства слоев сетчатки инвертированного глаза, представляющих собой систему двух одноосных кристаллов, оптические оси которых располагаются перпендикулярно друг другу. Представлена математическая модель процесса распространения света в сетчатке, базирующаяся на последовательном применении прямых методов тензорного исчисления. Применительно к анизотропным средам сетчатки получены аналоги формул Френеля для одноосных кристаллов, что дало возможность определять распределения электромагнитных полей в различных слоях сетчатки при заданных характеристиках проникающей в глаз световой волны. Показано, что геометрические соотношения и оптические характеристики глазных сред обеспечивают превращение естественного некогерентного света в две пары поляризованных лучей, способных интерферировать, что доказывает возможность возникновения динамических голограмм в нелинейной среде наружных сегментов фоторецепторов.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: сетчатка, анизотропная среда, двулучепреломление, поляризация, голография.

В последние годы появились работы, в которых прослеживаются поиски аналогий между процессами, происходящими в мозгу человека во время обработки зрительной информации, и голографическими процессами. Большинство авторов считает, что квазиголографическая обработка зрительной информации осуществляется в нейронных модулях зрительного отдела коры головного мозга [1]. В последнее десятилетие появились работы, в которых предполагается, что голографическая обработка информации осуществляется уже на уровне сетчатки [2, 3]. С другой стороны, интенсивно проводятся работы по исследованию нелинейных свойств анизотропных биокристаллических структур [4]. Исследования, проведенные на пленках бактериородопсина, который по своим свойствам подобен зрительному родопсину (светочувствительному пигменту глаза), показали, что эти материалы могут использоваться как нелинейная среда для динамической голографии [5, 6]. Имеется также большой мировой опыт изучения психофизических и сенсорнофизиологических особенностей зрения, которые не всегда находят научное объяснение в рамках существующих моделей зрения. Обобщению результатов таких исследований и созданию новой биофизической модели зрения посвящена данная работа.

АНИЗОТРОПНЫЕ СВОЙСТВА БИОЛОГИЧЕСКИХ СТРУКТУР СЕТЧАТКИ ИНВЕРТИРОВАННОГО ГЛАЗА

Прежде всего следует отметить, что до сих пор нет достаточно убедительного объяснения "нелогичного" строения инвертированных глаз высших животных, при котором светоощущающие концевые аппараты фоторецепторных клеток максимально удалены и отвернуты в противоположную сторону от хрусталика, так что попадающий в глаз свет сначала проходит через слои нервных волокон сетчатки и только потом улавливается светочувствительными рецепторами. Приведенное в [7] объяснение преимуществ такого строения глаза сводится к тому, что в этом случае внутренний сегмент колбочки вместе с колбочковым эллипсоидом должны работать как фокон, который концентрирует осевой световой луч на светочувствительном наружном сегменте и уменьшает влияние на него диффузного света при сильных освещенностях. Однако в месте наилучшего зрения (в макулярной области сетчатки) колбочки не могут выполнять роль фокон, поскольку из-за своего очень тесного расположения утрачивают характерную "колбочкообразную" форму.

Другим отличием макулы (желтого пятна) от периферических областей сетчатки является упорядоченное расположение нервных волокон в слоях, покрывающих фоторецепторы. В области желтого пятна нервные волокна выстраиваются параллельно дну глазного бокала, располагаясь радиально от центра к периферии макулы. При этом близко расположенные волокна можно с большой степенью точности считать параллельными друг

другу, так как макулярная область, которую они покрывают, имеет неизмеримо большие размеры (от 0,8 до 2 мм), чем диаметр отдельного волокна (порядка 1 мкм). Такое строение слоя нервных волокон обуславливает наличие наблюдаемого экспериментально форм-двулучепреломления. В идеальном случае, если волокна занимают малую часть общего объема и их диаметр намного меньше длины волны, форм-двулучепреломление такой структуры описывается формулой Винера [8]:

$$n_e^2 - n_o^2 = f_1 f_2 (n_1^2 - n_2^2)^2 ((1-f_1)n_2^2 + f_2 n_1^2)^{-1}, \quad (1)$$

где n_1 - показатель преломления нервных волокон; n_2 - показатель преломления основного вещества, окружающего волокна; f_1 и f_2 - относительные объемы, занимаемые волокнами и основным веществом соответственно.

Как показано в [8], система тонких цилиндров, описываемая уравнением (1), представляет собой положительный одноосный кристалл, оптическая ось которого параллельна оси цилиндров.

При описании реального глаза использование винеровской формулы может давать погрешности, так как нервные волокна плотно прилегают друг к другу и имеют различные диаметры (от 0,6 до 2 мкм). Тем не менее, как было показано в [9], и в этом неидеальном случае среда будет вести себя как положительный одноосный кристалл, форм-двулучепреломление ($n_e - n_o$) которого может быть описано как произведение двух членов:

$$(n_e - n_o) = (n_e - n_o)_w C(ka). \quad (2)$$

Первый член в выражении (2), зависящий от длины волны, рассматривается как обобщение формулы Винера (1) для многокомпонентной системы, а второй задается уравнением:

$$C(ka) = (\pi ka)^{-1} \int_0^\infty d\psi \sin^2 \psi \int_0^\infty dq q^3 (q^2 - 1)^{-1} [1 + q^2 + (ka)^{-2} + 2q \cos \psi]^{-3/2}; \quad (3)$$

где $q = \sqrt{x^2 + z^2}$, ψ - координаты в цилиндрической системе координат (ось y направлена вдоль волокон, то есть вдоль оптической оси); $ka = 2\pi / \lambda_{in}$; a - коэффициент, характеризующий среднее расстояние между волокнами; $\lambda_{in} = \lambda / n_{cp}$; $n_{cp} = \sum f_i$; n_i, f_i - показатель преломления и относительный объем i -й части слоя.

Рассмотренное двулучепреломление слоя нервных волокон макулярной области приводит к тому, что естественный (неполяризованный) свет, попадающий на эту область сетчатки, распадается на два поляризованных луча - обыкновенный и необыкновенный. Эти два луча, вышедшие из слоя нервных волокон, проходят далее через изотропную среду, заполненную внутренними сегментами фоторецепторов, и попадают на наружные сегменты фоторецепторных клеток, которые в свою очередь также можно рассматривать как двулучепреломляющий биологический квазикристалл.

По своему строению наружные сегменты фоторецепторов представляют собой высокоупорядоченные структуры, образованные стопками фоторецепторных дисков. Диски являются специализированными мембранными структурами фоторецепторных клеток, содержащими светочувствительные пигменты (родопсин палочек и иодопсины колбочек). Все фоторецепторные диски имеют одинаковую толщину (порядка 15 нм) и разделяются между собой равными промежутками, составляющими также около 15 нм. Так как толщина дисков и расстояния между ними малы по сравнению с длиной волны, то стопка параллельных дисков в наружном сегменте фоторецепторной клетки будет обладать форм-двулучепреломлением, которое можно определить по формуле [8]:

$$n_e^2 - n_o^2 = -f_d f_c (n_d^2 - n_c^2)^2 (n_d^2 f_c + n_c^2 f_d)^{-1}, \quad (4)$$

где n_d, f_d - показатель преломления и относительный объем фоторецепторных дисков; n_c, f_c - показатель преломления и относительный объем междисковой цитоплазмы.

Следует подчеркнуть, что выражение (4) можно использовать только в том случае, если и диски, и окружающее их вещество являются изотропными средами. В наружных сегментах фоторецепторов цитоплазма, заполняющая промежутки между дисками, является изотропной

жидкостью, в то время как сами диски не всегда можно считать изотропными. Имеющиеся в литературе данные говорят о том, что в темноте дисковые мембраны ведут себя как двумерный квазикристалл за счет того, что входящие в их состав фосфолипиды и включенный в них основной интегральный белок - светочувствительный пигмент родопсин или иодопсин - располагаются не хаотически, а в определенном порядке [11, 12]. На свету молекулы светочувствительных пигментов вступают в серию фотохимических реакций, что нарушает упорядоченность дисковых мембран. Поэтому собственное двулучепреломление освещенных дисков практически полностью исчезает, и двулучепреломление наружных сегментов обуславливается только форм-двулучепреломлением, задаваемым формулой (4). В работе [13] было экспериментально подтверждено, что обесцвечивание (утрата цвета при освещении) зрительного пигмента приводит к уменьшению положительного двулучепреломления квазикристаллической решетки дисковых мембран и, следовательно, к увеличению вклада отрицательного форм-двулучепреломления слоистой структуры в общее двулучепреломление палочки в целом.

Таким образом, макулярная область сетчатки представляет собой расположенные последовательно двулучепреломляющие одноосные биологические квазикристаллы. Слой нервных волокон всегда ведет себя как положительный одноосный кристалл, оптическая ось которого параллельна нервным волокнам и, следовательно, главному дну. Оптическая ось наружных сегментов фоторецепторов располагается перпендикулярно стопкам входящих в их состав дисков, следовательно, перпендикулярно и главному дну. При этом темноадаптированные фоторецепторные диски ведут себя как положительный, а обесцвеченные - как отрицательный одноосный кристалл.

УСЛОВИЯ ФОРМИРОВАНИЯ ГОЛОГРАММ В СЕТЧАТКЕ

Для теоретического анализа в качестве модели сетчатки инвертированного глаза выбрана система из трех одноосных кристаллов: 1) положительного (нервные волокна) с оптической осью, параллельной границе раздела сред; 2) отрицательного (обесцвеченные диски), оптическая ось которого перпендикулярна границе раздела сред; 3) положительного (темноадаптированные диски), чья оптическая ось также перпендикулярна границе раздела. Толщина слоя нервных волокон (h_1) взята равной 30 мкм [10]. Средняя длина наружного сегмента фоторецепторов (h_2) также составляет 30 мкм [14]. Показатель преломления стекловидного тела $n_{cm} = 1,336$ [15]. По данным работы [10] вычислены показатели преломления слоя нервных волокон для обыкновенного и необыкновенного лучей: $n_{1o} = 1,2628$; $n_{1e} = 1,2635$. Показатели преломления полностью обесцвеченных и темноадаптированных фоторецепторных дисков для обыкновенного и необыкновенного лучей определены по данным работы [13]: $n_{2o} = 1,382$; $n_{2e} = 1,378$; $n_{3o} = 1,418$; $n_{3e} = 1,419$.

Предположим, что на границу раздела двух сред стекловидное тело - слой нервных волокон (первый кристалл) под углом φ падает луч с произвольной поляризацией, а угол между плоскостью падения и оптической осью первого кристалла равен α (см. рис. 1). В общем случае, когда $\alpha \neq 0$ и $\alpha \neq 90^\circ$ необыкновенный луч, распространяющийся в первом кристалле, будет лежать не в плоскости падения, а в "необыкновенной" плоскости, составляющей угол β с оптической осью первого кристалла. С помощью построения Гюйгенса [16] определялся угол β и угол преломления θ необыкновенного луча в первом кристалле, задаваемые соотношениями:

$$\operatorname{tg} \beta = n_{1e}^{-2} n_{1o}^2 \operatorname{tg} \alpha, \quad (5)$$

$$\cos \theta = \frac{n_{1o}}{n_{1e}} \sqrt{\frac{n_{1o}^2 n_{1e}^2 - n_{cm}^2 \sin^2 \varphi (n_{1e}^2 \cos^2 \alpha + n_{1o}^2)}{n_{1o}^4 + n_{cm}^2 \cos^2 \alpha \sin^2 \varphi (n_{1e}^2 - n_{1o}^2)}}. \quad (6)$$

Угол преломления ψ_{1o} обыкновенного луча в первом кристалле находится из закона преломления:

$$\sin \psi_{1o} = n_{cm} n_{1o}^{-1} \sin \varphi. \quad (7)$$

В общем случае как обыкновенный, так и необыкновенный лучи, распространяющиеся в первом кристалле, будут поляризованы под некоторым углом к главной плоскости второго кристалла, благодаря чему во втором кристалле произойдет расщепление каждого из них еще на два луча. При переходе от второго к третьему кристаллу дальнейшего расщепления лучей не произойдет, однако из-за различия в показателях преломления этих сред будет наблюдаться некоторая фокусировка лучей в третьем кристалле, как это схематически показано на рис. 1.

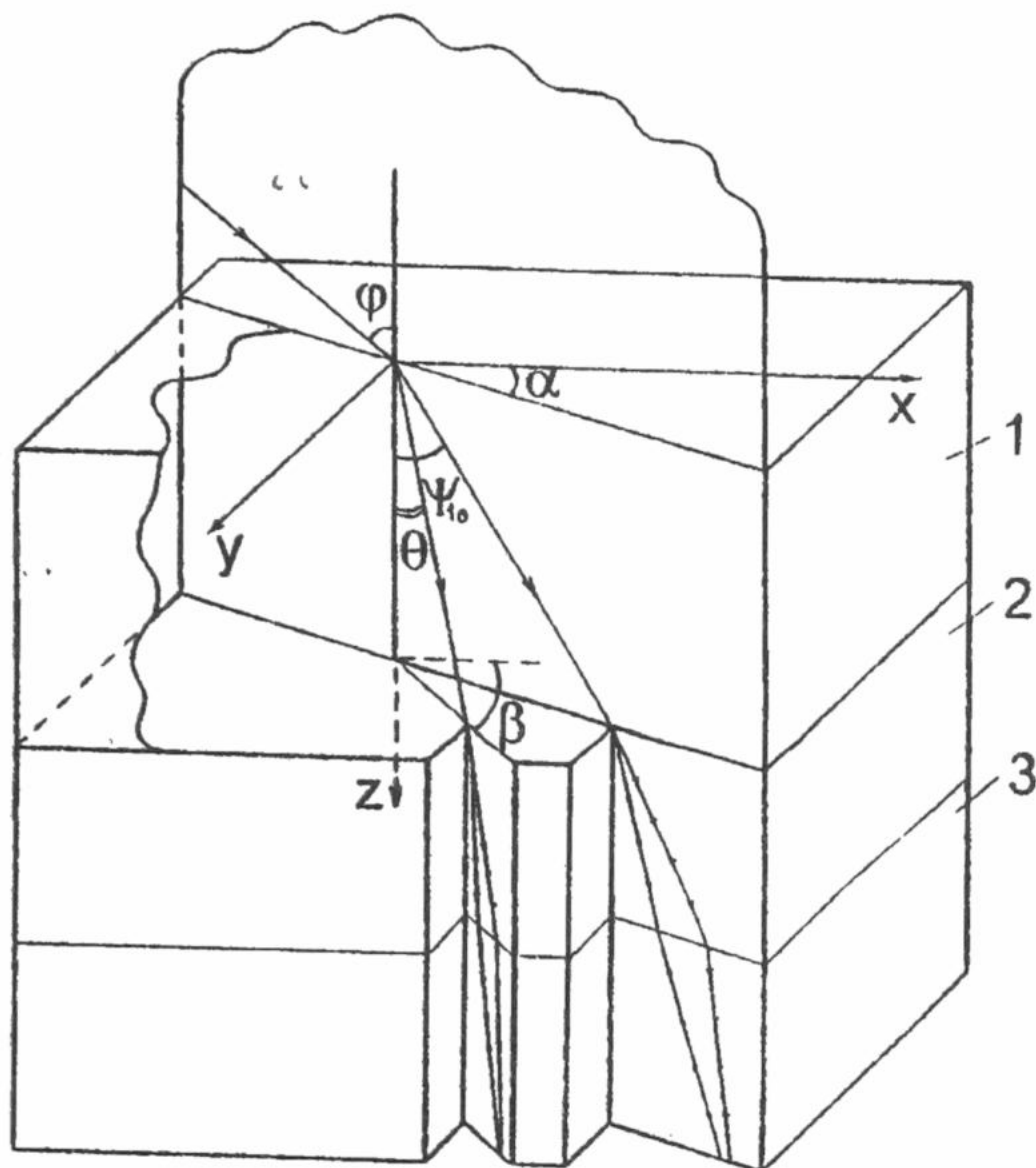


Рис.1. Распространение света в слое нервных волокон (1) и в частично обесцвеченных наружных сегментах фоторецепторов (2, 3)

Углы преломления обыкновенных лучей во втором и третьем кристаллах определяются из закона преломления, а углы преломления необыкновенных лучей, вычисленные с помощью построения Гюйгенса, определяются следующей общей формулой:

$$\operatorname{tg} \Psi_{ie} = n_{i-1} n_{io} \sin \varphi_{i-1} n_{ie}^{-1} (n_{ie}^2 - n_{i-1}^2 \sin^2 \varphi_{i-1})^{-1/2}, \quad (8)$$

где индекс i характеризует номер рассматриваемого кристалла в соответствии с введенной ранее нумерацией; φ_{i-1} - угол падения исходного луча на i -й кристалл; n_{io} , n_{ie} - показатели преломления для обыкновенного и необыкновенного лучей в i -м кристалле; n_{i-1} - показатель преломления для исходного луча, распространяющегося в $(i-1)$ -м кристалле.

Следует подчеркнуть, что для обыкновенных лучей показатели преломления не зависят от угла падения, тогда как для необыкновенных лучей следует учитывать зависимость показателей преломления от угла δ_{ie} между оптической осью i -го кристалла и направлением распространения соответствующей необыкновенной волны [17, 18]:

$$n_{ie}(\delta_{ie}) = \frac{n_{io} n_{ie}}{\sqrt{n_{io}^2 \sin^2 \delta_{ie} + n_{ie}^2 \cos^2 \delta_{ie}}}, \quad (9)$$

По известным углам преломления и выбранным толщинам рассматриваемых слоев сетчатки, с помощью очевидных геометрических расчетов нами были определены расстояния между распространяющимися в сетчатке лучами. Для случая, когда наружный сегмент фоторецепторов является наполовину обесцвеченным ($z = 1/2 h_2$), на рис.2 приведены графики зависимости расстояний между двумя обыкновенными лучами a_{3o} и двумя необыкновенными лучами a_{3e} на выходе из фоторецепторов в зависимости от угла падения исходного луча на

сетчатку φ и от угла поворота плоскости падения относительно оптической оси слоя нервных волокон α . Расчеты показали, что вид приведенных кривых не зависит от глубины обесцвечивания z , которая незначительно влияет на абсолютные значения a_{3o} и a_{3e} . Между собой расстояния a_{3o} и a_{3e} различаются очень слабо (разница наблюдается только во втором знаке после запятой), поэтому на графиках (рис.2) a_{3o} и a_{3e} сливаются в одну кривую при выбранных φ и α .

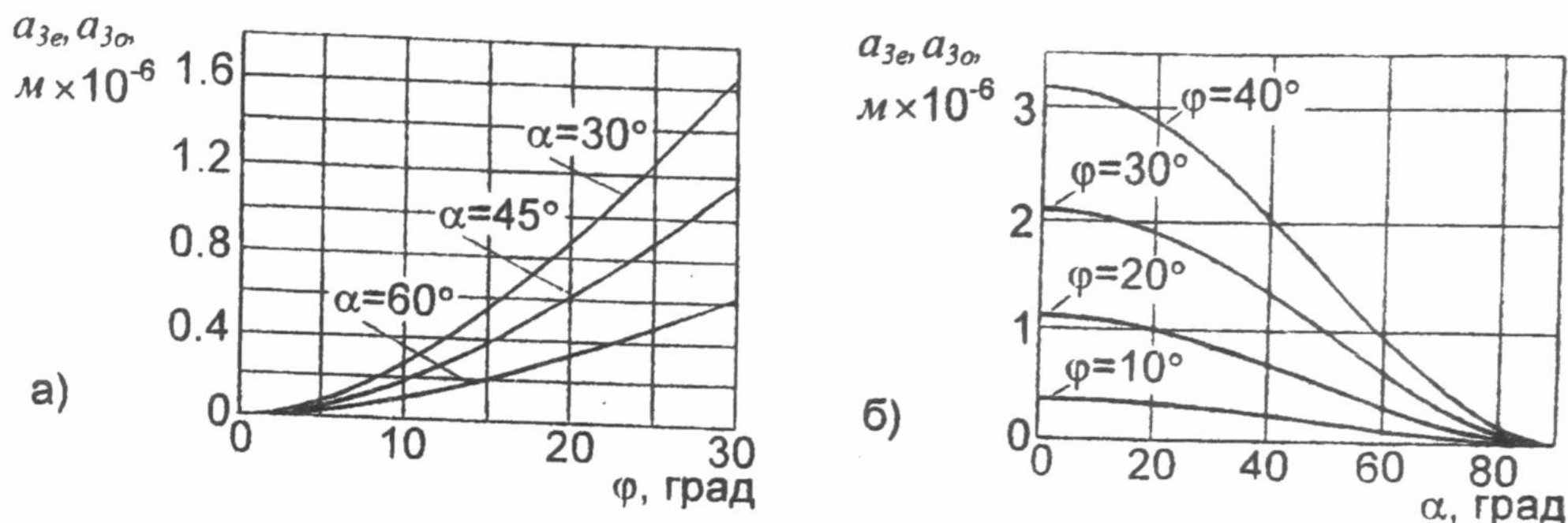


Рис.2. Расстояния между двумя выходящими из фоторецептора лучами с одинаковой поляризацией (a_{3o} , a_{3e}) в зависимости от угла падения φ начального луча на сетчатку (а) и от угла поворота α плоскости падения относительно оптической оси слоя нервных волокон (б)

Как известно [15], между оптической осью и зрительной осью (прямой, проходящей от середины центральной ямки к узловой точке глаза) всегда есть некоторый угол, приблизительно равный 5° . Диаметр желтого пятна человеческого глаза по данным [15] составляет от 10° до 15° в угловых величинах. Поэтому реально угол падения φ светового луча на область желтого пятна сетчатки будет составлять не более, чем 20° . Как видно из приведенных на рис.2 графиков, наибольшее расстояние, на которое могут разойтись два обыкновенных (или два необыкновенных) луча в желтом пятне, составляет около 1 мкм при $\varphi = 20^\circ$ и $\alpha < 10^\circ$, а при $\varphi < 20^\circ$ и $\alpha > 10^\circ$ это расстояние будет еще меньшим. Из этого следует, что в реальных условиях лучи с одинаковой поляризацией расходятся на расстояния, которые можно сравнить с длиной световой волны, и, таким образом, могут интерферировать, создавая в нелинейной среде наружных сегментов фоторецепторов динамические голограммы.

ЦИФРОВОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА ФОРМИРОВАНИЯ СЕТЧАТОЧНЫХ ГОЛОГРАММ

Для того, чтобы определить качество возникающих в сетчатке голограмм, воспользуемся понятием "видность интерференционных полос". Если известны максимальные (I_{max}) и минимальные (I_{min}) значения интенсивностей поля в плоскости голограммы, то видность интерференционных полос определяется следующим образом [19]:

$$M = \frac{I_{max} - I_{min}}{I_{max} + I_{min}}. \quad (10)$$

Переходя от значений интенсивности поля к векторам напряженности электрического поля первой и второй волны, получим:

$$M = \frac{2|\vec{E}_1||\vec{E}_2|\cos\psi}{|\vec{E}_1|^2 + |\vec{E}_2|^2}, \quad (11)$$

где ψ - угол между векторами $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$.

В нашем случае в качестве $\vec{E}_1$ и $\vec{E}_2$ будут выступать две обыкновенные или две необыкновенные волны, распространяющиеся в третьем кристалле (в темноадаптированных частях наружных сегментов фоторецепторов).

Для нахождения значений напряженностей электрического поля, распространяющегося в сетчатке, удобнее всего воспользоваться прямыми бескоординатными методами, предложенными академиком Ф.И.Федоровым и развитыми его последователями [18, 20]. Согласно Ф.И. Федорову, для распространяющихся в одноосном кристалле обыкновенной и необыкновенной волн будем иметь:

$$\vec{E}_o = A_o [\vec{q}, \vec{c}] \quad (12)$$

$$\vec{E}_e = A_e (\epsilon_o - n_e^2 \vec{q} \cdot \vec{q}) \vec{c}, \quad (13)$$

где точка между векторами означает их диадное произведение; $\vec{q}$ - единичный вектор нормали к поверхности раздела, направленный из первой среды во вторую; $\vec{c}$ - единичный вектор, направленный вдоль оптической оси рассматриваемого кристалла.

Для первого кристалла (слоя нервных волокон), чья оптическая ось параллельна границе раздела сред, будем иметь:

$$A_o = \frac{2\vec{a}^2 \eta_{nad}}{\Delta} (B_{nad} \epsilon_o n (\eta_{nad} + \eta_e) \vec{a} \vec{c} - A_{nad} \vec{b} \vec{c} (\epsilon_o \eta_{nad} \eta_e + n^2 \eta_o^2)) \quad (14)$$

$$A_e = \frac{2\vec{a}^2 \eta_{nad}}{\Delta} (A_{nad} (\epsilon_o \eta_{nad} + n^2 \eta_o) \vec{a} \vec{c} + B_{nad} n \eta_o \vec{b} \vec{c} (\eta_{nad} + \eta_o)) \quad (15)$$

$$\Delta = (\eta_{nad} + \eta_o) (\vec{b}, \vec{c})^2 \eta_o (\epsilon_o \eta_{nad} \eta_e + n^2 \eta_o^2) + (\eta_{nad} + \eta_e) \epsilon_o (\vec{a}, \vec{c})^2 (\epsilon_o \eta_{nad} + n^2 \eta_o), \quad (16)$$

где A_{nad} и B_{nad} - компоненты падающей на первый кристалл волны, перпендикулярные плоскости падения и лежащие в плоскости падения, соответственно; $\eta_{nad}, \eta_o, \eta_e$ - введенные Федоровым параметры, значения которых определяются из уравнения нормалей для соответствующей среды.

Векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ определяются выражениями:

$$\vec{a} = [\vec{m}_i, \vec{q}]; \quad \vec{b} = [\vec{q}, \vec{a}] \quad (17)$$

где $\vec{m}_i = n_i \vec{n}_i$ - вектор рефракции любой из падающих, отраженных и преломленных волн; $\vec{n}_i$ - волновая нормаль соответствующей волны; n_i - показатель преломления для среды, в которой эта волна распространяется.

Для второго и третьего кристаллов (обесцвеченных и темноадаптированных фоторецепторных дисков), оптические оси которых перпендикулярны плоскости раздела сред, выражения для A_o и A_e принимают следующий вид:

$$A_o = \frac{2\eta_{nad}}{\eta_{nad} + \eta_o} A_{nad}, \quad (18)$$

$$A_e = - \frac{2n\eta_{nad}}{\epsilon_o \eta_{nad} + n^2 \eta_e} B_{nad}. \quad (19)$$

Следует подчеркнуть, что в формулах (18), (19) в качестве $\eta_{nad}, A_{nad}, B_{nad}$ выступают величины, характеризующие не исходную волну, падающую на сетчатку, а волну,

распространяющуюся в предыдущем слое сетчатки. Таким образом, для определения видностей интерференционных полос в третьем кристалле нам потребовалось определить вначале значения поля для волн, распространяющихся в первом и во втором кристаллах. В итоге искомые величины оказались зависящими сложным образом от многих параметров. Поэтому анализ поведения видностей интерференционных полос пары обыкновенных волн (M_{oo}) и пары необыкновенных волн (M_{ee}) был проведен при помощи компьютерного моделирования.

На рис.3 представлены графики зависимостей видностей интерференционных полос M_{oo} и M_{ee} от угла падения φ начального луча на сетчатку и от угла поворота α плоскости падения относительно оптической оси первого кристалла при условии, что $B_{пад} = A_{пад}$. Как следует из анализа графиков, в области углов $\alpha = 40^\circ \div 45^\circ$ видность интерференционных полос как для обыкновенной волны M_{oo} , так и для необыкновенной волны M_{ee} становятся практически равными нулю при любых реальных значениях φ . Максимум для M_{oo} находится в области углов $\alpha = 15^\circ \div 25^\circ$, для M_{ee} - при $\alpha = 0^\circ$. Значительных величин достигают M_{oo} и M_{ee} также в области $\alpha = 90^\circ$. Это говорит о том, что в различных областях сетчатки условия для существования динамических голограмм не всегда будут благоприятными. Проиллюстрируем это следующими рассуждениями.

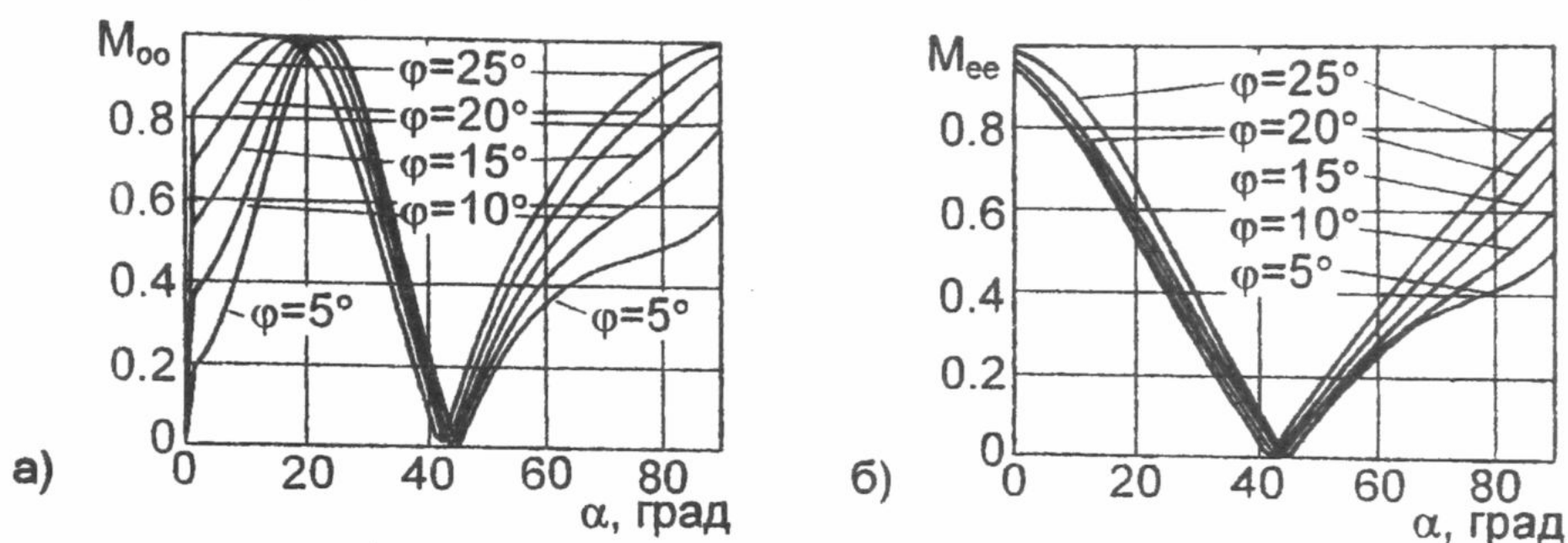


Рис.3. Видность интерференционных полос сетчаточных голограмм для пары обыкновенных лучей (а) и для пары необыкновенных лучей (б) в зависимости от угла падения φ начального луча на сетчатку и от угла поворота α плоскости падения относительно оптической оси слоя нервных волокон

Как было уже сказано выше, в области желтого пятна нервные волокна расходятся радиально из его центра к периферии. Поэтому в каждом секторе макулы первый кристалл будет иметь свою пространственную ориентацию оптической оси, которая должна быть параллельна геометрическим осям волокон. По данным физиологии зрения [15, 21], оптическая ось глаза располагается за пределами желтого пятна, как это показано на рис.4. Вследствие этого проходящая через оптическую ось глаза плоскость падения света на сетчатку в каждом конкретном случае образует с локальными оптическими осями различные по своей величине углы α_i . Как следует из графика, представленного на рис.3,а, в случае, если $10^\circ \leq \alpha_i \leq 30^\circ$ либо $80^\circ \leq \alpha_i \leq 90^\circ$, видность интерференционных полос для пары обыкновенных волн будет достаточно высокой: $M_{oo} \geq 0,6$. Если же $35^\circ \leq \alpha_i \leq 55^\circ$, то $M_{oo} \leq 0,3$, то есть можно считать, что в соответствующих точках желтого пятна записи голограмм не произойдет. Аналогично для пары необыкновенных волн при $0^\circ \leq \alpha_i \leq 20^\circ$ и $85^\circ \leq \alpha_i \leq 90^\circ$ будет $M_{ee} \geq 0,6$, а при $30^\circ \leq \alpha_i \leq 60^\circ$ - $M_{ee} \leq 0,3$.

"Поворачивая" плоскость падения исходного луча вокруг оптической оси глаза и определяя для каждого положения этой плоскости точки на сетчатке, где углы α_i попадают в тот или иной интервал, можно определить области, где условия для записи голограмм будут наилучшие ($M_{oo} \geq 0,6$) и наихудшие ($M_{oo} \leq 0,3$). При этом, как видно из рис.5,а,б, картина распределения областей наилучшей и наихудшей записи голограмм на желтом пятне будет зависеть от положения оптической оси глаза.

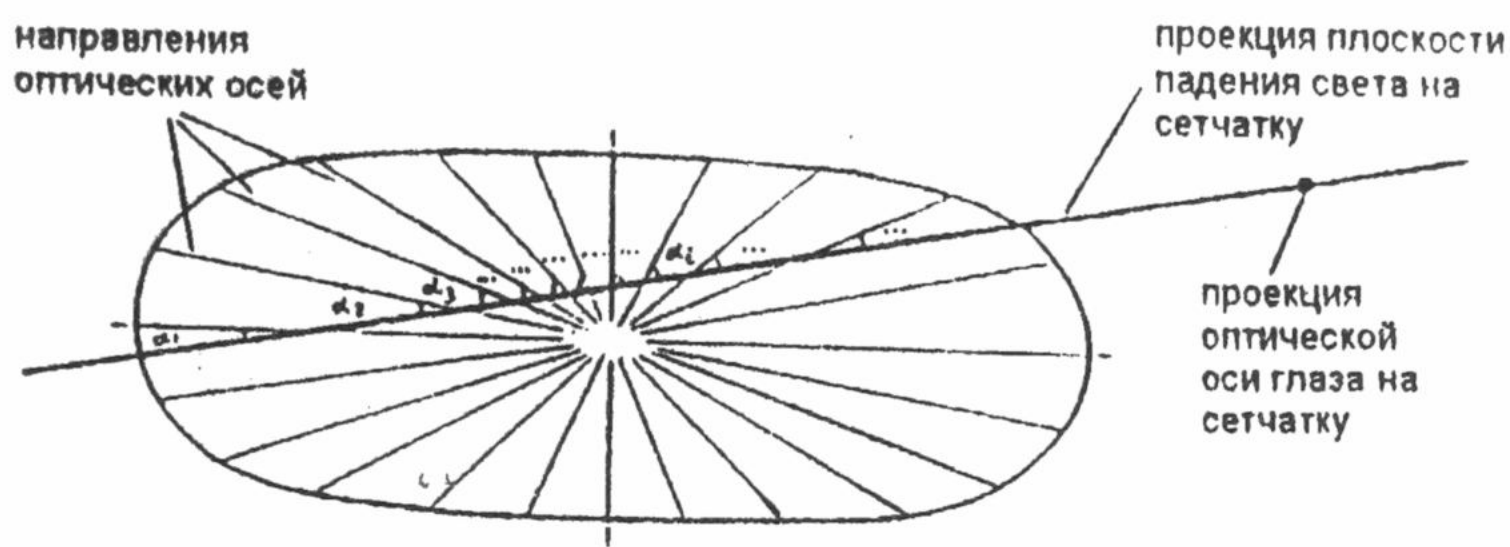
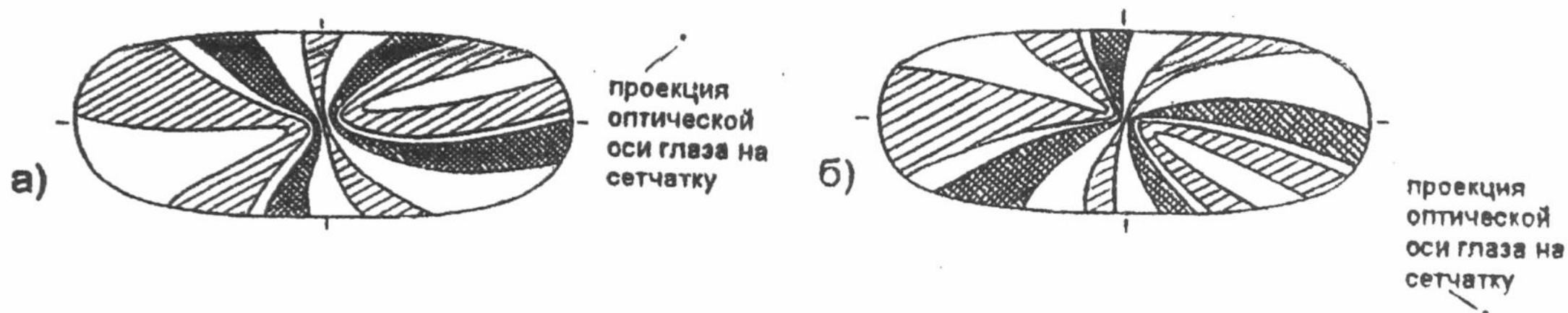


Рис. 4. Ориентация оптических осей слоя нервных волокон в различных областях желтого пятна сетчатки



-  - области желтого пятна сетчатки с видностью интерференционных полос $M_{oo} \geq 0,6$
-  - области желтого пятна сетчатки с видностью интерференционных полос $M_{oo} \leq 0,3$

Рис. 5. Распределение областей наилучшей и наихудшей видности интерференционных полос сетчаточных голограмм для пары обыкновенных волн при наименьшей (а) и наибольшей (б) степени аккомодации

Следует отметить, что два различных положения оптической оси глаза на рис.5,а и рис.5,б выбраны нами не случайно. Дело в том, что положение оптической оси зависит от степени аккомодации [15, 21]: если смотреть вдаль, ось располагается выше, а при разглядывании близкорасположенных предметов - ниже некоторого среднего положения, что обусловлено различным натяжением поддерживающих хрусталик цинновых связок. Таким образом, как видно из рис.5,а,б, в зависимости от степени аккомодации запись динамических голограмм будет происходить на различных участках желтого пятна, причем определенной степени аккомодации будет соответствовать строго своя картина распределения этих участков. С другой стороны, известно, что распределению освещенности на фоторецепторах сетчатки соответствует распределение возбуждений нейронов конечного слоя зрительной подкорки [1]. С учетом этих фактов предлагается гипотеза, согласно которой информация о глубине пространства может извлекаться мозгом из данных о том, какие именно участки желтого пятна производят голографическую запись изображения в конкретный момент времени. В пользу нашей гипотезы говорят данные о наличии восприятия глубины пространства в условиях монокулярного зрения [22, 23], а также нейрофизиологические исследования, согласно которым для каждой определенной области пространства существует специализированный участок нейронного модуля, селективно отвечающий при фиксированном положении взгляда на комбинацию данного направления и данного удаления [22, 24].

ВЫВОДЫ

Анализ строения сетчатки инвертированного глаза высших животных показал, что расположение слоя нервных волокон перед фоторецепторными клетками имеет глубокий смысл. В квазикристаллических структурах сетчатки создаются условия для возникновения динамических голограмм в нелинейной светочувствительной среде, заполняющей наружные сегменты фоторецепторных клеток. Таким образом, в конвертированных глазах сетчатка является не более чем аналогом фотопленки в фотоаппарате, тогда как в инвертированных глазах она представляет собой голограмму, что позволяет с большей полнотой регистрировать информацию об окружающем пространстве.

Созданная нами математическая модель процесса распространения света в анизотропных слоях сетчатки позволила провести цифровое моделирование и выявить условия, при которых видность интерференционных полос сетчаточных голограмм будет наилучшей. Анализ полученных при этом данных позволил выдвинуть оригинальную гипотезу о существовании еще одного канала для получения мозгом информации о глубине окружающего пространства. Таким образом, предлагаемая голографическая модель физиологической оптики дала возможность продвинуться на качественно новый уровень понимания процесса зрительного восприятия.

Авторы выражают глубокую признательность научным сотрудникам В.Т. Дымшицу и А.М. Набоке за ценные замечания при обсуждении результатов работы и оказанную помощь при проведении цифрового моделирования.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Глезер В.Д. Зрение и мышление. - Л.: Наука. 1985. - 245 с.
2. Соколов Е.Н., Вайткявичюс Г.Г. Нейроинтеллект: от нейрона к нейрокомпьютеру. - М.: Наука, 1989. - 238 с.
3. Гарусев А.В. Голографические свойства сетчатки //Тез. докл. Всес. симпозиума "Зрение организмов и роботов". - Т.2. - Вильнюс, 1985. - С.41 - 42.
4. Ахапкин Ю.К. и др. Светочувствительные пигменты биологического происхождения как носители информации для технических целей //Биотехника - новое направление компьютеризации. - М.: Наука, 1990. С.19 - 35.
5. Всеволодов Н.Н. и др. Попутное четырехлучковое взаимодействие в пленках "Биохром" //Светочувствительные биологические комплексы и оптическая регистрация информации. Пущино: ОНТИ, 1985. - С. 119 - 123.
6. Костылев Г.Д., Всеволодов Н.Н. О возможности использования фотохромных пленок "Биохром" для полихроматической записи голограмм во встречных пучках //Светочувствительные биологические комплексы и оптическая регистрация информации. Пущино: ОНТИ, 1985. - С.142 - 144.
7. Жевандров Н.Д. Поляризационная физиологическая оптика //УФН. 1995. Т.165. N 10. С.1193 - 1213.
8. Борн М., Вольф Э. Основы оптики. - М.: Наука, 1970. - 856 с.
9. Hemenger R.P. Birefringence of a medium of tenious parallel cylinders //Applied Optics. 1989. Vol.28. n 18. p.4030 - 4034.
10. H.B.klein Brink, G.J.van Blokland. Birefringence of the human foveal area assessed in vivo with Mueller-matrix ellipsometry //Journal of the Optical Society of America. 1988. Vol.A5. N 1. P.49 - 57.
11. Кривандин А.В., Протасова И.Б., Федорович И.Б., Фейгин Л.А. Рентгеноструктурное исследование фоторецепторных мембран в состоянии фазового разделения //Биологические мембраны. 1992. Т.9. N 1. С.40 - 51.
12. Corless J., Costello M.J. Paracrystalline inclusions associated with the disc membranes of frog retinal rod outer segments //Experimental Eye Research. 1981. Vol.32. N 2. P.217.
13. Liebman P.A., Jagger W.S., Kaplan M.W., Bargoot F.G. Membrane structure changes in rod outer segments associated with rhodopsin bleaching //Nature. 1974. Vol.251. N 6. P.31 - 36.

14. Волотовский И.Д., Конев С.В. Структурная динамика фоторецепторного аппарата. - Минск: Наука и техника, 1986. - 208 с.
15. Кравков С.В. Глаз и его работа. - М.-Л.: Изд-во АН СССР, 1950. - 532 с.
16. Ландсберг Г.С. Оптика. - М.: Наука, 1976. - 926 с.
17. Цернике Ф., Мидвинтер Дж. Прикладная нелинейная оптика. - М.: Мир, 1976. - 260 с.
18. Федоров Ф.И. Оптика анизотропных сред. - Минск: Изд-во АН БССР, 1958. - 380 с.
19. Винецкий В.Л., Кухтарев Н.В. Динамическая голография. - К.: Наукова думка, 1983. - 128 с.
20. Бокуть Б.В., Сердюков А.Н. Основы теоретической кристаллооптики. Часть 1. - Гомель: Изд-во Гомельского госуниверситета, 1977. - 90 с.
21. Ковалевский Е.И. Офтальмология. - М.: Медицина, 1995. - 480 с.
22. Рычков И.Л. Пространственное зрение человека и животных. - Иркутск: Изд-во Иркутского ун-та, 1990. - 216 с.
23. Могилев Л.Н. Механизмы пространственного зрения. - Л.: Наука, 1982. 112 с.
24. Blakemore C. The representation of three-dimensional visual space in the cat's striate cortex //J.Physiol. 1970. Vol.209. N 1. P.155 - 178.

ВЛИЯНИЕ ПЕРИОДИЧЕСКИ ВОЗНИКАЮЩЕГО СБОЯ ПО ТОЛЩИНЕ СЛОЯ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ РЕШЁТКИ НА ЕЁ ДИСПЕРСИОННЫЕ СВОЙСТВА

Е. Ю. Крамаренко, Н. А. Хижняк

Харьковский национальный университет, Харьков 310077, пл. Свободы 4

Поступила в редакцию 2 декабря 1999 г.

В работе рассматривается вопрос о влиянии сбоя, возникающего периодически по толщине слоя диэлектрической решётки, на её дисперсионные свойства. Для такой структуры получено дисперсионное уравнение, которое исследуется численно. Появление сбоя приводит к расщеплению зоны пропускания, характерной для периодической структуры без сбоя. Внутри зоны пропускания появляются полосы непропускания электромагнитных волн. Число появляющихся полос непропускания зависит от частоты сбоя.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: периодическая решётка, периодический сбой, решётка со сбоем, зона пропускания, полоса непропускания, дисперсионное уравнение, дисперсионная кривая.

Одним из основных видов направляющих структур на основе линейных изотропных материалов являются диэлектрические решетки. Диэлектрическая решётка - это частный случай среды с периодически изменяющимися параметрами. В связи с этим, задача о рассеянии на диэлектрической решётке как плоских, так и объёмных волн решалась в целом ряде работ как теоретически, так и с помощью численных методов [1,2]. У идеальной решётки слои должны быть строго параллельны и иметь одинаковую форму. Однако на практике оба эти требования обычно не выполняются. Совершенно нерегулярные ошибки не так серьёзны, как систематические ошибки, например в периоде решётки. В данной работе рассматривается влияние систематической ошибки, выражающейся в увеличении длины периода, на дисперсионные свойства периодической среды.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Будем решать задачу на собственные значения о распространении электромагнитных волн через структуру, состоящую из равноудалённых слоёв диэлектрика, в том случае, когда толщина некоторого слоя несколько отличается от предыдущих (рис. 1). Будем считать, что этот сбой повторяется периодически.

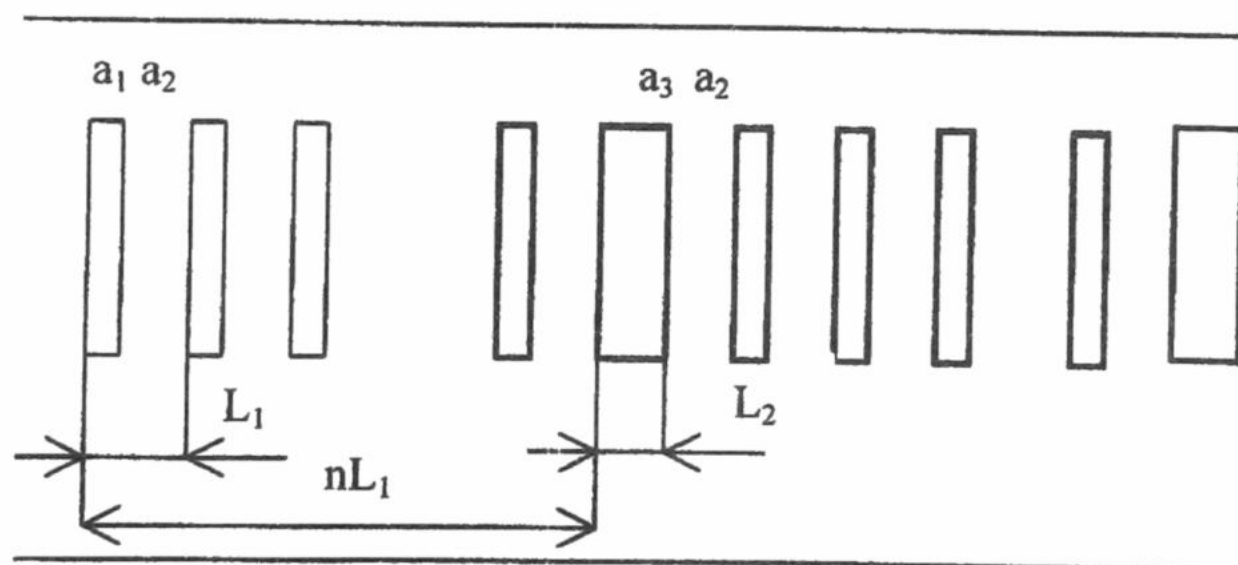


Рис. 1. Бесконечная структура, состоящая из равноудалённых слоёв диэлектрика, с отличной от предыдущих толщиной $(n+1)$ -го слоя.

ДИСПЕРСИОННОЕ УРАВНЕНИЕ

Для описанной выше структуры дисперсионное уравнение имеет следующий вид [3]:

$$\frac{1}{2} SpM = \cos n\psi \cos \varphi + \left(\chi_1 \chi_2 + \frac{\gamma_1 \beta_2 + \gamma_2 \beta_1}{2} \right) \sin n\psi \sin \varphi, \quad (1)$$

где M - матрица монодромии [4] волнового уравнения периодической структуры на периоде $L = nL_1 + L_2$,

$$\begin{aligned}
\chi_1 &= \frac{U_1(L_1) - \frac{1}{\varepsilon} U_2'(L_1)}{2 \sin \psi}, \quad \chi_2 = \frac{V_1(L_2) - \frac{1}{\varepsilon} V_2'(L_2)}{2 \sin \varphi}, \quad \beta_1 = \frac{U_2(L_1)}{\sin \psi}, \\
\beta_2 &= \frac{V_2(L_2)}{\sin \varphi}, \quad \gamma_1 = \frac{\frac{1}{\varepsilon} U_1'(L_1)}{\sin \psi}, \quad \gamma_2 = \frac{\frac{1}{\varepsilon} V_1'(L_2)}{\sin \varphi}, \\
\cos \psi &= \frac{1}{2} \left(U_1(L_1) + \frac{1}{\varepsilon} U_2'(L_1) \right), \quad \cos \varphi = \frac{1}{2} \left(V_1(L_2) + \frac{1}{\varepsilon} V_2'(L_2) \right).
\end{aligned} \tag{2}$$

Функции U_1, U_2, V_1, V_2 - фундаментальные решения волнового уравнения на периодах L_1 и L_2 соответственно:

$$U_1(L_1) = \cos p_1 a_1 \cos p_2 a_2 - \frac{p_1}{p_2 \varepsilon} \sin p_1 a_1 \sin p_2 a_2, \tag{3}$$

$$U_2(L_1) = \frac{1}{p_2} \cos p_1 a_1 \sin p_2 a_2 + \frac{\varepsilon}{p_1} \sin p_1 a_1 \cos p_2 a_2, \tag{4}$$

$$V_1(L_2) = \cos p_1 a_3 \cos p_2 a_2 - \frac{p_1}{p_2 \varepsilon} \sin p_1 a_3 \sin p_2 a_2, \tag{5}$$

$$V_2(L_2) = \frac{1}{p_2} \cos p_1 a_3 \sin p_2 a_2 + \frac{\varepsilon}{p_1} \sin p_1 a_3 \cos p_2 a_2, \tag{6}$$

$$p_1 = \sqrt{k^2 \varepsilon - k_{\perp}^2}, \quad p_2 = \sqrt{k^2 - k_{\perp}^2}. \tag{7}$$

Известно, что распространяться в структуре будут только те волны, для которых $\left| \frac{1}{2} SpM \right| \leq 1$.

В линейном приближении, в случае совсем незначительного изменения толщины слоя, дисперсионное уравнение примет вид:

$$\frac{1}{2} SpM \approx \cos(n+1)\psi + \delta F(x), \tag{8}$$

где δ - сбой по толщине, $F(x)$ - функция параметров структуры.

АНАЛИЗ РЕЗУЛЬТАТОВ ЧИСЛЕННОГО СЧЁТА

Полученную структуру со сбоем будем сравнивать со структурой без сбоя, которую можно назвать просто периодической. Численные расчёты будем проводить для случая, когда длина падающей волны соизмерима с периодом структуры без сбоя. Для этого выберем одну зону пропускания периодической решётки. Параметры периодической решётки следующие: $a_1 = a_2$, $L_1 = 0.5 \text{ см}$, $\varepsilon = 10$.

На рис.2а построена дисперсионная зависимость для случая, когда: $n=4$, $a_3 / a_1 = 1.1$. Видно, что появление сбоя приводит к расслаиванию зоны пропускания, характерной для периодической структуры. Внутри зоны пропускания периодической структуры появляются четыре полосы непропускания электромагнитных волн.

На рис. 2б построена дисперсионная кривая для структуры, у которой отношение $a_3 / a_1 = 1.1$ сохраняется, но изменение толщины слоя наблюдается в каждом десятом периоде. Как и в предыдущем случае происходит расслаивание первоначальной области с появлением девяти новых полос непропускания.

Учитывая вид восьмой формулы и результаты численного счёта, можно сделать вывод о том, что появление периодического сбоя в $(n+1)$ -м периоде приводит к появлению n полос непропускания внутри зоны пропускания периодической структуры. Примерное расположение этих полос определяется из условия $\cos(n+1)\psi = \pm 1$.

Следует отметить неравномерное распределение полос по ширине: полосы, появляющиеся ближе к краям зоны имеют большую ширину чем те, которые расположены в средней части спектра.

На рис. 3 построены две дисперсионные кривые: периодической структуры, с параметрами описанными выше, и структуры, у которой толщина десятого слоя увеличивается в два раза. Увеличение

толщины слоя в два раза приводит к тому, что внутри зоны пропускания периодической структуры появляются десять полос непропускания.

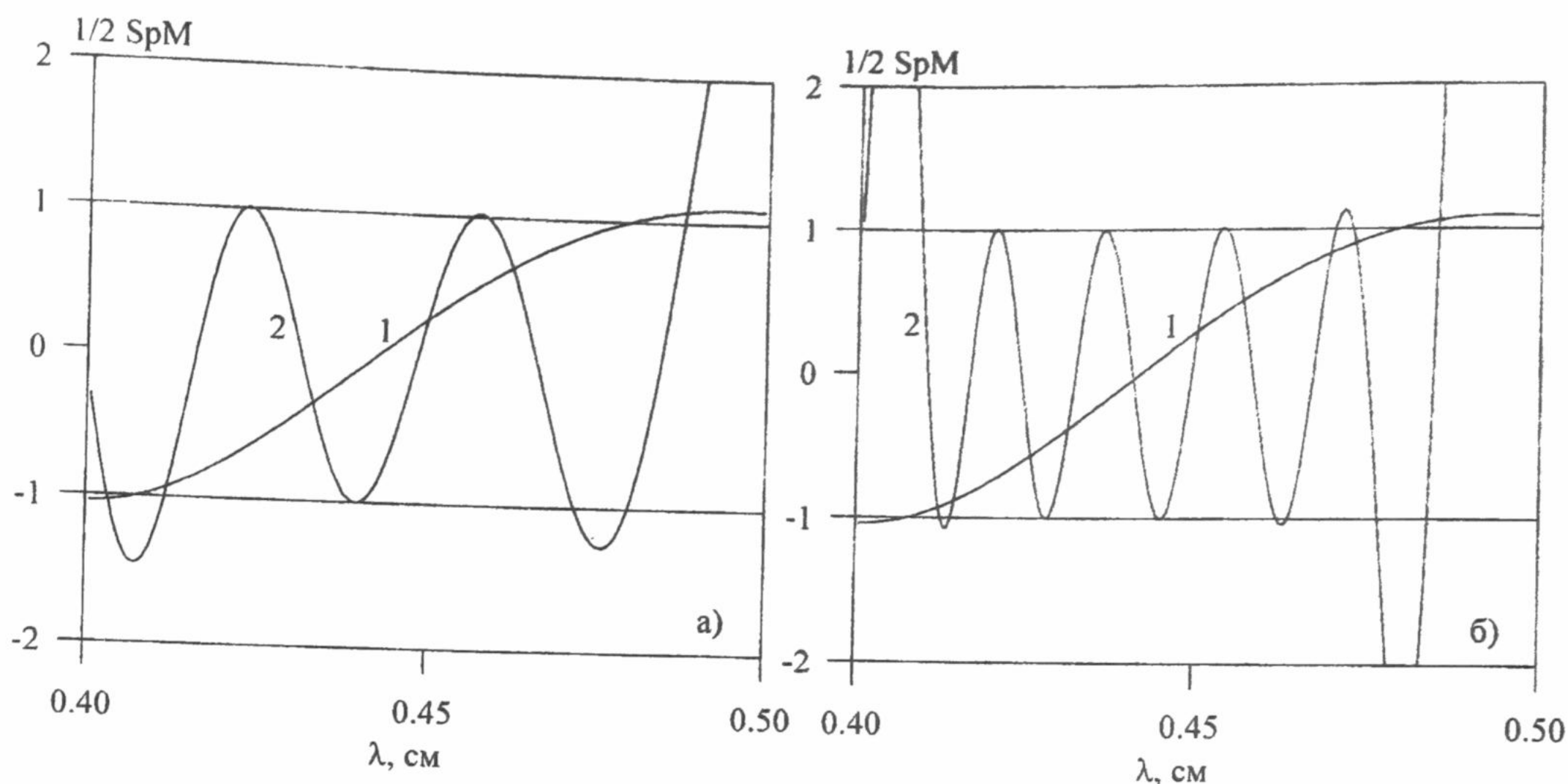


Рис. 2. Дисперсионные кривые для отношения $a_3/a_1=1.1$: 1 – периодической структуры; 2 – структуры со сбоем в каждом 5-м периоде (а); 1 – периодической структуры; 2 – структуры со сбоем в каждом 10-м периоде (б).

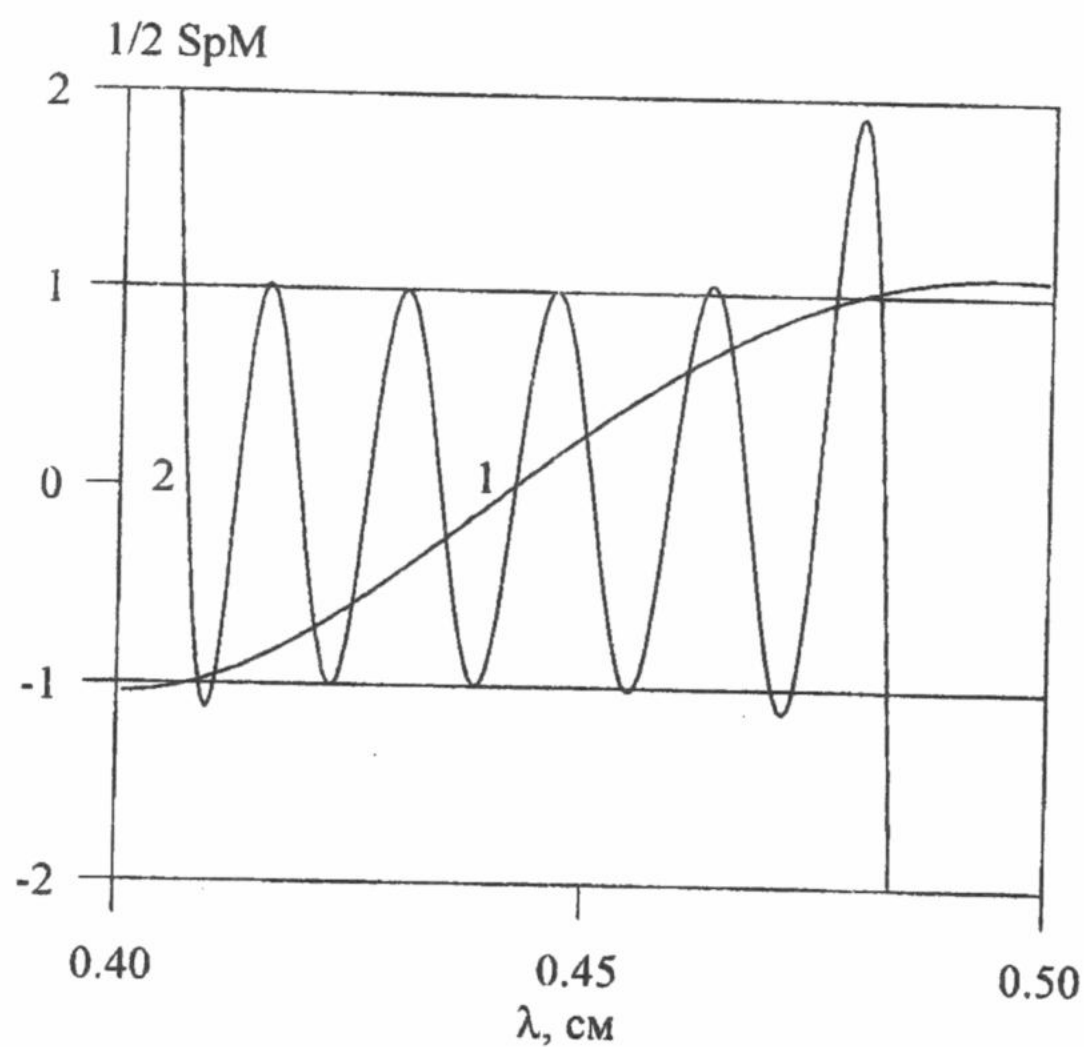


Рис. 3. Дисперсионные кривые для отношения $a_3/a_1=2$: 1 – периодической структуры; 2 – структуры со сбоем в каждом 10-м периоде.

Ширина возникающих полос непропускания зависит от соотношения между параметрами падающей волны и структуры со сбоем, в том числе и от её диэлектрической проницаемости. Чем больше значение диэлектрической проницаемости, тем больше ширина появляющихся полос.

ВЫВОДЫ

Появление сбоя приводит к расщеплению зоны пропускания периодической структуры. Внутри зоны пропускания периодической структуры появляются полосы непропускания электромагнитных волн. Число появляющихся полос непропускания зависит от частоты сбоя.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Боровский И. В., Хижняк Н. А. Дифракция электромагнитной волны на периодической границе двух сред. // Известия высших учебных заведений. Радиофизика. 1986. Т.29, N5. С. 586-596.
2. Bertoni H. L., Cheo L. S., Tamir T. Frequency-selective reflection and transmission by a periodic dielectric layer. // IEEE Transactions on antennas and propagation. 1989. V.37, N1. P. 78-83.
3. Хижняк М. А., Крамаренко К.Ю. Поширення електромагнітних хвиль у просторово-періодичних структурах з подвійною періодичністю. // Український фізичний журнал. 1997. Т.42, N10. С. 1256-1259.
4. Якубович В.А., Старжинский В.М. Параметрический резонанс в линейных системах. М.:Наука, 1987. 328 с.

РАСЧЕТ ДИНАМИЧЕСКИХ ХАРАКТЕРИСТИК РЕКТЕНН С УЧЕТОМ ВЛИЯНИЯ НЕЛИНЕЙНОЙ ЕМКОСТИ ВЫПРЯМИТЕЛЬНЫХ ДИОДОВ

А.И.Лучанинов, М.А.Омаров, А.А.Коновальцев

*Харьковский государственный технический университет радиозлектроники,
310726, Харьков, пр. Ленина 14*

Поступила в редакцию 5 октября 1999 года

Исследовано влияние нелинейности барьерной емкости выпрямительных диодов Шоттки на энергетические параметры ректенн. Приведены результаты численных и экспериментальных исследований динамических характеристик модуля опытного образца ректенны в составе ректенной решетки. Показано, что учет зависимости емкости диодов от уровня входного воздействия существенно приближает данные расчета к данным эксперимента и позволяет рассчитать динамические характеристики ректенн с меньшей погрешностью.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: ректенна, диод Шоттки, барьерная емкость, нелинейные свойства.

Системы беспроводной передачи энергии (системы БПЭ) микроволновым лучом типа космос-космос функционируют в условиях изменения дальности передачи энергии между двумя космическими аппаратами. При этом уровень плотности потока мощности P микроволнового луча, падающего на антенну-выпрямитель (ректенну) системы БПЭ, может существенно изменяться, что вызывает необходимость разработки методики расчета ректенн, достоверной в широком динамическом диапазоне изменения величины P .

Расчеты основных характеристик ректенн проводятся методами теории антенн с нелинейными элементами, изложенной в [1]. Один из этапов расчета состоит в выборе модели выпрямительного диода Шоттки. В [2] показано, что при работе системы БПЭ на частоте 2,45 ГГц достаточно диод Шоттки представить в виде резистивной нелинейности, полагая, что его емкость не зависит от уровня входного воздействия. Однако, применение такой модели приводит к определенным погрешностям расчета энергетических характеристик ректенн в широком динамическом диапазоне входных воздействий. Цель настоящей статьи состоит в том, чтобы на результатах численных и натурных экспериментов показать, что методика расчета характеристик ректенн [1] может быть использована с применением более строгой модели нелинейной барьерной емкости диодов Шоттки, при этом точность расчета динамических характеристик ректенн существенно возрастает.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ, МЕТОДЫ ИССЛЕДОВАНИЯ

Исследования параметров ректенн проводились по методике, приведенной в работе [1]. Диода Шоттки моделировался в виде параллельного соединения нелинейного сопротивления с характеристикой

$$i(u) = \begin{cases} I_S (e^{\alpha u} - 1), & \text{при } u \leq U_\partial \\ D(u - U_\partial) + I_S (e^{\alpha u} - 1), & \text{при } u > U_\partial \end{cases} \quad (1)$$

и нелинейной емкости $C(u)$, равной

$$C(u) = \begin{cases} \frac{C_0}{\left(1 - \frac{u}{\Phi_k}\right)^v}, & \text{при } u \leq U_{\max} \\ C_{\max} \{k(u - U_{\max}) + 1\}, & \text{при } u > U_{\max}. \end{cases} \quad (2)$$

Здесь

$$U_{\max} = \Phi_k \left\{ 1 - \exp \left[\frac{1}{v} \ln \left(\frac{C_0}{C_{\max}} \right) \right] \right\}, \quad k = \frac{v C_0}{\Phi_k C_{\max} \left(1 - \frac{U_{\max}}{\Phi_k} \right)^{1+v}}.$$

u - напряжение входного воздействия; I_S - ток насыщения; α - постоянный коэффициент; D - параметр, выбираемый эмпирическим путем из условия улучшения сходимости итерационного процесса; C_0 - емкость диода при $u = 0$; $C_{\max}$ - емкость диода при $u = U_{\max}$; $U_{\max}$ - напряжение, определяемое из условия $(\Phi_k - U_{\max})/U_{\max} \ll 1 \neq 0$, Φ_k - контактная разность потенциалов, $v = 0,5$.

Влияние нелинейной емкости диодов Шоттки на параметры ректенн устанавливалось путем расчета по методике [1] их динамических характеристик $P_0(S)$ (P_0 – мощность постоянного тока в нагрузке ректенны) с учетом и без учета зависимости емкости диода от уровня входного воздействия $C(U)$. Полученные данные сравнивались с результатами экспериментов.

Для опытов использовалась экспериментальная установка, структурная схема которой показана на рис. 1. Измерение проводилось в безэховой камере (1) размером $6 \times 2,5$ м, выполненной из материала «Экран-320». По сути, установка представляла собой экспериментальную систему БПЭ, передающая часть которой состояла из генератора СВЧ (4), блока управления (5), вынесенного за пределы камеры, и передающей зеркальной антенны (3). Генератор работал на частоте 2,45 ГГц. В качестве генераторного прибора использовался магнетрон М-105-1. В применяемой конструкции выходная мощность не регулировалась и ее величина, измеренная с помощью ваттметра, равнялась 550 ± 50 Вт. Для изменения величины плотности потока мощности падающего на ректенну (2) микроволнового пучка применялся устанавливаемый рядом с передающей антенной поглощающий экран (8) из материала «Экран-320». Величина затухания в экране от 4,5 до 15 дБ изменялась за счет увеличения его толщины, т.е. увеличения количества установленных вплотную листов поглощающего материала. Вибраторный облучатель параболического зеркала диаметром 0,9 м располагался в его фокусе, т.е. апертура передающей антенны возбуждалась синфазно.

Испытуемая ректенна состояла из девяти однотипных модулей (три ряда и три этажа) и имела квадратную форму с габаритным размером 0,7 м. Схема одного модуля изображена на рис. 2. В состав модуля входит 16 приемно-выпрямительных элементов (ПВЭ) (восемь параллельно соединенных линеек, в каждой из которых последовательно соединены два ПВЭ). Элементы модуля располагались в узлах решетки с треугольной сеткой и шагом $\lambda_0/2$ (λ_0 – рабочая длина волны в свободном пространстве). В качестве элемента модуля выбран петлевой вибратор над экраном со встречно включенными в его рассечки выпрямительными диодами Шоттки 3A208A, имеющими допустимую СВЧ мощность 0,5 Вт. Вибратор настраивался в резонанс совместно с емкостью диода. Особенность модуля состояла в том, что развязка выпрямительных схем ПВЭ и цепей постоянного тока осуществлялась за счет включения соединительных проводов в точки нулевого потенциала вибраторов Пистолькорса. Плата модуля была изготовлена из фольгированного стеклотекстолита с относительной диэлектрической проницаемостью $\epsilon = 6$, толщиной 2 мм и размещалась над экраном на высоте 9 мм. Всего ректенна содержала 144 элемента, что позволяло моделировать ее как крупноапертурную [3].

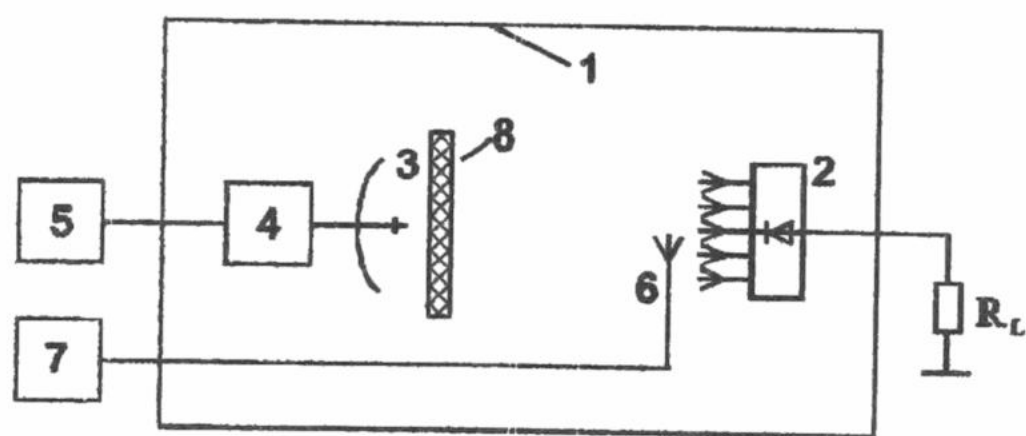


Рис. 1. Схема экспериментальной установки

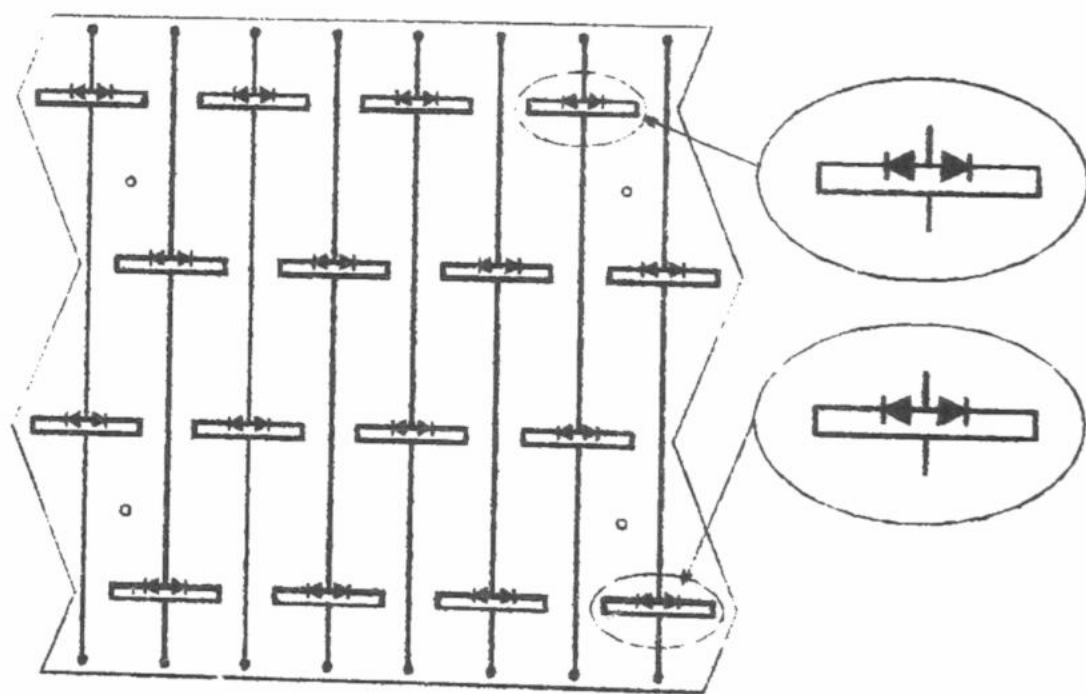


Рис. 2. Модуль ректенны

Экспериментально исследовалась динамическая характеристика $P_0(\Pi)$ центрального модуля ректенны (см. рис. 1). На место ректенны устанавливалась антенна измерителя плотности потока энергии (6) и при включенном СВЧ генераторе на индикаторном блоке (7) измерителя фиксировалась величина Π в центре апертуры. Для определения мощности P_0 , выделяемой на сопротивлении R_L , использовался вольтметр. Измерения выполнялись при условии равномерного облучения апертуры центрального модуля. Степень равномерности падающего поля контролировалась измерителем плотности потока энергии и составляла величину не более $\pm 0,5$ дБ.

РЕЗУЛЬТАТЫ И ВЫВОДЫ

Результаты численных и натурных экспериментов представлены на рис. 3, 4. Здесь изображены зависимость $P_0(R_L)$ при различных значениях плотности потока мощности падающего микроволнового луча

Π (рис. 3) и динамические характеристики $P_0(\Pi)$ при постоянном сопротивлении нагрузки модуля ректенны R_L .

Анализируя полученные результаты, нетрудно прийти к выводу, что учет зависимости емкости выпрямительных диодов Шоттки от уровня входного воздействия существенно приближает данные расчета к данным эксперимента и позволяет рассчитывать динамические характеристики ректенн с меньшей погрешностью.

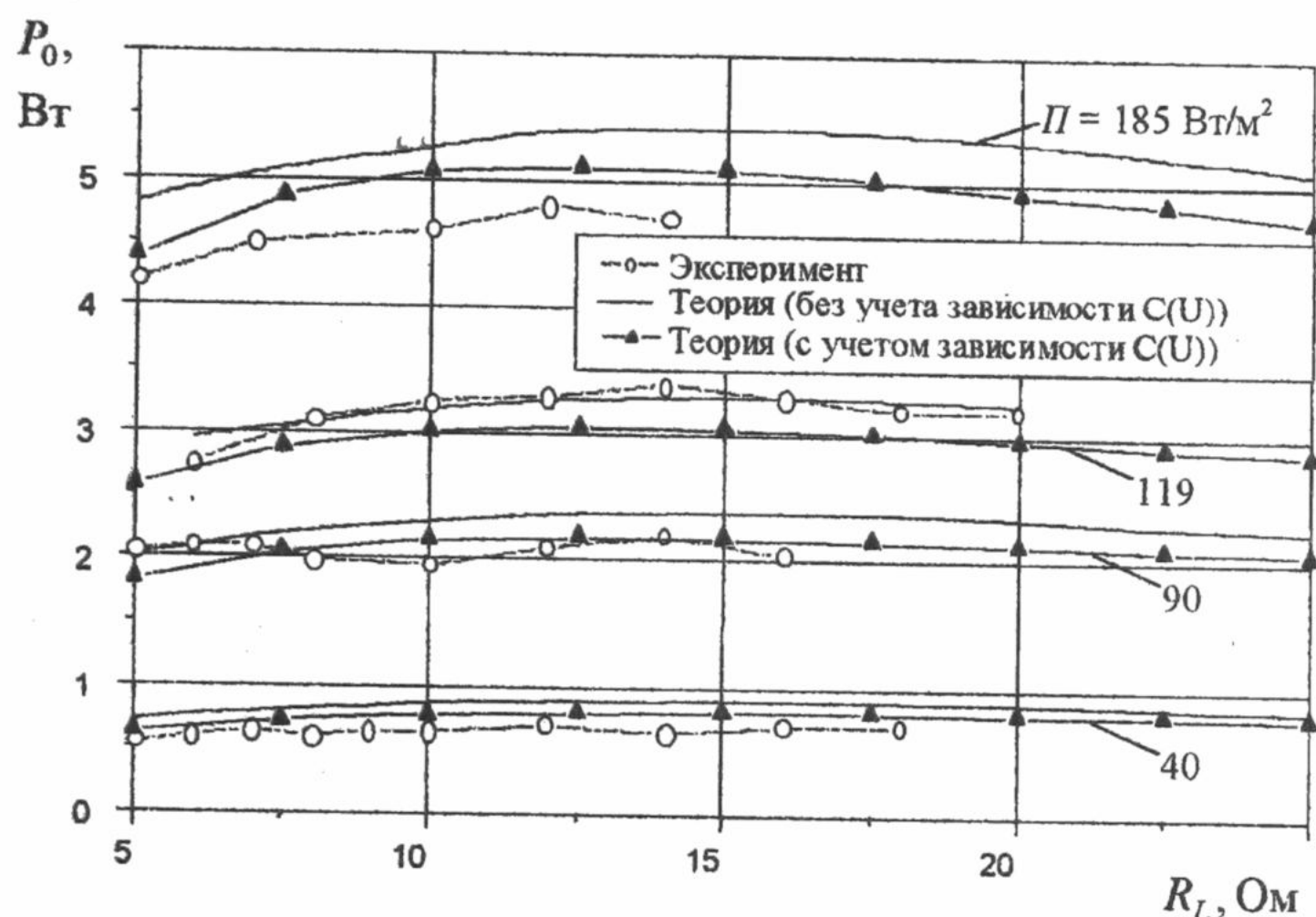


Рис. 3. Нагрузочные характеристики модуля ректенны

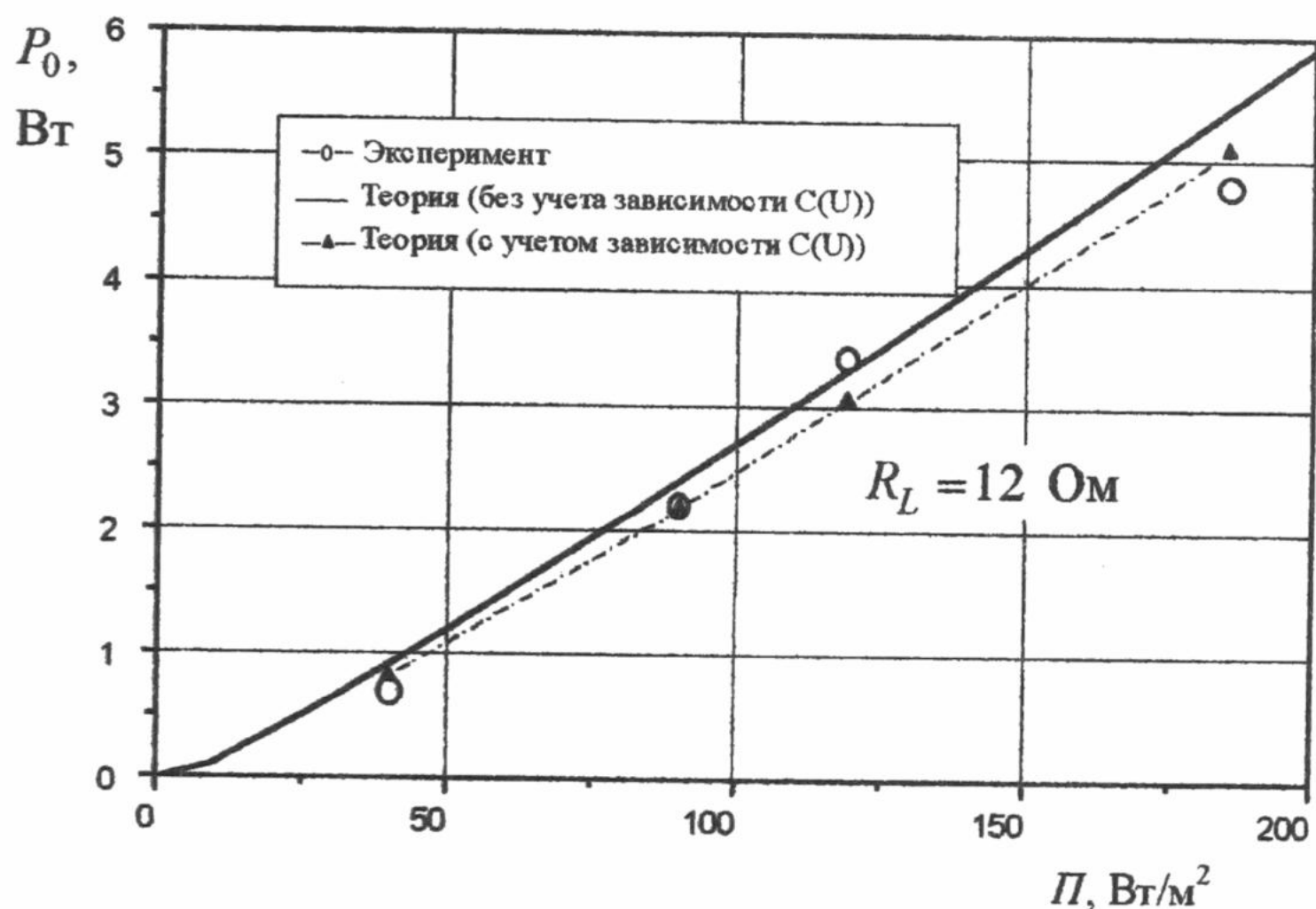


Рис. 4. Динамическая характеристика модуля ректенны

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Лучанинов А.И., Шифрин Я.С. Антенны с нелинейными элементами// Глава X в кн.: Справочник по антенной технике. Т.1./ Под ред Л.Д.Бахрака и Е.Г.Зелкина. –М.: Изд-во ИПРЖР, 1997. –С.207 – 235.
2. Shifrin Y.S., Luchaninov A.I., Shokalo V.M., Shcherbina A.A. Methods for Increasing of Large Rectenna Efficiency // Turkish Journal of Physics. –1996. –v.20. –No.8. –pp.856-861.
3. Лучанинов А.И., Шокало В.М., Коновальцев А.А. Численные исследования параметров приемно-выпрямительных элементов крупноапертурных ректенн // Радиотехника (Харьков). –1998. –№7. –С.3-11.