РОЗДІЛ III

АЕРОПЛЯННЕ КРИЛО В ПЛОСКО-РІВНОБІЖНОМУ ПОТОКОВІ

§ 1. Основні поняття

Уже в § 1 розділу II сказано, що течію навколо аеропляннного крила, яке рухається нормально до своєї осі, принаймні в середніх її перекроях, можна з великим наближенням вважати за плоску. Ми вже знаємо, що плоску течію визначає контур нормального перекрою тіла. Тому, досліджуючи крило в плоско-рівнобіжному потокові, ми, власне кажучи, досліджуємо аеродинамічні властивості профілю цього крила.

Раніш ми вже бачили, що в вираз комплексного потенціялу для плоскої течії входить величина циркуляції Г, яка, відмінно від швидкости u_0+iv_0 крила, не є величина, відома наперед.

І справді, на прикладі колового циліндра ми бачимо, що з одною швидкістю потоку на безконечності можна мати дуже багато можливих обтікань, міняючи величину циркуляції Г.

Згідно з теоремою М. Є. Жуковського, циркуляція навколо крила неодмінно є, якщо підіймальна сила не дорівнює нулеві.

Але як утворюється циркуляція і якої числової вартости вона набирає на ділі? Ось основні питання в цікавій для нас теорії. Очевидно, що насамперед нам потрібна відповідь на друге питання: нам треба знати величину циркуляції, бо інакше ми не зможемо застосувати теореми М. Є. Жуковського, визначити комплексний потенціял, обчислити момент сил тиску. Разом із тим ясно, що всі ці питання тісно між собою зв'язані: знаючи докладно процес утворення циркуляції, ми змогли б визначити ту числову вартість, якої вона набирає; і навряд чи можна відповісти на друге питання, не знаючи процесу утворення циркуляції, тобто не дослідивши спочатку першого питання.

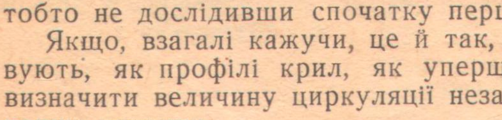


Рис. 35.

Якщо, взагалі кажучи, це й так, то для тих контурів, яких застосовують, як профілі крил, як уперше показав М. Є. Жуковський, можна визначити величину циркуляції незалежно від того, на скільки досліджено перше питання.

Справа в тому, що на контурах, застосовуваних, як профілі крил, є ззаду кутова точка.

Коли залишити циркуляцію навколо такого крила довільною (фіг. 35), то, як ми побачимо далі, в кутовій точці швидкість течії матиме неможливі на ділі безконечно великі вартості.

Коли не міняти швидкости потоку на безконечності (як і величиною, так і напрямом), то тільки при одній вартості циркуляції, як показано далі, швидкість у кутовій точці матиме конечну величину. Це буде тоді, коли критична точка течії зіллється з кутовою точкою.

Як би не утворювалась циркуляція, кінець-кінцем повстає якась можлива течія, і, значить, величина циркуляції повинна одержати таку вартість, за якої в кутовій точці швидкість конечна. Ця ідея М. Є. Жуковського приводить до наслідків, що, як побачимо далі, добре сходяться з досвідом. Тому, взявши в цьому розділі її за основу, дослідження першого питання ми відкладемо до дальшого розділу.

§ 2. Профіль М. Є. Жуковського

Вживані тепер крила — це увігнуті платівки, що мають у профілі видовжену форму, передній кінець якої (що рухається проти повітря) закруглений і погрубшений, а задній, щоб зменшувати опір, загострений і сходить нанівець.

Рис. 36.

Рис. 37.

З рисунків 36 і 37 можна уявити форму крила (несної поверхні) та стерна (поверхні для керування).

Згідно із сказаним у розділі II (див. § 6), щоб дослідити обтікання будь-якого профілю, досить знайти аналітичну функцію, що відтворює частину площини поза профілем на частину площини поза колом.

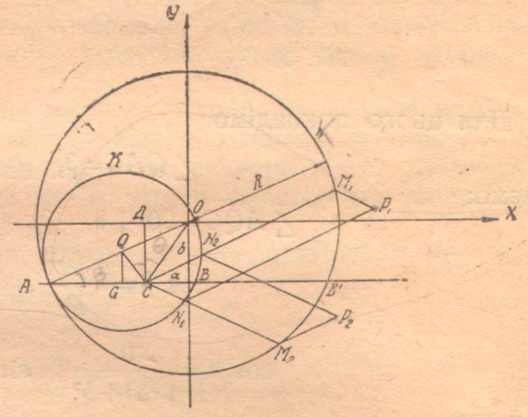


Рис. 38.

Теоретично таке відтворення можливе завжди, практично ж визначити функцію, що дає конформне відтворення, часто дуже важко.

Тому набувають великої ваги ті профілі, для яких конформне відтворення можна одержати порівняно просто.

Ідея побудови таких профілів і теорія першого з них належить М. Є. Жуковському.

Щоб побудувати профіль М. Є. Жуковського, візьмімо обвід якогось радіюса R з центром у точці $z=0$. На рис. 38 цей обвід позначено через k.

У третьому квадранті виберімо якусь точку C і покладімо, що їй відповідає комплексне число $c=-a-bi$, де, отже, $a>0$, $b>0$. Через C проведімо просту рівнобіжно з віссю X і позначмо через A її перетин з обводом k. Злучімо з центром O точку C і точку A, спустімо із C нормалю CD на дійсну вісь і проведімо просту CQ так, щоб

$$\angle QCD = \angle OCD.$$

З утвореної так точки Q, як із центру, опишімо обвід кола радіюса AQ; цей обвід на рисунку позначено через K.

Щоб знайти якунебудь точку профілю М. Є. Жуковського, проведімо через точку C дві прості, що утворюють з CB однакові величиною й протилежні знаком кути. Точки перетину цих простих з обводами кіл позначено через N_1, M_2, N_2, M_1.

Побудувавши на відтинках CM_1 і CN_1 рівнобіжник і взявши його четвертий вершок, матимемо якусь точку профілю М. Є. Жуковського.

Аналогічно відтинки CM_2 і CN_2 дадуть ще одну точку профілю.

Практично зручно зразу провести через точку C декілька променів (приміром, 12) під однаковими один з одним кутами і, виконуючи цю побудову, сполучити такі точки профілю плавкою кривою.

Рис. 39, и 40 пояснюють сказане.

Найдімо тепер комплексні числа, що відповідають точкам A і B (рис. 38); вони нам далі будуть потрібні. Називаючи відтинок AC через m і згадуючи, що

$$DO=a, \quad CD=b,$$

насамперед матимемо

$$(a+m)^2+b^2=R^2. \qquad (1$$

Легко бачити, що точці A відповідає комплексне число $-a-m-bi$; справді, абсциса точки A дорівнює $-AC-DO=-a-m$, а ордината дорівнює $-DC=-b$. Щодо точки B, то їй відповідає комплексне число $-a-m-bi+2AG$.

Отже нам треба знайти довжину відтинка AG.

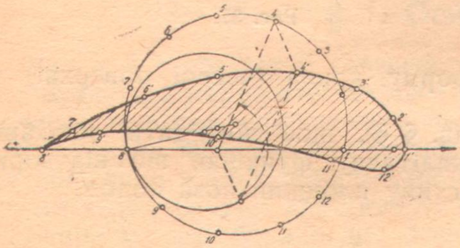


Рис. 39.

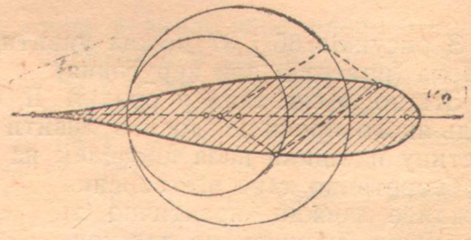


Рис. 40.

Для цього покладімо

$$\angle QAC=\beta, \quad \angle DCO=\vartheta,$$

маємо:

$$\angle AQC=90^\circ+\vartheta-\beta, \quad \angle ACQ=90^\circ-\vartheta,$$

$$\cos\beta=\frac{a+m}{R}, \quad \sin\beta=\frac{b}{R},$$

$$\cos\vartheta=\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}, \quad \sin\vartheta=\frac{a}{\sqrt{a^2+b^2}},$$

так що

$$\sin\angle AQC=\cos(\vartheta-\beta)=\frac{(a+m)b+ab}{R\sqrt{a^2+b^2}}=\frac{b(m+2a)}{R\sqrt{a^2+b^2}},$$

$$\sin\angle ACQ=\cos\vartheta=\frac{b}{\sqrt{a^2+b^2}}.$$

Після чого з трикутника ACQ маємо:

$$\frac{AQ}{m}=\frac{\sin\angle ACQ}{\sin\angle AQC}=\frac{R}{m+2a},$$

звідки

(*)
$$AQ=\frac{Rm}{m+2a}$$

і

$$AG=AQ\cos\beta=\frac{m(a+m)}{m+2a}.$$

Отже ми бачимо, що точці B відповідає комплексне число

$$-a-bi-m+\frac{2m(a+m)}{m+2a}$$

або

$$-a-bi+\frac{m^2}{m+2a}. \tag{2}$$

Покажімо тепер, що конформне зображення частини ζ-площини, що лежить поза профілем М. Є. Жуковського, на частину z-площини, що лежить поза колом $x^2+y^2=R^2$, дається формулою [1]

$$\zeta=z+\frac{m^2}{z-c}. \tag{3}$$

Для цього перепишімо цю формулу так:

$$\zeta-c=(z-c)+(Z-c), \tag{4}$$

де

$$Z-c=\frac{m^2}{z-c}. \tag{5}$$

Зауважмо, що комплексне число $z-c$ геометрично зображається відтинком, який іде з точки c в точку, якій відповідає комплексне число z. Можна сказати, що числу $z-c$ відповідає якийсь вектор, що йде з точки c.

Коли точка, що зображає комплексне число z, описує обвід кола k, напрям цього вектора обертатиметься навколо точки c, а кінець його описуватиме обвід кола k. При цьому обертатимуться також напрями векторів $(Z-c)$ і $(\zeta-c)$.

Нам треба показати, що кінець вектора $\zeta-c$ опише профіль М. Є. Жуковського; для цього досить показати, поперше, що кінець вектора $Z-c$ опише обвід кола K і, подруге, що арґумент вектора $Z-c$ різниться тільки знаком від арґумента вектора $z-c$. Друга властивість випливає з формули (5).

Справді, покладімо, що арґумент вектора $z-c$ дорівнює Θ, так що

$$z-c=|z-c|\,e^{i\Theta}.$$

Тоді на підставі (5)

$$Z-c=\frac{m^2}{|z-c|\,e^{i\Theta}}=\frac{m^2}{|z-c|}\,e^{-i\Theta}=|Z-c|\,e^{-i\Theta}$$

і другу властивість доведено.

Візьмімось доводити першу властивість. Насамперед видно, що кінець вектора $Z-c$, тобто точка (Z), що відповідає комплексному числу Z, описує якийсь обвід кола, коли точка (z) описує k. Це виходить на підставі § 7 розділу II з того, що Z є дробова лінійна функція від z.

Тому нам досить показати, що лінія, описувана точкою (Z) проходить через точки A і B і дотикається k в точці A (рис. 38).

Точці B відповідає число $-a-bi+\dfrac{m^2}{m+2a}$, як ми бачили раніш [формула (2)].

Величині z даймо вартість

$$z=a-bi+m,$$

якій відповідає точка B', що лежить на k.

---

[1] На рис. 38, 39, 40 ζ-площина й z-площина накладені одна на одну й при тому так, що точкам, які зливаються, відповідають однакові комплексні числа.

Для цієї вартости формула (5) дає

$$Z = c + \frac{m^2}{a - bi + m + a + bi} = -a - bi + \frac{m^2}{2a + m}.$$

Це число відповідає точці *B*, через це описуваний точкою (*Z*) обві кола проходить через точку *B*.

Тепер даймо z вартість:

$$z = -a - bi - m,$$

що відповідає точці *A* на обводі *k*. Для цієї вартости z формула (5) да

$$Z = -a - bi + \frac{m^2}{-a - bi - m + a + bi} = -a - bi - m,$$

тобто маємо число, що відповідає точці *A*. Отже, обвід кола, описувани точкою (*Z*), проходить через точку *A*.

Залишається довести, що обводи дотикаються в точці *A*. Для цьог треба знайти dz і dZ для точки *A*. Коли виявиться, що в точці $A: dz = \pm dZ$, то твердження доведено, бо тут безконечно малі вектори, щ йдуть із точки *A* до сусідньої точки кожного з обводів, лежать на ті самій простій (і йдуть в один бік, якщо є верхній знак, і в різні бок коли є нижній).

На підставі (5) маємо:

$$dZ = -\frac{m^2}{(z - c)^2}\, dz,$$

але для точки $A: z = -a - bi - m$, так що в точці *A*:

$$dZ = -\frac{m^2}{(-a - bi - m + a + bi)^2}\, dz$$

або

$$dZ = -dz.$$

Отже формулу (3) доведено.

На підставі (*)

$$\frac{AQ}{AO} = \frac{m}{m + 2a}.$$

Ця формула дозволяє знайти точку Q (центр кола K), коли $b = 0$, тобто для симетричног профіля (див. рис. 40).

§ 3. Обчислення сил, що чинять на профіль М. Є. Жуковського

Ми бачили вже, що для того, щоб знайти течію поза довільним профілем і щоб обчислити сили, які впливають на цей профіль, досить знат функцію

$$z = g(\zeta)$$

введену в § 6 розділу II.

У даному випадку на підставі формули (3) функція $z = g(\zeta)$ має форму

$$z = \frac{c + \zeta + \sqrt{(\zeta - c)^2 - 4m^2}}{2}, \qquad (6$$

де знак радикала визначається з умови, що при $\zeta = \infty$ також $z = \infty$; що її одержати, ми розв'язали співвідношення (3) шодо z.

Формула (6) приводить до такого розкладу функції z, справедливог для великих модулем вартостей ζ:

$$z = \zeta - \frac{m^2}{\zeta} - \ldots \qquad (7$$

Комплексний потенціял $F(\zeta)$ для профілю матимемо, коли у вираз[1]

$$f(z)=(-u_0+iv_0)z-\frac{R^2(u_0+iv_0)}{z}+\frac{\Gamma}{2\pi i}\ln\frac{z}{R},$$

знайдений для потенціялу в разі, коли профілем є коло, замість z підставити вираз (6).

Ми бачили раніш, що

$$\frac{dF(\zeta)}{d\zeta}=\frac{df}{dz}\cdot\frac{dz}{d\zeta}, \tag{8}$$

тому

$$\frac{dF}{d\zeta}=u-iv=\left\{(-u_0+iv_0)+\frac{R^2(u_0+iv_0)}{z^2}+\frac{\Gamma}{2\pi iz}\right\}\left\{1+\frac{m^2}{\zeta^2}+\dots\right\}$$

бо на підставі (7) $\frac{dz}{d\zeta}=1+\frac{m^2}{\zeta^2}+\dots$

Крім того, на підставі (7)

$$\frac{1}{z}=\frac{1}{\zeta-\frac{m^2}{\zeta}+\dots}=\frac{1}{\zeta}+\frac{m^2}{\zeta^3}+\dots=\frac{1}{\zeta}+\dots$$

У § 5 розділу II ми зазначили, що у виразі $\frac{dw}{d\zeta}$ $\left(\text{а тут у виразі } \frac{dF}{d\zeta}\right)$ досить знати тільки три перші члени розкладу за спадними степенями ζ.

Тому то в усіх поданих розкладах ми спинялись на членах другого порядку щодо $\frac{1}{\zeta}$.

Збираючи подані формули, маємо:

$$\frac{dF}{d\zeta}=\left\{(-u_0+iv_0)+\frac{R^2(u_0+iv_0)}{\zeta^2}+\frac{\Gamma}{2\pi i\zeta}\right\}\left\{1+\frac{m^2}{\zeta^2}+\dots\right\}=$$

$$=(-u_0+iv_0)+\frac{\Gamma}{2\pi i\zeta}+\frac{R^2(u_0+iv_0)+m^2(-u_0+iv_0)}{\zeta^2}+\dots$$

Ми бачимо, що

$$B=R^2(u_0+iv_0)+m^2(-u_0+iv_0),$$

звідки

$$B_1=u_0(R^2-m^2)$$

$$B_2=v_0(R^2+m^2).$$

Зауважмо тепер, що на підставі (3)

$$\frac{d\zeta}{dz}=1-\frac{m^2}{(z-c)^2},$$

тому в точці $z=c-m$, що лежить на профілі (це буде кутова точка A) матимемо

$$\left.\frac{d\zeta}{dz}\right|_{z=c-m}=1-\frac{m^2}{m^2}=0.$$

Отже в точці A похідна $\frac{d\zeta}{dz}$ дорівнює нулеві, а, значить, вираз $\frac{dz}{d\zeta}$ у цій точці стає безконечністю.

---

[1] Цей вираз різниться від формули (19) з розділу II тим, що тепер радіус циліндра позначено через R, а не через a.

Тому, що комплексну швидкість потоку, що обтікає профіль, дає формула (8), то в точці A профілю буде безконечна швидкість.

У § 1 цього розділу ми вже звернули увагу на це. Там таки й говорилось, що для того, щоб уникнути безконечних швидкостей, треба надати циркуляції цілком певної вартости.

Справді, щоб вираз (8) мав конечну вартість у точці A, де другий множник $\frac{dz}{d\zeta}$ стає безконечність, ми повинні вимагати, щоб у точці A дорівнював нулеві перший множник $\frac{df}{dz}$. Але ми вже бачили (див. § 5, розділ II), що вираз $\frac{df}{dz}$ стає нулем тільки в двох (критичних) точках. Тому точка A, якій відповідає число $z = -a - bi - m$, повинна бути одною з критичних.

Згадуючи, що комплексні числа, які відповідають критичним точкам, знаходять з рівняння

$$-u_0 + iv_0 + \frac{R^2(u_0 + iv_0)}{z^2} + \frac{\Gamma}{2\pi zi} = 0,$$

бачимо, що комплексне число, яке відповідає точці A, повинне справджувати це рівняння.

Перше ніж підставляти в це рівняння

$$z = -a - bi - m,$$

згадаймо, що в перетвореному потокові швидкість на безконечності дорівнює

$$(-u_0 + iv_0)\left(\frac{dz}{d\zeta}\right)_{\zeta=\infty},$$

а що $\frac{dz}{d\zeta} = 1 + \frac{m^2}{\zeta^2} + \ldots$, то на безконечності $\frac{dz}{d\zeta} = 1$; тож у перетвореному потокові величина й напрям швидкости на безконечності залишаються такими самими, що й у первісному потокові. Тому можна сказати, що $u_0 + iv_0$ є комплексна швидкість руху крила.

Пам'ятаючи ще, що ми величину швидкости крила позначали раніш через V_0, а кут між швидкістю профілю та віссю x через α, так що

$$u_0 + iv_0 = V_0 e^{i\alpha},$$

і що раніш ми ввели позначення

$$\frac{a+m}{R} = \cos\beta, \quad \frac{b}{R} = \sin\beta,$$

так що

$$z = -a - bi - m = -R(\cos\beta + i\sin\beta) = -Re^{i\beta},$$

матимемо таку умову для визначення Γ:

$$-V_0 e^{-i\alpha} + V_0 e^{i\alpha} \cdot e^{-2\beta i} - \frac{\Gamma}{2\pi i R e^{i\beta}} = 0,$$

звідки

$$\Gamma = 2\pi i R V_0 [e^{i\alpha} e^{-\beta i} - e^{-i\alpha} e^{i\beta}]$$

або

$$\Gamma = 4\pi R V_0 \frac{e^{i(\beta-\alpha)} - e^{-i(\beta-\alpha)}}{2i} = 4\pi R V_0 \sin(\beta - \alpha) \qquad (9)$$

Отже, щоб не було безконечних швидкостей, треба, щоб циркуляція мала вартість, визначувану формулою (9).

Цей вираз дає величину підіймальної сили у формі

$$P=\rho V_0 \Gamma=4\pi R\rho V_0^2 \sin(\beta-\alpha) \qquad (10)$$

Ми бачимо, що підіймальна сила пропорційна до квадрату швидкости і певною мірою залежить від кута устави крила щодо потоку, інакше кажучи, від кута між напрямом руху профілю та якимсь певним напрямом, зв'язаним із профілем. Цей кут звуть кут атаки.

Як основний напрям для відлічувань кутів атаки, можна було б узяти, наприміром, вісь X. Тоді кут атаки дорівнював би α. Замість цього, зручніше за основний напрям узяти лінію AO, що йде в центр кола k (на якому побудовано профіль М. Є. Жуковського) з точки A (тобто з точки, що перетвориться в кутову точку крила).

Цей напрям звуть „перша вісь профілю". Кут між напрямом руху та першою віссю (кут атаки щодо першої осі) позначмо через α_1, так що

$$\alpha_1=\beta-\alpha$$

Тоді формула (10) набере вигляду

$$P=4\pi R\rho V^2{}_0 \sin\alpha_1, \qquad (11)$$

звідки виходить, що, коли профіль рухається в напрямі першої осі, підіймальна сила дорівнює нулеві; звідси випливає важливе значення першої осі. Разом із тим ще раз підкреслюється важливість твірного кола k для профілю. Не беручи навіть на увагу зв'язок профілю з цим колом через конформне відтворення, зручно в ζ-площині, де є профіль, разом з профілем будувати й це коло, як фігуру, „аеродинамічно" зв'язану з профілем.

Обчислімо тепер момент M сил тиску щодо точки $\zeta=0$. Щоб пояснити, чому вибрано саме цю точку, як центр моментів, нагадаємо ще раз, що $\zeta=0$ є центр кола k, на якому будовано профіль М. Є. Жуковського.

Для цього ми маємо формулу

$$M=2\pi\rho\,(v_0 B_1-u_0 B_2),$$

де B_1+iB_2 визначають із розкладу функції $\frac{dw}{d\zeta}$. У розгляданому випадку, на підставі знайдених раніш співвідношень

$$B_1=u_0\,(R^2-m^2), \quad B_2=v_0\,(R^2+m^2)$$

матимемо:

$$M=2\pi\rho\left\{u_0 v_0(R^2-m^2)-u_0 v_0(R^2+m^2)\right\}=$$

$$=-4\pi\rho m^2 u_0 v_0=-4\pi\rho m^2 V_0^2 \sin\alpha . \cos\alpha=-2\pi\rho m^2 V^2{}_0 \sin 2\alpha \qquad (12)$$

Формула (12) дає, отже, величину моменту сил тиску щодо центру твірного кола.

Якщо швидкість профілю йде по дійсній осі (осі X), то момент M дорівнює нулеві.

У нас дійсна вісь, отже, є якийсь напрям, що має певне механічне значення для профілю, яке за Mises'ом звуть „друга вісь профілю".

§ 4. Параболя стійкости

У попередньому параграфі ми бачили, що момент сил тиску на профіль М. Є. Жуковського щодо центру твірного кола дорівнює

$$M=-2\pi\rho m^2 V_0^2 \sin 2\alpha. \qquad (12)$$

Отже величина цього моменту залежить від кута атаки.

Виникає питання, чи не можна знайти такої точки в площині профі щодо якої момент має стале значення.

Виявляється, що це можливе, і що цій точці відповідає комплек число

$$\frac{m^2}{R}e^{-i\beta}=\frac{m^2}{R}(\cos\beta-i\sin\beta),$$

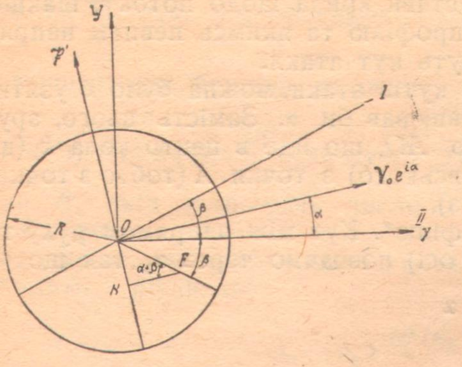


Рис. 41.

де, як і раніш, β є кут між перш віссю профілю та дійсною віссю (то кут між обома осями профілю).

Позначмо цю точку через F і звімо її фокусом профілю М. Є. Ж ковського.

Величину моменту сил тиску що фокуса позначмо через L.

Щоб обчислити L, треба до M дати момент сили $\mathfrak{P}'$, прикладеної точки O й рівної з підіймальною сил профілю (рис. 41).

Зауважуючи, що $OF=\dfrac{m^2}{R}$, що к OFN дорівнює $\alpha+\beta$ і що момент сили щодо точки F буде від'ємний, матимемо для цього моменту вир

$$-\mathfrak{P}'.OF.\cos(\alpha+\beta)=-4\pi R\rho V_0^2\sin(\beta-\alpha)\frac{m^2}{R}\cos(\alpha+\beta).$$

Звідси

$$L=M-\mathfrak{P}'.OF.\cos(\alpha+\beta)=-2\pi\rho m^2V_0^2\sin2\alpha-4\pi\rho V_0^2m^2\sin(\beta-\alpha)\cos(\alpha+$$

$$=-2\pi\rho m^2V_0^2\{\sin2\alpha+\sin2\beta-\sin2\alpha\}=-2\pi\rho m^2V_0^2\sin2\beta.$$

Ми бачимо, що L справді не залежить від кута атаки.

Позначаючи через h рамено підіймальної сили щодо фокуса, матиме

$$h=-\frac{L}{P}=\frac{2\pi\rho m^2V_0^2\sin2\beta}{4\pi R\rho V_0^2\sin\alpha_1}=\frac{m^2\sin2\beta}{2R\sin\alpha_1}=\frac{h_0}{\sin\alpha_1},$$

де h_0 є якийсь сталий для крила відтинок, а α_1, як раніш ми прийняли, є кут атаки щодо першої осі.

Спустімо тепер з фокуса (рис. 42) нормалю на першу вісь і відкладімо на нормалі від точки F відтинок h_0. Цю нову точку S візьмімо за вершок, а F за фокус параболі, так що дотична до параболі в її вершкові буде рівнобіжна з першою віссю. Позначмо цю дотичну через T. Проведімо, нарешті, через F просту в напрямі швидкости профілю.

Нехай ця проста перетинає T в точці G. Тому що α_1 є кут між напрямом руху профілю та першою віссю, то

$$\angle SGF=\alpha_1.$$

Значить,

$$GF=\frac{h_0}{\sin\alpha_1}=h$$

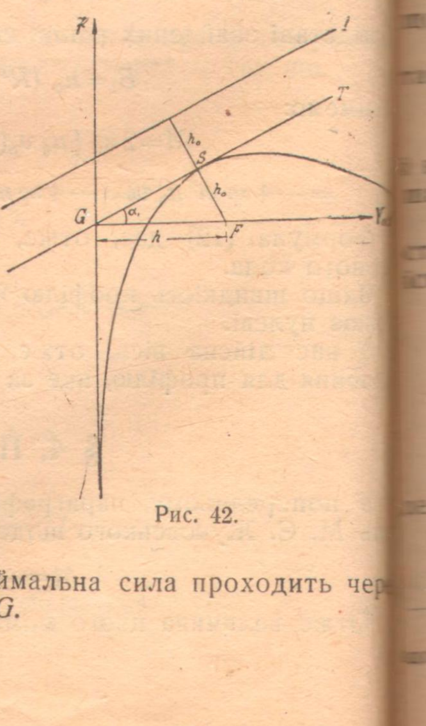


Рис. 42.

і є рамено підіймальної сили; через це підіймальна сила проходить чер точку G і нормальна до радіюса-вектора FG.

Через властивість параболі проста, нормальна до радіюса-вектора на кінці його, що лежить на дотичній до параболі у вершку, сама дотикається до параболі. Отже, побудована парабола обгортає прості, по яких іде підіймальна сила для різних кутів атаки[1].

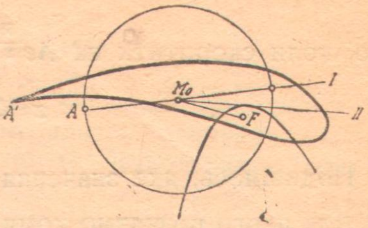


Рис. 43.

Ці міркування показують на важливе значення для профілю побудованої параболі, яку деякі автори звуть параболя підіймальних сил або параболя метацентрів (а також параболя стійкости). На рис. 43 профіль нарисовано разом із параболею підіймальних сил, осями й твірним колом.

Теорію параболі підіймальних сил дали Mises і Чаплиґін.

§ 5. Підіймальна сила, момент і параболя стійкости для будь-якого профілю

Ми вже говорили, що властивості будь-якого профілю можна дослідити, якщо для цього профілю знайдено функцію зображення (конформне відтворення). Тому бажано дослідити, який характер функції зображення в найзагальнішому випадку і як залежать властивості профілю від тих неозначених сучинників, що входять у склад функції зображення.

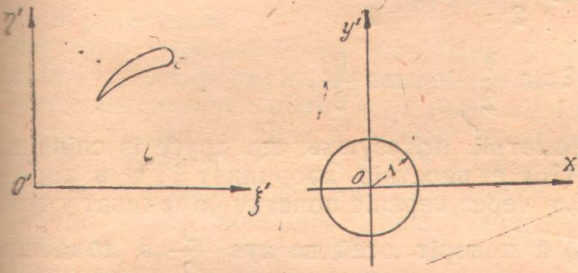


Рис. 44.

Візьмімо в площині (рис. 44) якийнебудь профіль і віднесімо його до якоїсь тимчасової системи координат ξ', η', так що кожне комплексне число в цій площині буде у формі $\zeta' = \xi' + i\eta'$.

Обсяг поза цим профілем зображатимемо на обсяг поза певним колом, що лежить в іншій площині.

Візьмімо, що ця нова площина віднесена до тимчасових координат x', y' так, що кожне комплексне число у цій площині буде у формі

$$z' = x' + iy',$$

і нехай центр кола лежить у точці $z' = 0$; щодо радіюса кола, то він залишається покищо неозначений.

Давши радіюсові будь-яку вартість, приміром 1, ми можемо на підставі теорем теорії функцій з певністю говорити, що функція зображення існує, і для великих $|\zeta'|$ має розклад:

$$z' = A\zeta' + B + \frac{C_1}{\zeta'} + \frac{C_2}{\zeta'^2} + \dots \qquad (15)$$

Покладаючи, що

$$\frac{C_1}{A} = -m^2 e^{i\vartheta}$$

де m і ϑ дійсні числа, введімо нові змінні замість z' і ζ', а саме покладімо

$$z' = Ae^{\frac{i\vartheta}{2}} z, \quad \zeta' = e^{\frac{i\vartheta}{2}} \zeta - \frac{B}{A}. \qquad (16)$$

---

[1] Нетрудно показати, що перша вісь профілю — це директриса побудованої параболі й що друга вісь профілю дотикається до параболі.

Тоді формула (15) дасть

$$Ae^{\frac{i\vartheta}{2}}z = Ae^{\frac{i\vartheta}{2}}\zeta - B + B - \frac{Am^2e^{i\vartheta}}{e^{\frac{i\vartheta}{2}}\zeta} + \ldots.$$

або, коли скоротити на $Ae^{\frac{i\vartheta}{2}}$,

$$z = \zeta - \frac{m^2}{\zeta} + \frac{q_2}{\zeta^2} + \ldots \qquad (17$$

Подивімось, яке значення має перетворення (16).

Для цього позначмо комплексне число $-\dfrac{B}{A}$ через $\xi'_0 + i\eta_0'$ та перепишмо другу з формул (16) у формі:

$$\xi' + i\eta' = \left(\cos\frac{\vartheta}{2} + i\sin\frac{\vartheta}{2}\right)(\xi + i\eta) + \xi'_0 + i\eta'_0.$$

Перемноживши і порівнявши потім дійсні та уявні члени в лівій і прав частині, матимемо дві рівності:

$$\xi' = \xi'_0 + \xi\cos\frac{\vartheta}{2} - \eta\sin\frac{\vartheta}{2}$$

$$\eta' = \eta'_0 + \xi\sin\frac{\vartheta}{2} + \eta\cos\frac{\vartheta}{2},$$

що, як відомо з аналітичної геометрії, показують, що друге із співвідношень (16) є перетвір координат ξ', η' в координати ξ, η через переніс початку координат у точк (ξ'_0, η'_0) й поворіт осей на кут $\dfrac{\vartheta}{2}$ в додатном напрямі (рис. 45). Тому то ми раніш і назвал координатні осі ξ', η' тимчасовими.

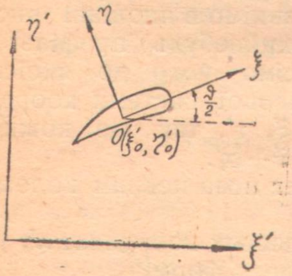


Рис. 45.

Покладаючи $z' = Ae^{\frac{i\vartheta}{2}}z$, ми робимо в площині кола теж якийсь поворіт осей і, крім тог якщо $|A| \neq 1$, робимо розтяг; полягає він у тому що модуль кожного комплексного числа множат на певне постійне число (в даному разі на $|A$

$$|z'| = |A| \,.\, |z|$$

Тому коло, на обсяг поза яким робимо зображення, маючи, як і раніш центр в початкові координат, матиме радіус уже не рівний з одиницею а рівний з якимсь числом R, що залежить від розмірів вибраного в ζ-площині профілю.

Отже, вибираючи відповідно радіус кола й координатні осі, можн досягти того, щоб функція зображення мала розклад

$$z = \zeta - \frac{m^2}{\zeta} + \frac{q_2}{\zeta^2} + \ldots,$$

де сучинник при $\dfrac{1}{\zeta}$ є від'ємне число.

Накладімо тепер z-площину на ζ-площину так, щоб осі координат у цих площинах злилися.

Тоді коло z-площини накладається на профіль. Це коло має дл довільного профілю значення, аналогічне тому, яке має твірне коло дл профілю М. Є. Жуковського.

Назвімо це коло основним колом досліджуваного профілю. Припускаючи, як і раніш, що профіль має ззаду кутову точку, візьмімо точку обводу основного кола, що відповідає цій кутовій точці, і сполучімо її з центром основного кола; цей новий напрям назвімо — „перша вісь профілю“.

Другою віссю, як і раніш, назвімо дійсну вісь (вісь X).

Кут між осями, як і раніш, позначмо через β.

Тепер не трудно бачити, що формула для вислідної сил тиску й формула для моменту цієї вислідної відносно центру основного кола зберігають ту саму форму, що й для профілю М. Є. Жуковського, тобто

$$P = 4\pi R\rho V_0^2 \sin(\beta - \alpha) \tag{10}$$

$$M = -2\pi\rho m^2 V_0^2 \sin 2\alpha. \tag{12}$$

Справді, виводячи ці формули, ми користалися з того, що

$$\frac{dz}{d\zeta} = 1 + \frac{m^2}{\zeta^2} + \ldots,$$

дальші члени на силу й момент не впливали. Але й тепер у загальному випадку перші члени розкладу матимуть таку саму форму.

Тільки в загальному випадку, який ми тепер розглядаємо, R і m не мають того простого зв'язку з профілем, як це було у випадку профілю М. Є. Жуковського.

Так само переносять на загальний профіль поняття про параболю стійкости та всі формули, виведені для неї.

Збираючи сказане в цьому параграфі, ми приходимо до висновку, що для того, щоб визначити сили й момент у загальному випадку, треба знати радіюс основного кола, положення точки, що відповідає задньому кутові, і число m^2 у розкладі функції зображення.

Найпростішим випадком функції зображення є та, що приводить до профілю М. Є. Жуковського.

Цей профіль залежить тільки від трьох параметрів R, m, β; міняючи їх, ми можемо міняти глибину, грубину й увігнутість профілю. Отож, через це є змога наблизитись до тих профілів, що їх уживають в авіяції. Проте, коли є багато параметрів, можна мати більшу різноманітність у формах профілів, а, значить, і більшу змогу вибирати найраціональніші з них.

§ 6. Ідея методи М. Є. Жуковського та узагальнення її

Ще перед дослідами М. Є. Жуковського, які призвели до профілю, що носить його ім'я, досліджували профілі, які мали форму дуги кола або дучки, утвореної двома дугами.

Конформні відтворення обсягів поза такими профілями на обсяг поза колом були добре відомі [1].

Спинімось на дучці, бо в окремому випадку вона переходить у дугу.

Нехай частину Z-площини поза дучкою (рис. 46) зображено за допомогою функції

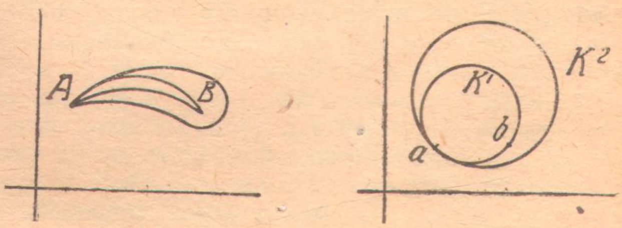


Рис. 46.

$$Z = g(z)$$

на обсяг поза якимсь колом у z-площині й нехай при цьому точки A й B зображаються в точках a й b.

---

[1] Див. додаток I у кінці книжки.

У точках *a* й *b* конформність порушується, бо в кутових точка похідна функції зображення обертається на нуль.

Головна незручність профілю *AB* (дучки) в тому, що тут загострени не тільки задній, а й передній кінець.

Щоб згладити передній кінець, М. Є. Жуковський побудував у z-площині друге коло, що обіймає перше й дотикається до нього в точці *a*.

При розгляненому конформному відтворенні цьому колу відповідати якась замкнена лінія, що обіймає дучку *AB*. Ця нова лінія проходити через точку *A* і в цій точці вона дотикатиметься дуг, що утворюют дучку, бо обвід кола K_2 дотикається до обводу кола K_1 у точці *a*.

A що поза точками *a* й *b* зображення конформне, то профіль, що відповідає обводові K_2, не матиме, крім *A*, інших кутових точок, і передн частина його буде закруглена.

У наслідок утворюється профіль, близький до вживаних на практиц Зокрема профіль М. Є. Жуковського повстане тоді, коли ці міркуванн застосувати не до дучки, а до звичайної дуги. Після М. Є. Жуковськог багато авторів і надто Karman, Trefftz і Mises винайшли нові, загальніш профілі. При цьому насамперед за „кістяк“ узято дучку замість звичайно дуги. Тому, що в дучці з'являється новий параметр, а саме її кут, то ту уже маємо більшу різноманітність профілів. Можна за кістяк взяти многокутник, для якого конформне відтворення дається формулою Schwarz-Christoffel'я, а потім повторити подані тут міркування.

У зв'язку з цим цікаві досліди W. Müller'a.

РОЗДІЛ IV

ВИХРОВІ ЯВИЩА В ПЛОСКО-РІВНОБІЖНОМУ ПОТОКОВІ

§ 1. Роля в'язкости в процесі утворення циркуляцій

Уявімо собі, що течиво, де є нерухомий профіль C (рис. 47), спочатку перебуває в спокої, а потім поволі починає рухатись, так що через якийсь час на профіль починає набігати якийсь рівномірний на безконечності потік.

Утворення підіймальної сили (що є дослідний факт), з одного боку, і неможливість безконечної швидкости в задній кутовій точці, з другого боку, примушують нас визнати, що під час руху течива повинна постати якась циркуляція навколо досліджуваного профілю.

Рис. 47.

Візьмімо в площині профілю якийсь течний контур, що спочатку (момент t_0) мав положення L_0, а в якийсь момент t зайняв положення L. Тому, що спочатку жадного руху взагалі не було, то в момент t_0 по контурові L_0 циркуляція дорівнювала нулеві. За Thomson'овою теоремою про сталість циркуляції по течному контурові повинна дорівнювати нулеві циркуляція по контурові L у момент t.

Розбиймо тепер контур L на два контури $abca$ й $acda$. У момент t сума циркуляцій по цих контурах (яка рівна з циркуляцією по L) дорівнює нулеві; але по контурові $abca$ циркуляція не нуль, бо це є контур, що досить щільно обіймає профіль C; тому повинна бути відмінна від нуля циркуляція по контурові $acda$, інакше в сумі вони не могли б дати нуля.

Але разом із тим контур $acda$ можна стягнути в точку, не залишаючи обсягу, занятого потоком. Тому на підставі Stokes'ової теореми нерівність з нулем циркуляції по контурові $acda$ можлива тільки тоді, як є якісь вихри, що проймають площу, обмежену контуром $acda$.

Отже, ми прийшли до висновку, що під час руху (принаймні тоді, коли течія нестаціонарна) в течиві повинні поставати вихри.

Це заперечують Helmholtz'ові теореми про вихри.

Тому що Helmholtz'ові теореми виведено для ідеального течива, то само собою виникає думка, що спричиняти постання вихрів повинна в'язкість.

Щоб з'ясувати ролю в'язкости в процесі вихроутворення за крилом, дослідімо явище, що його винайшов ще 1853 року берлінський фізик Magnus і що має назву Magnus'ового ефекту.

§ 2. Magnus'ів ефект. Flettner'ів роторний корабель

Спостерігаючи літ артилерійських набоїв, Magnus помітив дуже цік явище, теорію якого пізніше дав Rayleigh.

Нехай у повітрі, що має на безконечності рівномірну швидкість, є кр говий циліндер з нерухомою віссю, нормальною до швидкости пото в безконечності (рис. 48).

Покладімо, що циліндер обертається з якоюсь кутовою швидкіст навколо своєї осі.

Виявляється, що на циліндер у таких умовах чинить сила, нормаль до швидкости потоку на безконечності, при чо напрям цієї сили визначається напрямом обертан циліндра.

Якби повітря без перешкоди ковзалося по п верхні циліндра, то, очевидно, обертання циліндр не мало б жадного значення. До того ж підіймаль сила зв'язана з утворенням циркуляції навколо ц ліндра. Отже доводиться прийняти, що циркуляц і разом з тим і підіймальна сила постають у н слідок тертя повітря об поверхню циліндра. A prio можна було б цілком природно гадати, що чере прилипання повітря до поверхні циліндра й через унутрішнє тертя в по вітрі циліндер, ступнево обертаючись, тягне один за одним навколиш шари повітря і, кінець-кінцем, постає циркуляційна течія, як навкол циліндричного вихру.

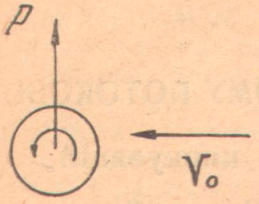


Рис. 48.

Проте, в дійсності явище буде інше. Вивчаючи такі процеси теор тично й експериментально, L. Prandtl установив, що внутрішнє терт в повітрі надто мале, щоб безпосередньо спричинятися до утворен циркуляції. Виявилось, що значення в'язкости в цьому процесі (і в ба гатьох інших процесах) інше. Річ у тім, що чим бистріше міняється швид кість, тим більше впливає в'язкість, як про це вже говорилося в розділ (§ 16). Тому в середині повітря в'язкість майже нічого не важить. Отж наше зауваження в § 3 розділу I про те, що течиво з малою в'язкіст в першому наближенні можна вважати за ідеальне, є справедли для обсягу в середині потоку.

Але коло поверхні занурених у течиво тіл картина міняється. Ту дуже падає швидкість від великих вартостей на невеликій віддалі в тіла, що перебуває в спокої, до нуля коло поверхні його, бо на поверхні тіла буває повне прилипання.

І ця зміна швидкости відбувається в надзвичайно тонкому шарі, що прилягає до поверхні тіла. У цьому шарі (у так званому поверхневому шарі) в'язкість чимало важить. За Prandtl'евою теорією саме в цьому шарі утворюються вихри, що потім відриваються від тіла й переходять у зовнішній потік. Там вони поводяться так, як в ідеальному течиві. Ця Prandtl'ева теорія насамперед пояснює ту уявну супе речність з Helmholtz'овими теоремами, про яку ми говорили раніш, подруге, вона дозволяє зовнішнє течиво вважати за ідеальне, а це спро щує розрахунки. Разом із тим, через малу грубину поверхневого шар можна вивчати процеси в ньому, застосовуючи наближені методи.

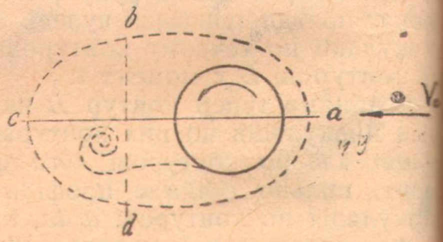


Рис. 49.

Розгляньмо трохи докладніше процес утворення вихрів (а значит і циркуляції) в Magnus'овому явищі.

З того боку циліндра (рис. 49), де швидкість від обертання йде з швидкістю потоку, поверхневий шар захоплює обертовий циліндер а з другого боку, де ці швидкості йдуть у протилежному напрямі, він відділяється від циліндра як вихровий спіралюватий шар, що потім відривається від циліндра, і потік несе його у вільне течиво, де від нього починається система вихрів з якоюсь циркуляцією.

Тоді ж таки так міняється розподіл швидкостей у зовнішньому просторі, що циліндер вже має певну циркуляцію, що різниться тільки значінням від циркуляції навколо вихрів, що відійшли. Вихри ступнево відходячи, змінюють і поле швидкостей, циркуляцію навколо циліндра доти, доки вихри не почнуть відділятися від обох боків циліндра парами з протилежними циркуляціями.

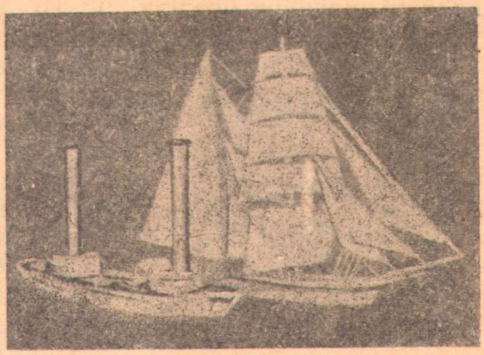


Рис. 50.

Пізніше ми повернемось до утвореної від Karman'a теорії таких рядів вихрових пар (так званих „вихрових вулиць“), що відокремлюються від тіла, а покищо зважимо, що зважати на них конче потрібно, щоб дослідити чоловий опір, бо на утворення цих рядів вихрів витрачається певна енергія. Щождо підіймальної сили, то тут можна нехтувати утворенням „вихрових вулиць“, а розглядати циліндер не з змінною циркуляцією, що є в дійсності, а з якоюсь постійною пересічною вартістю циркуляції так, щоб можна було застосувати вміщену в розділі II теорію.

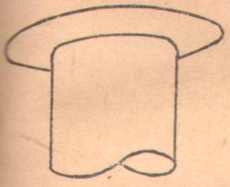


Рис. 51.

Недавно Magnus'ів ефект використав Flettner для руху суден.

Flettner замінює вітрила високими обертовими вежами (рис. 50). Якщо вежа обертається, як зазначено стрілкою на рис. 48, то коли є вітер у напрямі V_0, на циліндер впливатиме сила P.

Flettner робив спроби спочатку на човні, а потім на судні „Buckau“, де були дві обертові вежі. Виявилось, що корисно класти зверху циліндрів широкі шайби, щоб повітря не допливало до циліндрів зверху (рис. 51).

§ 3. Теорія поверхневого шару

Щоб показати, до яких наслідків математичного характеру приводить припущення, що лежить в основі Prandtl'евої теорії про утворення коло поверхні твердого тіла поверхневого шару невеликої грубини, розгляньмо плоско-рівнобіжний рух течива, обмеженого з одного боку безконечно довгою плоскою стіною. Отже ми приймемо, що межею твердого тіла в площині течії буде вісь x.

Основні Prandtl'еві припущення про природу поверхневого шару такі:

1) Є якийсь тонкий шар, що його грубина δ є якась функція від x [ми можемо через це написати, що $\delta=\delta(x)$], поза яким, тобто для $y \geqslant \delta(x)$ течію можна вважати за потенціяльну, а течиво за ідеальне.

2) Через невелику грубину цього шару можна вважати, що проекція швидкости на дотичну до лінії, що обмежує поверхневий шар, на границі шару має ті самі вартості, які б вона мала на границі тіла (в нас при $y=0$), якби коло поверхні тіла не було прилипання, тобто якби було повне ковзання течива по цій поверхні. Цю величину позначмо через $u_0 = u_0(x)$ (в нас u_0 є константа).

3) Тиск у середині шару не залежить від y і має ту саму вартість, як і в зовнішньому потенціяльному течиві коло границі шару. Взявши на увагу невелику грубину шару, можемо вважати, що в шарі тиск має ту

саму вартість, як і в потенціяльному потокові коло поверхні тіла, як ця течія доходила до самого тіла, тобто якби вздовж поверхні тіла бу можливе повне ковзання.

4) Вважаючи на те, що поза шаром течію приймаємо за ідеальну, границі шару в'язкість течива можна знехтувати.

Отже поза шаром ми маємо якусь потенціяльну течію, для якої спр ведливі рівняння розділу II. Ці рівняння дають змогу визначити т у середині шару й швидкість по осі x на межі шару, тобто $u_0(x)$.

Для течива в середині шару треба вивести нове рівняння. Отож і по німо його виводити, припускаючи ввесь час, що тіло є безконечно дов плоска стіна. Для цього розгляньмо е мент течива, обмежений віссю x (грани тіла), поверхнею $y=\delta(x)$ (границя повер невого шару) і двома безконечно бли кими ординатами (рис. 52). Висота шар тобто довжина в напрямі осі z, дорівн одиниці.

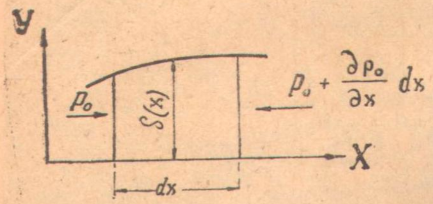


Рис. 52.

Очевидно, що в зв'язку з невелико грубиною ми повинні знайти тільки од рівняння, а саме рівняння, що відпові осі x.

Пригадуючи § 16 розділу I, ми легко знайдемо, що проєкція на ві x сили тертя, яка постає коло поверхні стіни, дорівнює:

$$-\mu\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{y=0} dx$$

Тиск на ліву стінку виділеного елемента дорівнює

$$p_0\delta$$

а на праву

$$-\left(\delta+\frac{\partial\delta}{\partial x}dx\right)\left(p_0+\frac{\partial p_0}{\partial x}dx\right)=-p_0\delta-p_0\frac{\partial\delta}{\partial x}dx-\frac{\partial p_0}{\partial x}\delta.dx$$

Крім того, треба взяти на увагу тиск на границю шару зверху, щ дорівнює p_0ds; проєкція його на вісь x дорівнює

$$p_0ds.\sin(y,n),$$

де n — нормаля до лінії $y=\delta(x)$, що обмежує шар. Але $\sin(y,n)=\sin(x,T$ де T — дотична до лінії $y=\delta(x)$. Тому

$$\sin(y,n)=\frac{\partial\delta}{\partial s}.$$

Отже зверху на поверхню шару припадає тиск

$$p_0\frac{\partial\delta}{\partial s}ds=p_0\,d\delta=p\,\frac{\partial\delta}{\partial x}dx.$$

Вислідна сила тиску має, отож, по осі x проєкцію

$$-\delta dx\,\frac{\partial p_0}{\partial x}.$$

Тут згідно з 2° p_0 є величина тиску в точці стіни (що відповідає до сліджуваній абсцисі) для потенціяльної течії, якби вона доходила до само стіни.

Залишається врахувати силу інерції. Для цього треба масу елемен помножити на пересічне пришвидшення по осі x і взяти його із знако мінус.

Щоб визначити пересічне пришвидшення, треба величину пришвидшення проінтеґрувати по грубині шару й розділити на грубину шару. Тоді для сили інерції матимемо:

$$-\rho . dx . \delta . \frac{1}{\delta}\int_0^\delta \frac{du}{dt}\, dy,$$

що $\rho dx\delta$ є маса елемента.

Дорівнюючи суму всіх сил нулеві, маємо рівняння поверхневого шару у формі:

$$-\rho\int_0^\delta \frac{du}{dt}\, dy-\delta\frac{\partial p_0}{\partial x}-\mu\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{y=0}=0 \qquad (1)$$

Пригадуючи, що

$$\frac{du}{dt}=\frac{\partial u}{\partial t}+u\frac{\partial u}{\partial x}+v\frac{\partial u}{\partial y},$$

скористуємось із рівняння нестисливости

$$\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}=0$$

і зробимо такі перетворення:

$$\int_0^\delta \frac{du}{dt}\, dy=\int_0^\delta \frac{\partial u}{\partial t}\, dy+\int_0^\delta u\frac{\partial u}{\partial x}\, dy+\int_0^\delta v\frac{\partial u}{\partial y}\, dy=$$

$$=\frac{\partial}{\partial t}\int_0^\delta u\, dy+\frac{\partial}{\partial x}\int_0^\delta u^2 dy-\int_0^\delta u\left(\frac{\partial u}{\partial x}+\frac{\partial v}{\partial y}\right)dy+[uv]^\delta_0-u_0{}^2\frac{\partial\delta}{\partial x}=$$

$$=\frac{\partial}{\partial t}\int_0^\delta u\, dy+\frac{\partial}{\partial x}\int_0^\delta u^2 dy+u_0\int_0^\delta \frac{\partial v}{\partial y}\, dy-u_0{}^2\frac{\partial\delta}{\partial x}=$$

$$=\frac{\partial}{\partial t}\int_0^\delta u\, dy+\frac{\partial}{\partial x}\int_0^\delta u^2 dy-u_0\frac{\partial}{\partial x}\int_0^\delta u\, dy.$$

При цьому ми скористувалися з того, що

$$u_{y=0}=v_{y=0}=0;\ (u)_{y=\delta}=u_0;$$

а значить

$$[uv]_0{}^\delta=[uv]_{y=\delta}-(uv)_{y=0}=$$

$$=u_0\left[(v)_{y=\delta}-(v)_{y=0}\right]=u_0\int_0^\delta \frac{\partial v}{\partial y}\, dy=-u_0\int_0^\delta \frac{\partial u}{\partial x}\, dy=-u_0\frac{\partial}{\partial x}\int_0^\delta u\, dy+u_0{}^2\frac{\partial\delta}{\partial x}.$$

Отже ми маємо рівняння для поверхневого шару у формі:

$$\frac{\partial}{\partial t}\int_0^\delta u\, dy+\frac{\partial}{\partial x}\int_0^\delta u^2 dy-u_0\frac{\partial}{\partial x}\int_0^\delta u\, dy=-\frac{\delta}{\rho}\frac{\partial p_0}{\partial x}-\nu\left(\frac{\partial u}{\partial y}\right)_{y=0}. \qquad (2)$$

Не зупиняючись на наближеному розв'язанні цього рівняння, що зр бив Polhausen,[1] зазначимо тільки, що через це інтеґрування можна визн чити точку контура тіла, де відбувається відокремлення вихрів з повер невого шару в зовнішній простір. Крім того, теорія поверхневого шар дала змогу теоретично оцінити ту частину чолового опору, що пост з рухом тіла і що пояснюється тертям повітря об поверхню тіла. Експ риментальна перевірка стверджує, що ця теорія поверхневого шару пр вильна.

§ 4. Karman'ові вихрові вулиці

Уже раніш говорилося, що з рухом крила в повітрі ввесь час відді ються вихри з поверхневого шару в середину потоку.

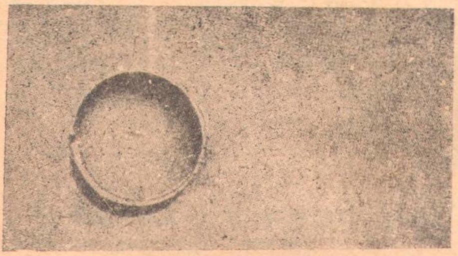


Рис. 53 a.

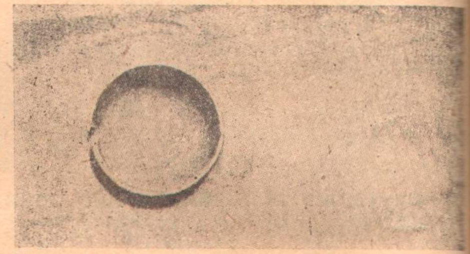


Рис. 53 b.

Якщо профіль має симетричну щодо напряму руху форму, то вихр відділяються парами (рис. 53 a, b, c) із повною циркуляцією, що дорівню нулеві. Тут циркуляція навколо про філю не утворюється і підіймальн сила не постає.

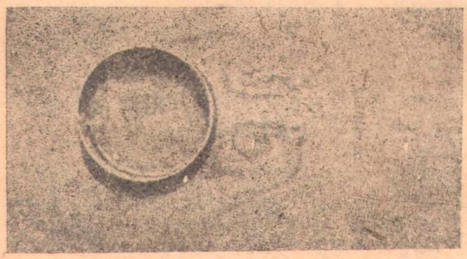


Рис. 53 c.

Якщо немає симетрії, спочат відбувається відділення вихрів тіль з одного боку профілю; воно трив доти, доки в зв'язку з переміщенн критичної точки потоку й утворе ням циркуляції вихри не почнуть ві ділятися парами. Нехтуючи цим н вим вихротворенням і вважаючи з стаціонарний процес, що справді квазистаціонарний, ми не враховуємо тієї частини чолового опору, щ утворюється коштом енерґії, яка витрачається на це вихротворення. А для того, щоб обчислити підіймальну силу, це не так уже важливо припустивши, що вихротворення припиняється, коли циркуляція дійд своєї граничної вартости, ми матимемо наслідки, що добре погоджують з досвідом.

Проте, має великий інтерес вивчення парного відділення вихрів, що з'ясувати опір, який постає в наслідок цього явища.

В цьому дослідженні можна виходити через це з розгляду симетри ного профілю. В цьому випадку утворені вихри розташовуються в як мусь правильному порядку в формі двох рівнобіжних рядів. Ми вже з значили, що ряди ці на честь Karman'а,[2] який дослідив їх уперше, зву Karman'овими „вихровими вулицями“.

---

[1] Див. *Polhausen*, Zur näherungsweisen Integration der Differentialgleichung der la naren Grenzschicht; *Karman*. Über Oberflächenreibung von Flüssigkeiten (Zeitschr. für ange Math. u. Mech., Bd. I, 1921). Ще раніш над розв'язанням рівняння (правда, інакше записано поверхневого шару працювали L. Prandtl, Blasius, Boltze та Hiemenz. (Недавно вийшов з дру російський переклад роботи Prandtl'я 1904 р.: Л. Прандтль, Движение жидкости с оче малым трением (ЦАГІ, 1931).

[2] *Karman*, Über den Mechanismus des Flüssigkeits- und Luftwiderstandes, 1911—1912.

Насамперед Karman дослідив умови, в яких два рівнобіжні ряди правильно розташованих вихрів стійкі. Для спрощення він припускав, що вихрові вулиці тягнуться безконечно в обидва боки. Ця картина наближено має місце далеко позаду тіла.

Припустімо, що центри вихрів, що утворюють вулиці (рис. 54), лежать на двох простих, рівнобіжних з віссю x, у площині комплексного змінного $z=x+iy$. Нехай циркуляція навколо кожного вихру верхнього ряду дорівнює $+\Gamma$, а нижнього $-\Gamma$.

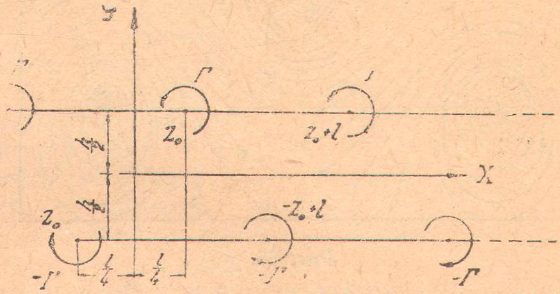


Рис. 54.

Якщо позначити через l віддаль між двома вихрами одного ряду, а через h віддаль між рядами, то виявляється, що стійкими досліджувані ряди будуть тільки тоді, коли вихри розташовані в шаховому порядку й при тому так,[1] що

$$\cosh\frac{\pi h}{l}=\sqrt{2}\,, \tag{3}$$

звідки

$$\frac{h}{l}=0{,}2806. \tag{4}$$

У таких умовах вихрові ряди рухатимуться вздовж додатної осі x зі сталою швидкістю

$$u=\frac{\Gamma}{2l}\,\mathrm{tgh}\,\frac{h\pi}{l}=\frac{\Gamma}{2l}\cdot\frac{1}{\sqrt{2}}\,. \tag{5}$$

Далі, якщо вихри верхнього ряду розташовані в точках

$$z_0=\frac{l}{4}+\frac{ih}{2};\quad z_0+l;\quad z_0+2l\ldots\quad z_0-l;\quad z_0-2l;\ldots$$

і значить вихри нижнього ряду в точках

$$-z_0=-\frac{l}{4}-\frac{ih}{2};\quad -z_0-l;\quad -z_0-2l;\ \ldots -z_0+l;\quad -z_0+2l;\ \ldots$$

то комплексний потенціял течії подає така формула:

$$W=\frac{i\Gamma}{2\pi}\ln\frac{\sin\,(z_0-z)\,\frac{\pi}{l}}{\sin\,(z_0+z)\,\frac{\pi}{l}}\,. \tag{6}$$

Якщо явище обернути, надавши всім часткам течива швидкість $-u$, тобто протилежну тій, з якою рухаються вулиці, то вихри перебуватимуть у спокої, а комплексний потенціял подає формула:

$$W_1=-uz+\frac{i\Gamma}{2\pi}\ln\frac{\sin\,(z_0-z)\,\frac{\pi}{l}}{\sin\,(z_0+z)\,\frac{\pi}{l}}\,. \tag{7}$$

---

[1] Нагадаймо, що $\cosh x=\frac{e^x+e^{-x}}{2}$, $\sinh x=\frac{e^x-e^{-x}}{2}$.

Користуючись з наведеного для комплексного потенціялу виразу, мо нарисувати лінії течива для досліджуваного потоку. Наслідок пода на рис. 55.

Karman і Rubach перевіри це розташування ліній течи зробивши так, щоб у воді р хався довгий циліндер а платівка, і фотографуючи ро ташування вихрів, посипавш перед тим поверхню води л коподієм, щоб вихри мож було бачити.

На рис. 56 подано фот графію дійсних вихрів. На нь му ясно видно центри вихрі Схожість картин теоретичн й реальної цілком задовільн

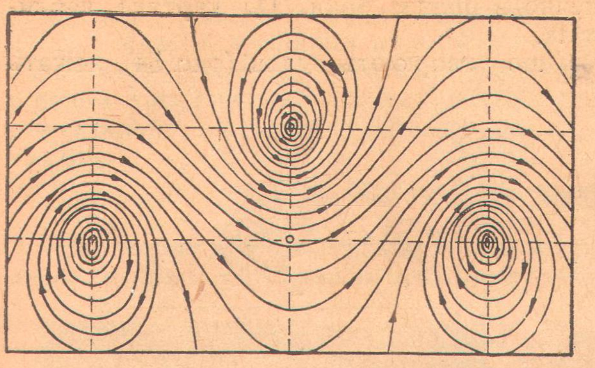


Рис. 55.

Крім того, вимір відношення $\frac{h}{l}$ потвердив формулу (4). Після цьо Karman дослідив ту частину опору течива проти руху циліндричного тіла, що залежить від енергії, витрачуваної на утворення вулиць.

Не подаючи Karman'ових міркувань, ми скажемо тільки про наслідок. Виявилось, що для опору R маємо (що задовільно погоджується з дослідом) формулу:

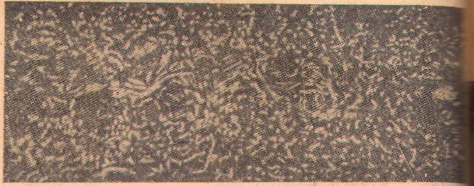


Рис. 56.

$$R = \rho l v^2_0 \left[0{,}7936 \frac{u}{v_0} - 0{,}3141 \left(\frac{u}{v_0} \right)^2 \right], \qquad (8$$

Тут опір віднесено до одиниці висоти циліндра, v_0 є швидкість руху циліндра, а u — введена раніш швидкість вулиць, l залежить від розмір циліндра й легко визначається фотографуванням. Відношення $\frac{u}{v_0}$ можн найти, підраховуючи число утворюваних вихрів.

§ 5. Струминна теорія

Досі ми досліджували тільки безперервну течію течива; тепер ми розглянемо рухи іншого характеру, що на їх можливість показав уперш Helmholtz.[1]

Почнемо з того, що Helmholtz говорить про характер розривних течі

Кожний знає рівну струмину насиченого димом повітря, що виходит з димаря, і інші явища, коли течиво не розходиться, тільки но вийшовш з отвору, по всіх напрямах, а рухається спочатку компактною струмино з якої потім на більшій чи меншій віддалі починають утворюватися вихр

При цьому частки течива, що прилягають до отвору, але лежать поз струминою, залишаються майже в цілковитому спокої.

У всіх цих випадках буває ковзання одного шару течива по іншому тобто вздовж якоїсь поверхні дотична складова швидкости зазнає розриву

Через що постають розриви швидкости в течивах, можна за Helmholtz'ом пояснити так: нехай на платівку AB набігає потік; в точках A, при суцільному потенціяльному обтіканні (рис. 57 а) були б безконечн

---

[1] *Helmholtz*, Über discontinuirliche Flüssigkeitsbewegungen (Berl. Monatsberichte, 1868).

великі швидкості (як це вже зазначалося в розділі III, коли ми вивчали обтікання крила з гострим кантом); через те, що це неможливе, доводиться прийняти, що лінія течії не обгинає платівки в точках A й B, а сходить у цих місцях у вигляді вільних струмин AL і BM (рис. 57 b).

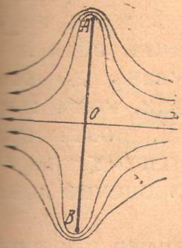


Рис. 57 a.

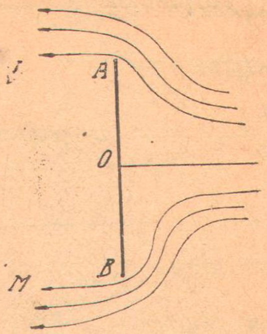


Рис. 57 b.

Математично досліджуючи розривні течії, роблять деякі спрощувальні припущення. Переходячи до установлення їх, відзначимо, що через них явища дуже ідеалізуються, і це треба мати на увазі в практичному застосовуванні.

Ми розглядатимемо тільки плоско-рівнобіжні течії і при цьому не вихрові та стаціонарні. Ми приймемо, що в кутових точках профілю (якого ми будемо вважати за нерухомий) починаються лінії розриву танґенціяльної складової швидкости, і припустимо, що ці лінії розриву тягнуться на безконечність.

Лінії розриву разом із профілем тіла обмежують застійний обсяг течива (рис. 58), де швидкість течії дорівнює нулеві.

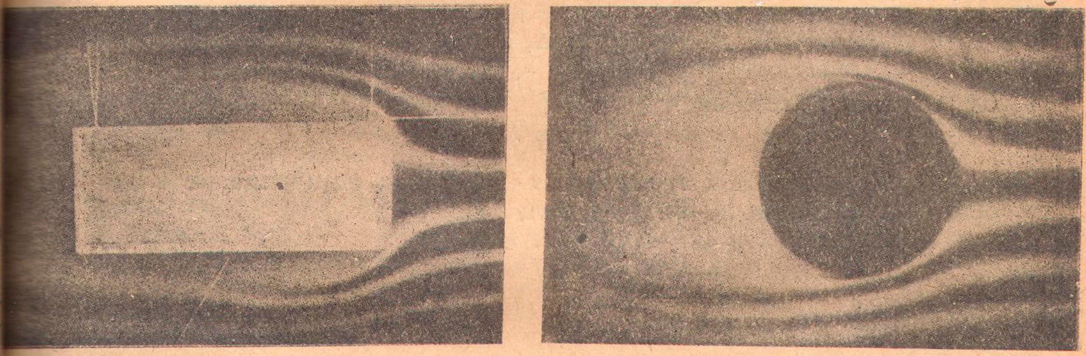


Рис. 58.

Легко бачити, що вздовж лінії розриву тиск повинен бути суцільним. Насамперед, звернімо на це увагу й використаймо інтеґрал Bernoulli в обсягу, зайнятому потоком, на підставі припущення про стаціонарність руху і відсутність вихрів у течиві.

Позначаючи через V_0 величину швидкости на безконечності, а через V величину швидкости в якійнебудь точці в середині течива, матимемо в обсязі, зайнятому потоком, рівняння:

$$p+\frac{\rho V^2}{2}=c=p_0+\frac{\rho V_0{}^2}{2},$$

де p_0 — тиск на безконечності.

Позначмо індексами 1 і 2 вартості розгляданих величин у двох безконечно-близьких точках, що лежать по різні боки від лінії розриву, при чому індекс 2 віднесемо до застійного обсягу.

На підставі сказаного раніш

$$p_1=p_2. \tag{9}$$

Далі, з одного боку, застосовуючи інтеґрал Bernoulli для потоку, матимемо

$$p_1+\frac{\rho V_1{}^2}{2}=p_0+\frac{\rho V_0{}^2}{2}, \tag{10}$$

а з другого боку, для застійного обсягу маємо

$$p_2=p_0, \tag{11}$$

бо в застійному обсягові швидкість скрізь дорівнює нулеві і, знач тиск скрізь мусить бути сталий.

Порівнюючи написані формули, знайдемо, що

$$V_1 = V_0.$$

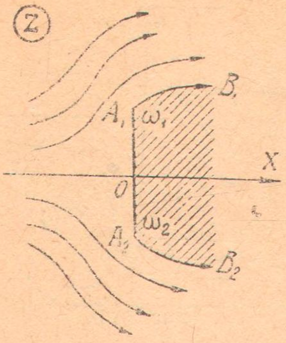


Рис. 59.

Отже, вздовж лінії розриву течиво ковзе сталою по величині швидкістю V_0 вздовж не хомого течива, що наповнює застійний обсяг.

Перейдімо від загальних міркувань до ко кретної задачі й розгляньмо випадок, коли пр філем тіла є відтинок простої лінії, розташов ної по осі y, інакше кажучи, розглядатиме випадок, коли перепоною буде безконечно-до плоска смуга.

Обмежимося на вивченні так званого просто удару (рис. 59), тобто припустімо, що пот який набігає на платівку (смугу) на великій відда перед платівкою, йде нормально до платівки, т що там швидкість спрямована по осі x; приймім що вона спрямована в бік додатних x-ів.

В обсягу S площини комплексного змінного $z=x+iy$, зайнятому п током, комплексна швидкість

$$\frac{dw}{dz}=u-iv \qquad (1$$

і комплексний потенціял

$$w=\varphi+i\psi \qquad (1$$

є аналітичні функції від z; знайти їх — це наша остаточна мета.

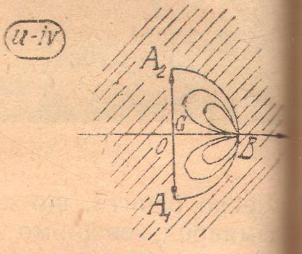


Рис. 60.

Якби ми знайшли $u-iv$ в функції від w, то для z на підставі (12) ми мали б інтеграл

$$z=\int\frac{dw}{u-iv} \qquad (14)$$

і задача була б розв’язана. Отже, ми бачимо, що для того, щоб розв’язати задачу, досить знайти $u-iv$ в функції від w. В цьому й полягає метода Helmholtz-Kirchhoff’a. Припустімо на мить, що функції $u-iv=\phi(z)$ і $w=f(z)$ знайдено. Вони дають певні конформні відтворення обсягу S на площини змінних $u-iv$ і w. Знайдемо спочатку обсяг змінного $u-iv$ (рис. 60). В точці O обсягу S швидкість дорівн нулеві. Вздовж лінії A_1A_2 обсягу S вона вертикальна, нарешті, вздо вільних струмин швидкість величиною дорівнює V_0, тобто точкам віль струмин відповідають у площині змінного $u-iv$ точки, що лежать обводі кола з центром у точці $w=0$ і з радіюсом V_0. На підставі сказ ного обсяг S зображається функцією

$$u-iv=\phi(z)$$

на півколо G в площині $u-iv$ (рис. 60).

При цьому відповідні точки обсягів S і G позначено на рис. 59 і однаковими літерами.

Розгляньмо тепер площину комплексного змінного w. Тому що функ w цікавить нас тільки своїми похідними, що дають проекцію швидкост то ми можемо до w додати довільну сталу. Виберімо цю сталу так, щ точці O обсягу S відповідала вартість $w=0$. Уздовж лінії течії, що обмива профіль і збігає в вигляді вільних струмин, функція ψ є стала й, значи дорівнює нулеві, бо в точці O: $w=\varphi+i\psi=0$. Отже, як бачимо, профіл платівки й вільним струминам відповідає частина дійсної осі площини змінного $w=\varphi+i\psi$ (рис. 61).

Із симетрії випливає, що в точках A_1 і A_2 потенціял φ матиме однакові вартості; їх ми позначаємо через k.

Зіставляючи все сказане, знайдемо, що обсягові S відповідатиме в w-площині обсяг, що лежить поза дійсною додатною піввіссю. Позначмо цей обсяг через Г.

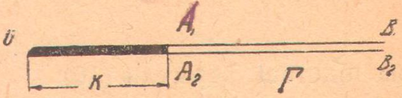


Рис. 61.

Зауважмо, що одному берегові дійсної півосі w-площини відповідає одна струмина, а другому — друга.

Будемо тепер розглядати $u-iv$, як функцію від w. Ця функція повинна давати конформне відтворення обсягу Г на обсяг G.

Знайти залежність між $u-iv$ і w — це значить знайти функцію, що відтворює конформно обсяг Г на обсяг G. У цій задачі труднощів нема, і її можна розв'язати за допомогою поданих у додатку I відтворень. Шукане співвідношення між $u-iv$ і w має форму:

$$u-iv=\frac{V_0\sqrt{w}}{\sqrt{w-k}+i\sqrt{k}}=\frac{V_0(\sqrt{w-k}-i\sqrt{k})}{\sqrt{w}}. \tag{15}$$

Можна безпосередньо перевірити формулу (15): справді, коли w дійсне й задовольняє нерівності $0<w<k$, функція $u-iv$ має чисто уявну вартість (для верхнього берега від'ємну, а для нижнього — додатну), так що жирна частина дійсної осі обсягу Г справді відповідає уявній осі обсягу G; коли w дійсне й $w>k$, то $|u-iv|=V_0$, і ми маємо точки півкола обсягу G.

На підставі (14) і (15)

$$z=\frac{1}{V_0}\int_0^w\frac{dw(\sqrt{w-k}+i\sqrt{k})}{\sqrt{w}}. \tag{16}$$

Щоб визначити константу k, візьмімо на увагу ширину платівки (смуги). Поклавши, що ширина дорівнює l, так що $\omega_1=\omega_2=\frac{l}{2}$, і пригадуючи, що коли z міняється вздовж уявної осі від 0 до $\frac{il}{2}$, w міняється від 0 до k, знайдемо, що

$$i\frac{l}{2}=\frac{1}{V_0}\int_0^k\frac{dw(\sqrt{w-k}+i\sqrt{k})}{\sqrt{w}}=\frac{i}{V_0}\int_0^k\frac{dw(\sqrt{k-w}+\sqrt{k})}{\sqrt{w}}=$$

$$=\frac{ik}{V_0}\left(2+\frac{\pi}{2}\right).$$

Отже

$$k=\frac{lV_0}{4+\pi}. \tag{17}$$

Обчислімо тиск потоку на одиницю довжини смуги.

Позначаючи цей тиск через R, зауважмо, що на елемент dy профілю зліва впливає тиск p_1dy, а справа p_0dy, через що разом вони дадуть:

$$(p_1-p_0)dy.$$

Щоб знайти повний тиск, треба просумувати цей вираз по всій шири платівки. Так матимемо, що

$$R=\int\limits_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}}(p_1-p_0)dy,$$

на підставі формули (10)

$$R=\frac{1}{2}\rho\int\limits_{-\frac{l}{2}}^{\frac{l}{2}}(V_0^2-V_1^2)dy. \qquad (1$$

Але вздовж профілю маємо $\psi=0$, і, значить, $w=\varphi$, а тому на підста (15) вздовж профілю

$$V_0^2-V_1^2=2V_0^2\frac{\sqrt{k-\varphi}}{\sqrt{k-\varphi}+\sqrt{k}}. \qquad (1$$

Далі вздовж профілю $z=iy$, так що $idy=dz$ і тому на підставі (16)

$$dy=\frac{1}{V_0}\,\frac{\sqrt{k-\varphi}+\sqrt{k}}{\sqrt{\varphi}}\,d\varphi. \qquad (2$$

При цьому, коли y зростає від 0 до $\frac{l}{2}$, φ міняється від 0 до k.

Підставляючи вирази (19) і (20) в формулу (18), маємо:

$$R=\rho\int\limits_0^{\frac{l}{2}}(V_0^2-V_1^2)dy=2\rho V_0\int\limits_0^k\frac{\sqrt{k-\varphi}}{\sqrt{k-\varphi}+\sqrt{k}}\cdot\frac{\sqrt{k-\varphi}+\sqrt{k}}{\sqrt{\varphi}}\,d\varphi=$$

$$=2\rho V_0\int\limits_0^k\frac{\sqrt{k-\varphi}}{\sqrt{\varphi}}\,d\varphi=\pi\rho kV_0=\frac{\pi}{4+\pi}\,\rho lV_0^2, \qquad (21)$$

і вираз для тиску на одиницю довжини смуги знайдено.

Так само можна розв'язати задачу про косий удар, тобто дослідит потік, що набігає на платівку не пі кутом 90°, а під довільним кутом (рис. 62).

Формулу для тиску (опору) в цьому випадку вперше знайшов Rayleigh і вона має вигляд:

$$R=\frac{\pi\sin\alpha}{4+\pi\sin\alpha}\,\rho lV_0^2. \qquad (22)$$

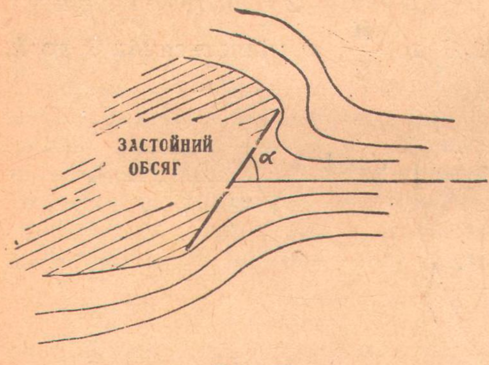


Рис. 62.

§ 6. Експериментальна перевірка теорій

Обчисляючи в розділі III за теорією М. Є. Жуковського підіймальну силу, що припадає на одиницю довжини аероплянного крила в плоскому потокові, ми мали формулу

$$P=4\pi R\rho\,V_0^2\sin\alpha_1=c(\alpha_1)\,4\,R\rho\,V_0^2,$$

де R — радіюс основного для профілю обводу кола й де ми через $c(\alpha_1)$ позначаємо сучинник $\pi \sin \alpha_1$, що залежить від кута атаки.

Цю формулу ми мали, припускаючи, що обтікання крила (завдяки певній циркуляції) відбувається плавко й швидкість у кутовій точці конечна.

Щоб перевірити цю формулу експериментально, треба поставити крило в такі умови, що (хоч і наближено) відповідали б умовам плоского обтікання.

Для цього Betz узяв модель крила, що має в усіх перекроях однаковий профіль М. Є. Жуковського, і на кінці моделі насадив плоскі шайби (рис. 63).

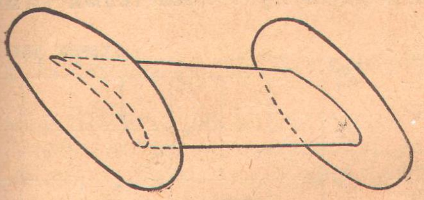


Рис. 63.

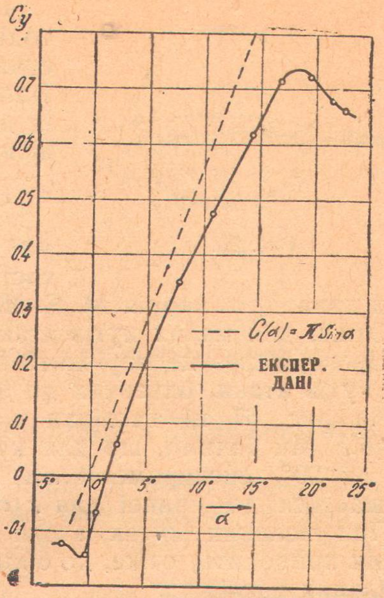


Рис. 64.

Ці шайби штучно відділяють потік з боків від моделю від потоку навколо самого моделю й перешкоджають повітрю зовні доплинати до моделю.

Вимірювання в аеродинамічній трубі привели для величини $c(\alpha_1)$ до вартостей, що відповідають приблизно законові

$$c(\alpha\ ) = 3\,.\,\sin \alpha_1.$$

Отже, наведена раніш формула потверджується цілком задовільно.

Betz'ові наслідки подано на рис. 64.

Причина, що приводить на ділі до менших вартостей для $c(\alpha_1)$ є тертя в поверхневому шарі, що трохи зменшує циркуляцію. До цього питання ми ще повернемось у розділі VI.

Звернімось тепер до Rayleigh'ової формули:

$$R = \frac{\pi \sin \alpha}{4 + \pi \sin \alpha}\, \rho\, l V_0^2,$$

що дає опір за струминною теорією (рис. 62).

Розкладаючи повний опір R на підіймальну силу R_y та на чоловий опір R_x (рис. 65), знайдемо

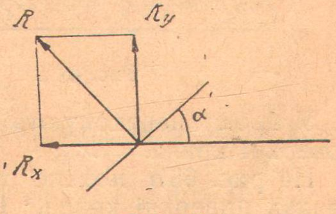


Рис. 65.

$$R_y = \frac{\pi \sin\alpha \cos \alpha}{4 + \pi \sin \alpha}\, \rho\, l V_0^2 = r(\alpha)\, l \rho\, V_0^2.$$

Така вартість підіймальної сили на одиницю довжини платівки за струминною теорією.

Порівняймо цей наслідок з наслідком М. Є. Жуковського.

Для цього зауважмо, що при невеликих вартостях кута, який характеризує кривину профілю М. Є. Жуковського, величина $4R$ мало різниться від довжини тятиви, що стягає профіль (рис. 66).

Через це досліджений раніш модель крила можна за струминною те рією наближено розглядати, як платівку завширшки $l=4R$.

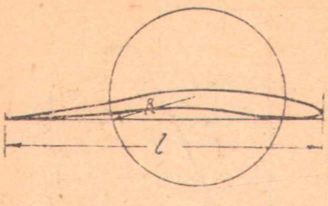


Рис. 66.

Погляньмо, до якого наслідку ми прийдем тоді за струминною теорією. Ми бачимо, щ сучинникові $c(\alpha_1)$ теорії М. Є. Жуковськог відповідатиме тепер сучинник $r(\alpha_1)$. Порівняйм їх для малих кутів атаки, що найцікавіші авіяції, і що для них Betz зробив виміри в труб

Зауважуючи, що для малих α $r(\alpha) \cong \frac{\pi \sin \alpha}{4}$

ми бачимо, що за струминною теорією вар тості сучинника у 4 рази менші від тих, д яких приводить теорія М. Є. Жуковського, що потверджується на досвід

Отже, для малих кутів атаки струминна теорія непридатна.

Цікаво через це порівняти Rayleigh'ову формулу з наслідками вимір для кутів атаки, близьких до 90°.

На рис. 67 ці наслідки подано графічно.[1] Ми бачимо, що для кутів, близьких до 90°, експериментальна крива наближається до кривої для $r(\alpha)$.

При великих кутах атаки струминна теорія приводить, отже, до більш-менш задовільних наслідків.

Це пояснюється тим, що при великих кутах атаки справді буває зрив струмин і, хоч у дійсності за перепоною ніколи не буває повного спокою, а, навпаки, буває вихровий рух (утворення вихрових вулиць), що збільшує чоловий опір, все таки можна вважати струминну теорію за перше наближення до дійсности в цих випадках.

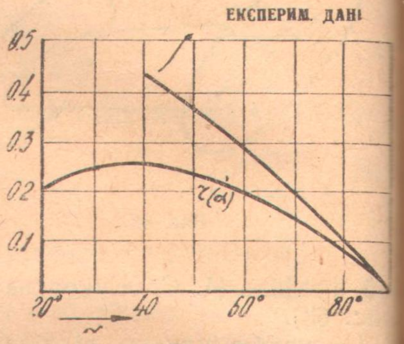


Рис. 67.

Щодо малих кутів атаки, то крива для $(r\alpha)$ з наслідками експерименту розходиться для них найголовніше тому, що струминна теорія враховує тільки процеси перед крилом; тим часом як процеси позаду крила (відщеплювання вихрів з поверхневого шару) важать в утворюванні підіймальної сили багато більше.

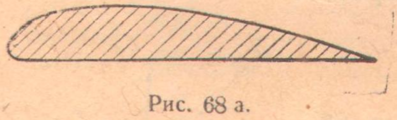


Рис. 68 а.

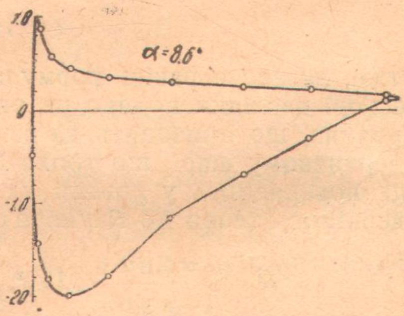


Рис. 68 b.

У цьому переконують нас наслідки вимірів тиску в різних точках кол поверхні крила.

На рис. 68 b подано графічний розподіл виміряних тисків у різних точках поверхні крила.[2] При цьому позема вісь спрямована по тятиві крила від переднього канту до заднього; по сторчовій осі відкладають відношення тиску до швидкісного напору. Верхня частина кривої відповідає підвищеному тискові під крилом, а нижня частина — розрідженню над крилом. Виміри зроблено в Гетінґені для профілю, поданого на рис. 68 а, при куті атаки 8,6°.

---

[1] Рис. 67 запозичено з книги *Frank-Mises*, Die Differentialgleichungen und Integralgleichungen der Mechanik und Physik, II, 1927, p. 782.

[2] Про спосіб, застосовуваний на практиці для вимірювання досліджуваних тут явищ, сказано в кінці § 6, розділу V цієї книжки.

РОЗДІЛ V

МЕТОДИ ЕКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЇ АЕРОДИНАМІКИ

§ 1. Потреба експериментальних дослідів в аеродинаміці

Не вважаючи на чималі успіхи, що їх дійшли останніми роками в галузі теоретичної аеродинаміки, досі величезне значення має експериментальна аеродинаміка, що дає потрібний для проєктування літаків числовий матеріял через досліди.

Найприродніший і найточніший засіб, щоб мати експериментальний матеріял, було б випробовування літаків у дійсних умовах льоту. Систематично ставити й опрацьовувати такі досліди є основне завдання аеродинаміки; проте досі такі досліди науково майже не опрацьовано.

Найбільше значення мають тепер досліди над моделями літаків та їхніх частин у так званих аеродинамічних трубах, де згідно з законом відносности клясичної механіки обертають дійсні процеси, залишаючи модель у спокої й примушуючи повітряний потік з певною швидкістю набігати на нього.

Інші методи випробування моделів мають тепер тільки історичне значення й ми на них спинятися не будемо.

§ 2. Перенесення наслідків експерименту на дійсність

При дослідах над моделями постає надзвичайно важливе питання про перенесення наслідків експерименту з одних умов в інші.

Раніш було доведено, що для того, щоб зберегти повну динамічну подібність двох різних потоків, потрібна не тільки геометрична подібність обтікання тіл, але й рівність Reynolds'ових чисел для обох потоків. Нагадаймо, що Reynolds'ове число для потоку визначається формулою

$$\Re = \frac{vl}{\nu},$$

де v — швидкість потоку, l — лінійна характеристика обтіканого тіла, тобто яканебудь довжина, що характеризує тіло, і, нарешті, ν — так званий кінематичний сучинник в'язкости течива (див. § 16 розділу I).

Розгляньмо це питання трохи докладніше.

Основне завдання експериментальної аеродинаміки — знайти опір, що чинить повітря тілу, яке в ньому рухається. Численні досліди показали, що опір середовища можна виразити формулою

$$R = c\rho F v^2, \qquad (1)$$

де R — сила опору в кг,

ρ — густина середовища $\left(\rho = \frac{\gamma}{g} \frac{\text{кг . сек}^2}{\text{м}^4}\right)$,

v — швидкість руху тіла в м/сек,

F — якась площа, що характеризує тіло, приміром, площа міделе перекрою,

c — сучинник пропорційности, який є абсолютне число, що зале від форми тіла та міри шерехатости його поверхні.

Знайти сучинник c — ось основне завдання експериментальної аер наміки.

Проте, зазначений закон має тільки відносну точність: при вел вартостях швидкости v (що наближаються до швидкости звуку й п вищують її) сучиник c дуже збільшується. Це пояснюється тим, що великих швидкостях великої ваги набуває стисливість повітря, якою малих швидкостях можна нехтувати.[1] Але цей відхил великої ваги авіяції не має, бо найбільші швидкості льоту, що були досі, в кожн разі не перевищують 150 м/сек. Деякої ваги набуває це явище тіл для пропелерів, бо обводова швидкість їхніх кінців перевищує і швидкість звуку.

Багато більшу вагу для аеродинаміки має те, що, за законом д мічної подібности потоків, ми мусимо вважати величину сучинника функцію Reynolds'ового числа $\mathfrak{R}$ і, значить, можемо ручитися за точні перенесення цих наслідків досліду над моделем на дійсне тіло, тіл з умовою рівности Reynolds'ових чисел в обох випадках:

$$\frac{v_1 l_1}{\nu_1} = \frac{v_2 l_2}{\nu_2}$$

Це надзвичайно утруднює досліди. Через те, що досліди в аерод мічних трубах провадять здебільшого з моделями, в кілька разів менш від справжньої величини, то зазначена умова потребує збільшити шв кість потоку в таке саме число разів, порівнюючи із справжнь швидкістю літака. Якщо, приміром, ми випробовуємо в трубі мод в $^1/_5$ натуральної величини літака, що його швидкість у повітрі дорів 40 м/сек, то ми повинні дати потокові в трубі швидкість, що дорів $40 \times 5 = 200$ м/сек.

Не кажучи вже про те, як надзвичайно важко мати таку швидкі потоку, вона вже так наближається до швидкости звуку, що на насл досліду не можна покладатися. Можна, щоправда, замінити повітря ін течивом з меншим кінематичним сучинником в'язкости. Якщо ми спробу будемо робити в воді, для якої сучинник ν щось у 14 разів м ший від сучинника ν для повітря, то нам буде потрібна швидкість пото в 14 разів менша, тобто близько 14 м/сек. Проте, для води здійсненн такої швидкости майже неможливе.

Останнім часом, щоб досягти порівняно великих величин $\mathfrak{R}$, буду труби з якнайбільшим діяметром, бо тоді можна багато з деталів літа аж до фюзеляжів, випробовувати в натуральній величині (приміром, вел труба ЦАГІ). В Америці, в лябораторії N. A. C. f. A.,[2] в Langley Fie зроблено спробу штучно збільшити Reynolds'ове число, підтримую в герметичній трубі високий тиск до 20 атм, при якому сучинник ν м значно менші вартості.

Проте, навіть максимальні вартості $\mathfrak{R}$, досягнені при дослідах цілими літаками й великими частинами, приміром крилами, багато ме від таких вартостей у дійсних умовах.

Порівняймо дійсні вартості цієї величини з тими, що дають найві міші труби для моделів крил.

Величина ν для повітря в нормальних умовах (15° C і 760 мм жи срібного стовпа) дорівнює $1{,}45 \times 10^{-5}$.

За лінійну характеристику l приймімо довжину тятиви моделю або кри

---

[1] Докладніше див. *Красноперов*, Экспериментальная аэродинамика, стор. 15.

[2] National Advisory Committee for Aeronautics.

Тоді матимемо: для великої труби ЦАГІ, що має два робочі перекрої діаметрами 3 м і 6 м, для швидкостей потоку відповідно 100 м/сек і 30 м/сек і для прийнятих звичайно величин $l = 0{,}3$ і $0{,}6$ м

$$\mathfrak{R}' = \frac{0{,}3 \,.\, 100}{1{,}45 \,.\, 10^{-5}} = 2{,}06 \,.\, 10^{6}$$

$$\mathfrak{R}'' = \frac{0{,}6 \,.\, 30}{1{,}45 \,.\, 10^{-5}} = 1{,}24 \,.\, 10^{6}$$

Для Prandtl'евої труби в Гетінґені при вартостях $l = 0{,}2$ м і $v = 50$ м/сек:

$$\mathfrak{R} = \frac{0{,}2 \,.\, 50}{1{,}42 \,.\, 10^{-5}} = 6{,}9 \,.\, 10^{5}.$$

Для труби високого тиску N. A. C. f. A. досягнено вартістъ $\mathfrak{R} = 3{,}7 \,.\, 10^{6}$.

Оцінуймо тепер, приміром, порядок вартостей $\mathfrak{R}$ для справжнього крила.

Взявши для прикладу моноплянне крило з тятивою, що дорівнює 3 м, пересічною швидкістю 150 км/год. $= 41{,}7$ м/сек, матимемо:

$$\mathfrak{R} = \frac{3 \,.\, 41{,}7}{1{,}45 \,.\, 10^{-5}} = 8{,}65 \,.\, 10^{6}.$$

Як бачимо, дійсні вартості $\mathfrak{R}$ чимало перевищують дослідні. Ще більшою мірою те саме буде, як випробувати цілі літаки.

Тому, щоб мати змогу перенести наслідки досліду з моделем на літак, треба детально вивчити залежність сучинника опору c від Reynolds'ового числа $\mathfrak{R}$.

Численні дослідники, найголовніше Prandtl, установили такий закон величини c: при малих вартостях $\mathfrak{R}$ величина c лишається приблизно стала; потім у якомусь критичному інтервалі вартостей $\mathfrak{R}$ відбувається чимале зменшення величини c; з дальшим збільшенням $\mathfrak{R}$ величина c знов приблизно стала.

Звідси виходить, що ми можемо з достатньою точністю використати наслідки досліду в тому випадку, коли між вартістю Reynolds'ового числа при досліді й у дійсності не лежить критичний інтервал для $\mathfrak{R}$.

Наслідки дослідів показують, що чим видовженішу форму має тіло, тим менші будуть критичні вартості $\mathfrak{R}$. Через те, що вартості $\mathfrak{R}$ в аеродинамічних трубах набагато більші, ніж критичні вартості $\mathfrak{R}$ для деталів літака, що мають видовжену форму (крила, фюзеляж, стерна тощо), то наслідки випробів у них дають достатню для практики точність.

Опір же таких деталів, як тросу, розчалки, косяка тощо може дуже відхилятися від дослідних даних.

Через це випроби в аеродинамічних трубах роблять звичайно над моделями без цих деталів, а їхній опір визначають звичайно окремо, випробовуючи їх у натуральну величину при дійсних вартостях $\mathfrak{R}$.

Докладніше вплив величини $\mathfrak{R}$ на опір різних деталів літака розглянемо далі.

Треба зазначити, що через невеличке розходження величини ν для різних лябораторій, на практиці замість Reynolds'ового числа користуються звичайно з так званої характеристики досліду:

$$k = Vl.$$

§ 3. Аеродинамічні труби

Як уже не раз зазначалося, досліди над моделями роблять в аеродинамічних трубах, де модель установлюють нерухомо й обдувають потоком вентилятора. Основні вимоги до труби такі: можливість досягти якнайбільших вартостей характеристики досліду, певна економічність тр можливість реґулювати швидкість, рівномірність потоку у перекро в часі і, нарешті, зручність і точність вимірів.

Збільшують характеристику досліду звичайно, збільшуючи розмір тр або швидкість потоку (крім згадуваної раніш Munk'ової труби,[1] де збі шення доходять, зменшуючи кінематичний сучинник в'язкости). Тепер труби дійшли вже досить великих вартостей $\mathfrak{R}$, проте, вони потребу при цьому чималої потужности двигунів, через що, очевидно, поки немає змоги далі збільшувати $\mathfrak{R}$ цим способом.

Економічність труби звичайно характеризують її якістю ξ, що яв собою відношення секундної живої сили потоку до потужности, підве ної до вентилятора

$$\xi=\frac{\frac{1}{2}mv^2}{75N},$$

де N — потужність мотора в мех. конях, v — швидкість потоку в м/се m — маса повітря, що проходить через якийсь перекрій за 1 сек. Підст ляючи $m=\frac{\gamma}{g}Fv$, де F — площа цього перекрою труби в кв. м, матиме

$$\xi=\frac{\gamma}{g}\frac{Fv^3}{150N}.$$

Приймаючи для звичайних умов $\frac{\gamma}{g}\cong\frac{1}{8}$, матимемо

$$\xi=\frac{Fv^3}{1200N}.$$

Один із способів збільшити економічність труби — це збудування т званих дифузорів, де повітря, вийшовши з робочої частини, розширюєть при цьому швидкість його зменшується, а тиск за рівнянням Bernou збільшується. Реґулюють швидкість потоку при звичайно вживаних д вентиляторів моторах сталого струму за допомогою реостатів.

Дуже важливим для труби є питання про достатню рівномірність пото як у часі, так і в просторі. Цілком очевидно, що досягти рівномірнос потоку в часі при роботі із зовнішнім повітрям зовсім неможливо, і то всі ляборaторії тепер працюють з кругобігом повітря. Проте, такий кр гобіг утворює небезпеку періодичного завихрення повітря. Крім то нерівномірне обертання вентиляторів також зумовлює якусь нерівном ність потоку. Щоб знищити нерівномірність потоку в трубах, злагоджую спрямні ґратниці, а іноді так звані дистрибутори.

Спрямні ґратниці установлюють перед робочою частиною труби; їх призначення — спрямляти струмини й розрізувати вихри в потоко Дистрибутор, уживаний тільки в трубах простого чину (див. далі), уж вають для того, щоб заспокоїти повітря в приміщенні труби; він явл собою звичайно стінку з отворами, крізь які повітря потрапляє до пр міщення труби, порівнюючи рівномірно.

Зручність і точність у вимірюванні залежать від будови робочої ч стини труби й від застосовуваних для неї вимірних інструментів та їхн устави.

Щодо будови робочої частини труби поділяють на два типи: тру з закритою робочою частиною (рис. 69) і труби з вільною струмино (рис. 70).

---

[1] В Langley Field.

В останньому випадку потік повітря проходить крізь спокійне повітря в спеціяльній камері, що обіймає робочу частину труби (рис. 70). В цій камері[1] міститься експериментатор з усіма приладами, через що надзвичайно зручно робити досліди, бо експериментатор перебуває безпосередньо поблизу моделю. При цьому тиск у всій камері вирівнюється до тиску, відповідного до швидкости потоку і само собою розуміється, що камеру треба добре ізолювати від зовнішнього повітря.

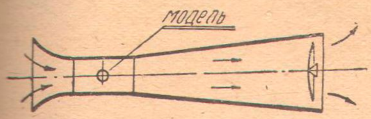


Рис. 69. Схема труби з закритою робочою частиною

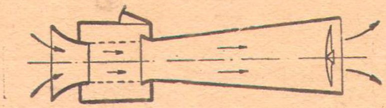


Рис. 70. Схема труби з Eiffel'евою камерою

У трубах з закритою робочою частиною експериментатор з приладами міститься в окремій спостережній камері, відокремленій від робочої частини труби стінкою з добре ущільненими отворами, крізь які вводять у трубу вимірчі інструменти. Спостерігати й вимірювати в таких трубах багато тяжче, проте втрати в них (від тертя повітря об стінки) багато менші. Крім того, через труби з закритою робочою частиною можна краще реґулювати потік повітря. Тепер успішно розвиваються обидва типи труб.

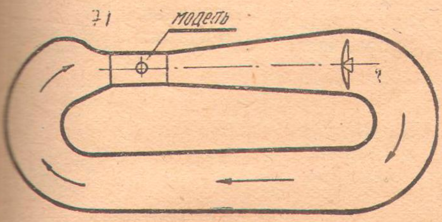


Рис. 71. Схема труби замкненої

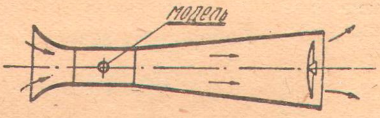


Рис. 72. Схема труби простого чину

Раніш було зазначено, що тепер усі труби працюють з кругобігом повітря. Якщо повітря повертається в трубу окремим каналом, через що потік стає зовсім замкнений, то трубу звуть замкненою (рис. 71), що відрізняє її від труб простого чину (рис. 72), з яких повітря виходить просто в приміщення, звідки знову всмоктується в трубу.

З усього сказаного виходить, що кожна аеродинамічна труба, незалежно від типу, повинна мати такі основні частини:

1) лійкуватий колектор, що збирає повітря й підводить його до труби,

2) спрямну ґратницю перед робочою частиною,

3) робочу частину, де міститься модель,

4) проміжну частину, що утворюють її звичайно у формі конічного дифузора,

5) мотор з вентилятором, що звичайно являє собою многолопатний гвинт, і, нарешті,

6) частину для зворотного підведення повітря до труби у формі зворотного каналу в замкнених трубах, або просто у формі приміщення, що оточує трубу, в трубах простого чину.

Не маючи змоги спинятися тут на описі різних труб, відсилаємо тих, що цікавиться цим питанням, до книжки Красноперова, що недавно

---

[1] Так звана Eiffel'ева камера.

Та

Характеристик

Країна	Назва ляборáторії й труби	Тип труби	Форма робочого перекрою	Розмір робочого перекро в м
СРСР	Велика труба ЦАГІ Перша робоча частина Друга робоча частина	Прямого чину з закритою робоч. част.	Правильн. 8-кутник	$d=3$ $d=6$
	ЦАГІ Труба великої швидкости	Прямого чину з закритою робоч. част.	Правильн. 8-кутник	$d=1,5$
Німеччина	Die Aerodynamische Versuchsanstalt zu Göttingen Велика труба	Замкненого типу з відкр. робоч. част.	Правильн. 16-кутник	$d=2,25$
	Ляболаторія заводу Zeppelin (Фрідріхсґафен)	Замкн. типу з Eiffel'евою камерою	Коло	$d=2,9$
ПАСШ	Langley Memorial Aeronautical Laboratory (Вашінґтон) Труба № 1	Прям. чину з Eiffel'евою камерою	Коло	$d=1,525$
	L. M. A. L. Труба № 2 (Мипk'ова)	Замкн. типу з закр. робоч. част. підвищеного тиску (до 20 атм.)	Коло	$d=1,525$
	L. M. A. L. Велика труба	Замкн. типу з відкр. робоч. частиною	Коло	$d=6,1$
Англія	National Physical Laboratory (Тедінґтон) Труба 7′ № 1	Прям. чину з закр. робоч. частиною	Квадрат	2,13 × 2,13
	N. P. L. Труба „Duplex“	Прям. чину з закр. робоч. частиною	Прямокутн.	2,13 × 4,26
Франція	Ляболаторія Eiffel'я (Париж) Велика труба	Прямого чину з Eiffel'евою камерою	Коло	$d=2,00$
	Ляболаторія „Section Technique de l'Aeronautique militaire“ (Париж)	Прям. чину з закр. робоч. частиною	Коло	$d=4,00$

лиця 2

найважливіших труб.

Площа робочого перекрою в кв. м	Найбільша швидкість v м/сек	Потужність мотора N (мех. к.)	Вентилятор		Якість труби $\xi = \frac{FV^3}{1200N}$	Характеристика досліду $k = Vl$
			Тип	Число обертів		
7,1 28,4	78 30	820	6-лопатний ґвинт $D \backsim 6$ м	400	3,6 0,81	117 90
1,77	95	390	4-лопатний ґвинт $D = 3,19$ м	975	3,22	71,3
4,00	52	306	4-лопатний ґвинт $D = 3,00$ м	1000	1,47	58,5
6,62	50	440	4-лопатний ґвинт $D = 4,75$ м	550	1,67	72,5
1,83	45,0	200	Ґвинт $D = 2,8$ м	—	0,69	34,3
1,83	23,0	250	2-лопатний ґвинт $D = 2,135$ м	900	1,47	351
29,3	49	2000	8-лопатний ґвинт $D = 8,52$ м	375	1,45	150
4,54	18,0	48	4-лопатний ґвинт	1000	0,48	19,2
9,08	34,0	400	Два 4-лопатні ґвинти	1400	0,71	72,4
3,14	32	62	Гелікоїд „Zeflaive“ $D = 3,8$	240	1,38	32
12,56	63	800	6-лопатний ґвинт $D = 8.$	300	3,27	126

вийшла,[1] а тут розглянемо докладніше тільки велику трубу ЦАГІ, ш одна знайкращих труб у світі (рис. 73).

Труба має два закриті робочі перекрої *A* й *B* з діяметрами 3 м і 6 м, з чені дифузором *C* і рухомою частиною *D*, установленою на візку. роботі в першому перекрої *A* рухома частина *D* злучає обидві ро частини.

Повітря втягається з приміщення в колектор *E* вентилятором *F*; в тилятор цей являє собою шестилопатний ґвинт, що його обертає елек мотор на 820 мех. коней. Із колектора повітря через спрямну ґратниц потрапляє до першої робочої частини *A*, звідки через дифузор *G*, д спрямну ґратницю *G* другу робочу частин йде до виходу з тр Вийшовши з труби, пові повертається до колект через зворотний дифузо що має вигляд кільцев каналу, який розширюєт й обходить трубу.

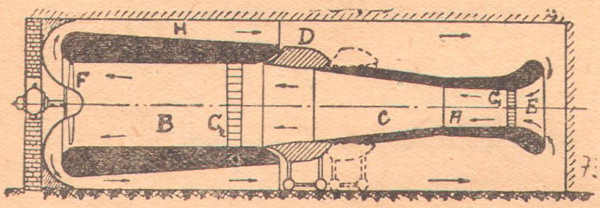


Рис. 73. Схема труби ЦАГІ

Дуже довгий дифу робить трубу надзвича економічною. З відсунутою вправо рухомою частиною труба працює св другим робочим перекроєм. При цьому чинить тільки зворотний дифуз що, розуміється, зменшує економічність труби, порівнюючи з робот в першому перекрої. Проте, навіть при роботі в другому перекрої, е номічність труби цього типу досить велика, як порівняти з іншими т бами.

На стор. 84—85 наводимо таблицю з характеристиками найвідоміш теперішніх труб.[2]

§ 4. Вимірчі інструменти

Інструменти, вживані при аеродинамічних експериментах, пови з одного боку, якнайменше збурювати потік, а з другого, давати то наслідки. Через усі ці вимоги злагодити раціональні струменти — завда дуже складне. Не маючи змоги тут спинятися на тому, щоб описув конструкції вживаних інструментів, зазначимо тут тільки ті принципи, яких вони побудовані. Докладніші відомості можна, приміром, зна в курсі Красноперова.

Роблячи досліди, вимірюють найголовніше швидкість потоку й си що чинять на модель (а також їхні моменти щодо певних осей).

Вимірюють швидкість найчастіше на підставі теореми Bernoulli, пор нюючи тиск у спокійному течиві і в потокові. Найуживаніший інструмент це трубка Pitot, що її принцип пояснено раніш (див. § 10, розділ I).

Багато складніше вимірювати сили. Сили вимірюють звичайно те зами, на які сили впливають через передатні механізми. Ці механізми є а система важелів, або дроти, що на них закріплюють моделі. Можна ви рювати окремо кожну складову сили опору й моменти її. Проте, та спосіб вимірювати забирає багато часу, а тому тепер застосовують май самі тільки терези, що дають зразу кілька компонентів.

Розгляньмо схеми дуже вдалих конструкцій терезів Англійської нац нальної фізичної лябораторії та Prandtl'евих терезів.

---

[1] *Красноперов*, Экспериментальная аэродинамика, часть I, 1930 (вийшло вже й україно видання в Технічному видавництві).

[2] Підраховуючи характеристику досліду, за лінійну характеристику l брали розмах делю літака, при чому вважали, що розмах моделю можна буде довести до половини по речного розміру труби. Щоб порівняти, знайдімо характеристику справжнього літака, має розмах 15 м і швидкість льоту 56 м/сек; вона дорівнює $k_0 = 15 \times 56 = 840$ кв. м/сек.

Англійські терези, що їх схему подано на рис. 74,— це зразок терезів такої конструкції. Вони дають змогу визначити зразу дві компоненти сили опору й момент її коло подовжньої осі моделю. Досягають цього тим, що силу, яка впливає на модель, передають через рамено OA на систему важелів OB, OC, OD. На кінці B, C, D важелів впливають тягарі, зрівноважуючи силу опору. Тягар, що впливає на рамено OC, визначає складову сили опору в напрямі сили потоку; тягар, що впливає на рамено BO,— складову у сторчовому напрямі й, нарешті, рамено OD через ламаний важіль KED визначає величину шуканого моменту. За допомогою нескладних додаткових механізмів цими терезами можна визначити також і інші 2 моменти й третю складову сили опору, якщо це потрібно.

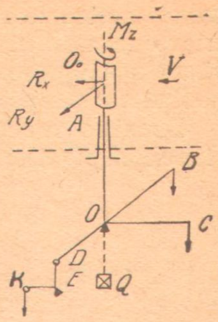


Рис. 74.

Рис. 75 дає схему Prandtl'евих терезів, що є зразок терезів з дротяною почіпкою. Ці терези також дають дві компоненти й один момент сили опору. Дроти b й c передають сторчову складову сили опору, розкладену до того ж на дві складові важелями h_2 і h_3, осями l_2 і l_3 і, нарешті, важелями k_2 і k_3 на терези B й C. Знаючи величини й точки приложення складових підіймальної сили, ми легко знайдемо її величину й точку приложення, а, значить, і момент щодо будь-якої точки.

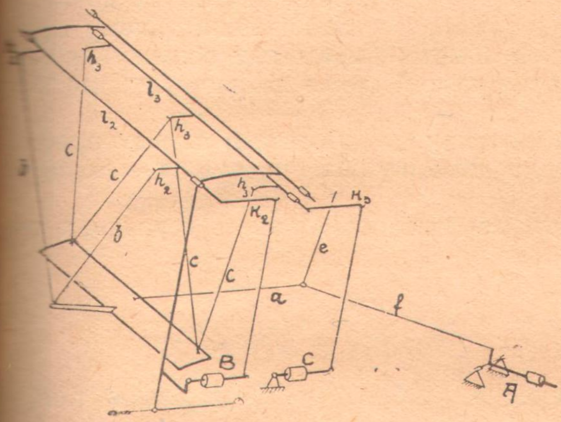


Рис. 75.

Дріт a передає позему складову сили опору на терези A через дроти e і f, утворюючи з ними кути в 120°. Останнім часом вийшли терези, що дають зразу 6 компонент, через що є змога швидко знайти 3 складові сили опору та її 3 моменти щодо осей. Опис одної з конструкцій таких терезів подано в Lössl'евій статті, вміщеній у журналі ZFM [1].

Треба зауважити, що вимірювана на терезах сила опору моделю різниться від дійсної, бо в неї входить також опір державки моделю, а також додатковий опір, що постає в наслідок взаємного впливу державки та моделю. Крім того, на наслідок вимірювання впливають стінки труби (надто для труб невеликого розміру), можлива косина потоку та інші чинники. Кожна ляборaторія має свої методи виправляти наслідки досліду, вносячи в наслідки вимірів відповідні поправки на вплив різних чинників.[2]

§ 5. Кут атаки, підіймальна сила, чоловий опір та інші величини, що характеризують крило

Як уже було зазначено, при рухові тіла щодо повітря на його поверхню впливають сили тиску, вислідна яких має назву повної сили опору повітря. У загальному випадку, щоб цілком визначити силу опору, треба знайти три її складові й три моменти навколо деяких осей. Проте, у ви-

---

[1] Zeitschrift für Flugtechnik und Motorluftschiffahrt, 1930, H. 15, стор. 393—396.

[2] Див., прим., *Юр'єв* і *Леснікова*.— „Аэродинамические исследования", стор. 393—396; *Красноперов*, „Экспериментальная аэродинамика".

падку тіл, що мають площину симетрії, рівнобіжну з напрямом пот (напр., крила), можна вважати, що сила опору — в цій площині симет і тому, щоб її визначити, треба знати тільки дві складові та один моме щодо якоїсь осі, нормальної до площини симетрії. Якщо тіло, як і бі шість деталів літака, має дві взаємно-нормальні площини симетрії, рів біжні з напрямом льоту, то силу опору, спрямовану в цьому випадку р нобіжно з напрямом льоту, визначає одна величина.

Введімо тепер деякі терміни, вживані в авіяційній техніці для кр Перекрій крила (рис. 76) площиною, рівнобіжною з площиною симет літака, має назву профілю а дужки крила.

Від профілю найголовні й залежать аеродинамічні в стивості крила. Застосову тепер на практиці форми п філів мають форму, що близь підходить до поданої н рис. 76. Розмір і форма п філю звичайно бувають рі в різних перекроях крила.

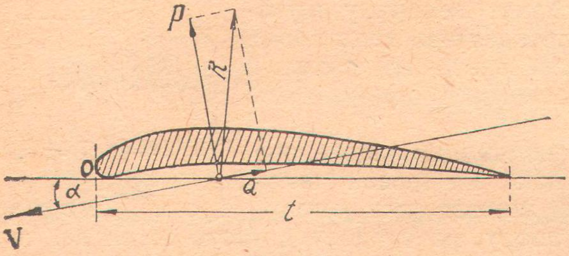


Рис. 76.

Найбільший розмір кри в напрямі, нормальному до площини симетрії, має назву розмаху крила.

Площею крила S звуть площу проєкції крила на площину, дотич до нижньої поверхні крила.

Проєкцію профілю крила на дотичну до нижнього обрису профі звуть тятивою (хордою) профілю, а довжину цієї проєкції t — глибин профілю.

Частку від ділення площі крила на його розмах звуть середньою гл биною крила

$$t_{cp} = \frac{S}{l}.$$

Для прямокутнього крила середня глибина крила дорівнює глиб профілю.

Відношення розмаху крила до його середньої глибини має назву под ження; позначають його звичайно через λ:

$$\lambda = \frac{l}{t_{cp}} = \frac{l^2}{S}.$$

Кут, утворюваний тятивою профілю з напрямом льоту (в трубі — з н прямом потоку), звуть геометричним кутом атаки й позначають звича літерою α.

Як уже зазначалося, повну силу опору крила (що лежить у площ його симетрії) цілком можна визначити її проєкціями на дві взаємно-но мальні осі OX і OY, що лежать у цій площині, і моментом щодо осі O нормальної до цієї площі.

За напрями осей OX і OY беруть напрям протилежний напряму льо й нормальний до нього. Вісь OZ звичайно проводять через проєкцію переднього окрайка профілю на тятиву (рис. 76).

Складову P сили R, спрямовану по осі OY, звуть підіймальною сило а складову Q, спрямовану по осі OX,— чоловим опором.

Знаючи величини P, Q й момент сили R щодо осі OZ, ми легко вз ємо величину, напрям і точку приложення сили опору повітря. Точ перетину напряму сили R з тятивою звуть центром тиску профілю.

У відміну від досліджуваного нижче дійсного або динамічного кута атаки.

Згідно із сказаним раніш, силу опору повітря дає формула

$$R = C_r \rho S v^2 \qquad (6)$$

(для крил за S беруть площу крила).

Відповідно можемо написати

$$P = C_y \rho S v^2 \qquad (7)$$

і

$$Q = C_x \rho S v^2 \qquad (8)$$

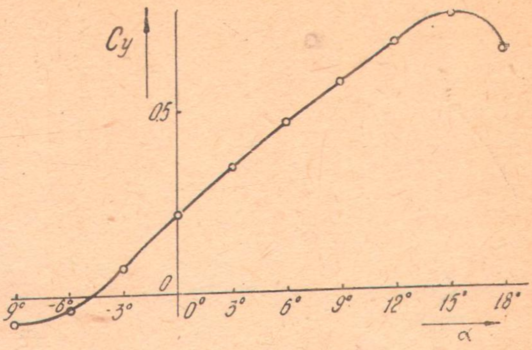


Рис. 77 a.

Так само момент повного опору, що дорівнює добуткові сили R на певну довжину t'

$$M = C_r \rho S v^2 t' = C_r \rho S v^2 t \cdot \frac{t'}{t}$$

можна подати формулою $\left(\text{беручи } C_r \frac{t'}{t} = C_m \right)$

$$M = C_m \rho S v^2 t. \qquad (9)$$

При тих самих або мало відмінних Reynolds'ових числах сучинники C_r, C_x, C_y, C_m залежать тільки від розміру й форми крила, а також від кута атаки.

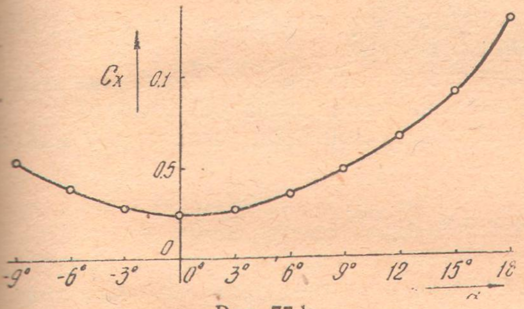


Рис. 77 b.

Завдання випробу моделів крил — це знайти ці сучинники, залежно від кута атаки для різних профілів, при чому немає потреби випробовувати профіль при різних подовженнях, бо можна перерахувати зазначені сучинники з одного подовження на інше за допомогою вихрової теорії крила скінченного розмаху, яку розглянемо далі.

Наслідки експериментів можна подати в формі діяграм, що дають залежність величин сучинників C_y, C_x, C_m від кута атаки α (рис. 77 a, в, c). Для практичної мети, проте, багато зручніша так звана Lilienthal'ева крива, що дає залежність C_y від C_x, при чому точки, що відповідають певним кутам атаки, позначають на кривій, як показано на рис. 78.

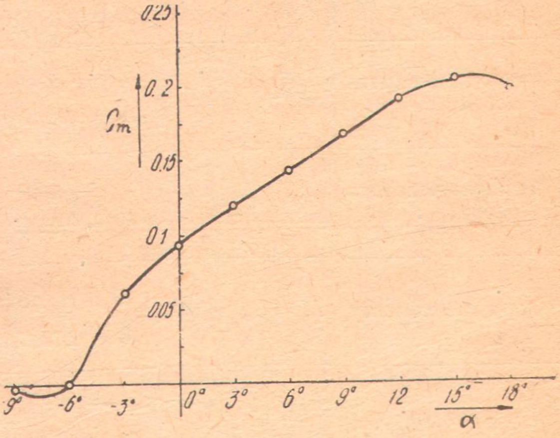


Рис. 77 c.

При однакових мірилах для C_x і C_y вектор, проведений з початку координат у будь-яку точку Lilienthal'евої кривої, дає величиною й напрямом сучинник повного опору C_r.

Звичайно, проте, мірило по осі x (для C_x) роблять у п'ять разів більше від мірила по осі Y, бо величини сучинників C_x багато менші від сучинників C_y.

Ляборaторія ЦАГІ подає наслідки своїх дослідів над крилами у формі діяграми, на яку нанесено три дослідні криві (див. рис. 82): Lilienthal'еву криву, що дає залежність C_y від C_x, криву, що дає залежність C_y від і, нарешті, криву, що дає залежність C_m від C_y.

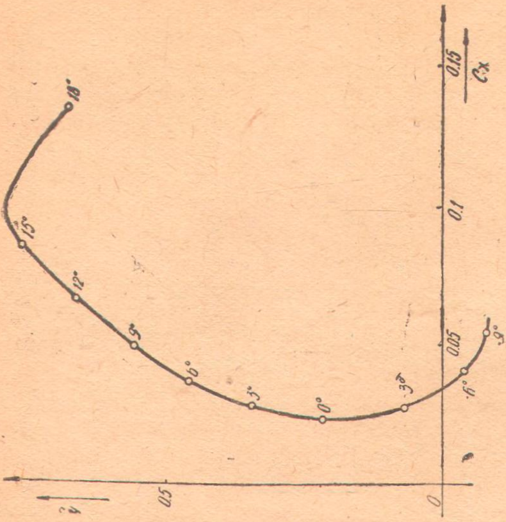


Рис. 78.

Крім того, на діяграмі прово дять ще певну параболю, так зван параболю індуктивного опору, пр яку говоритимемо далі.

До кожної діяграми додаю рисунок профілю й таблицю вар тостей сучинників.[1]

Зазначмо ще, що відношен підіймальної сили крила до йог чолового опору, або, що те саме відношення їхніх сучинників $\frac{C}{C}$ звуть якістю, а величину, обернен до цього відношення $\mu=\frac{C_x}{C_y}$, обер неною якістю крила.

Із рис. 78 не трудно бачит що при однакових мірилах дл C_y і C_x

$$\mu=\frac{C_x}{C_y}=\operatorname{tg}\beta,$$

де β є кут між простою, проведеною з початку координат у дану точку Lilienthal'евої кривої, і віссю координат.

Цілком ясно, що максимальну вартість якости даного крила визначить дотична до Lilienthal'евої кривої, проведена через початок координат.

На кінець наводимо таблицю формул і сучинників, уживаних у найголовніших країнах.

Таблиця 3.

	СРСР	Німеччина	Франція	Англія
Формула опору .	$R=C_\alpha \rho S v^2$	$R=c_r qS$ $\left[q=\rho\frac{v^2}{2}\right]$ $R=0{,}01 C_r qS$	$R=K_\alpha S v^2$	$R=K_\alpha \rho S v^2$
Формула підіймальної сили . . .	$P=C_y \rho S v^2$	$A=c_a q S$ $A=0{,}01\, C_a qS$	$R_y=K_y S v^2$	$L=K_L \rho S v^2$
Формула чолового опору	$Q=C_x \rho S v^2$	$W=c_w qS$ $W=0{,}01\, C_w qS$	$R_x=K_x S v^2$	$D=K_D \rho S v^2$
Формула моменту	$M=C_m \rho S v^2 t$	$M=c_m qSt$ $M=0{,}01\, C_m qSt$	$M=K_m S v^2 t$	$M=K_M \rho S v^2 t$
Сучинник опору .	C_α	$c_r=2\, C_\alpha$ $C_r=200\, C_\alpha$	$K_\alpha=\rho_0 C_\alpha=\frac{1}{8} C_\alpha$	$K_\alpha=C_\alpha$

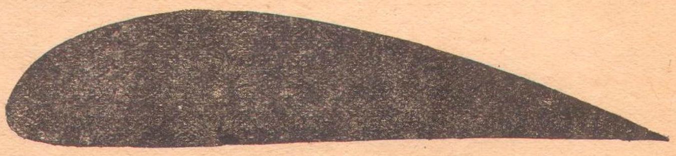
---

[1] Зібрані ці діяграми в цінній книжці *Юр'єва* і *Леснікової*, „Аэродинамические исследования".

	СРСР	Німеччина	Франція	Англія
Сучинник підіймальної сили . .	C_y	$c_a = 2\,C_y$ $C_a = 200\,C_y$	$K_y = \frac{1}{8}\,C_y$	$K_L = C_y$
Сучинник чолового опору . . .	C_x	$c_w = 2\,C_x$ $C_w = 200\,C_x$	$K_x = \frac{1}{8}\,C_x$	$K_D = C_x$
Сучинник моменту	C_m	c_m(нім.)$=2C_m$(рос.) C_m (нім.)$=200\,C_m$ (рос.)	$K_m = \frac{1}{8}\,C_m$	$K_M = C_M$

§ 6. Наслідки експериментальних досліджень крил [1]

Перше ніж подати наслідки деяких досліджень над крилами, з'ясуємо вплив на них характеристики досліду (або числа $\mathfrak{R}$). Для цього L. Prandtl робив досліди над рядом профілів при різних вартостях характеристики досліду $v.t$, де v — швидкість крила в м/сек і t — глибина моделю M.



Наведені діяграми (рис. 79 і 80) є наслідки цих дослідів для грубого й тонкого профілів.

Ці діяграми показують, що, починаючи з $vt = 6$, при вживаних кутах атаки (від — 2 до 10°) Lilienthal'еві криві досить щільно сходяться. При великих кутах атаки чоловий опір тонких профілів зменшується із збільшенням величини vt, а підіймальна сила збільшується; а для грубих профілів картина буде протилежна: починаючи з кута атаки, приміром 10°, чоловий опір крила із збільшенням vt збільшується, а підіймальна сила зменшується.

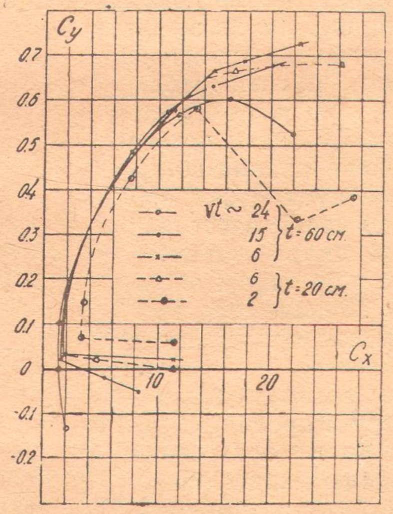


Рис. 79.

У кожному разі на підставі цих дослідів можна дійти висновку, що випробовувати крила з достатньою точністю (обумовленою дуже невеликим упливом на сучинники Reynolds'ового числа) можна тільки, починаючи з характеристики досліду, що дорівнює 6.

Із дуже численних дослідів над моделями крил найцікавіші є досліди, що вияснюють вплив на аеродинамічні властивості крила його профілю, пляну та інших чинників, як скручування крила (зміна кутів атаки профілю вздовж розмаху), поперечне V тощо.

---

[1] Дані, наведені в цьому й дальшому параграфах, узято з книжок: *Юр'єв* і *Леснікова*, „Аэродинамические исследования"; *Fuchs und Hopf*, „Aerodynamik" та ін.

Досліди показали, що найбільше впливає на аеродинамічні властивос крила форма його профілю. Звідси постає дуже важливе питання — пр найкращі форми пр філів. Добрі профі повинні мати якна більший сучинник п діймальної сили C_y якнайменшою вартістю C_x. Прот взагалі кажучи, зміна форм профілю, що спричиняє збільшення C_y, збільшує разом із ти і C_x. Мінімальні вартості C_x бувають для профілів із добр закругленим переднім кінцем злегка відігненим догори задні

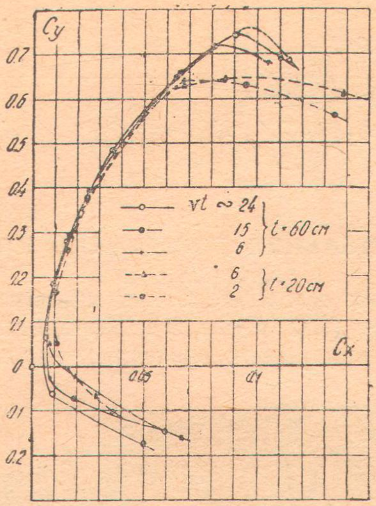


Рис. 80.

Надто великий вплив добр закругленого переднього кінц як це видно з рис. 81 a і 81 де подано Lilienthal'еві кри 2 профілів, що мають однакову форму, але неоднаково закруглені передні кінці.

Максимальні вартості C_y бувають при великій увігнутост й гострому задньому куті профілю. Рис. 82 a, 82 b, 82 c подають наслідки випробів дл трьох профілів з однаковою увігнутістю, але різною грубиною, випробуваних у лябораторії ЦАГІ.

З них видно, що із збільшенням грубини профілю збільшується і C_y, а вартості кутів атаки, при яких C_y дорівнює нулеві, зменшуються (абсолютною величиною збільшуються, бо кути атаки при близьких до нуля вартостях підіймальної сили — від'ємні).

Чоловий опір також збільшується із збільшенням грубини профілю, проте, дуже мало.

Отже, з погляду аеродинамічного грубі профілі сприятливіші; проте, остаточний вибір профілю крила залежить від багатьох міркувань і аеродинамічного, і конструктивного характеру. Але останнім часом у багатьох конструкторів помічається сильна тенденція погрубшувати профілі, при чому в крилах містять навіть пасажирські кабіни (Junkers).

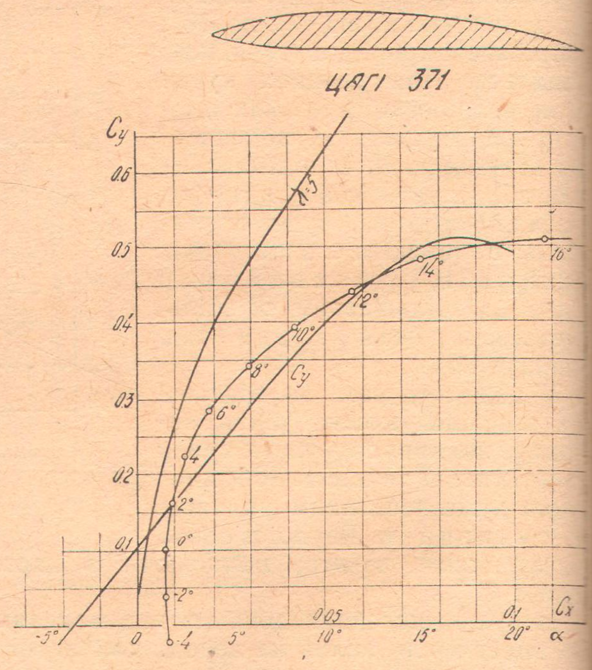


Рис. 81 a.

Рис. 83 a, 83 b, 83 c дають наслідки випробів трьох профілів, що мають однакову грубину, але різну увігнутість. Порівнюючи їх, бачимо, що збільшення увігнутости вплимає аналогічно із збільшенням грубини; в міру того як збільшується вгнутість, збільшується підіймальна сила профілю й чоловий опір та зменшується кут атаки, при якому підіймальна сила дорівнює нулеві, й момент міняється так, що центр тиску наближається до переднього окрайка.

Цікаві досліди зроблено в Ґетінґені над розрізними крилами Lachman'а і „Handley Page“ і опубліковано в „Ergebnisse der Aerodynamischen Versuchanstalt zu Göttingen“ (II Lieferung).

Рис. 84 показує, що вплив щілини позначається в чималому збільшенні підіймальної сили,[1] бо щілина перешкоджає зривов і струмин при великих кутах атаки.

Збільшення підіймальної сили має велику вагу для зменшення швидкости сідання. Проте, при уживаних для поземого льоту кутах атаки таке крило дає надто великі вартості чолового опору.

Щоб запобігти цьому, додаткове крильце на літаках „Handley Page“ зроблено рухоме. Рис. 85 дає наслідки його випробів.

При поземому льоті крильце — в положенні *b*, при сіданні ж його переводять у положення *c*. Наслідки цього бувають дуже гарні, проте таке розсувне крило потребує досить складного механізму, що пересуває дуже обтяжене силою опору повітря крильце.

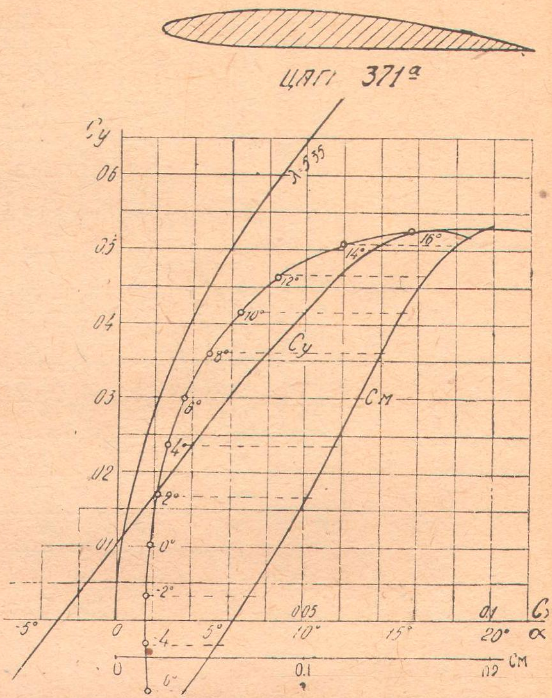


Рис. 81 b.

Рис. 86 дає наслідки випробів Lachman'ового крила, поділеного на 4 частини. Lilienthal'ева діяграма для цього крила має той самий характер, що й крива на рис. 84, хоч і плавкіша. Цей профіль теж дає збільшення підіймальної сили й великий чоловий опір.

Щоб порівняти, наводимо діяграму основного профілю.

Інші чинники, як форма пляну крила (прямокутня, еліптична, трапезувата, а також його скручування (зміна кута атаки за розмахом) багато менше впливають на аеродинамічні властивості крила й піддаються почасти теоретичному дослідженню за допомогою вихрової теорії крила.

Великий інтерес мають досліди для перевірки теоретичних висновків. Лябораторія ЦАГІ зробила багато дослідів над теоретичними профілями М. Є. Жуковського, при чому виявлено, що наслідки експерименту досить добре збігаються з теоретичними висновками.

Іноді треба знати не тільки величину й напрям вислідної сили тиску, але й розподіл тиску по профілю. Щоб виміряти тиск у різних точках моделю, його звичайно роблять порожнистим з отворами дуже малого діяметру (порядку 0,5 мм). Тиск у кожного з отворів через унутрішню порожнину й вивідну трубу передається до манометра (решту отворів при цьому замащують або заклеюють). Наслідки таких досліджень подано, прим., в „Ergebnisse der Aerodyn. Versuchanstalt“ (II Lieferung, S. 43).

---

[1] Теорію цього явища ще недосить опрацьовано; див. напр. *Fuchs* und *Hopf*, „Aerodynamik“.

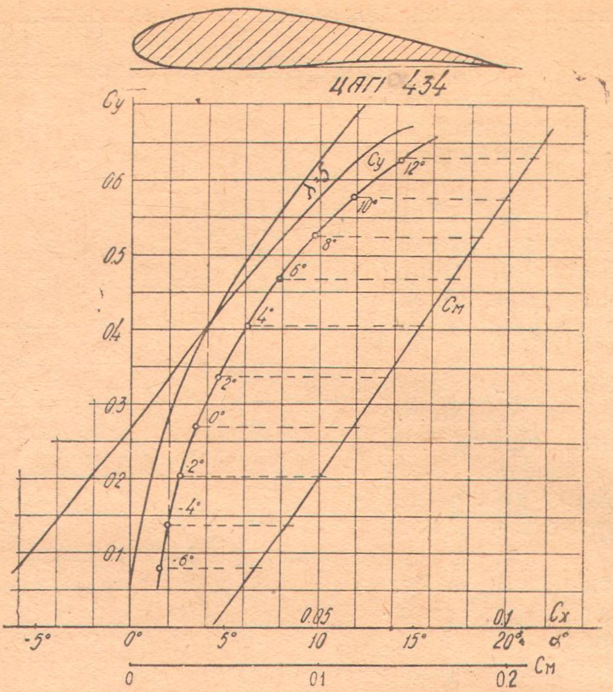


Рис. 82 a.

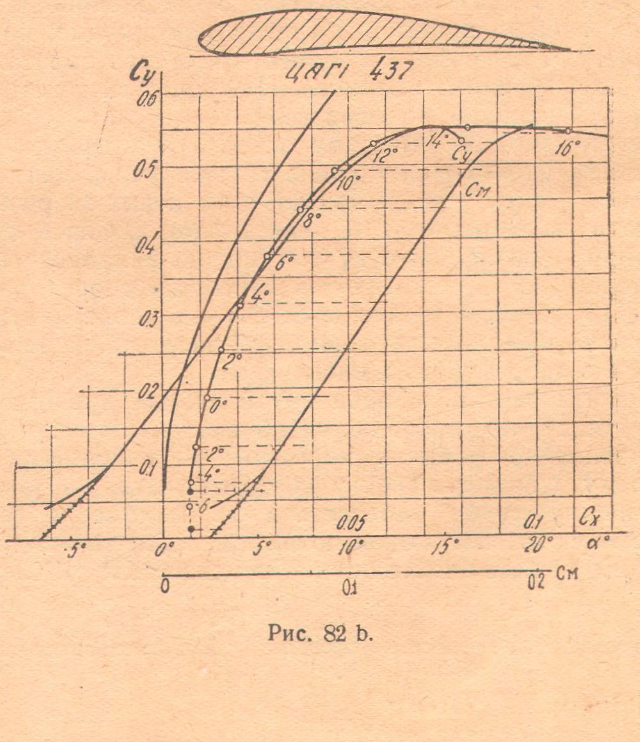


Рис. 82 b.

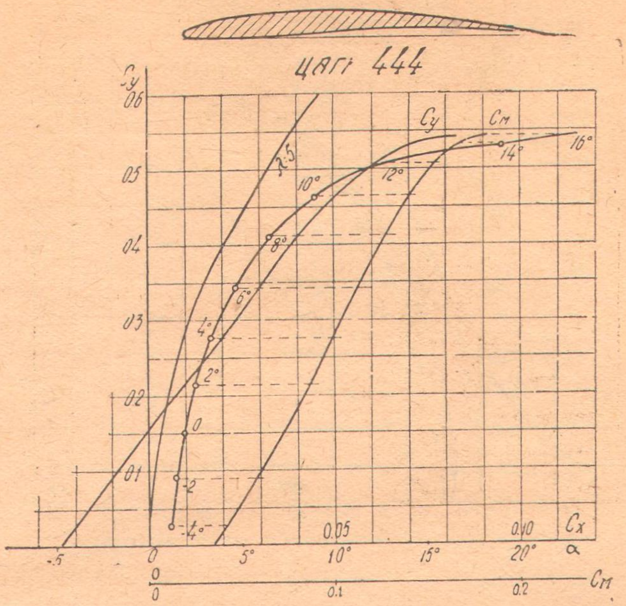


Рис. 82 с.

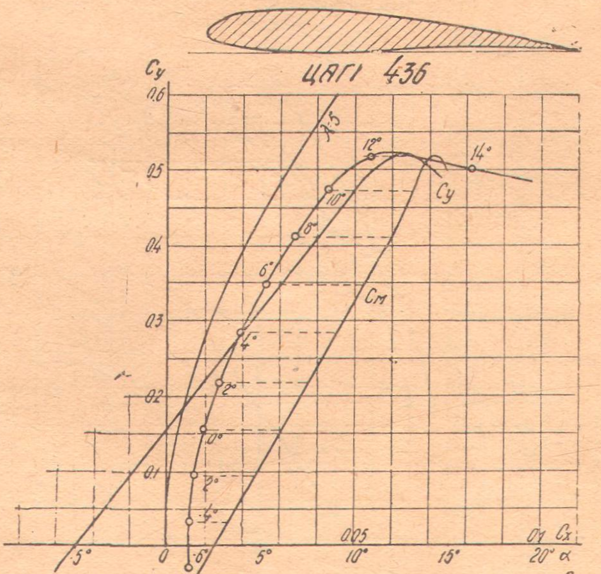


Рис. 83 а.

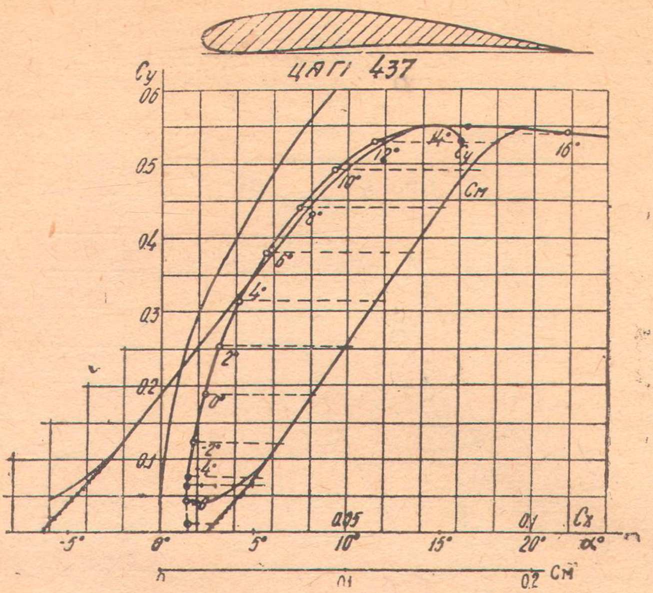


Рис. 83 b.

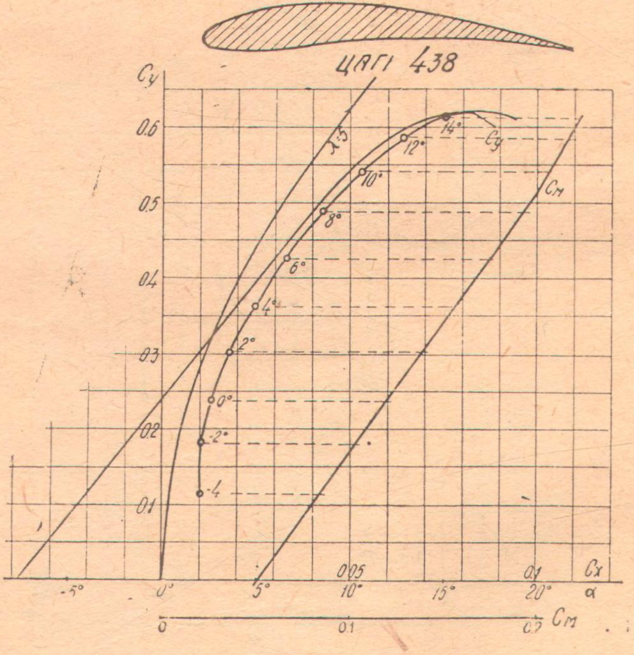


Рис. 83 c.

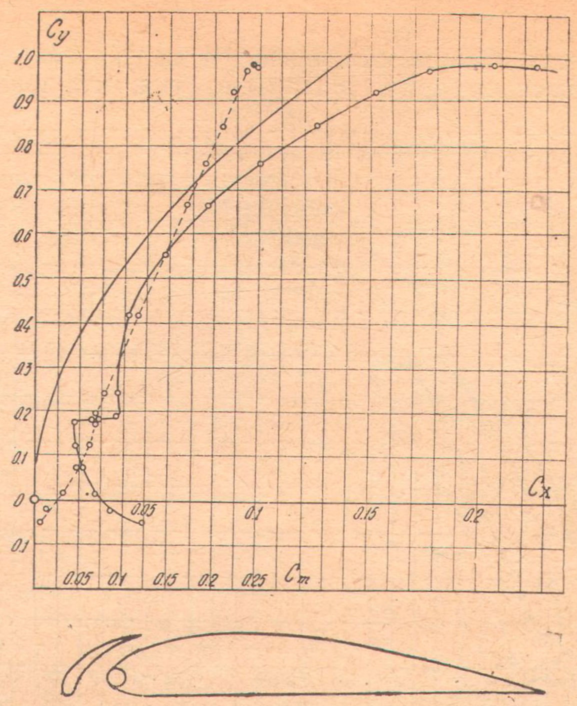

Cy
1.0
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
0.1
Cx
0.05
0.1
0.15
0.2
0.05
0.1
0.15
0.2
0.25
Cm

Рис. 84.

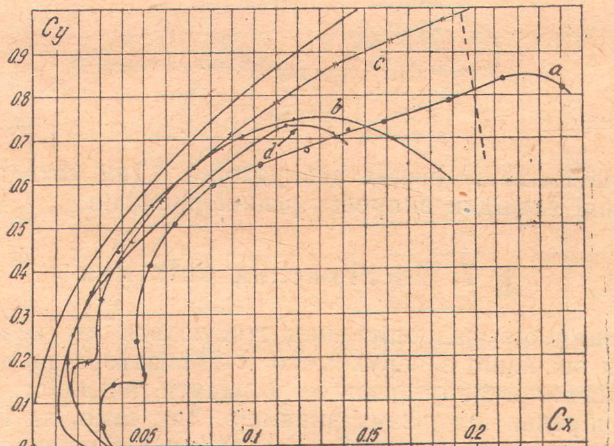

Cy
0.9
0.8
0.7
0.6
0.5
0.4
0.3
0.2
0.1
0
-0.1
Cx
0.05
0.1
0.15
0.2
a
b
c
d
b
a
c
d

Рис. 85.

Не маючи змоги більше спинятися на надзвичайно різноманітн численних дослідженнях крил, відсилаємо тих, хто цікавиться цим

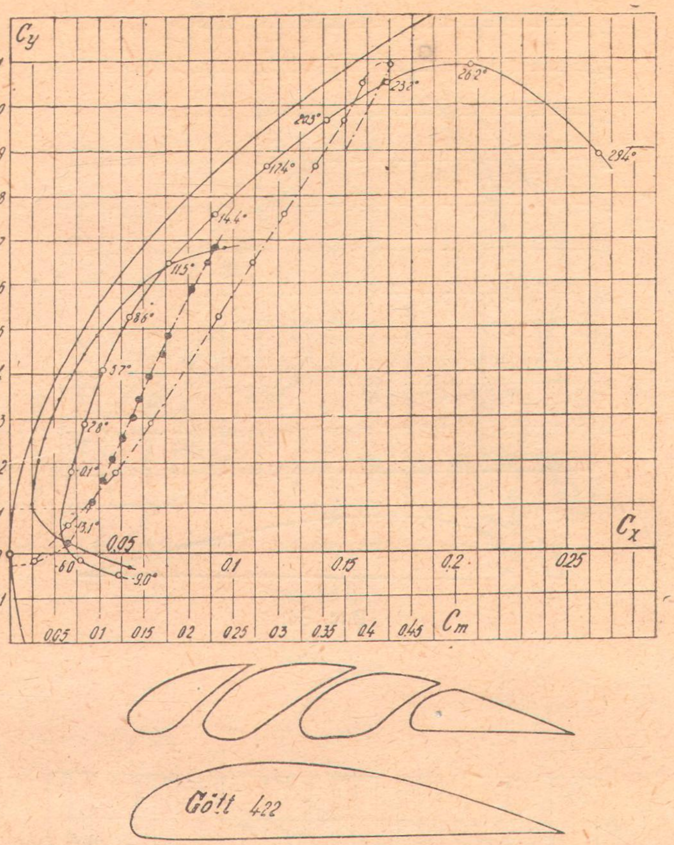


Рис. 86.

танням, до повідомлень різних ляобраторій.[1] Там таки подано потрі при проєктуванні наслідки випробів різних профілів.

§ 7. Дослідження опірення

Більшість випробів над опіренням стосуються до поземого опірен що складається звичайно з нерухомого стабілізатора та рухомого стер висоти. Завдання випробів опірення — дослідити залежність аеродинамічн властивостей опірення від різних чинників. Так само, як і для крил, си опору можна визначити двома її складовими. За осі координат для по земого опірення беремо напрям, нормальний до осі симетрії профілю і напрям T, що збігається з нею. Порівнюючи сучинники C_n і C_t із зв чайними C_y і C_x, матимемо (рис. 87)

$$C_n = C_y \cos\alpha + C_x \sin\alpha$$

$$C_t = C_x \cos\alpha - C_y \sin\alpha.$$

---

[1] *Юр'єв* і *Лесніко́ва*, „Аэродинамические исследования“, „Труды ЦАГИ“; „Technical port of the Aeronautical Research Commitee“, London; „Annual Report of the National Advis Committee for Aeronautics“. Washington; „Ergebnisse der Aerodynamischen Versuchanstalt Göttingen“; *G. Eittel*, Nouvelles recherches sur la resistans de l'air et l'aviation faites au Labo torie d'Auteuil; *G. Eiffel*, Resumè des principeaux traveaux executes pendant la guerre. Labo torie aerodynamique Eiffel.

При звичайних невеликих вартостях кута α можна вважати, що

$$C_n = C_y \text{ і } C_t = C_x.$$

Крім того, для характеристики опірення дуже важливий так званий суставний момент, що являє собою момент сили опору повітря, яка впливає на стерно щодо його осі обертання; тому, що цей момент пропорційний до зусилля, яке треба прикласти до ручки, щоб повернути стерно, то нам треба намагатися зменшити суставний момент. Його характеризують сучинником C_m, якого маємо за формулою

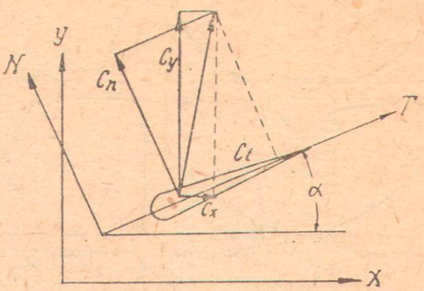


Рис. 87.

$$C_m = \frac{M_m}{\rho S v^2 b},$$

де M_m — суставний момент в кг м,
ρ — густина повітря,
s — площа стерна в м²,
v — швидкість потоку в м/сек,
b — максимальна ширина стерна в м.

Дуже впливає на величину сучинника C_n (і C_y) подовження стерна, як це видно з рис. 88, що дає сучинник C_y для прямокутників з різними подовженнями. З нього видно, що вигідніше застосовувати опірення з якнайбільшим подовженням.

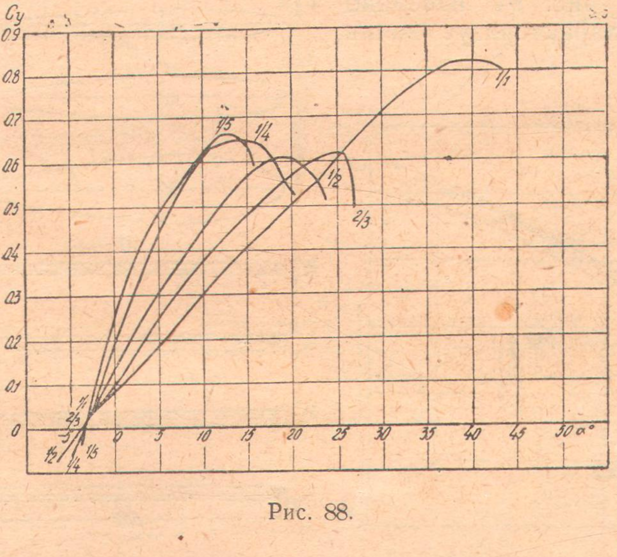


Рис. 88.

Навпаки, форма пляну стерна на його аеродинамічні властивості вплине не дуже, як це видно з рис. 89, що дають кілька вживаних форм опірення й наслідки їхніх продувань.

Тому що сили, які впливають на опірення, повинні набирати і додатні, і від'ємні вартості, профіль опірення звичайно беруть симетричний. Вплив профілю взагалі аналогічний із впливом для крил. На рис. 90 подано за даними Fuchs'a і Hopf'a кілька профілів з мінімальними вартостями їхніх сучинників опору; сучинник опору C_x віднесено до площі стерна.

На рис. 91 подано залежність сучинника C_n від кута відхилу стерна для поданого там таки профілю.

Щоб зменшити суставний момент, іноді роблять так звану компенсацію; полягає вона в тому, що вісь обертання стерна відокремлює якусь частину з площі стерна, називану компенсатором вісним (рис. 92) або боковим (рис. 93) залежно від розташування. Вплив компенсатора поляг

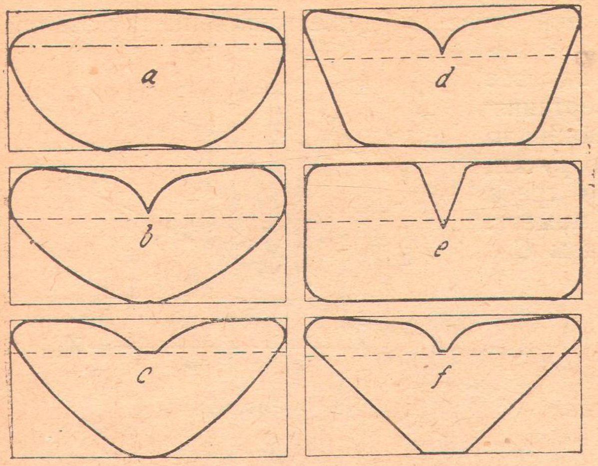


Рис. 89 а.

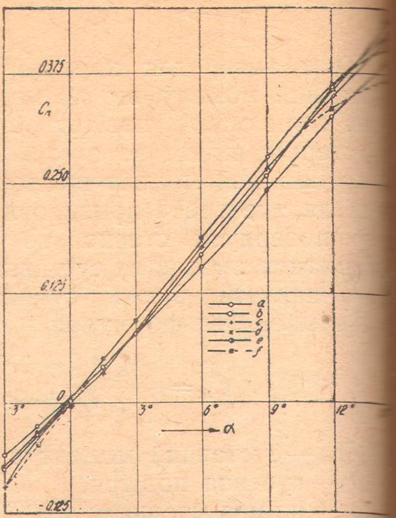


Рис 89 b

в тому, що він частково зрівноважує суставний момент протилежним моментом сили опору компенсатора. На рис. 94 наведено діяграму, що характеризує вплив компенсації.

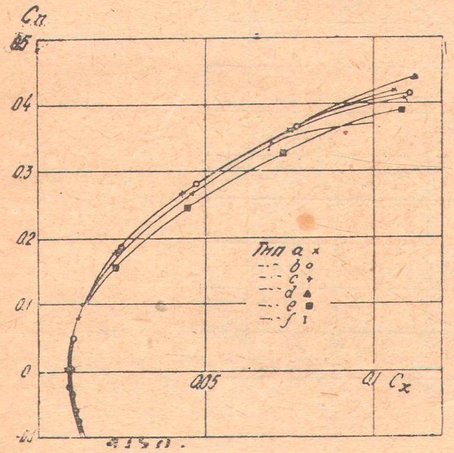


Рис. 89 с.

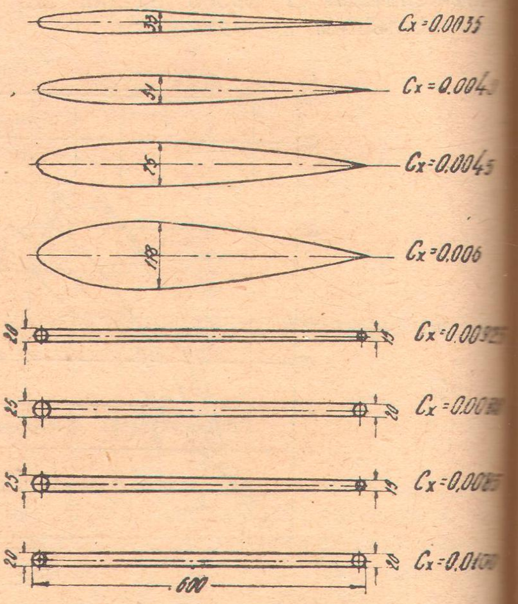


Рис. 90.

Багатий матеріял з випробів опірення, а також із дослідження вплив фюзеляжу, подано в книжці „Аэродинамические исследования по оперени самолета“ („Труды ЦАГИ“, вип. 49), куди й відсилаємо всіх, хто ци цікавиться.

Значення для опірення Reynolds'ового числа взагалі таке саме, як для крил.

Для попередніх розрахунків, за Чесаловим,[1] можна прийняти та

---

[1] „Материалы по аэродинамическому расчету самолетов“, стор. 45.

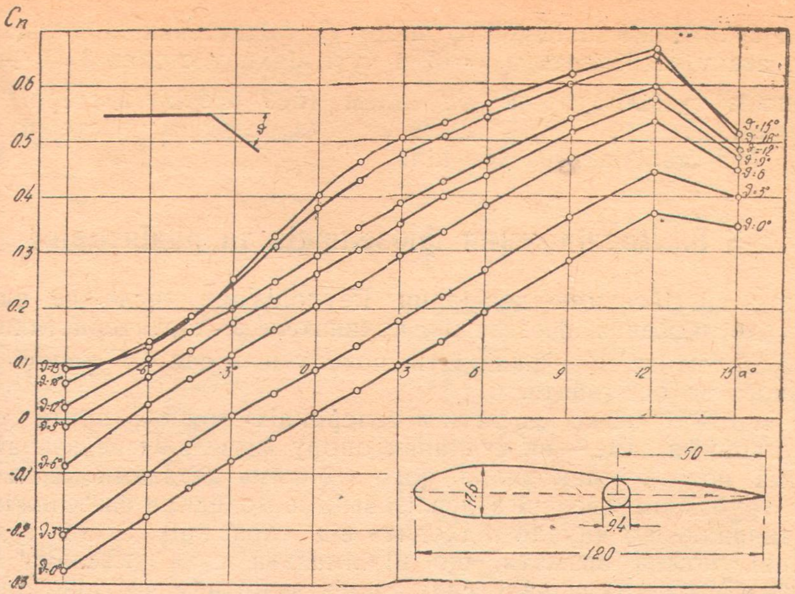


Рис. 91.

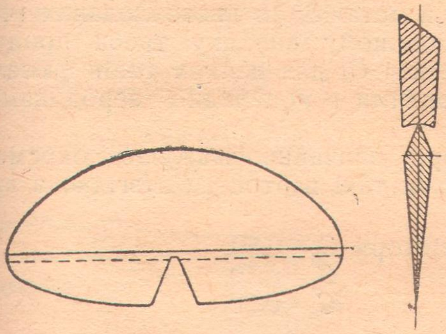


Рис. 92.

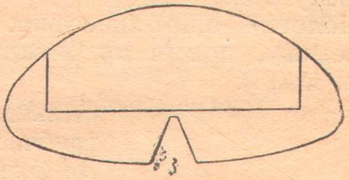


Рис. 93.

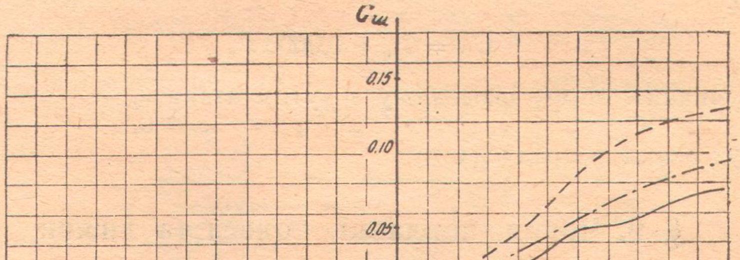


Рис. 94.

величини сучинників шкідливого опору C_x (віднесених до площі опірення при куті атаки стабілізатора $\alpha=0°$ й куті відхилу стерна $\vartheta=0 \div 3°$.

Стерно із стабілізатором або кілем (без розрізу в стерні) $C_x=0{,}0$
„ „ „ „ „ (з розрізом у стерні) $C_x=0{,}0$
„ без стабілізатора або кіля $C_x=0{,}0$

§ 8. Дослідження фюзеляжів та радіяторів[1]

Згідно з англійськими дослідами Reynolds'ове число не впливає на наслідки дослідження фюзеляжів, починаючи з характеристики досліду $V\sqrt{F}=5$ м²/сек, де V — швидкість потоку в м/сек і F площа ґабариту, нормального до осі ґвинта.

Такі вартості легко досягти в теперішніх трубах; проте тут маємо інші труднощі, а саме — на сучинник опору фюзеляжу надзвичайно впливає форма його й взаємовплив його з іншими деталями. Крім того, випроби в трубах, переведені з ідеалізованими моделями фюзеляжів, можуть дати сучинники, що чимало відходять від справжніх. Згідно з дослідами в Ґетінґені, можна вважати, що підіймальна сила фюзеляжу становить пересічно 75% підіймальної сили вирізуваної ним частини крила.[2] При попередніх розрахунках звичайно вважають, що вона дорівнює підіймальній силі вирізаної частини крила. Тому, що сучинник чолового опору фюзеляжу C_x (віднесений до площі ґабариту) може коливатися між 0,0 і 0,35, залежно від форми фюзеляжу й деталів, до нього доданих (чолові радіятори, обтікачі тощо), його в кожному випадку треба продувати в трубі. Тут ми подаємо тільки вартості C_x для деяких типів фюзеляжів (рис. 95), що можуть бути орієнтовними в попередніх аеродинамічних розрахунках.

Чоловий опір винесених радіяторів звичайно зважують окремо від фюзеляжу, при чому можна прийняти такі вартості C_x (згідно з випробами ЦАГІ):

стільникові радіятори $C_x=0{,}50$,
трубчасті „ $C_x=0{,}40$,
Лямбленові „ $C_x=0{,}30$,

де C_x віднесено до чолової площі радіятора.

За Чесаловим C_x для фюзеляжу з кутом атаки α можна знайти за формулою:

$$C_{x\alpha} = C_{x0} + 0{,}0003\,\alpha^2,$$

де $C_{x\alpha}$ — сучинник опору фюзеляжу з кутом атаки α,
C_{x_0} — „ „ „ „ „ „ 0,
α — кут атаки в градусах

§ 9. Човни, поплавці, колеса та лижви

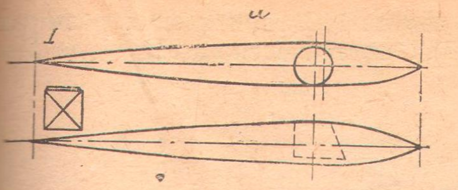
Для човнів і поплавців вплив Reynolds'ового числа можна прийняти такий самий, як і для фюзеляжів. Отже, випробовуючи їхні моделі в трубі, треба мати вартість характеристики досліду $V\sqrt{F}$ не меншу, як 5 м²/сек.

На рисунках 96 a, b, c подано три типи човнів з сучинниками C_x, продуті в ляборaторії ЦАГІ, при чому опір віднесено до площі ґабариту, нормального до осі ґвинта. Зміна C_x з кутом атаки відбувається за тим самим законом, що й для фюзеляжів. Вплив Reynolds'ового числа на опір

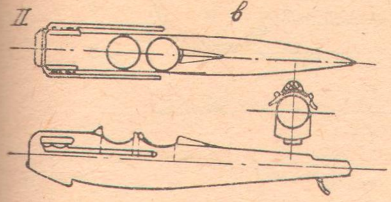
---

[1] Дані, наведені в цьому й дальших параграфах, узято найголовніше за Чесаловим. Див. *Чесалов,* „Коэфициенты вредного сопротивления" („Труды ЦАГИ", вып. 42).

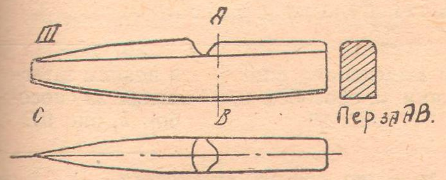
[2] *Fuchs* und *Hopf,* „Aerodynamik", S. 219.



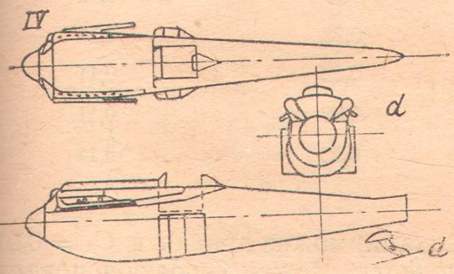
без пілота $C_x = 0{,}07$; з пілотом $C_x = 0{,}12$



$C_x = 0{,}20$ (з чоловим радіатором)

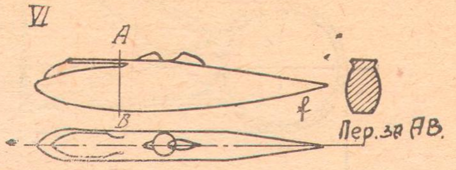


$C_x = 0{,}15$ (без радіатора)

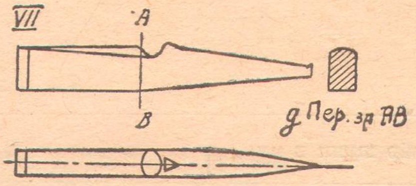


$C_x = 0{,}13$ (з радіатором)

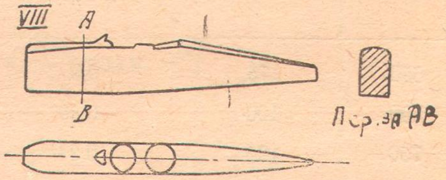
$C_x = 0{,}12$ (без радіатора)



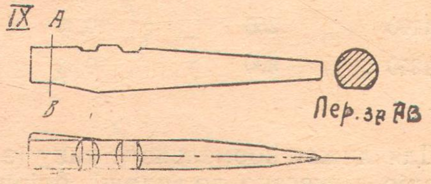
$C_x = 0{,}06$ (без радіатора)



$C_x = 0{,}90$ (з чоловим радіатором)

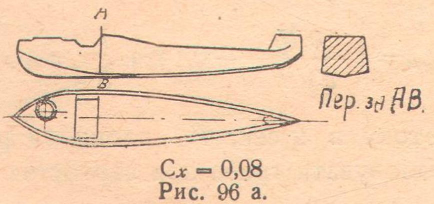


$C_x = 0{,}18$ (без радіатора)

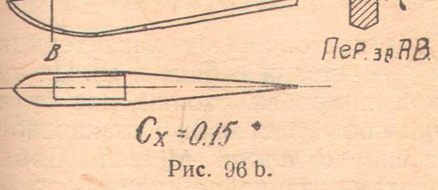


$C_x = 0{,}12$ (без радіатора)

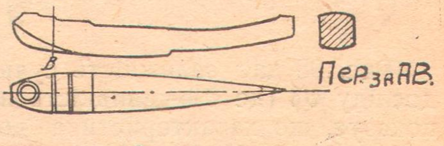
Рис. 95.



$C_x = 0{,}08$
Рис. 96 a.



$C_x = 0.15$
Рис. 96 b.



$C_x = 0.12$
Рис. 96 c.

коліс дуже малий. На таблиці 4 подано вартості C_x при різних розмір **коліс і способах шинування** (див. рис. 97). Опір віднесено до $D \, . \, d$, **де** D — **діяметр колеса й** d — **ширина шини в м.**

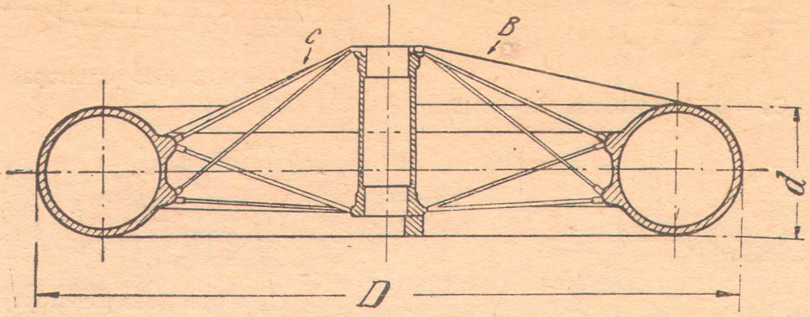


Рис. 97.

Таблиця 4.

Розмір шини в мм		Вартості C_x для коліс		
D	d	з відкритими спицями	з затягненими спицями за способом c, рис. 97	з повним затягненням за способом b, рис. 97.
650	75	0,39	0,26	0,13
700	100	0,35	0,23	0,12
750	125	0,34	0,23	0,12
800	150	0,33	0,22	0,11
900	200	0,33	0,22	0,11
1100	250	0,33	0,22	0,11
1350	300	0,33	0,22	0,11

Для лижви нормального типу (з козелками) можна прийняти $C_x = 0{,}01$ **де опір віднесено до площі опірної поверхні лижви** (проєкція поверх **лижви на позему площину).**

Вплив Reynolds'ового числа наближено можна подати формулою

$$C_x = \left(\frac{0{,}15}{v\sqrt{F}} + 0{,}14 \right) \frac{F}{S} \, ,$$

де v — **швидкість потоку в м/сек,** F — **площа міделя в м² і** S — **опір поверхня в м².** Випробовувати треба при вартостях $v \, . \, \sqrt{F}$, не менших від

§ 10. Стояки

Рис. 98 дає залежність сучинника C_x для стояків від характеристи досліду $v\beta$ (де v — швидкість потоку й β — ширина стояка в м). Ця крив показує, що характеристика досліду при випробах стояків має бути менша від 1. На рис. 99 дано три добрі профілі стояків і зазначено їх сучинники шкідливого опору C_x, віднесені до площі Міделя. Щоб зв жити опір кінцевого кріплення, при розрахунку звичайно додають по 0,6 до довжини кожного стояка (або до проєкції його довжини на площину, нормальну до напряму льоту при похилому положенні стояка).

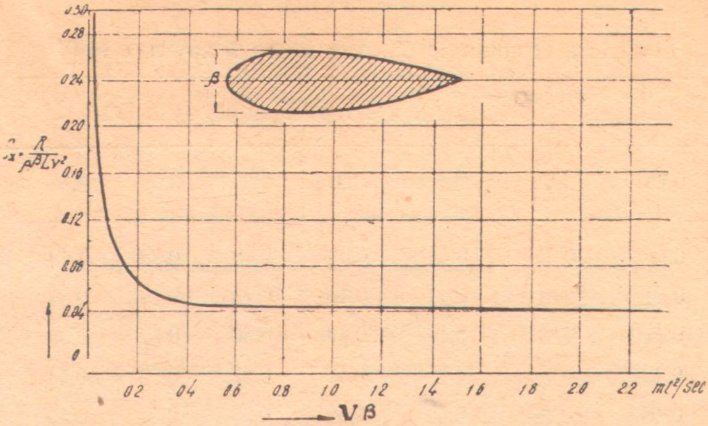


Рис. 98.

Якщо стояк працює під кутом атаки α, то C_x для нього можна знайти за формулою, що запропонував Чесалов:

$$C_{x\alpha} = C_{x0} + 0{,}004 \frac{\alpha^2}{\lambda},$$

де $C_{x\alpha}$ — сучинник опору стояка при куті атаки α,
C_{x0} — " " " " $\alpha = 0$,
α — кут атаки в градусах,
λ — подовження стояка.

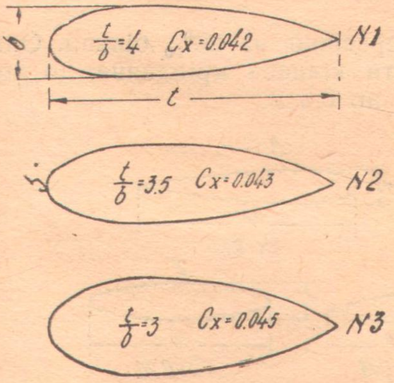


Рис. 99.

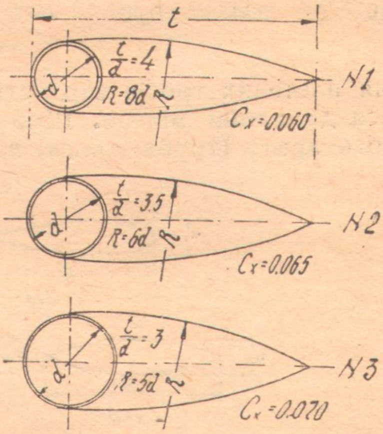


Рис. 100.

На рис. 100 дано три типи обтікачів труб з відповідними сучинниками C_x, віднесеними до площі міделя. Щоб зважити кінцеве кріплення, треба також додати по 0,6 м до довжини стояка.

§ 11. Круглий дріт, труби, троси

Опір цих деталів багато залежить від Reynolds'ового числа. При вартостях $vD \div 0{,}3 - 3$ м²/сек можна вважати, що C_x для дроту й труб дорівнює 0,6. Проте, для тонкого дроту вартість $v.D$ в льоті може бути менша від 0,3. Тому наводимо тут таблицю, що дає вартості C_x для кр глого дроту й труб при різних швидкостях і діяметрі.

Таблиця 5.

Вартість сучинників C_x для дроту й круглих труб

Швидкість v м/сек	Діяметр D дроту в мм								
	0,75	1,0	1,5	2,0	2,5	3,0	3,5	4,0	4,5
10	0,58	0,54	0,51	0,49	0,48	0,48	0,48	0,49	0,50
15	0,54	0,51	0,49	0,48	0,48	0,49	0,50	0,52	0,53
20	0,51	0,49	0,48	0,49	0,50	0,52	0,53	0,54	0,55
25	0,49	0,48	0,49	0,50	0,52	0,53	0,54	0,55	0,56
30	0,48	0,48	0,49	0,52	0,53	0,54	0,55	0,56	0,57
35	0,48	0,49	0,50	0,53	0,54	0,55	0,56	0,56	0,57
40	0,48	0,49	0,52	0,54	0,55	0,56	0,57	0,57	0,58
45	0,48	0,50	0,53	0,54	0,56	0,56	0,57	0,58	0,59
50	0,49	0,50	0,54	0,55	0,56	0,57	0,58	0,58	0,59
60	0,49	0,52	0,54	0,56	0,57	0,58	0,58	0,59	0,60
70	0,50	0,53	0,55	0,57	0,58	0,58	0,59	0,59	0,60
80	0,52	0,54	0,56	0,57	0,58	0,59	0,59	0,60	0,60
90	0,52	0,54	0,57	0,58	0,58	0,59	0,60	0,60	0,60
100	0,53	0,55	0,57	0,58	0,59	0,59	0,60	0,60	0,60
110	0,54	0,56	0,57	0,58	0,59	0,60	0,60	0,60	0,60

Для плетених тросів вартості C_x пересічно на 20% більші. Опір ст сується до площі міделя. Щоб зважити кінцеве кріплення, до довжин кожного дроту (труби, троса) додаємо по 0,6 м.

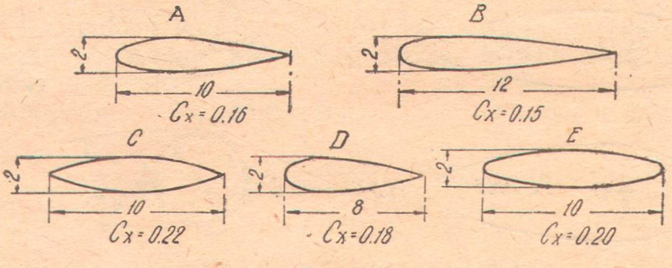


Рис. 101.

Для дротів, похило розташованих до потоку, при розрахунках зв чайно беруть (на підставі дослідів) за довжину $l. \sin^3\alpha$, де α — кут нахил дроту (труби, троса) до потоку і l — довжина її, додаючи також по 0,6 щоб зважити кінцеве кріплення.

Часто вживають дріт спеціяльних профілів, що мають менший сучи ник опору.

На рис. 101 наведено кілька типів таких про ілів і зазначено с редні вартості їхніх сучинників C_x (тут зважено також збільшення С через можливий відхил від симетричного розташування щодо поток

Опір віднесено до площі міделя. Щоб зважити кінцеве кріплення, додаємо по 0,8 м до довжини стьожки. При похилому розташуванні стьожок за довжину приймають проєкцію довжини стьожки на площину, нормальну до потоку +0,8 м.

Якщо дві стьожки або дроти поставлені одне за одним, то їхній спільний опір менший, ніж сума опорів кожного з них, узятого окремо.

На таблиці 6 подано зміну опору залежно від розміру дротів та віддалі між їхніми осями (на таблиці дано вартості відношення їхнього спільного опору до суми окремих).

Таблиця 6

Відносний опір двох спарованих круглих дротів.

Кут між потоком повітря та площиною дротів	Віддаль між центрами дротів у діяметрах:						
	1	2	3	3,5	4	5	6
0°	0,20	0,29	0,44	0,60	0,67	0,70	0,72
5°	0,29	0,38	0,44	0,67	0,70	0,74	0,75
10°	0,40	0,42	0,50	0,74	0,77	0,81	0,83
15°	0,49	0,55	0,65	0,80	0,83	0,88	0,92
20°	0,58	0,65	0,77	0,85	0,88	0,94	0,99

Щоб зважити кінцеві опори, на кожну пару круглих дротів додаємо по 1 м, а на кожну пару стьожок по 1,2 м. В похилому розташуванні беремо проєкцію довжини на площину, нормальну до потоку +1 м або 1,2 м. Опір відносимо до площі міделя.