

V К-14038

П303220

ВЕСТНИК

ХАРЬКОВСКОГО
УНИВЕРСИТЕТА

№ 223

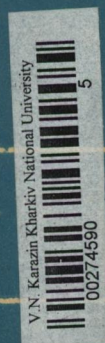
МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ АСТРОНОМИЧЕСКИХ
И КОСМИЧЕСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ

Выпуск 16

95 к.



Вестн. Харьк. ун-та, 1981, № 223, 1—80.



СОДЕРЖАНИЕ

Бабичев А. А., Егоров А. Д., Заец Н. К., Здор Е. В., Корниенко Ю. В., Парусимов В. Г., Усиков А. Я. Цифровая обработка изображений в ИРЭ АН УССР	6
Дудинов В. Н., Цветкова В. С. Анализ возможностей оптических методов обработки изображений	16
Петров В. А. О восстановлении функций по модулю преобразования Фурье	25
Дудинов В. Н., Цветкова В. С., Ерохин В. Н. Структура астрономических изображений. Спекл-интерферометрия	33
Кузьменков С. Г., Вакулик В. Г. Измерения угловых диаметров звезд. Возможности 6-метрового телескопа	47
Уваров В. Н. Об использовании апертурного расщепителя для получения астрономических изображений через неоднородную атмосферу	55
Захой В. А. Возможности спекл-интерферометрии при наблюдении затменных переменных систем (результаты машинного моделирования)	60
Станкевич Д. Г. Опыт построения карты цвета Луны методами цифровой обработки изображений	63
Парусимов В. Г., Полянский А. В. Аппаратные средства цифровой обработки астрономических изображений	67
Здор Е. В. Полутоновый индикатор в системе цифровой обработки изображений	77
Каныгин С. А. Графопостроитель на электронно-лучевой трубке в системе обработки изображений	79

ВЕСТНИК ХАРЬКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

№ 223

Методы обработки астрономических и космических изображений

Выпуск 16

Редактор *Н. И. Верховская*
Художественный редактор *В. Е. Петренко*
Технические редакторы *Г. П. Александрова, Л. Т. Момот*
Корректор *В. В. Николаева*

Сдано в набор 29.04.81. Подписано в печать 22.12.81.
БЦ 09350. Формат 60×90/16. Бумага типогр. № 3.
Лит. гарн. Вис. печать. 5+0,5 вкл. усл. печ. л., 5,8 усл.
кр.-от. 6,3+0,7 вкл. уч.-изд. л. Тираж 1000 экз. Изд.
№ 932. Зак. 1504. Цена 95 к.

Издательство при Харьковском государственном университете издательского объединения «Вища школа»,
310003, Харьков-3, ул. Университетская, 16.

Харьковская городская типография № 16 Областного управления по делам издательств, полиграфии и книжной торговли. 310003, Харьков-3, ул. Университетская, 16

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО
СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ УССР

ВЕСТНИК
ХАРЬКОВСКОГО
УНИВЕРСИТЕТА
№ 223

**МЕТОДЫ ОБРАБОТКИ АСТРОНОМИЧЕСКИХ
И КОСМИЧЕСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ**

ВЫПУСК 16
Основан в 1965 г.

ХАРЬКОВ
ИЗДАТЕЛЬСТВО ПРИ ХАРЬКОВСКОМ
ГОСУДАРСТВЕННОМ УНИВЕРСИТЕТЕ
ИЗДАТЕЛЬСКОГО ОБЪЕДИНЕНИЯ
«ВИЩА ШКОЛА»
1981

22.6

УДК 520.8

Методы обработки астрономических и космических изображений, вып. 16. — Вестн. Харьк. ун-та, № 223 — Харьков: Вища школа. Изд-во при Харьк. ун-те, 1981. — 80 с.

В вестнике приведены результаты аналоговой и цифровой обработки астрономических и космических изображений, описаны применяемая аппаратура и методы. Для научных работников и специалистов. Списки лит. в конце статей.

Редакционная коллегия: Ю. В. Александров (отв. ред.), К. Н. Деркач (отв. секр.), Л. А. Акимов, Д. Ф. Лупишко.

Печатается по решению редакционной коллегии Астрономической обсерватории Харьковского государственного университета от 30 июня 1980 года

Адрес редакционной коллегии: 310022, Харьков-22, ул. Сумская, 35, Астрономическая обсерватория Харьковского государственного университета, тел. 43-24-28

Редакция естественнонаучной литературы

В 2065—096
226(04)—81

© Харьковский государственный университет, 1981

Центральна наукова
БІБЛІОТЕКА

Идея фильтрации изображений возникла давно как естественное распространение методов радиотехники на двумерные сигналы. Однако практическое осуществление пространственной фильтрации и других видов обработки стало возможным лишь с появлением необходимых технических средств: лазер-когерентного источника света для когерентно-оптических методов и современной высокопроизводительной вычислительной техники, способной оперировать с массивами 10^6 — 10^7 чисел для цифровых методов.

Необходимость обработки изображений диктуется рядом причин. Во-первых, изображения в процессе получения или передачи по каналу связи подвергаются искажениям случайного (шум) и регулярного (замытие, геометрические искажения и т. д.) характера. Во-вторых, в первичном изображении форма информации часто не воспринимается зрительным аппаратом человека (низкий контраст, неравномерность частотной характеристики и т. д.). Наконец, информацию об объекте извлекают из большой серии снимков, каждый из которых недостаточно информативен (изображения с низким отношением сигнал-шум и спекл-интерферограммы).

Обработка исходного сигнала (изображения или серии изображений) в общем виде может быть представлена как воздействие на исходный сигнал S некоторого оператора $\hat{T}$, $S' = \hat{T}(S)$ (1), где S' — результат обработки изображения. Вид оператора $\hat{T}$ может изменяться в широких пределах в зависимости от характера поставленной задачи. Это может быть, например, функциональное преобразование $S'(x, y) = F[S(x, y)]$ (2), называемое γ -коррекцией. В другом случае это преобразование-трансформация имеет вид

$$S'(x, y) = S[\xi(x, y), \eta(x, y)]. \quad (3)$$

Если $\hat{T}$ — линейный, однородный (инвариантный к сдвигу) оператор, такое преобразование представляет собой линейную фильтрацию. Однако во многих задачах оператор $\hat{T}$ не сводится ни к одному из этих случаев.

Оператор вида (2), (3) обычно применяется для компенсации регулярных искажений. Если же связь между исходным

и искаженным изображениями носит случайный характер, восстановить исходное изображение можно с помощью статистического подхода, учитывая априорную информацию о сигнале и шуме. Несмотря на то, что детально учесть всю априорную информацию о сигнале сложно, именно этот прием повышает эффективность обработки. Учет априорной информации влияет на вид оператора $\hat{T}$.

Методы обработки изображений делятся на аналоговые и цифровые. Наиболее эффективным аналоговым методом является когерентно-оптический. С его помощью можно строить преобразование Фурье или энергетический спектр изображения, а также выполнять линейную однородную фильтрацию. Будучи по своей природе параллельным, он обеспечивает четкость обработки $\sim 10^8$ точек отсчета и более и высокую производительность. Однако когерентно-оптический метод, как правило, позволяет реализовать только линейный однородный оператор $\hat{T}$. Это существенно ограничивает класс задач, который можно расширить, используя нелинейную фотографическую обработку изображений. Возможно также приближенно представить оператор $\hat{T}$ линейным ценой неполного учета априорной информации о сигнале.

Цифровые методы обработки обладают неограниченной универсальностью. Их реальные возможности ограничиваются объемом памяти и быстродействием вычислительных средств, а также возможностями аппаратуры ввода и вывода изображений. Четкость изображений, доступных для массовой цифровой обработки, ненамного превышает 10^6 элементов. Время обработки таких массивов существенно зависит от характера исходных изображений, применяемого алгоритма, используемых вычислительных средств и в типичных случаях может колебаться от нескольких секунд до десятков часов.

Каждый метод предъявляет свои требования к материалу, подлежащему обработке. Когерентно-оптическая обработка чувствительна к фазовым искажениям в эмульсии и подложке, поэтому существенным элементом когерентно-оптического вычислителя являются средства устранения этих искажений. При цифровой обработке фазовые искажения незначительны. Когерентно-оптическая обработка требует линейной зависимости между амплитудным коэффициентом пропускания и яркостью в исходном изображении. Отклонение от линейной зависимости при фильтрации порождает искажение результата, которое практически проявляется как шум. Между тем фотографический носитель, обычно используемый в качестве транспаранта, является существенно нелинейным в силу самой природы фотографического процесса.

Может показаться, что требование линейности несущественно при цифровой обработке. Какова бы ни была монотонная характеристическая кривая исходного фотоматериала, знание

ее позволяет вычислить по прозрачности транспаранта исходную яркость. Однако фотометр измеряет не прозрачность в точке, а ее значение по элементу разрешения. При нелинейной характеристической кривой связь между этой величиной и средним значением исходной яркости зависит от конкретного вида неизвестной функции $f(x, y)$, описывающей распределение яркости внутри элемента. Таким образом, на основании статистических свойств сигнала можно найти лишь вероятностную связь между измеренной и искомой величинами, что вполне аналогично появлению шума при когерентно-оптической обработке. Для уменьшения этой погрешности необходимо выбрать элемент разрешения по возможности малым в сопоставлении с радиусом корреляции изображения. Это приводит к существенному увеличению объема вводимого массива по сравнению с требуемым числом независимых точек отсчета, а следовательно, к понижению производительности устройства ввода, увеличению используемой емкости запоминающего устройства и дополнительным затратам машинного времени на приведение массива к требуемому формату.

В этой связи представляется заманчивой идея Строука добиться экономии машинного времени путем когерентно-оптической коррекции изображения в процессе ввода. Однако для эффективной реализации этой идеи характеристическая кривая фотоматериала должна удовлетворять таким же жестким требованиям, как и при всякой другой когерентно-оптической обработке.

Очевидно, что каждый из рассмотренных методов имеет свой круг эффективно решаемых задач. Рассмотрим с этой точки зрения некоторые задачи астрономии. Массовая обработка изображений планет, получаемых с помощью наземных телескопов, в рамках программы планетного патруля может быть выполнена обоими методами. Однако эти изображения имеют настолько низкую четкость, что их цифровая обработка не составляет труда, а применение производительных когерентно-оптических методов является излишним.

Картирование оптических характеристик Луны представляет собой типичную задачу цифровой обработки, поскольку ее решение не сводится к линейной однородной фильтрации.

Исследование звезд по серии мгновенных изображений требует выполнения большого количества преобразований Фурье от изображений средней четкости. Выполнение этой операции удобно вести с помощью когерентно-оптической обработки, и это требует меньших затрат, чем цифровая обработка. Если же полученный энергетический спектр предполагается использовать для восстановления изображения, то это следует делать с помощью ЭВМ, поскольку реализация требуемой обработки на когерентно-оптической установке сопряжена с определенными трудностями.

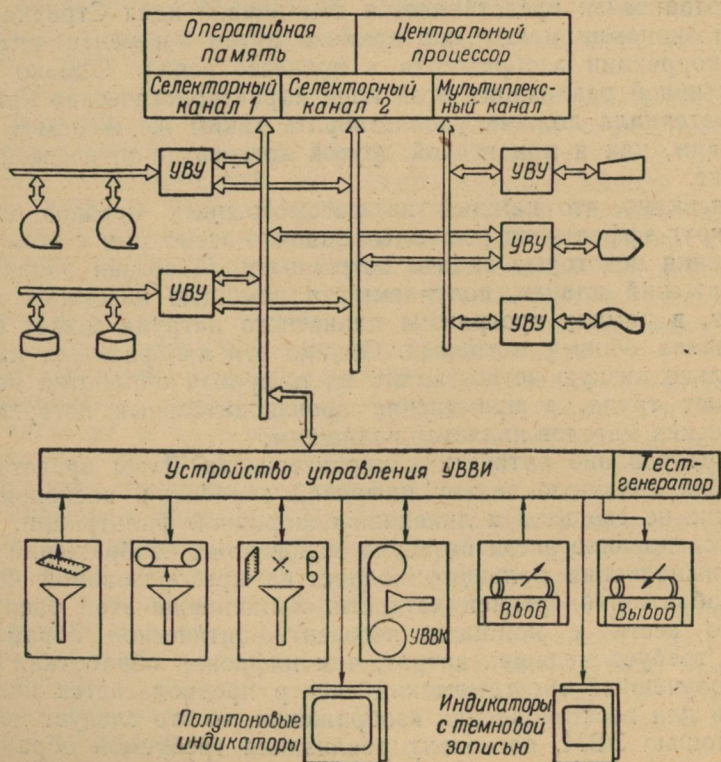
Обработка высокоинформативных изображений поверхностей планет, полученных из космоса, может быть выполнена цифровой техникой только отдельными фрагментами. Когерентно-оптическая техника позволит повысить разрешение таких снимков, исследовать их энергетический спектр и выполнить некоторые процедуры распознавания образов.

А. Я. УСИКОВ, академик АН УССР, В. Н. ДУДИНОВ, канд. физ.-мат. наук,
Ю. В. КОРНИЕНКО
УДК 520.82

А. А. БАБИЧЕВ, А. Д. ЕГОРОВ, канд. физ.-мат. наук, Н. К. ЗАЕЦ,
Е. В. ЗДОР, Ю. В. КОРНИЕНКО, В. Г. ПАРУСИМОВ,
А. Я. УСИКОВ, акад. АН УССР

ЦИФРОВАЯ ОБРАБОТКА ИЗОБРАЖЕНИЙ В ИРЭ АН УССР

Важным направлением научных исследований стало создание методов и технических средств цифровой обработки изображений. Система, созданная в ИРЭ АН УССР (рисунки), пред-



Структурная схема системы цифровой обработки изображений.

назначена для выполнения широкого класса видов обработки черно-белых и цветных изображений. Она включает в себя процессор ЕС-1020 с оперативной памятью 128 К байтов и тремя каналами ввода-вывода (один мультиплексный и два селекторных), быструю внешнюю память на магнитных дисках и память на магнитной ленте (серийные устройства ЕС ЭВМ), а также созданные в процессе разработки устройства ввода-вывода изображений (УВВИ), индикаторы и устройства управления к ним.

Ввод и вывод изображений осуществляется с помощью двух групп устройств: электронных и механических. Электронные устройства служат для быстрого ввода и вывода изображений, имеющих четкость от 64×64 до 1024×1024 элементов и 256 градаций яркости. Работа этих устройств основана на использовании электронно-лучевых трубок (ЭЛТ). Время выполнения операции ввода-вывода в устройствах определяется свойствами экрана ЭЛТ и фотоматериала (при выводе) и квантовыми флуктуациями светового потока (при вводе). Оно составляет 100 мкс на элемент, т. е. 100 с для кадра, четкостью 1024×1024 элемента. Те же факторы определяют и погрешность при работе устройств, которая по яркости может достигать нескольких градаций. Геометрические погрешности раstra могут быть сделаны весьма малыми, однако постоянное поддержание этих погрешностей на низком уровне требует больших усилий, чем в случае механических устройств.

Механические устройства ввода-вывода предназначены для точного выполнения операций. Они позволяют оперировать с кадром четкостью 1024×1280 элементов и размером 200×250 мм. Погрешность яркости в устройствах составляет менее 0,5 градаций, а погрешность положения элемента — менее 0,02 мм. Операцию ввода-вывода с полным кадром они выполняют за 12 мин.

Обе группы устройств позволяют осуществлять ввод и вывод как черно-белых, так и цветных изображений при использовании соответствующих фотоматериалов.

Электронные устройства ввода-вывода изображения. В электронном устройстве ввода на экране ЭЛТ строится дискретный растр, яркость элементов которого поддерживается приблизительно постоянной (остается разброс, обусловленный неоднородностью люминофора). Этот растр с помощью объектива проектируется на транспарант с изображением, подлежащим вводу. Световой поток, прошедший через транспарант, с помощью линзы Фабри собирается на фотокатоде фотоумножителя (ФЭУ). Анодный ток фотоумножителя интегрируется в течение времени, обратно пропорционального световому потоку от элемента раstra. Для определения времени интегрирования аналогичным способом интегрируется часть светового потока, про-

шедшего через объектив и ответвленного в сторону с помощью полупрозрачного зеркала. Влияние неоднородности чувствительности фотокатода исключается тем, что при такой оптической схеме устройства распределение светового потока по фотокатоду не зависит от положения элемента в растре.

Значение этого интеграла с точностью до постоянного множителя, характеризующего режим работы, совпадает с прозрачностью фотометрируемого элемента изображения. Оно переводится в цифровой код и передается в устройство управления вводом-выводом изображений.

Описанный способ фотометрирования позволяет очень хорошо скомпенсировать мелкомасштабную неоднородность свечения экрана ЭЛТ. Однако в силу различных причин (неоднородность покрытия светоделительного зеркала, отсутствие идеальных просветляющих покрытий, работа ФЭУ в каналах при различных напряжениях и т. д.) остается некомпенсированной крупномасштабная неоднородность.

Поэтому при работе с изображениями, требующими высокой фотометрической точности, применяется метод, позволяющий исключить крупномасштабную неоднородность, являющуюся систематической ошибкой. Эта систематическая ошибка предварительно измеряется и затем исключается путем внесения в результат фотометрирования соответствующей поправки.

Электронное устройство вывода работает по аналогичному принципу, с той лишь разницей, что растр проектируется на фотопленку. Каждый элемент изображения экспонируется до момента, когда интеграл от ответвленного светового потока достигнет величины, равной (с точностью до множителя, определяемого режимом работы) значению экспозиции, заданному устройством управления.

В системе имеется совмещенное электронное устройство ввода-вывода, в котором изменение функции достигается поворотом зеркала, направляющего изображение растра на транспарант с изображением, подлежащим вводу, или на светочувствительный материал. Это устройство дает дополнительную возможность взаимной компенсации геометрических искажений при вводе и выводе, а также дополнительные возможности автоматической проверки его работы, например, путем обратного ввода выводимого изображения.

Перед объективом такого устройства расположен вращающийся диск со светофильтрами, позволяющий установить нужный фильтр и экспонировать фотоматериал (или освещать транспарант) светом нужного участка спектра. Для ввода и вывода цветных изображений используются три стандартных фильтра, выделяющих красный, зеленый и синий участки спектра.

Для ввода большой последовательности изображений одного и того же объекта (кинофильма) служит специальное уст-

ройство. Лентопротяжный механизм обеспечивает механическую установку кадра с погрешностью меньше одного элемента разрешения. Это устройство может работать и в режиме вывода кинофильмов.

Механические устройства ввода и вывода изображений имеют вращающийся цилиндрический барабан, на боковой поверхности которого помещается фотопленка. Световой поток от точечного источника света с помощью объектива проектируется на пленку. В устройстве ввода световой поток, прошедший сквозь пленку с изображением, попадает на фотоумножитель, а сигнал с фотоумножителя преобразуется так же, как и в электронном устройстве ввода. В устройстве вывода каждый элемент на пленке экспонируется в течение времени, заданного кодом, поступающим из устройства управления. Строчная развертка осуществляется вращением барабана, кадровая — перемещением источника света с помощью микрометрического винта. Точность раstra поддерживается синхронизацией устройства управления вводом-выводом от датчика угла поворота барабана. Для работы с цветными изображениями предусмотрена возможность повторной развертки изображения при точном совмещении нового раstra со старым.

Следует отметить, что в устройствах обеих групп предъявляются особые требования к точности, с которой поддерживается постоянство шага развертки, особенно при выводе. Отличие соседних значений шага более чем на 5—10% проявляется на выведенном изображении в виде полос неравномерной яркости. Это означает, что точность раstra должна характеризоваться двумя различными показателями. Если ξ, η — машинные координаты элемента прямоугольного раstra, а x, y — его декартовы координаты на плоскости, причем масштаб выбран так, что в идеальном случае должно быть $x = \xi, y = \eta$, то погрешности раstra можно характеризовать, с одной стороны, отношениями $x/\xi, y/\eta$, а с другой — производными $dx/d\xi, dy/d\xi, dx/d\eta, dy/d\eta$.

Первый показатель является мерой геометрических искажений раstra, второй характеризует его мелкомасштабную неравномерность. При разработке устройств вывода изображения следует учитывать, что растр может иметь слабые геометрические искажения и быть совершенно не пригодным к работе из-за мелкомасштабной неравномерности. В механическом устройстве она может быть вызвана, например, плохими зубчатыми передачами, а в электронном — тем, что в используемом для развертки преобразователе код-аналог отношение весов соседних двоичных разрядов не в точности равно 2 (при четкости 1024 элемента достаточно относительной погрешности больше 10^{-4}).

В описываемой системе механические устройства имеют погрешности обоих типов около 0,1 шага (0,02 мм). В электрон-

ных устройствах на этом уровне поддерживается только мелко-масштабная относительная погрешность. Крупномасштабные искажения имеют большую величину, в частности из-за несовершенства электронно-оптических элементов, нелинейности усилителей развертки и искажений поля зрения в объективе.

Полутоновые индикаторы. К числу электронных устройств вывода можно отнести также имеющиеся в системе индикаторы, предназначенные для вывода изображений на экран ЭЛТ для визуального наблюдения. Они могут выполнять операцию вывода самостоятельно (в режиме диалога между оператором и системой) или работать совместно с другими устройствами вывода (для контроля их работы). По своему устройству и характеристикам они аналогичны другим электронным устройствам ввода-вывода, за исключением того, что в них не требуется высокая точность воспроизведения яркости. В этих индикаторах применены ЭЛТ с длительным послесвечением люминофора, что позволяет контролировать даже такой медленный процесс, как механический ввод или вывод.

В системе имеется два индикатора, в которых выводимое изображение строится на экране скиатрона (ЭЛТ с темновой записью). Изображение на экране такого индикатора при нормальном освещении сохраняется несколько минут, а на защищенном от света экране — несколько часов и более. Эти индикаторы позволяют контролировать особенно медленные процессы ввода-вывода или избегать их при некоторых видах работы, фотографического процесса.

Управление устройствами ввода-вывода изображения. Управление работой описанных устройств и их взаимодействие с каналами ввода-вывода ЭВМ осуществляется с помощью устройства управления вводом-выводом. В его функции входят выбор устройства, требуемого каналом, прием команд от канала, оповещение канала о своем состоянии и состоянии устройства ввода-вывода изображений, передача данных от устройства ввода-вывода изображений (УВВИ) в канал (при вводе) и от канала в УВВИ (при выводе), прием от канала управляющей информации и установка режима работы в соответствии с этой информацией (например, установка заданной четкости изображения), передача в канал подробной информации о состоянии устройств (по специальной команде), выполнение контрольных функций и т. д.

Взаимодействие устройства управления с каналом происходит в соответствии со стандартами ЕС ЭВМ. Оно может начинаться по инициативе канала (для начала операции или проверки состояния) или по инициативе устройства управления (для оповещения канала при обнаружении необычной ситуации о получении запроса от оператора и в некоторых других случаях). Это взаимодействие может происходить одновременно с двумя каналами, что позволяет одновременную работу

двух УВВИ в монопольном режиме или выбор для работы с УВВИ того канала, который в данный момент меньше загружен выполнением других функций. В частности, эта возможность используется для одновременного выполнения операций ввода и вывода в одном и том же совмещенном УВВИ с целью контроля его работы.

Взаимодействие устройства управления с УВВИ включает в себя передачу кода координат выбранного элемента изображения (в электронных устройствах), отсчет заданного числа элементов в строке и строк в кадре (для механических устройств), передачу кода экспозиции, полученного из канала (при выводе), и прием результата фотометрирования, подлежащего передаче в канал (при вводе). Сюда же входит управление рабочим циклом УВВИ, сбор данных о состоянии УВВИ для передачи в канал и т. д.

Устройство управления может работать как в составе системы, так и в автономном режиме. Последний режим применяется для проверки и наладки как самого устройства управления, так и УВВИ. Для проверки в автономном режиме реакции устройства управления на сигналы канала оно снабжено ручным имитатором сигналов канала.

Другим средством контроля, которым снабжено устройство управления, является тест-генератор, который служит для построения тестовых изображений без участия системы (в автономном режиме). Эти изображения можно выводить с помощью устройства вывода или же имитировать их ввод устройствами ввода. При четкости 1024×1024 этот тест-генератор позволяет построить более $3 \cdot 10^6$ различных черно-белых изображений. Любые три из них используются как поля цветного изображения. Выбор нужного изображения осуществляется заданием его кода с помощью ключей на инженерном пульте устройства управления.

Знаковый индикатор. Для обеспечения взаимодействия оператора с системой в режиме диалога имеется знаковый индикатор, позволяющий выводить на экран текст из 16 строк по 64 символа. Этот индикатор может работать в режимах внешнего и внутреннего кодирования. В режиме внешнего кодирования для построения на экране каждого символа на вход индикатора подается 64-битовый код его изображения. Этот режим позволяет использовать в тексте любые символы, которые могут быть эффективно изображены в растре 8×8 элементов. Однако он требует на входе большого потока данных (200 К байт/с), составляющих почти предельную нагрузку канала. В режиме внутреннего кодирования на вход подается 8-битовый код каждого символа, который затем перекодирован в соответствующий 64-битовый код с помощью специального перекодировочного устройства. Этот режим создает не только в 8 раз меньшую нагрузку на канал и оперативную память, но и по-

звolyет ограничиться в оперативной памяти буфером в 8 раз меньшей емкости (1 К байт). Однако в этом режиме на экране индикатора можно изображать только символы, изображения которых хранятся в постоянной памяти индикатора. В основной набор символов входят русские и латинские буквы, арабские цифры, символы арифметических действий, знаки препинания и некоторые специальные символы.

Для взаимодействия оператора с системой используется также пультовая пишущая машинка.

Управление работой системы. Совместное участие описанных аппаратных средств в работе систем обеспечивается управляющими программами. В их функции входит предоставление средств в распоряжение вычислительных процессов, инициирование операций ввода-вывода, обработка прерываний, происходящих по сигналам из внешних устройств, анализ информации о состоянии устройств и сообщение о ситуациях, требующих вмешательства оператора. Область действия этих программ распространяется на все ресурсы системы, так что прикладная программа имеет дело с системой в целом, а не с отдельными ее компонентами. Доступ к ресурсам системы прикладная программа получает в результате удовлетворения запросов, с которыми она обращается к системе.

К числу ресурсов системы относятся некоторые программы обработки изображений и вспомогательные программы, в особенности имеющие широкое применение. Это, в частности, позволяет экономить объем оперативной памяти, используя один экземпляр программы для участия в нескольких вычислительных процессах. Более важным является то, что такой подход, наряду с другими мерами, делает архитектуру системы инвариантной по отношению к возможной в перспективе замене этих программных средств быстродействующими специализированными аппаратными средствами.

Область применения системы. Созданная система цифровой обработки изображений открывает возможность решения целого ряда важных научных и практических задач. Ниже рассмотрены некоторые из них. Следует иметь в виду, что описанная система, сколько бы ни было потрачено творческих усилий на ее создание, является лишь технической базой, эффективность которой зависит от идей, лежащих в основе подхода к конкретным задачам. Разработка этих идей приводит к построению теории, которая, в свою очередь, открывает путь для выработки конкретных математических приемов обработки изображений. Сюда входит не только разработка алгоритмов, но и эффективная их реализация. Этот этап аналогичен технологическому этапу в создании аппаратуры и может быть назван математической технологией.

Одной из распространенных задач обработки изображений является фильтрация. Изображения при их регистрации обыч-

но проходят через тот или иной тракт, в котором они претерпевают искажения и подвергаются воздействию шума. Так, например, изображения внеатмосферных объектов, получаемые с помощью наземных телескопов, подвергаются замытию земной атмосферой. Изображения, принимаемые с борта космических аппаратов, подвергаются действию радиопомех и собственных шумов приемника. Задача фильтрации — очистить изображения от этих шумов и искажений, с тем чтобы получить результат, возможно более близкий к исходному изображению.

Математически эта задача формулируется так. Пусть S — неизвестное исходное изображение, которое, подвергшись искажению, описываемому оператором T , и сложившись с шумом N , превратилось в известное изображение E , т. е. $E=TS+N$ (1).

Требуется найти изображение X , которое с наибольшей вероятностью могло обусловить получение результата E , т. е. оказаться исходным изображением. Наличие в (1) слагаемого N , имеющего случайный характер (пусть даже N в среднем равно нулю), не позволяет рассматривать (1) как простое уравнение относительно S . Воздействие на E оператором, обратным T , может привести к неконтролируемому эффекту вплоть до получения бессмысленного результата. Это связано с тем, что строго математически изображение $T^{-1}E$ может вообще не существовать. Оператор F , который позволяет выразить X через E : $X=FE$ (2) называется оптимальным фильтром, восстанавливающим изображение E . Этот фильтр можно найти, зная характер искажения T и статистические свойства исходного изображения S и шума N .

В случае, когда T является линейным пространственно-инвариантным оператором, а S и N — стационарными гауссовыми процессами, F также является линейным пространственно-инвариантным оператором и называется оптимальным ви-неровским фильтром [1]. Этот фильтр сравнительно легко обобщить на случай слабо нестационарных S , N и оператора T , незначительно отличающегося от пространственно-инвариантного (когда S , N и T зависят от параметров, медленно изменяющихся с изменением координат). Более сложной является задача оптимальной фильтрации при нелинейном операторе T и процессов S , N , имеющих распределения, существенно отличающиеся от нормального. Между тем, на практике такие случаи встречаются даже чаще, в фотографических изображениях. Выражение для оптимального фильтра для ряда задач, представляющих практический интерес, получено в работе [2]. Реализация полученного в этой работе оптимального фильтра сводится к решению уравнения относительно x весьма широкого класса (это уравнение может быть дифференциальным, интегральным или интегродифференциальным и, как правило, является нелинейным).

К этому классу тесно примыкает (а с математической точки зрения может быть и причислено) отыскание некоторой функции, характеризующей объект по одному или нескольким искаженным изображениям. Типичным примером этого является отыскание рельефа поверхности планеты по серии ее фотографических изображений [3].

Фильтрация может иметь и другую постановку, например, определение параметров объекта (скажем, его координат) по его изображению [4]. Эта задача примыкает к распознаванию образов. С другой стороны, она отличается от предыдущей только спецификой статических свойств изображения S . Примером распознавания образов может служить отыскание морфологических характеристик поверхности планеты по ее фотографическим изображениям [5]. Решением такой задачи может быть отыскание рельефа поверхности по имеющимся изображениям, построение контуров, характеризующих внутреннюю геометрию этой поверхности, и исследование топологических свойств системы контуров [6].

Примером фильтрации является обработка изображений Марса с космических аппаратов «Марс-3» — «Марс-5», выполненная в ИРЭ АН УССР сотрудником ГАО АН УССР В. Г. Парусимовым. На рис. 2—11 (см. вклейку) представлены исходные и обработанные изображения.

Определение параметров объекта можно обобщить на случай, когда эти параметры изменяются со временем и требуется определить закон изменения (или значение параметров, характеризующих этот закон) по имеющейся серии изображений объекта, полученных в известные моменты времени. Примером может служить типичная в астрономии задача определения параметров орбиты астероида или кометы по серии их фотоснимков. Если число таких объектов заранее неизвестно и может рассматриваться как случайная величина (принимаяющая и значение нуль) — это задача обнаружения объекта (например, обнаружение новых звезд на ранней стадии их вспышки).

Примером обработки последовательности изображений является фильтрация сигнала, настолько слабого, что в каждом отдельном изображении он намного слабее шума, так что требуется его накопление по большой серии изображений. Если объект и условия съемки не изменяются за время получения серий, задача накопления решается простым суммированием изображений. Однако если такие изменения имеют место, задачу накопления сигнала уже трудно отделить от задачи фильтрации, и требуется специальный подход к ее решению.

Крайним примером этой ситуации является случай, когда сигнал настолько слаб, что изображение является просто совокупностью точек, в которые попали отдельные фотоны. Такая ситуация возникает при регистрации слабого объекта через земную атмосферу, если, с целью ослабления влияния атмос-

ферного замытия, снимки сделаны с короткой экспозиции. Восстановление такого изображения представляет собой весьма трудную задачу [7], но вполне осуществимую [8]. Эта возможность была предвосхищена в работе [9] как возможность построения «теории математического замораживания флуктуаций».

Результат обработки изображения часто является функцией двух координат, которую удобно представить в виде карты или схемы. Для этого нужно разбить интервал изменения функции на подынтервалы и поставить в соответствие каждому из них определенный цвет из некоторого набора цветов. В связи с этим возникает вопрос о наиболее эффективном выборе цветов с точки зрения их различимости глазом (в предположении идеального качества фотоматериала или воспроизводящего устройства). Эта задача может быть поставлена в двух вариантах: 1) выбор заданного количества цветов для наилучшей их различимости, 2) выбор наибольшего количества цветов при заданной степени различимости. Для двух цветов критерием различимости служит расстояние между ними в пространстве цветов, а для набора цветов — наименьшее или среднее расстояние среди всех пар. Решение этой задачи может быть получено путем введения (неевклидовой) метрики в пространство цветов.

Обработка изображений может найти широкое применение в народном хозяйстве. Так, в радиопромышленности можно применять анализ и построение изображений печатных плат, в текстильной промышленности — синтез узоров для ткани. Обработка рентгенограмм и акустических изображений может повысить эффективность промышленной дефектоскопии. Важным применением обработки изображений является геологическая разведка с использованием космических снимков Земли и аэрофотоснимков, контроль состояния леса и водоемов. Обработка изображений в сельском хозяйстве позволит осуществлять оперативный контроль состояния посевов и почв в срок, составляющий меньше суток, и представлять необходимую информацию руководителю районного масштаба.

Возможность эффективного использования системы для решения практических задач в большой мере зависит от ее производительности. Поэтому дальнейшее развитие системы должно идти по пути повышения быстродействия центральных и внешних устройств, увеличения емкости оперативной и быстрой внешней памяти и введение в систему быстродействующих специализированных вычислителей. Кроме того, эффективность системы может быть повышена уменьшением роли ручной работы оператора. Это может быть достигнуто совершенствованием внешних устройств и алгоритмов управления системой.

Наконец, оперативность обработки в ряде случаев может быть существенно повышена введением в строй линий связи системы с источниками первичной информации.

Для решения некоторых задач обработки изображений от системы требуется быстроедействие, которое в ближайшем будущем недостижимо с помощью средств цифровой обработки. Поэтому дальнейшее развитие системы должно включать в себя использование смешанных аналого-цифровых методов обработки, в особенности с использованием аналоговой электроники и когерентной оптики. Последняя, в частности, может быть использована для локального Фурье-анализа изображений высокой четкости ($10^4 \times 10^4$ элементов и выше) с последующим анализом результатов цифровыми методами или для выполнения входящей в более сложные виды обработки линейной однородной фильтрации с использованием динамических транспарантов [10].

Список литературы: 1. *Helstrom C. W. Image Restoration by the Method of Least Squares.* — JOSA, 1967, **S7**, 3, p. 297—303. 2. Корниенко Ю. В. Об оптимальном фильтре для восстановления изображений. — Докл. АН УССР. Сер. А, 1978, N 1, с. 51—54. 3. Парусимов В. Г., Корниенко Ю. В. Об отыскании наиболее вероятного рельефа поверхности по ее оптическому изображению. — Астрометрия и астрофизика, 1973, № 19, с. 20—24. 4. *Aroyan G. F. The Technik of Spatial Filtering.* — Proc. IRE, 1959, **47**, N 9, p. 3. 5. Акимов Л. А., Корниенко Ю. В. О возможности автоматического получения статистико-морфологических характеристик участков лунной поверхности по их фотографическому изображению. — Астрометрия и астрофизика, 1971, N 14, с. 54—60. 6. Парусимов В. Г., Корниенко Ю. В. Об одной возможности построения алгоритма распознавания морфологических образований на поверхности планеты. — Астрометрия и астрофизика. — 1974, N 21, с. 63—71. 7. *Labeyrie A. Attainment of Diffraction Limited Resolution in Large Telescopes by Fourier Analising Speckle in Star Images,* *Astrophis*, 1970, N 6, p. 85—87. 8. Корниенко Ю. В. О возможности восстановления изображения слабого объекта, искаженного влиянием земной атмосферы. — Докл. АН УССР, Сер. А, 1977, 10, с. 928—931. 9. Усиков О. Я. Ионосфера Землі — Лінза радіотелескопа. — Наука і життя, 1962, N 3, с. 21. 10. *Nisenson P., Iwasa S. Real Time Optical Processing with Bi₁₂SiO₂₀PROM.* — Appl. Opt., 1972, 11, № 1, 12, p. 2760—2767.

Поступила в редколлегию 05.08.80.

УДК 520.82

В. Н. ДУДИНОВ, канд. физ.-мат. наук,
В. С. ЦВЕТКОВА, канд. физ.-мат. наук

АНАЛИЗ ВОЗМОЖНОСТЕЙ КОГЕРЕНТНО-ОПТИЧЕСКИХ МЕТОДОВ ОБРАБОТКИ ИЗОБРАЖЕНИЙ

В конце 60-х начале 70-х годов казалось, что когерентная оптика предоставляет широкие возможности для реализации линейных алгоритмов обработки информации, чему способствовали успехи при решении ряда модельных задач, подтвержден-

ные отдельными случаями восстановления реальных изображений. К настоящему времени накоплен достаточный материал, позволяющий сделать объективные оценки возможностей когерентно-оптических методов обработки, имеется обширная библиография. В статье сделана попытка оценить перспективы когерентно-оптических методов обработки информации, осно-

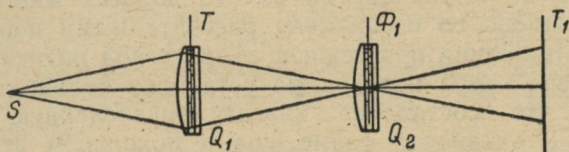


Рис. 1. Оптическая схема когерентно-оптического вычислительного устройства АО ХГУ

вываясь на опыте работы с оптическими изображениями на когерентно-оптическом вычислителе АО ХГУ [1].

Наиболее естественно применение когерентно-оптических устройств для алгоритмов линейной фильтрации, при которых обработка исходного снимка сводится к воздействию на его Фурье-образ некоторой функции частоты, в общем случае комплексной. В классе линейных алгоритмов наиболее полно используются возможности когерентно-оптических вычислителей и именно в этих задачах когерентно-оптические методы обработки могут успешно конкурировать с цифровыми.

Рассмотрение методик обработки сводится по существу к анализу их универсальности, быстродействия, предельного объема информации, точности вычислений и экономической характеристики. Стоимость когерентно-оптических вычислительных устройств небольшая, поэтому ограничимся анализом таких характеристик, как быстродействие, предельный объем информации и точность вычислений, акцентируя основное внимание на анализе причин, препятствующих широкому внедрению разработанных математических методов обработки информации.

Оптическая схема и основные характеристики когерентно-оптического вычислителя АО ХГУ. Когерентно-оптическая установка АО ХГУ и анализ ее работы подробно описаны ранее [1]. Рассмотрим лишь те особенности оптической схемы установки, которые обеспечивают ей преимущества в точности вычислений и информационной емкости по сравнению с существующими (рис. 1).

Первый Фурье-преобразующий объектив Q_1 , который одновременно является иммерсионной кюветой, формирует Фурье-образ транспаранта T в плоскости Φ_1 , расположенной внутри второго Фурье-преобразующего элемента Q_2 , который также выполняет функции иммерсионной кюветы. Такое конструктив-

ное решение, наряду с отказом от коллимирующего объектива (на объектив Q_1 падает расходящийся пучок когерентного света), резко сокращает число оптических поверхностей, которые, как и дефекты внутри стекла, являются основными источниками шума в когерентно-оптических устройствах. Низкая светосила ($\sim 1:24$) позволяет использовать простейшую оптику со сферическими поверхностями вместо дорогих многокомпонентных объективов со специально рассчитанными поверхностями. Для использования простейшей сферической оптики при заданном размере кадра необходима установка большого линейного размера, что составляет иногда определенную трудность. В АО ХГУ установка размещена в цокольном этаже здания загородной станции. Удаленность от источников вибраций, устойчивость температурного режима обеспечивает ее надежную работу.

В работе [1] приведены характеристики установки АО ХГУ и получено выражение, позволяющее оценить ее информационную пропускную способность и предельно допустимые размеры сигнала в координатной и спектральной плоскостях. Так, количество независимых точек отсчета в исходном изображении, передаваемых системой без искажений, определяется отношением расстояния R к длине волны используемого света: $N_{\max} \approx \frac{16}{3} \frac{R}{\lambda} (1)$, а предельный радиус спектрального окна ρ_2 , внутри

которого достаточно точно выполняется преобразование Фурье над исходным сигналом, связан с размером входного сигнала

$$\rho_1 \text{ соотношением } (\rho_1 \rho_2)_{\max} = R \sqrt{\frac{\lambda R}{3}} \quad (2).$$

Для установки АО ХГУ $R=6$ м и соответственно $N \approx 5 \cdot 10^7$ точек отсчета.

Приведенные характеристики определяют способность когерентно-оптических устройств к обработке больших объемов информации. Этот момент чрезвычайно важен при обработке оптических изображений, характерным свойством которых является их огромное информационное содержание. Уже для Юпитера задача повышения углового разрешения до $0,1''$ вызовет необходимость оперировать с массивом исходных данных порядка 10^5 . Та же задача в применении к Луне или Солнцу приводит к массиву 10^8 .

Как и при цифровой обработке, когерентно-оптические устройства основное время расходуют на ввод и вывод информации, с той разницей, что для когерентно-оптических методов сами вычисления производятся практически мгновенно. При этом, согласно (1), возможны одновременные вычисления на исходном массивом до $5 \cdot 10^7$ точек, при соотношении (2) между размерами сигнала в координатной и частотной плоскостях.

Выражения (1), (2) получены для идеальной оптической системы в предположении, что волновые искажения в спектральной плоскости не превосходят четверти длины волны. Наличие шума, естественно, ограничивает возможности когерентного устройства по объему вычислений, точности и динамическому диапазону.

Шум и динамический диапазон когерентно-оптического спектроанализатора. Основными источниками шума в оптической системе являются: рассеяние на оправках, диафрагмах, на пылинках и царапинах оптических поверхностей, рассеяние в объеме стекла и, наконец, в эмульсионном слое фотографических транспарантов.

Когерентно-оптическая установка АО ХГУ состоит из последовательно соединенных идентичных спектроанализаторов — Фурье-преобразующих элементов, расположенных попеременно в координатной и частотной плоскостях. Это позволяет проводить оценку влияния шумов путем анализа работы отдельного спектроанализатора.

Пусть E_0 — амплитуда поля на входе спектроанализатора (постоянный сигнал), $\Delta r(x, y)$ — случайные изменения амплитудного коэффициента пропускания оптики, $\Delta \varphi(x, y)$ — случайные изменения фазы, отсчитанные от некоторого среднего значения, которое можно принять равным нулю. Сигнал на выходе спектроанализатора является суммой спектров постоянного сигнала E_0 (функция окна системы) и реализаций амплитудного и фазового шума: $\tilde{E}(\omega) = \tilde{E}_0(\omega) + \tilde{E}_r(\omega) + \tilde{E}_\varphi(\omega) = \tilde{E}_0(\omega) + \tilde{E}_\text{ш}(\omega)$.

Здесь для краткости записи введена пространственная частота $\omega = \sqrt{\omega_x^2 + \omega_y^2}$; волна обозначает преобразование Фурье.

В спектральной плоскости можно зарегистрировать интенсивность

$$I(\omega) = |\tilde{E}(\omega)|^2 = \tilde{E}_0^2(\omega) + \tilde{E}_\text{ш}^2(\omega) + \tilde{E}_0(\omega)\tilde{E}_\text{ш}^*(\omega) + \tilde{E}_0^*(\omega)\tilde{E}_\text{ш}(\omega).$$

Поскольку амплитудная и фазовая компоненты не коррелированы, в результате усреднения получим $\langle I(\omega) \rangle = \tilde{E}_0^2(\omega) + \langle \tilde{E}_\text{ш}^2(\omega) \rangle + \langle \tilde{E}_\varphi^2(\omega) \rangle$. Таким образом, суммарная интенсивность в спектральной плоскости равна сумме интенсивности спектра постоянного сигнала и дисперсии амплитудной и фазовой составляющих шума. Для круглого входного отверстия радиусом

ρ $\tilde{E}_0^2(\omega) = \frac{4I_1^2(\omega\rho)}{(\omega\rho)^2}$ (3), шумовые же составляющие определяют спектральными свойствами функций $\Delta r(x, y)$ и $\Delta \varphi(x, y)$. Энергетический спектр этих функций для хороших оптических систем простирается до весьма высоких пространственных частот с почти равномерным распределением по всей частотной плоскости.

В выходной плоскости спектроанализатора компоненты шума на некоторой частоте Ω оказываются сравнимыми со спектром постоянного сигнала $E_0(\Omega)$, в результате чего на частотах Ω и выше дифракционные кольца в спектре постоянного сигнала (3) оказываются разрушенными. По значению Ω можно, не прибегая к измерениям интенсивности спектра, провести

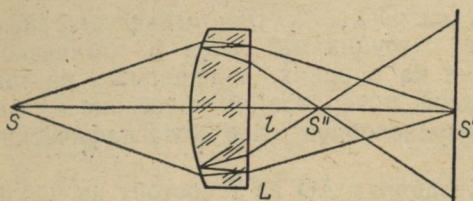


Рис. 2. К объяснению влияния фоновой засветки

приближенную оценку шума, зная величину $E_0(\Omega)$. Сделав такие оценки при разных размерах входного окна, можно установить ход спектральной плотности шума. Это позволяет оценить дисперсию шума, а следовательно, и прибли-

женное число m возможных градаций сигнала и, соответственно, количество информации Q , пропускаемой установкой: $Q = N \log_2 m$.

Говоря о собственном шуме и динамическом диапазоне когерентно-оптического спектроанализатора, следует обратить внимание на один из основных источников шума — фоновую засветку в спектральной плоскости, возникающую при использовании непросветленной оптики.

При прохождении пучка света от диафрагмы S узла разведения спектроанализатора (рис. 2) около 4% энергии испытывает отражение от каждой границы раздела стекло — воздух Фурье-преобразующей линзы. В результате этого на некотором расстоянии l от линзы L формируется с помощью первой и второй границ раздела линзы L , действующих как сферическое и плоское зеркала, изображение точечного источника S'' . Отношение K энергий в точке S'' к энергии в точке S' составляет около $1,6 \cdot 10^{-5}$. Двукратно отраженный пучок, собранный в точке S'' , далее расходится и попадает в выходную плоскость спектроанализатора, создавая фоновую засветку конечной интенсивности.

Простые геометрические соображения позволяют оценить влияние фоновой засветки на погрешность измерений в спектральной и координатной плоскостях когерентного вычислительного устройства. Для рассматриваемой оптической схемы при радиусе входного окна $r_1 = 10$ см отношение интенсивности фоновой засветки в спектральной плоскости к интенсивности спектра постоянного сигнала на нулевой частоте составляет 10^{-12} . Таким образом, в спектральной плоскости влияние фоновой засветки приводит к пренебрежимо малому сужению динамического диапазона по спектру. В координатной плоскости этот же эффект приводит к более заметным искажениям обрабатываемого сигнала. Интенсивность фоновой засветки в коор-

динатной плоскости при $\rho_1 = \rho_2 = 10$ см составляет около 10^{-6} от интенсивности сигнала. Так как фон когерентный, отношение сигнал—шум в отсутствие поглощающего транспаранта на входе оказывается порядка 10^3 , изменяясь в зависимости от коэффициента пропускания транспаранта τ как $1/\tau$.

Таким образом, собственный шум когерентно-оптической установки АО ХГУ невысок, и его вкладом в погрешность обработки можно пренебречь в тех случаях, когда коэффициент подавления спектра на нулевой частоте не превышает 1000. При таком подавлении дисперсия собственного шума относительно среднего уровня сигнала достигает величины среднеквадратичной флуктуации шума типичных фотографических эмульсий. Именно фотографический носитель является основным источником шума в когерентно-оптических устройствах обработки. Несмотря на целый ряд недостатков, фотоматериал в настоящее время является основной регистрирующей средой, пока не имеющей серьезных конкурентов. В когерентных системах обработки фотоматериал выполняет три функции: модулятора света на входе, среды для синтеза фильтров в спектральной плоскости и регистратора выходного сигнала.

Для фотографических материалов можно указать среднеквадратичную флуктуацию коэффициента пропускания, проследить ее зависимость от величины коэффициента пропускания, измерить спектральную плотность шума зерна при различных условиях. И все же это не будет исчерпывать всех особенностей использования фотоматериалов как носителей информации в когерентных системах обработки. Основной недостаток заключается в нелинейном характере кодирования информации фотографическим материалом, при котором кодируемая величина — интенсивность — передается количеством зерен на единицу площади. Такой характер кодирования приводит к искажениям спектра пространственных частот исходного изображения, ограничивая возможности линейной фильтрации.

Нелинейность фотоматериалов и повышение пространственного разрешения. Несомненно, наиболее интересным и важным при обработке изображений является повышение дешифрируемости снимков, в частности — повышение пространственного разрешения при астрономических наблюдениях. Несмотря на наличие целого ряда решений модельных задач повышения дешифрируемости, до настоящего времени имеется лишь несколько примеров решения реальных задач как когерентно-оптическими, так и цифровыми методами. Это обусловлено чрезвычайно жесткими требованиями к процессу получения исходного материала, подвергаемого апостериорной обработке.

В изопланатической области оптического прибора распределение интенсивности $I(x, y)$ описывается сверткой идеального изображения $f(x, y)$ с аппаратной функцией $g(x, y)$. Известная некорректность задачи отыскания $f(x, y)$ обозначает, что без

дополнительных ограничений на класс искомых функций $f(x, y)$ наличие сколь угодно малых погрешностей в измеренном распределении интенсивности $I(x, y)$ приводит к неконтролируемым погрешностям решения. Сложность решения реальных задач, в отличие от модельных, связана отчасти с отсутствием возможности проконтролировать полученное решение. Однако не это является основной трудностью, поскольку в настоящее время математический аппарат решения таких задач хорошо разработан.

Подлежащее обработке изображение $F(x, y)$, зафиксированное в фокальной плоскости телескопа, можно представить в виде $F(x, y) = \hat{T}\{I(x, y)\} = \hat{T}\{f(x, y) \oplus g(x, y)\} + N(x, y)$, (4) где $N(x, y)$ — погрешность измерения; T — оператор, осуществляющий переход от интенсивности $I(x, y)$ к коэффициенту пропускания транспаранта $F(x, y)$.

Оператор T , описывающий фотографический процесс, является нелинейным. Наличие нелинейности существенно затрудняет решение задачи, поскольку при обработке становится невозможным пользоваться принципом линейной суперпозиции. Так как когерентная техника позволяет реализовать только линейные алгоритмы, решение задачи (4) относительно $f(x, y)$ сводится к перезаписи $F(x, y)$ на транспарант, амплитудный коэффициент пропускания которого пропорционален $I(x, y)$, а затем к построению обратного фильтра, минимизирующего погрешность восстановления. Успех в решении задачи фильтрации в значительной степени определяется точностью перехода $F(x, y) \rightarrow I(x, y)$.

Ниже мы проанализируем возникающие при этом погрешности на конкретном упрощенном примере. Пусть в результате учета характеристической кривой фотографического процесса допущена ошибка, где вместо $F(x, y) = a_0 + a_1 I(x, y) + a_2 I^2(x, y)$ (5) принято $F_1(x, y) = a_0 + a_1 I(x, y)$ (6). При этом прямая (6), характеризующаяся минимальным квадратом отклонения от (5)

на интервале $0 - I_{\max}$, имеет вид: $F_1 = (a_0 - \frac{1}{6} a_2 I_{\max}^2) + (a_1 + a_2 I_{\max}) I$ (7). Средний квадрат ошибки $\delta^2 = \frac{1}{I_{\max}} \int_0^{I_{\max}} [F - F_1] \times$

$\times dI = \frac{1}{180} a_2^2 I_{\max}^4$ (8) примем равным 10^{-4} , т. е. погрешность приближения равной 1%.

Из условия $\delta = 0,0745 a_2 I_{\max}^2 = 0,01$ (9) получим $a_2 = 0,134 / I_{\max}^2$ (10).

Если принять максимальное значение сигнала $I_{\max} = 1$ и $a_1 = 1$, получим систематическую погрешность, заключающуюся в смещении постоянной составляющей на 2% и в изменении коэффициента усиления a_1 сигнала в 1,134 раза.

При фильтрации ошибки в значениях коэффициента усиления и величины постоянного смещения несущественны. Влияние на результат фильтрации оказывает лишь наличие квадратичного члена. Рассмотрим искажения, вносимые нелинейностью в элементарный сигнал $I(x) = 0,5 + A \sin \Omega x$.

Нелинейность преобразования (5) вызывает появление второй гармоники, амплитуда которой в единицах основной частоты равна

$$k = \frac{a_2}{2(a_1 + a_2)} A.$$

При абсолютном контрасте исходного сигнала ($A=0,5$) эта величина при $\delta=1\%$, $a_1 \approx 1$ и a_2 из (10) составляет 3%. Если исходить из реальной точности определения характеристической кривой в 2—3%, получим амплитуду второй гармоники, составляющую 6—10% от амплитуды основной частоты. Эффекты нелинейности не вносят заметных искажений в исходное изображение, но оказываются основным препятствием к решению задачи повышения пространственного разрешения. Действительно, в оптическом изображении энергетически более значимы нижние пространственные частоты, для которых величина A максимальна. Повышение при фильтрации вклада высших пространственных частот приводит к искажению восстановленного изображения за счет усиления вторых гармоник нижних и средних пространственных частот изображения. В результате этого спектр восстановленного сигнала искажается и простирается за пределы спектра искомого сигнала. Эффекты нелинейности не позволяют проводить аподизацию снимка, так как в обработанном изображении могут появиться ложные детали. К этому приводят попытки использовать оптимальный винеровский фильтр, предполагающий подавление высших пространственных частот, где отношение сигнал — шум заведомо меньше единицы. Поэтому при обработке панорам Марса [2] мы вынуждены были сохранить все пространственные частоты исходного снимка в пределах полосы, существенно превосходящей область, определяемую пространственным разрешением аппаратуры. В результате такой обработки ложные детали не возникают, однако в обработанном изображении присутствует высокочастотный шум, по структуре напоминающий шум зерна фотоэмульсии.

Возможности линеаризации отклика фотоэмульсии по амплитудному коэффициенту пропускания при двуступенчатом фотографическом процессе для обычных фотоматериалов ограничены диапазоном изменения яркости исходного изображения не более 100. Для контроля линейности фотографического процесса при получении исходного материала на фотоэмульсию дважды впечатывается с произвольным поворотом одномерная амплитудная решетка с контрастом, равным максимальному контрасту исходного изображения. Нелинейность преобразова-

ния исходного сигнала приводит к появлению в спектре такой двумерной решетки перекрестных членов, по энергии которых можно судить о степени нелинейности.

Проведенные модельные эксперименты показали, что при

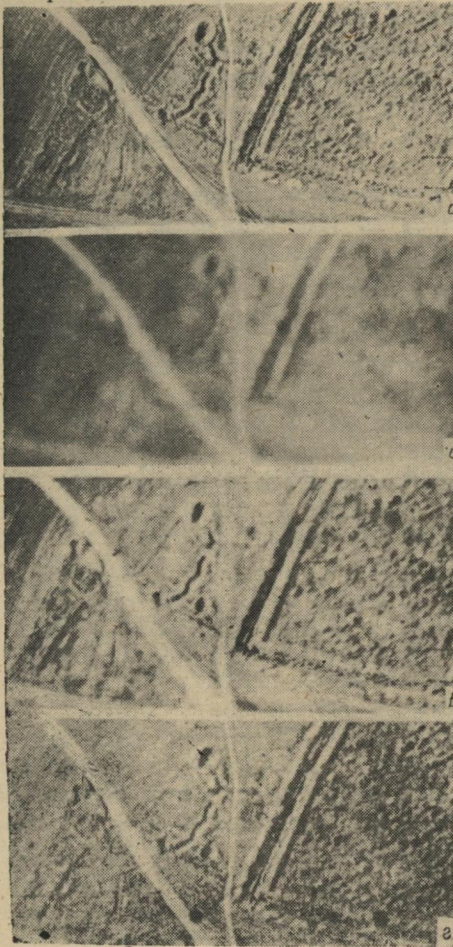


Рис. 3. Иллюстрация возможностей когерентно-оптической обработки (модельный эксперимент: *а* — исходное изображение; *б* — результат искажения гауссовой аппаратной функцией; *в* — восстановленное изображение при использовании малошумящих материалов (пластинки — $FP=1$ и $WO-3$ фирмы *ORWO*) и тщательном соблюдении линейности регистрации *б*; *г* — восстановление при нелинейной регистрации искаженного изображения, при ошибке в коэффициенте контрастности 0,3

выполнении требований линейности регистрации и использовании малошумящих эмульсий когерентно-оптическая техника позволяет реализовать усиление высших пространственных частот не менее чем в сто раз, что при гауссовом характере замыкания соответствует трехкратному улучшению разрешения. На рис. 3 приведен результат решения модельной задачи. В малоконтрастных областях исходного сигнала, для которых перепад яркостей не превышает 100, наблюдается почти полное восстановление при практически незаметном повышении уровня шума.

Следующим важным моментом, обеспечивающим успех обработки, является измерение аппаратной функции $g(x, y)$. Обычно аппаратная функция для реальных снимков неизвестна, в лучшем случае — постоянна по кадру и не зависит от его номера. Ее следует измерять непосредственно по снимкам, подлежащим обработке. Когерентно-оптическая техника позволяет измерять усреднением по серии снимков, снятых в одних и тех же условиях,

функцию $\langle |\tilde{f}(\omega_x, \omega_y)| \times \times |g(\omega_x, \omega_y)| \rangle$. Так как

истинный сигнал $f(x, y)$ обладает весьма широким спектром, среднее значение которого можно считать постоянным в пределах области задания $\tilde{g}(\omega_x, \omega_y)$, эта величина может быть принята в качестве оценки $|\tilde{g}(\omega_x, \omega_y)|$. В большинстве практически важных случаев достаточно знания модуля $\tilde{g}(\omega_x, \omega_y)$, так как априорная информация о характере аппаратной функции почти всегда имеется в распоряжении экспериментатора.

В заключение отметим, что наличие шума зерна фотоэмульсии, естественно, налагает принципиальные ограничения на возможности восстановления изображений, однако, на наш взгляд, неудачи по повышению пространственного разрешения реальных изображений обусловлены в основном нелинейным характером кодирования оптической информации фотографическим материалом. Требования к разрешению и линейности регистрации при получении реальных снимков обычно вступают в противоречие со стремлением получить максимальную чувствительность фотоэмульсии. По-видимому, следует признать, что в настоящее время экономически более выгодно планировать эксперимент так, чтобы полученное изображение не нуждалось в апостериорной обработке для улучшения его пространственного разрешения. Если же получение высокого разрешения в силу ряда объективных причин невозможно, успех апостериорной обработки в том, насколько точно выполнены основные требования к процессу регистрации исходной информации.

Список литературы: 1. *Когерентно-оптический* вычислитель Харьковского университета/В. Н. Дудинов, В. С. Цветкова, В. А. Кришталь и др.—Вестн. Харьк. ун-та, № 160. Физика Луны и планет. Фундаментальная астрометрия, 1977, с. 65—76. 2. *Применение когерентно-оптических методов для обработки астрономических изображений*/В. Н. Дудинов, В. С. Цветкова, В. А. Кришталь и др. — Вестн. Харьк. ун-та, № 160. Физика Луны и планет. Фундаментальная астрометрия, 1977, с. 76—86.

Поступила в редколлегию 05.08.80.

УДК 520.82

В. А. ПЕТРОВ, канд. физ.-мат. наук

О ВОССТАНОВЛЕНИИ ФУНКЦИИ ПО МОДУЛЮ ПРЕОБРАЗОВАНИЯ ФУРЬЕ

В ряде прикладных задач физики и астрономии требуется по измеренному квадрату модуля преобразования Фурье некоторого сигнала найти этот сигнал. Подобная задача применительно к оптическим сигналам обсуждалась в работе [1]. Высказываются различные, иногда противоречивые точки зрения на решение этой задачи. Имеют место неточные формулировки условий и ограничений, при которых возможна реализация предлагаемых путей синтеза функций по модулю спектра.

В настоящем сообщении приводится ряд результатов теоретического и экспериментального исследований условий, когда функция может быть восстановлена по заданному модулю пре-

образования Фурье с применением линейных интегральных преобразований. Рассматриваются одномерные действительные функции.

Условия однозначного восстановления. Пусть $f(x)$ — функция из класса L^2 , которая представима преобразованием Фурье $\tilde{f}(\omega)$, и $f(x)=0$ при $x<0$ (1). Тогда, как показано в работе [2], $\tilde{f}(\omega)$ может быть записано в виде $\tilde{f}(\omega)=g_1(\omega)+jg_2(\omega)$ (2), где $g_1(\omega)$, $g_2(\omega)$ — сопряженные по Гильберту функции из класса L^2 , $\tilde{f}(\omega)$ является пределом при $\eta \rightarrow 0$ аналитической функции $\tilde{f}(\omega+j\eta)$, причем

$$\int_{-\infty}^{\infty} |\tilde{f}(\omega+j\eta)|^2 d\omega < K.$$

Установим условия, при которых аргумент комплексного спектра $\tilde{f}(\omega)$ может быть вычислен по заданному модулю $|\tilde{f}(\omega)|$.

Используя функцию $F(\omega) = \text{Ln} \tilde{f}(\omega) = \ln |\tilde{f}(\omega)| + j \arg \tilde{f}(\omega)$, приходим к форме, аналогичной (2), но $F(\omega)$ выражается через модуль и аргумент комплексного спектра.

Анализ аналитических продолжений $\tilde{f}(\omega+j\eta)$ и $F(\omega+j\eta)$ функций $\tilde{f}(\omega)$ и $F(\omega)$ на комплексную плоскость в области $0 \leq \eta < y$, $|\omega| \leq \Omega$ показывает, что между этими функциями существует однозначное соответствие, если $|\tilde{f}(\omega)| \neq 0$ (3). При этом $-\pi/2 < \arg \tilde{f}(\omega) < \pi/2$ (4).

Условия (3), (4) соответствуют однозначной ветви аналитической функции $F(\omega+j\eta)$. $\tilde{f}(\omega+j\eta)$ по условию регулярна в указанной области. Интеграл Коши в этой области по контуру, включающему отрезок оси ω на интервале $(-\Omega, \Omega)$, при $\eta \rightarrow 0$ позволяет установить связь между $\ln |\tilde{f}(\omega)|$ и $\arg \tilde{f}(\omega)$.

В том случае, когда условия (3), (4) выполнены на всей оси ω , связь $\ln |\tilde{f}(\omega)|$ и $\arg \tilde{f}(\omega)$ выражается парой преобразований Гильберта [2]

$$\arg \tilde{f}(\omega) = -\frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\ln |\tilde{f}(\xi)|}{\xi - \omega} d\xi \quad (5); \quad \ln |\tilde{f}(\omega)| = \frac{1}{\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{\arg \tilde{f}(\xi)}{\xi - \omega} d\xi. \quad (6)$$

Интегралы в (5), (6) понимаются в смысле главного значения при $\xi = \omega$ и как предел интеграла при $|\Omega| \rightarrow \infty$. Аналогичные соотношения связывают действительную и мнимую части $\tilde{f}(\omega)$.

Таким образом, если интегралы в (5), (6) существуют, то выражение (5) может быть использовано для вычисления ар-

гумента комплексного спектра. Функция $f(x)$, найденная по $\tilde{f}(\omega)$ обратным преобразованием Фурье, в силу (1), (2), оказывается «односторонней», т. е. $f(x) = 0$ при $x < 0$ (7).

Условия существования интегралов (5), (6) совместно с (3), (7) определяют некоторые характерные свойства функций, однозначно представимых модулем преобразования Фурье. Если

модуль спектра $|\tilde{f}(\omega)|$ отличен от нуля на бесконечном интервале частот, то $|f(x)|$ обращается в бесконечность при $x = 0$. Линейная составляющая фазового спектра, определенная как $\varphi_0 = \omega x_0$, должна быть равна нулю, т. е. первое (в направлении роста x) отличное от нуля значение восстановленной функции $f(x)$ находится при $x = x_0 = 0$.

При ограничении спектра конечными частотами $\pm\Omega$ значения вычисленной функции $f(x)$ конечны всюду, а поведение $f(x)$ вблизи $x = 0$ определяется импульсной реакцией фильтрующего «окна», найденной также в классе односторонних функций.

В силу нечетности преобразований Гильберта, Фурье и условия (7), для однозначного восстановления функций по модулю спектра с использованием (5) и последующих очевидных преобразований необходимо определить начало и направление отсчета переменных x , ω независимо от способа реализации алгоритма восстановления.

Таким образом, решение задачи точного восстановления функций по модулю их преобразования Фурье может быть получено путем вычисления фазового спектра с помощью (5) в том случае, если выполнены указанные выше достаточно жесткие условия. Для восстановления функций с точностью до сдвига по оси x и направления отсчета x достаточно выполнить условие (3), которое удовлетворяется при определенной структуре восстанавливаемых функций.

Модифицированные функции. Во многих практических задачах синтеза функций по модулю преобразования Фурье исходные данные не удовлетворяют условиям (3), (4). Применять

описанный путь синтеза комплексного спектра $\tilde{f}(\omega)$ и затем функции $f(x)$ можно, если на этапе подготовки исходных данных видоизменить (модифицировать) исследуемые функции таким образом, чтобы их преобразование Фурье было отлично от нуля в заданном интервале частот.

По существу, модификация сводится к построению новой функции по определенным правилам, позволяющим после выполнения всех преобразований вернуться к исходной функции. В зависимости от характера и свойств интересующих нас сигналов и описывающих их функций, можно воспользоваться различными правилами модификации функций или видоизменять

их спектр так, чтобы полученный при этом модифицированный спектр не содержал нулей.

Один из путей модификации состоит в суммировании исходной функции $f_1(x)$ с некоторой вспомогательной функцией $\psi(x)$, выбранной так, что суммарная функция $f_m(x) = f_1(x) + \psi(x)$ является односторонней и ее преобразование Фурье $\tilde{f}_m(\omega)$ не содержит нулей. В качестве $\psi(x)$ можно использовать одностороннюю функцию, модуль спектра которой удовлетворяет соотношениям

$$|\tilde{\psi}(\omega)| \neq 0; \quad |\tilde{\psi}(\omega)| > |\tilde{f}_1(\omega)|.$$

В частном случае, когда $|\tilde{\psi}(\omega)| = M$ и $|\tilde{f}_1(\omega)| < M$ при всех ω в интервале $(-\infty, \infty)$, модифицированная функция имеет вид $f_m(x) = M\delta(0-x) + f_1(x)$ при $x \geq 0$; $f_m(x) = 0$ при $x < 0$. Здесь модификация состоит в суммировании исходной функции с дельта-функцией в начале координат.

Если последнее правило модификации дополнить требованием, чтобы $f_1(x)$ была ограничена на интервале (x_1, x_2) и равнялась нулю вне этого интервала, а также чтобы выполнялись неравенства $|x_2 - x_1| \leq |x_1|$; $|x_2| > |x_1|$, то получаем неискажающую голограмму Фурье с опорным источником [1, 3].

Приемы получения голограмм Фурье с опорным пучком отличаются от правил модификации функций или спектров лишь дополнительными требованиями, касающимися вида опорного источника, его положения относительно объекта и характера самого объекта. Поэтому голограмму Фурье, полученную обычным способом, можно рассматривать как квадрат модифицированного спектра, и для нахождения исходного сигнала можно применить описанный путь восстановления функций. При этом точно восстанавливается модифицированная функция, соответствующая сумме исходного сигнала и опорного источника, в отличие от автосвертки суммарной функции — при обычных правилах восстановления голограмм Фурье.

Другой возможный путь модификации заключается в весовой обработке исходной функции $f_1(x)$, если $f_1(x)$ принимает отличное от нуля значение по крайней мере на одной из границ интервала $[a, b]$, ограничена внутри и равна нулю вне этого интервала. Тогда можно найти такую функцию $P(x)$, что произведение $f_1(x)P(x) = f_m(x)$ соответствует структуре модифицированных функций.

Если исходная функция $f_1(x)$ интегрируема на интервале (a, ∞) и равна нулю вне этого интервала, то модифицированная функция может иметь следующую структуру:

$$\begin{aligned} |f_m(x)| &= O\{e^{-a(x-a)}\} \text{ при } x > a; \\ |f_m(x)| &= c \text{ при } x = a; \\ f_m(x) &= 0 \text{ при } x < a, \end{aligned}$$

где $a \geq 1$, $a \geq 0$, c — конечное положительное число.

(8)

При выбранном направлении отсчета переменной x модифицированная функция восстанавливается точно, если $a=0$, и с точностью до сдвига по оси x , если $a \neq 0$.

В некоторых случаях, например, при обработке сигналов, являющихся функциями времени, точное положение финитной функции $f_1(x)$ на оси x может быть неизвестно. Здесь можно использовать экспоненциальную весовую функцию с требуемой скоростью убывания, заданную на интервале, включающем все возможные положения $f_1(x)$ на оси x . Полученная при этом модифицированная функция описывает исходную с точностью до случайного множителя, обусловленного неопределенностью переменной x в каждом отдельном опыте.

Практическую применимость модификации весовой обработкой следует оценить в каждом конкретном случае с учетом ошибок, возникающих при вычислении исходной функции по приближенно восстановленной модифицированной и связанных с делением ее на весовую функцию.

Иногда модификация исходных данных оказывается вообще излишней. Сигналами, не нуждающимися в модификации для восстановления по модулю спектра, являются, например, изображения двойных звезд неодинаковой интенсивности. В этом смысле модуль (или квадрат модуля) спектра изображения двойной звезды по информативности не отличается от обычной голограммы Фурье и полностью соответствует структуре модифицированных спектров.

Моделирование. Восстановление одномерных функций по модулю преобразования Фурье моделировалось на ЭВМ серии ЕС. Целью моделирования являлось выяснение практических возможностей восстановления при использовании обычных вычислительных средств и эффективности используемых алгоритмов. Исследовались различные правила модификации функций, заданных таблицами числовых значений. Исходная функция задавалась дискретными равноотстоящими 2^k отсчетами (k — целое положительное число). Дискретное преобразование Фурье исходных числовых последовательностей дает равноотстоящие отсчеты спектра исследуемых функций, и в силу того, что по этим отсчетам спектр может быть интерполирован единственным образом в классе аналитических функций [4], преобразования числовых последовательностей можно рассматривать как соответствующие преобразования спектра.

Для того чтобы функция в дискретном представлении полностью описывалась модулем преобразования Фурье, достаточно чтобы первый отсчет функции $f_m(x)$, соответствующий $x=0$, по модулю был больше суммы модулей всех последующих отсчетов, т. е.

$$|Y_1| > \sum_{l=2}^N |Y_l|, \quad (9)$$

где $N=2^h$ — размерность числового массива; Y_i — равноотстоящие дискретные отсчеты функции.

При этих условиях преобразование Фурье исходной функции не содержит нулей, независимо от характера этой функции, если она полностью описана конечными числовыми значениями в отсчетных точках. Однако во многих случаях требование (9) оказывается излишне жестким, а его точное выполнение увеличивает ошибки округления при вычислениях на ЭВМ.

Моделирование включает два основных этапа:

Модификацию произвольных исходных функций, заданных таблицей чисел, и вычисление модуля спектра модифицированных функций.

Восстановление модифицированных функций по полученному модулю спектра и вычисление исходной функции с учетом выбранного правила модификации.

Алгоритм восстановления включает следующие операции:

Вычисление логарифма модуля спектра.

Преобразование Гильберта.

Вычисление комплексного спектра.

Обратное преобразование Фурье.

В каждой последующей операции используется результат предыдущей.

Для выполнения преобразования Гильберта использовалось свойство (2) односторонних функций (1). Это позволило во

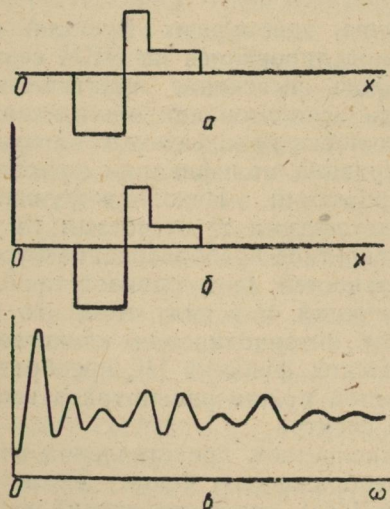


Рис. 1. Модификация функции суммированием с единичным отсчетом при $x=0$: а — исходная и восстановленная функции; б — модифицированная функция; в — модуль модифицированного спектра.

всех интегральных преобразованиях применить алгоритм быстрого преобразования Фурье. В силу существования интегралов (5), (6), существует преобразование Фурье функ-

ции $F(\omega) = \text{Ln} f(\omega)$. Так как логарифм модуля — четная действительная функция, его преобразование Фурье может быть приведено к форме односторонней функции. После обратного преобразования Фурье в комплексном экспоненциальном базисе получается комплексная функция, действительная часть которой содержит логарифм модуля, а мнимая — сопряженную по Гильберту функцию, т. е. искомый аргумент спектра.

Во всех вычислительных операциях использовали числа длиной не более 4 байт. Функ-

ции описывали числовыми последовательностями из 512 или 128 чисел.

Результаты моделирования показаны на рис. 1—5. Сравнение результатов восстановления с исходными функциями показывает, что ошибки восстановления существенно зависят от

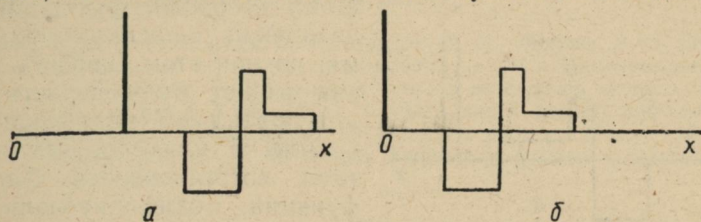


Рис. 2. Восстановление модифицированной функции с точностью до сдвига по оси x : a — модифицированная функция; b — восстановленная функция

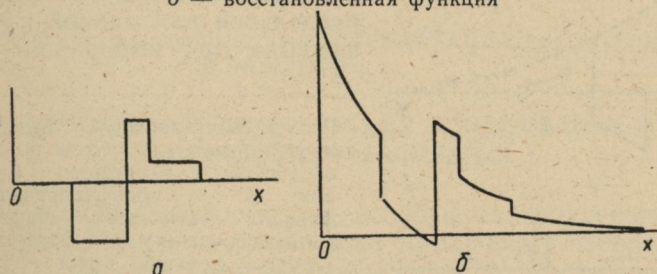


Рис. 3. Модификация функции суммированием с экспонентой: a — исходная и восстановленная функции; b — модифицированная функция.

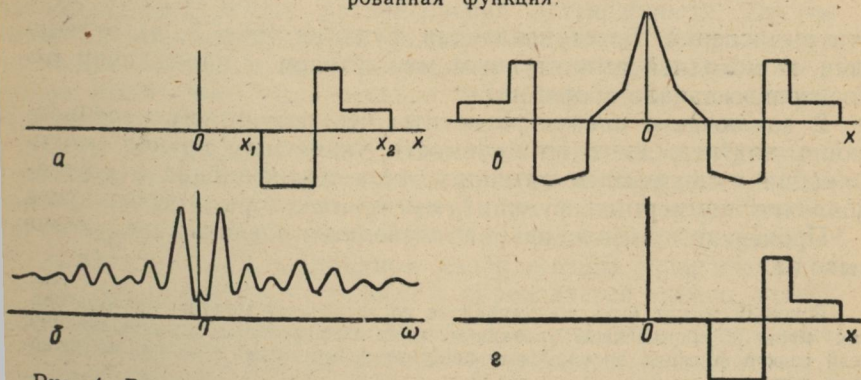
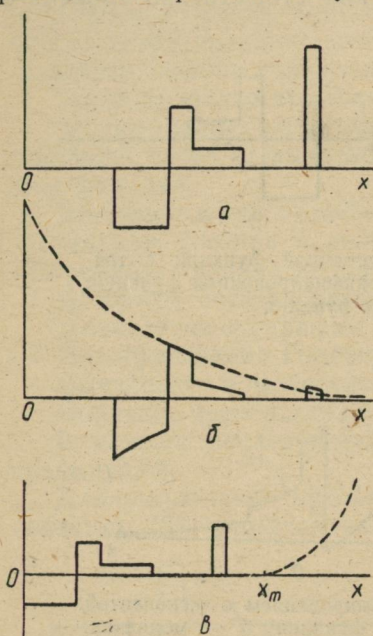


Рис. 4. Восстановление голограммы Фурье при $|x_2 - x_1| > |x_1|$: a — модифицированная функция; b — голограмма; c — автовертка модифицированной функции; d — восстановленная модифицированная функция.

конкретного правила модификации и обусловлены приближенным характером вычислений на ЭВМ. Расхождение числовых значений исходной и восстановленной последовательностей в отдельных отсчетах иногда наблюдается уже в третьем зна-

ке. В большинстве случаев расхождения наблюдаются в шестом-седьмом знаках. При использовании экспоненциальных весовых функций существенна скорость убывания экспоненты, которая для исходных функций разной структуры может быть различной. Практически удобнее работать с медленно убываю-



щими весовыми функциями или числовыми последовательностями, но при этом скорость убывания может быть недостаточной для правильной модификации.

Рис. 5 иллюстрирует результаты восстановления финитной функции, модифицированной путем экспоненциальной весовой обработки. Скорость убывания экспоненты является практически предельной для данной исходной функции при выбранной точно-

Рис. 5. Восстановление функции, модифицированной путем весовой обработки: а — исходная функция; б — модифицированная функция (пунктиром показана весовая функция); в — восстановленная функция, при $x > x_m$ (пунктиром показаны ошибки восстановления, связанные с делением на весовую функцию)

сти вычислений. Восстановленная функция (рис. 5, в) отличается от исходной амплитудным множителем и положением относительно начала координат.

В заключение следует отметить, что результаты моделирования подтверждают применимость указанных правил модификации к двумерным сигналам, хотя модификация и восстановление двумерных функций имеют некоторые особенности.

Проведенные исследования позволяют сделать следующие выводы.

Функция может быть восстановлена по заданному модулю преобразования Фурье с применением указанных выше интегральных преобразований, если спектр функции не содержит действительных нулей в заданном интервале частот.

Функции, описывающие реальные физические процессы, в большинстве случаев могут быть модифицированы так, чтобы модифицированная функция полностью описывалась модулем ее преобразования Фурье. Число конкретных правил модификации не ограничено.

Удобными правилами модификации являются весовая обработка исходной функции и суммирование точно известной вспомогательной функции с исходной. Этим правилам модификации функций соответствуют эквивалентные преобразования спектров: свертка спектров исходной и весовой

функций и суммирование преобразований Фурье исходной и вспомогательной функций.

Для однозначного восстановления модифицированной функции требуется определить начало и направление отсчета независимых переменных исходной функции и ее преобразования Фурье.

Точность восстановления функции по модулю ее спектра, заданного числовой последовательностью, ограничивается точностью исходных данных и приближенным характером вычислений на ЭЦВМ.

Список литературы: 1. Аблеков В. К., Зубков П. И., Фролов А. В. Оптическая и оптоэлектронная обработка информации. — М.: Машиностроение, 1976. — 256 с. 2. Титчмарш Е. Введение в теорию интегралов Фурье. — М.—Л.: ГИТТЛ, 1948. — 479 с. 3. Юу Ф, Т. С. Введение в теорию дифракции, обработку информации и голографию. — М.: Сов. радио, 1979. — 304 с. 4. Хургин Я. И., Яковлев В. П. Фinitные функции в физике и технике. — М.: Наука, 1971. — 408 с.

Поступила в редколлегию 20.12.79.

УДК 520.872

В. Н. ДУДИНОВ, канд. физ.-мат. наук, В. С. ЦВЕТКОВА, канд. физ.-мат. наук,
В. Н. ЕРОХИН

СТРУКТУРА АСТРОНОМИЧЕСКИХ ИЗОБРАЖЕНИЙ. СПЕКЛ-ИНТЕРФЕРОМЕТРИЯ

Метод спекл-интерферометрии основан на сравнении энергии пространственных частот спектра мгновенного изображения источника с энергией спектра изображения точки, полученного при тех же атмосферных условиях. Такое сравнение позволит непосредственно из эксперимента найти значение квадрата преобразования Фурье распределения интенсивности для источников конечных угловых размеров на всех частотах, ограниченных дифракционным разрешением телескопа. Эта информация может быть использована при решении задачи получения дифракционно-ограниченного изображения источника.

Спекл-интерферометрия требует регистрации изображений в достаточно узком спектральном диапазоне за время, не превышающее 0,02 с, и поэтому применима лишь к сравнительно ярким объектам. Количество фотонов на элемент разрешения (отдельное пятно в мгновенном изображении) практически не зависит от диаметра телескопа и определяется только качеством изображения. Так, при $\Delta\lambda = 50 \text{ \AA}$ и диаметре пятна видения $3''$ от звезды 10^m на элемент разрешения приходит всего лишь один фотон за время 0,01 с.

Для построения оптимального варианта спекл-интерферометра, наилучшим образом использующего приходящую энергию при заданном пространственном разрешении, необходимо рассмотреть процесс формирования изображения в турбулентной среде и дать подробный анализ структуры мгновенного

изображения. В статье обобщен опыт спекл-интерферометра на 6-метровом телескопе БТА и телескопах малого диаметра.

Формирование изображения в турбулентной среде. Вблизи оптической оси телескопа связь между распределением поля $E(x, y)$ в фокальной плоскости и полем $E(\xi, \eta)$ на входном зрачке с точностью до фазового множителя $e^{i\psi(x, y)}$ определяется его местоположением зрачка, описывается преобразованием Фурье:

$$E(x, y) = A e^{i\psi(x, y)} \iint_G E(\xi, \eta) e^{-i \frac{2\pi}{\lambda F} (x\xi + y\eta)} d\xi d\eta,$$

где ξ, η и x, y — координаты, отсчитанные от оптической оси в плоскости входного зрачка и фокальной плоскости соответственно, G — область, занятая входным зрачком, λ — длина волны, F — фокусное расстояние.

Плоская монохроматическая волна от бесконечно удаленного точечного источника при прохождении через турбулентную среду оказывается промодулированной по амплитуде и фазе, то есть домноженной на $A(\xi, \eta) e^{i\Phi(\xi, \eta)}$. Мгновенным изображением точечного источника будет квадрат преобразования Фурье от распределения поля:

$$g(x, y) = \left| \iint_G A(\xi, \eta) e^{i\Phi(\xi, \eta)} e^{-i \frac{2\pi}{\lambda F} (x\xi + y\eta)} d\xi d\eta \right|^2.$$

Область в фокальной плоскости телескопа, внутри которой изображение $F(x, y)$ связано с распределением интенсивности по источнику $f(x, y)$ уравнением свертки

$$F(x, y) = \iint_{-\infty}^{+\infty} f(x', y') g(x - x', y - y') dx' dy',$$

называют изопланатической. Внутри этой области ядро $g(x, y)$, представляющее собой изображение изолированной точки, не зависит от координат точки и полностью описывает искажения в распределении интенсивности по источнику. Оптика телескопа обычно обеспечивает размер изопланатической области $\sim 0,5^\circ$. Наличие перед телескопом турбулентной среды большой глубины существенно ограничивает область, внутри которой $g(x, y)$ не зависит от координат источника. Действительно, функцию $\Phi(\xi, \eta)$ в приближении геометрической оптики можно рассматривать как флуктуации фазы, накопленные вдоль соответствующих лучей при прохождении через всю атмосферу. Наличием амплитудной модуляции плоской волны при построении изображения источника можно пренебречь и рассматривать атмосферу как среду малой толщины, расположенную

на некотором эффективном расстоянии L от объектива. Очевидно, что мгновенное изображение точки не будет зависеть от координат в фокальной плоскости лишь в пределах угла поля зрения, существенно меньшего, чем d/L (отсутствует виньетирование). Изображения двух точечных источников, разделенных расстоянием d/L , оказываются полностью нескоррелированными. Для 70-сантиметрового телескопа нескоррелированность искажений в различных точках заметна уже при наблюдениях Юпитера и Сатурна. Это позволит оценить эффективное расстояние L из приближенного равенства $a \approx d/L$, где a — угловой размер объекта. Приняв $a \approx 30''$, получим $L \approx 4$ км.

Для 6-метрового телескопа полная неизопланатичность при том же значении L будет иметь место при углах порядка $\approx 300''$. Область, внутри которой должна наблюдаться практически полная корреляция, не превосходит самого размера изображения точки, то есть размера, внутри которого близкорасположенные изображения точечных источников неразличимы.

Мгновенное изображение точечного источника не зависит от среднего на апертуре значения фазы $\Phi(\xi, \eta)$ и от среднего наклона волнового фронта. Если обозначить среднее на апертуре значение первых производных

$$\frac{\partial \Phi(\xi, \eta)}{\partial \xi} = a_x, \quad \frac{\partial \Phi(\xi, \eta)}{\partial \eta} = a_y, \quad (4)$$

определяемых из условия $\iint_G [\Phi(\xi, \eta) - a_x \xi - a_y \eta]^2 d\xi d\eta = \min$,

мгновенное изображение точечного монохроматического ис-

$$\begin{aligned} \text{точника } g\left(x + \frac{\lambda F}{2\pi} a_x, y + \frac{\lambda F}{2\pi} a_y\right) = \\ = \iint_G f(\xi, \eta) e^{-i \frac{2\pi}{\lambda F} \left[\left(x + \frac{\lambda F}{2\pi} a_x\right) \xi + \left(y + \frac{\lambda F}{2\pi} a_y\right) \eta \right]} d\xi d\eta, \end{aligned} \quad (5)$$

где $f(\xi, \eta) = A(\xi, \eta) e^{i\varphi(\xi, \eta)}$, а $\varphi(\xi, \eta)$ — функция с нулевым средним значением, описывающая флуктуацию фазы относительно среднего на апертуре фазового наклона. Величины a_x, a_y являются случайными для каждого мгновенного изображения и характеризуют смещение изображения как целого. Заметим, что для достаточно узкого интервала длин волн, когда можно пренебречь атмосферной дисперсией, смещение изображения не зависит от длины волны, поскольку фазовый наклон a_x, a_y пропорционален $\frac{1}{\lambda}$.

Некоторые характерные особенности функции $g(x, y)$ можно установить, не прибегая к анализу статистических свойств или конкретного вида функции $f(\xi, \eta)$. Можно показать [1], что независимо от вида функции $f(\xi, \eta)$, заданной внутри области G , квадрат ее преобразования Фурье содержит постоянную со-

ставляющую и быстро флуктуирующую функцию, дисперсия которой порядка постоянной составляющей. Область скоррелированных значений квадрата спектра равна расстоянию между независимыми точками отсчета $\frac{\lambda}{d}F$, где d — диаметр телескопа.

Поскольку аберрации оптической системы можно рассматривать как дополнительную фазовую модуляцию плоской волны, мгновенные изображения монохроматического точечного источника всегда имеют пятнистую структуру с размером пятен порядка дифракционного разрешения объектива и абсолютным контрастом. Соотношение энергий различных пятен и полный размер изображения, естественно, определяется конкретным видом функции $f(\xi, \eta)$ и, как будет показано ниже, существенно зависит от глубины фазовой модуляции.

При длительной экспозиции изображение точечного источника можно рассматривать как среднее по реализациям мгновенных изображений. Поскольку каждая из реализаций представляет собой квадрат преобразования Фурье мгновенного распределения поля на входном зрачке, изображение точки, полученное при длительной экспозиции, является преобразованием Фурье функции автокорреляции поля на зрачке.

При рассмотрении статистических характеристик атмосферы трудно определить, какие изменения следует считать изменениями среднего значения, а какие нужно рассматривать как медленные флуктуации. Поэтому при анализе пространственной структуры турбулентных неоднородностей атмосферы применяется метод структурных функций. На разность значений

поля $f(\vec{r})$ в двух точках $\vec{r}_1$ и $\vec{r}_2$ оказывают влияние лишь те неоднородности, размер которых меньше $\vec{r}_1 - \vec{r}_2$. Если это расстояние не очень велико, структурная функция $D_f(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = \langle |f(\vec{r}_1) - f(\vec{r}_2)|^2 \rangle$ (6) зависит лишь от $\vec{r}_1 - \vec{r}_2$, в то время как функция автокорреляции, значение которой определяется неоднородностями всех масштабов, может зависеть от каждого из аргументов в отдельности. Обычно при анализе изображения точечного источника считают поле в плоскости входного зрачка локально однородным и изотропным, т. е. $D_f(\vec{r}_1, \vec{r}_2) = D_f(\vec{r}_1 - \vec{r}_2) = D(\rho)$.

Если функция $f(\vec{r})$ является стационарной случайной функцией, связь между структурной функцией и функцией автокорреляции $B_f(\rho)$ определяется соотношением $B_f(\rho) = \frac{1}{2} D_f(\infty) - \frac{1}{2} D_f(\rho)$ (7).

Для локально однородной турбулентной атмосферы при выполнении закона Колмогорова—Обухова обычно [2] пренебрегают амплитудной модуляцией световой волны и пользуются

следующей аппроксимацией: $D_{\varphi}(\rho) = 6,88 \left(\frac{\rho}{R_0} \right)^{5/3}$ (8).

При этом изображение точечного источника, полученное при длительной экспозиции, является преобразованием Фурье функции $e^{-3,44 (\rho/R_0)^{5/3}}$ величина R_0 (параметр Фрида) определяет расстояние, на котором флуктуации оптической разности хода приблизительно равны длине волны. Параметру R_0 приписывают ряд важных свойств. В круге радиуса R_0 средний квадрат искажений волнового фронта почти в точности равен одному радиану. Средний размер изображения точки, полученного через турбулентную среду с любым диаметром объектива, не может быть меньше размера изображения точки, полученного телескопом с диаметром R_0 в отсутствие атмосферы. Размер изображения точки d , внутри которого содержится 68% энергии, определяется из условия $R_0 = 1,35 \frac{\lambda}{d}$. При идеальном

отслеживании дрожаний полный размер усредненного изображения точки не может оказаться меньше дифракционного разрешения телескопа с диаметром $3,4 R_0$. Среднее разрешение изображения, определяемое величиной

$$R = \iint_{-\infty}^{+\infty} \langle \tilde{g}(\omega_x, \omega_y) \rangle d\omega_x, d\omega_y, \quad (9)$$

при нормировке $g(0,0) = 1$ оказывается наилучшим, если диаметр апертуры равен $3,8 R_0$, при этом разрешение совпадает с разрешением дифракционно-ограниченного объектива с диаметром $1,87 R_0$. Здесь и везде в дальнейшем волна над буквой обозначает преобразование Фурье соответствующей величины.

Статистические свойства реальной атмосферы могут существенно отличаться от закона Колмогорова—Обухова. Более удобным при описании характеристик атмосферы является упрощенное представление, согласно которому функция автокорреляции поля плоской волны, прошедшей через атмосферу, считается приближенно гауссовой. Поскольку на пути распространения луча встречается большое количество неоднородностей, флуктуации фазы можно считать распределенными по нормальному закону, что является следствием центральной предельной теоремы. Функцию корреляции фазы в соседних точках также можно считать убывающей по нормальному закону. При этом структурная функция фазы $D_{\varphi}(\rho) \sim \rho^2$ близка к закону $D_{\varphi}(\rho) \sim \rho^{5/3}$.

Корреляционная функция поля на входном зрачке телескопа — плавно меняющаяся функция координат и ее преобразо-

вание Фурье (изображение точки при длительной экспозиции) также является гладкой функцией в отличие от мгновенного изображения, содержащего пятенную структуру, пространственный спектр которой простирается вплоть до граничной частоты. Характерный размер изображения точки можно определить как второй момент распределения интенсивности в изображении точечного источника

$$\sigma = \sqrt{\sigma_x^2 + \sigma_y^2}, \text{ где } \sigma_x = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} dy \int_{-\infty}^{+\infty} g(x, y) x^2 dx}{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} g(x, y) dx dy};$$

$$\sigma_y = \frac{\int_{-\infty}^{+\infty} dx \int_{-\infty}^{+\infty} y^2 g(x, y) dy}{\int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} g(x, y) dx dy}, \quad (10)$$

который в случае нормального распределения совпадает с дисперсией. Формально величина σ может быть использована при описании качества изображения в произвольном случае. Она входит в качестве параметра в уравнение $F(x, y) = f(x, y) +$

$$+ \frac{\sigma^2}{2} \nabla^2 f(x, y) \quad (11), \text{ которое является приближенным реше-}$$

нием уравнения (3). Величина $\Sigma = \frac{\lambda}{2\pi\sigma} \cdot F$, как и R_0 , характеризует размер области скоррелированных значений флуктуации фазы.

Структура мгновенного изображения. Размер турбулентного изображения звезды ($\sigma \approx 2''$) дает оценку минимального размера неоднородностей показателя преломления атмосферы порядка $10^5 \lambda$. Большой размер неоднородностей позволяет при анализе возмущений, вносимых атмосферой в неискаженный фронт волны, пользоваться приближением геометрической оптики, пренебрегая дифракционными эффектами, которые из-за большой глубины земной атмосферы L могут оказаться заметными для размеров неоднородностей $l < \sqrt{\lambda L}$. Как отмечалось, в этом приближении результирующее распределение фаз в плоскости апертуры может быть найдено интегрированием вдоль соответствующих лучей по всей глубине атмосферы и размеры скоррелированных областей фазы будут соответствовать размерам скоррелированных областей флуктуаций показателя преломления.

При анализе изображения источника существенными являются только фазовые флуктуации волны, прошедшей через турбулентную атмосферу, наличием амплитудных флуктуаций можно пренебречь.

Поскольку амплитудные флуктуации не скоррелированы с фазовыми, рассмотрим отдельно их влияние на характер изображения. Предположим, что амплитуда $A(\xi, \eta) \geq 0$ может быть представлена в виде: $A(\xi, \eta) = 1 + f(\xi, \eta)$ (12), где $f(\xi, \eta)$ — знакопеременная функция со средним на апертуре значением, равным нулю, причем $|f(\xi, \eta)| \leq 1$. Это обозначает, что флуктуации показателя преломления атмосферы не могут сфокусировать на малую площадь апертуры телескопа волну с амплитудой, существенно превосходящей среднее на апертуре значение (отсутствие случайных фокусов и каустик).

Поле в фокальной плоскости телескопа при достаточно большой апертуре совпадает с преобразованием Фурье $f(\xi, \eta)$ везде за исключением малого интервала вблизи $x=0, y=0$, где поле в основном определяется дифракцией на равномерно освещенной апертуре телескопа:

$$D(x, y) = \iint_G e^{-i \frac{2\pi}{\lambda F} (x\xi + y\eta)} d\xi d\eta. \quad (13)$$

Интенсивность света, создаваемая точечным монохроматическим источником, имеет вид: $g(x, y) = D^2(x, y) + |\tilde{f}(x, y)|^2 + 2\operatorname{Re} \tilde{f}(x, y) D(x, y)$ (14), где $D^2(x, y)$ — дифракционное изображение точки. Поскольку $|f(\xi, \eta)| \leq 1$, значение функции $\tilde{f}(x, y)$ ни в одной точке не может превзойти $D(0, 0)$. Так как

$$\iint_G |f(\xi, \eta)|^2 d\xi d\eta = \iint_{-\infty}^{+\infty} |\tilde{f}(x, y)|^2 dx dy, \quad (15)$$

то

$$\iint_G |\tilde{f}(x, y)|^2 dx dy < \iint_{-\infty}^{+\infty} |D(x, y)|^2 dx dy. \quad (16)$$

Таким образом, при чисто амплитудной модуляции плоской волны изображение точки $g(x, y)$ состоит из отдельных пятен, причем, согласно (16), не менее половины всей энергии приходится на долю центрального максимума. В связи с тем, что эта энергия сосредоточена на площади $\pi \left(\frac{\lambda F}{d} \right)^2$, где d — диаметр объектива, плотностью энергии в остальных пятнах можно пренебречь. Именно по этой причине при анализе структуры изображения, полученного через турбулентную среду, обычно пренебрегают амплитудной модуляцией.

При малой глубине фазовой модуляции, когда имеет место приближенное соотношение $e^{i\varphi(\xi, \eta)} = 1 + i\varphi(\xi, \eta)$, изображение точечного источника имеет вид, аналогичный (14):

$$g(x, y) = D^2(x, y) + |\varphi(x, y)|^2 - 2\operatorname{Im} \varphi(x, y) D(x, y) \quad (17).$$

В отличие от амплитудной модуляции, когда функция $g(x, y)$ определяется энергетическим спектром модулирующей функции и полный размер изображения (область, где $g(x, y)$ отлична от нуля) не зависит от глубины модуляции, увеличение глубины фазовой модуляции приводит к существенному перераспределению энергии между пятнами, увеличивая полный размер изображения.

Фазовая модуляция является нелинейной, в результате чего спектр модулированного по фазе сигнала оказывается значительно шире спектра модулирующей функции. Это легко показать.

Пусть $\varphi(\xi) = a \sin \Omega \xi$. Спектр функции $\varphi(\xi)$ состоит из двух δ -функций на частотах $\omega = \Omega$ и $\omega = -\Omega$. Найдем преобразование Фурье функции $e^{i a \sin \Omega \xi}$. Эта функция, очевидно, является периодической с периодом $2\pi/\Omega$ и может быть представлена рядом Фурье:

$$e^{i a \sin \Omega \xi} = \sum_{n=-\infty}^{+\infty} c_n e^{i n \Omega \xi}, \quad (18)$$

Коэффициенты Фурье

$$c_n = \frac{\Omega}{2\pi} \int_{-\pi}^{\pi} e^{i n \Omega \xi + i a \sin \Omega \xi} d\xi \quad (19)$$

являются интегральным представлением функций Бесселя $I_n(a)$. Таким образом, спектр $e^{i a \sin \Omega \xi}$ оказывается отличным от нуля на частотах $0, \pm\Omega; \pm 2\Omega$ и т. д. Координаты максимумов в фокальной плоскости телескопа совпадают с точками, в которых оптическая разность хода равна $0, \lambda, 2\lambda$ и т. д. В теории спектральных приборов их обычно называют максимумами нулевого, первого и т. д. порядков интерференции.

Энергия спектральных составляющих $c_n^2 = I_n^2(a)$ определяется глубиной модуляции a . При некоторых значениях (например, при $a = 2,405$ или $a = 5,52$) энергия нулевого максимума может оказаться равной нулю. При глубине модуляции $a \approx \pi$ энергией на частоте 6Ω можно пренебречь, а энергии на более низких частотах, включая и нулевой максимум, оказываются сравнимыми. При большой глубине модуляции a коэффициенты c_n^2 можно считать равными нулю при $n > a + 1$.

В случае, когда

$$\varphi(\xi) = \sum_{k=1}^N a_k \sin \Omega_k \xi,$$

преобразование Фурье функции

$$e^{i \varphi(\xi)} = \prod_{k=1}^N e^{i a_k \sin \Omega_k \xi}$$

описывается N -кратной сверткой спектров вида (18) и содержит, кроме основных частот и гармоник модулирующей функции, комбинационные частоты вида $\pm n\Omega$, $\pm k\Omega_2$, $\pm l\Omega_3$..., где n , k и l — целые числа.

Таким образом, при глубокой фазовой модуляции основная доля энергии в изображении точечного источника сосредоточена в ограниченной области, размер которой существенно превосходит размер области, определяемой спектром модулирующей функции. Поскольку анализ структуры мгновенного изображения с помощью таких представлений не обладает достаточной степенью наглядности, воспользуемся некоторыми приближенными соотношениями.

Результирующее распределение фаз в плоскости апертуры связано с накопленными флуктуациями оптического пути в атмосфере $\Delta h(\xi, \eta)$ соотношением $\varphi(\xi, \eta) = 2\pi\Delta h(\xi, \eta)/\lambda$ (20).

Если, по аналогии с мгновенной частотой в радиотехнике, ввести локальные пространственные частоты

$$\omega_x = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{d\Delta h(\xi, \eta)}{d\xi}; \quad \omega_y = \frac{2\pi}{\lambda} \frac{d\Delta h(\xi, \eta)}{d\eta}, \quad (21)$$

получим оценку максимального размера спектра

$$|\omega_x|_{\max} = \frac{2\pi}{\lambda} \left| \frac{d\Delta h(\xi, \eta)}{d\xi} \right|_{\max} + 2\Delta\Omega_x; \quad (22)$$

$$|\omega_y|_{\max} = \frac{2\pi}{\lambda} \left| \frac{d\Delta h(\xi, \eta)}{d\eta} \right|_{\max} + 2\Delta\Omega_y.$$

Уравнение (22) обозначает, что каждая локальная частота является несущей спектра модулирующей функции, полоса частот ее $\Delta\Omega_x$, $\Delta\Omega_y$. Размер области (внутри которой $g(x, y)$ отлична от нуля) соответствует полной ширине спектра промодулированного сигнала и равен

$$|X| = \left| \frac{d\Delta h(\xi, \eta)}{d\xi} \right|_{\max} F + 2 \frac{\lambda}{l_0} F; \quad (23)$$

$$|Y| = \left| \frac{d\Delta h(\xi, \eta)}{d\eta} \right|_{\max} F + 2 \frac{\lambda}{l_0} F,$$

где l_0 — размер области скоррелированных значений флуктуаций показателя преломления атмосферы.

Согласно (22), (23) полный размер изображения монохроматического точечного источника определяется двумя параметрами: девиацией частоты и полосой частот модулирующей функции. Однако по виду монохроматической картинки разделить влияние этих параметров невозможно. Именно это обстоятельство является основанием для описания изображения точки, а соответственно, и турбулентных свойств атмосферы одним параметром, например, R_0 или σ .

Увеличение коэффициента преломления с уменьшением длины волны в визуальной области спектра не превышает 3%. Пренебрегая этим изменением, можно из (23) сделать заключение

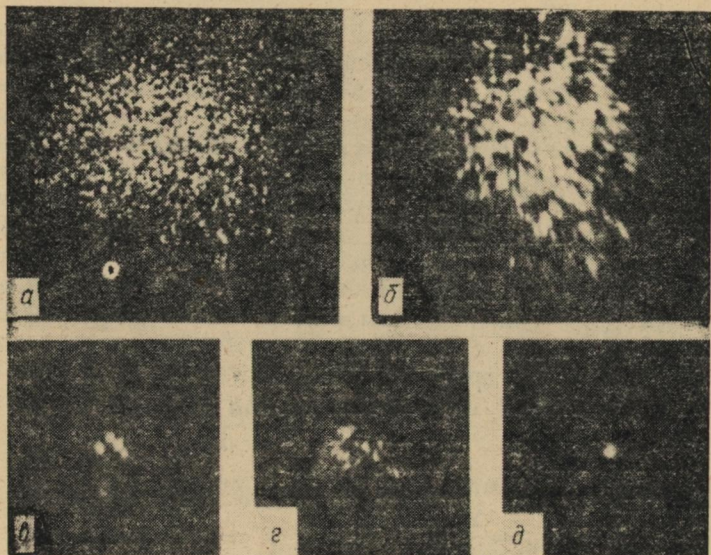


Рис. 1. Мгновенные изображения звезд, полученные на телескопах различных диаметров: *a* — монохроматическое изображение, результат модельного эксперимента (объект — двойная звезда); *б* — 6-метровый телескоп БТА САО АН СССР ($\lambda_{\text{eff}}=6200 \text{ \AA}$, $\Delta\lambda=600 \text{ \AA}$, экспозиция 0,01 с); *в* — 70-сантиметровый телескоп АЗТ-8 Астрономической обсерватории ХГУ ($\lambda_{\text{eff}}=6500 \text{ \AA}$, $\Delta\lambda=1000 \text{ \AA}$, экспозиция 0,02 с); *г* — 70-сантиметровый телескоп АЗТ-8 ($\lambda_{\text{eff}}=5200 \text{ \AA}$, $\Delta\lambda=800 \text{ \AA}$, экспозиция 0,02 с); *д* — 50-сантиметровый телескоп МТМ-500 КрАО АН СССР ($\lambda_{\text{eff}}=5500 \text{ \AA}$, $\Delta\lambda=1000 \text{ \AA}$, экспозиция 0,03 с). Изображение получено В. В. Прокофьевой с помощью телевизионной регистрирующей аппаратуры

об увеличении размера изображения с ростом λ , что противоречит имеющимся экспериментальным данным, согласно которым размер изображения при длительной экспозиции пропорци-

онален величине среднеквадратичной флуктуации фазы $\sqrt{\frac{\Delta n}{\lambda}}$.

Наблюдаемое в синих лучах некоторое увеличение характерного размера изображения является следствием увеличения глубины фазовой модуляции, что приводит к существенному перераспределению энергии в пользу периферической области изображения, т. е. к изменению соотношения между девиацией и полосой частот модулирующей функции. Например, если при определении размера изображения в красных лучах мы пренеб-

регаем энергией, соответствующей $3\Omega_{\text{max}}$ модулирующей функции, то в синих существенной окажется энергия на частотах $7\Omega_{\text{max}}$.

Приведенные выше рассуждения дают возможность проанализировать процесс формирования мгновенных изображений на телескопах с различным диаметром, оценить влияние конечного спектрального интервала на результат спекл-интерферометрических измерений и сформулировать ряд особенностей получения и обработки пятенных изображений.

Обсуждение результатов. На рис. 1, а приведено изображение идеально монохроматического точечного источника, полученное при моделировании спекл-интерферометрии в лабораторных условиях. На рис. 1, б, в, г, д приведены изображения точечных источников на телескопах БТА (6 м, САО АН СССР), АЗТ-8 (70 см, АО ХГУ), МТМ-500 (50 см, КрАО АН СССР).

Отсутствие в мгновенном изображении, полученном на 6-метровом телескопе, отдельного пятна с энергией, существенно превосходящей энергию остальных пятен, говорит о наличии глубокой фазовой модуляции. Некоторое увеличение характерного размера изображения в синей области спектра обозначает, что влияние второго слагаемого в (23) на размер изображения пренебрежимо мало, то есть, типичным является случай, когда область частот модулирующей функции в несколько раз меньше области частот, соответствующей изображению точечного источника. Таким образом, качество изображения определяется в основном неоднородностями показателя преломления, минимальный размер которых l_0 гораздо больше $F\lambda/r_t$, где r_t — радиус турбулентного диска звезды. В отличие от параметра Фрида R_0 , соответствующего расстоянию, на котором разность фаз прошедшей волны $\approx \pi$, размер неоднородностей l_0 определяется как расстояние между независимыми точками отсчета функции, описывающей изменение оптического пути при прохождении через атмосферу. Оценку параметра l_0 можно сделать либо из сравнительного анализа мгновенных изображений на телескопах различного диаметра, либо путем детального изучения мгновенного изображения немонахроматического источника, полученного телескопом с большой апертурой.

Полное изменение фазы на размере неоднородности l_0 определяется длиной волны и может достигать нескольких π . Согласно (5), приращение фазы a_x на один сантиметр апертуры можно подсчитать, задавшись характерной для малой апертуры величиной смещения изображения в $1''$. При этом a_x составит для $\lambda_{\text{эф}} = 6000 \text{ \AA}$ величину $1/6\pi$ на сантиметр апертуры, что для размера неоднородности 60 см соответствует величине полного приращения фазы 10π , то есть 5λ . Флуктуации же фазы для такого размера при устраненном фазовом наклоне могут оказаться меньше π , что и подтверждают мгновенные изображения, полученные с апертурами 50 и 70 см (рис. 1, в и 1, г).

На 50-сантиметровом телескопе часто встречаются изображения с концентрацией энергии в одном наиболее ярком пятне, то есть реализуется случай малой глубины фазовой модуляции (17).

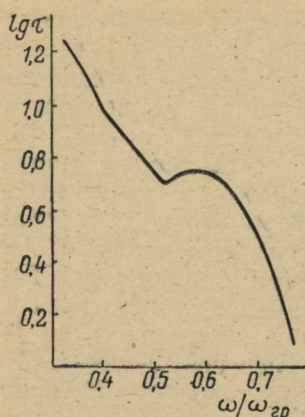


Рис. 2. Фотометрический разрез спектральной плотности мгновенных изображений, полученных с телескопом АЗТ-8 (рис. 1, в). Результат усреднения по 100 реализациям.

Для 70-сантиметрового телескопа характерны изображения, содержащие 2—3 пятна. На рис. 2 приведен результат усреднения по ста реализациям пространственного спектра таких изображений, из которого отчетливо видно, что для 70-сантиметрового телескопа при $\lambda_{eff} = 6200 \text{ \AA}$ преобладают изображения, содержащие два пятна примерно одинаковой яркости. Согласно (19), флуктуации фазы для такой апертуры порядка $\pi/2$, при этом в изображении энергетически значимы гармоники модулирующей функции не выше первой, т. е. размер 70 см можно считать нижней оценкой параметра l_0 . Для неоднородностей более мелкого масштаба глубина фазовой модуляции должна быть меньше $\pi/2$, и их влияние на размер мгновенного изображения в большом телескопе несущественно.

Для 6-метровой апертуры, по-видимому, нет отклонений фазы от среднего по апертуре значения, превосходящих половину величины индивидуального фазового наклона на размере $l_0 \approx 70 \text{ см}$, т. е. 6π для $\lambda_{eff} = 6000 \text{ \AA}$, что соответствует величине среднеквадратичной флуктуации фазы около 2π . Полученная из наблюдений на 5-метровом телескопе [3] оценка среднеквадратичной флуктуации фазы составляет для $\lambda_{eff} = 5500 \text{ \AA}$ величину $(1,2 \pm 0,3\lambda)$. При глубине модуляции порядка 2π в мгновенном изображении энергетически значимы составляющие вплоть до 8Ω (Ω — частота модулирующей функции), что и определяет полный размер изображения.

На апертуре 6-метрового телескопа укладывается не более ста неоднородностей, которые можно рассматривать как независимые. Каждая из них обеспечивает свое распределение амплитуд в изображении точки с координатой нулевого максимума, определяемой индивидуальным фазовым наклоном. Суммирование в фокальной плоскости распределений амплитуд, построенных каждой неоднородностью в отдельности, и дает наличие в результате интерференции тонкой структуры, определяемой полным диаметром телескопа. В распределении амплитуд, построенном отдельной неоднородностью, существенными будут амплитуды нулевого максимума и лишь нескольких (в зави-

симости от длины волны) первых гармоник модулирующей функции. Из-за наличия индивидуального фазового наклона полный размер мгновенного изображения при большой апертуре окажется существенно больше размера изображения, соответствующего наивысшей гармонике модулирующей функции, а именно, не меньше размера изображения, полученного на телескопе с диаметром l_0 при длительной экспозиции. При длительной экспозиции для телескопа с диаметром d , превосходящем l_0 , размер изображения не должен зависеть от диаметра, поэтому проверка этого утверждения была сделана следующим образом. По ста мгновенным снимкам, полученным на 6-метровом телескопе, синтезировалось усредненное изображение с эквивалентной экспозицией (интервал времени между первым и последним кадром) 10 с.

Распределение интенсивности по усредненному изображению оказалось близким к гауссовой функции. Второй момент (10) усредненного изображения сравнивался со вторым моментом нескольких мгновенных изображений. Оказалось, что значение второго момента усредненного изображения почти в точности равно значению второго момента мгновенного изображения, имеющего наименьший размер. Аналогичные оценки для 70-сантиметрового телескопа при хороших атмосферных условиях дают отличные результаты: около $0,5''$ для мгновенного и $0,9-1,2''$ для усредненного изображений.

Полученный результат не является основанием для отказа от установки на 6-метровом телескопе специального фотогида, отслеживающего центр тяжести мгновенного изображения. Такое отслеживание, естественно, приведет к некоторому уменьшению характерного размера изображения точки при длительной экспозиции, хотя для существенного улучшения качества изображения необходима коррекция фазового наклона на элементах зеркала размером l_0 .

Возможности метода спекл-интерферометрии ограничены источниками с достаточно большой энергией. Для получения полной информации о пространственном спектре изображения на всех частотах в пределах дифракционного разрешения телескопа, необходимо выполнить достаточно жесткое условие монохроматичности: $\Delta\lambda/\lambda \ll \lambda/d \cdot F/r_T$ (24), где d — диаметр телескопа; r_T — радиус турбулентного диска. Так, для 6-метрового телескопа $\Delta\lambda$ не должно превосходить при радиусе турбулентного диска $2''$ величину $60 \text{ \AA}$, ($\lambda_{\text{eff}} = 6000 \text{ \AA}$).

Условие (24) требует, чтобы максимальная величина растяжения периферических пятен в немонахроматическом свете, обусловленная наивысшим порядком интерференции, не превосходила размера пятна, причем за меру порядка интерференции принимается максимальное удаление от центра тяжести картинки r_T . Однако, как следует из приведенных выше простых физических соображений, такой подход дает существенно завы-

шенное значение порядка интерференции. Реально в пятенных картинках на крупных инструментах наблюдается порядок интерференции, не превосходящий тот, который характерен для 70-сантиметровой апертуры, т. е. 2. Действительно, экспериментальные оценки, выполненные в работе [4], дают для максимального порядка интерференции на 5-метровой апертуре величину 3. Поэтому в выражении (24) для величины r_t следует принять значение, близкое к максимальному размеру мгновенного изображения при апертуре l_0 . Если принять, что этот размер не превосходит $0,4''$ (случай трех пятен в мгновенном изображении), получим условие монохроматичности $\Delta\lambda \ll 300 \text{ \AA}$ (25).

Такое условие, являясь менее жестким, чем (24), все еще предъявляет слишком высокие требования к степени монохроматичности, так как по-прежнему требует отсутствия радиального растяжения для самых деформированных периферических пятен. Однако при таком подходе не учитываются реальная доля пятен нулевого порядка по отношению ко всем остальным и их энергетический вклад. Понятно, что при достаточно большом количестве пятен нулевого порядка можно несколько расширить спектральный интервал, достигнув соответствующего энергетического выигрыша ценой некоторой потери отношения сигнал/шум на высших пространственных частотах функции спектральной плотности. Указать точное значение предельно допустимого спектрального интервала невозможно, так как он зависит от атмосферных условий и значения λ_{eff} . Так, в зарубежной литературе нередко встречаются $\Delta\lambda = 300 \text{ \AA}$ и даже $400 \text{ \AA}$, т. е. значения, заведомо превосходящие даже менее жесткое условие (25). Работами авторов [5] подтверждена возможность спекл-интерферометрии при $\Delta\lambda \approx 1000 \text{ \AA}$ в красной ($\lambda_{\text{eff}} = 6200 \text{ \AA}$) области спектра при размере пятна видения $3-4''$.

В заключение отметим, что для красной и инфракрасной областей спектра естественно ожидать большей относительной роли пятен нулевого порядка (результат уменьшения глубины фазовой модуляции с ростом длины волны), а значит, и менее жестких требований к ширине спектрального интервала. Поэтому может оказаться, что в далекой красной области спектра возможна спекл-интерферометрия объектов почти той же звездной величины, что и в визуальной области, несмотря на падение в этом диапазоне квантового выхода светоприемников.

Список литературы: 1. Голдман С. Теория информации. — М.: Изд-во иностр. лит., 1957. 350 с. 2. Fried D. L. Optical resolution through a randomly inhomogeneous medium for very long and very short exposure. I. Opt. Soc. Amer., 1966, 56, с. 1372—1379. 3. Scaddan R. I., Dainty I. C. A simple method of estimating the RMS phase variation due to atmospheric turbulence. Opt. Commun., 1977, 21, № 1, с. 51—54. 4. Breckinridge I. B. Interference in astronomical Speckle patterns. I. Opt. Soc. Amer., 1976, 66, № 11, с. 1240—1242. 5. Измерение угловых диаметров звезд на БТА/В. Н. Дудинов, В. Н. Ерощин, С. Г. Кузьменков и др. — Докл. АН УССР, Сер. А, 1979, № 7.

Поступила в редколлегию 05.08.80.