А. СИЛА ТЯЖЕСТИ.

§ 23. Механикою называютъ ту часть общей Физики, которая излагаетъ законы равновѣсія и движенія тѣлъ. Части ея суть: *Статика, Динамика, Гидростатика, Гидродинамика, Аеростатика,* и *Аеродинамика. Статика* есть часть Механики, которая изслѣдуетъ законы равновѣсія твердыхъ тѣлъ. *Динамика* изслѣдуетъ законы движенія твердыхъ тѣлъ. *Гидростатика* и *Гидродинамика* относятся къ капельнымъ жидкостямъ. Первая занимается изслѣдованіемъ законовъ равновѣсія жидкостей, а вторая законовъ ихъ движенія. Равнымъ образомъ. *Аеростатика* и *Аеродинамика* по названію своему должны объяснять законы равновѣсія и движенія воздухообразныхъ тѣлъ.

ОТДѢЛЕНІЕ 1.

Равновѣсіе твердыхъ тѣлъ.

ГЛАВА ТРЕТЬЯ.

ОБЩІЯ ПОНЯТІЯ О ДВИЖЕНІИ, СИЛАХЪ, РАВНОВѢСІИ И ПОКОѢ.

§ 24. Въ природѣ всюду замѣчается дѣятельность; всѣ явленія, видимыя нами, происходятъ отъ дѣйствія различныхъ силъ, распространенныхъ въ природѣ; всякое дѣйствіе производитъ какую нибудь перемѣну съ физическимъ тѣломъ, а перемѣна эта выражается *частнымъ*, или *общимъ движеніемъ*. Частное движеніе принадлежитъ частицамъ какого нибудь тѣла, а общее движеніе всему тѣлу. Показать различные роды движенія частицъ матеріи, вывести условія взаимнаго ихъ дѣйствія и опредѣлить такимъ образомъ то состояніе физическаго тѣла, которое обнаруживается извѣстными явленіями — вотъ предметъ изслѣдованія физики. Въ какой мѣрѣ требованіе сіе можетъ быть приложено къ нынѣшнему состоянію науки, о томъ упомянуто уже въ предисловіи, и видно будетъ изъ самаго изложенія. Начнемъ съ самыхъ общихъ понятій о движеніи.

§ 25. Подъ именемъ движенія разумѣется перемѣна мѣста, или положенія физическаго тѣла въ отношеніи къ другимъ, его окружающимъ. То же надобно сказать и о движеніи матеріальной точки.

Причина движенія есть какая нибудь сила; свойства и величина ея познаются изъ слѣдствій, или явленій, ею производимыхъ. Изъ сравненія дѣйствія двухъ, или нѣсколькихъ силъ мы выводимъ относительное понятіе о величинѣ этихъ силъ. На прим., если одна сила заставляетъ какое нибудь тѣло въ продолженіи двухъ часовъ, а другая въ продолженіи 4 часовъ проходить одно и тоже пространство; то мы заключаемъ, что вторая сила вдвое меньше первой. Означивъ геометрически первую силу какою нибудь линіею, вторую мы должны означить линіею вдвое меньшею. Равнымъ образомъ величину силъ можно означить и алгебраически. Ежели P и Q назовемъ двѣ силы, изъ которыхъ, положимъ, сила Q заставляетъ тѣло пройти въ одно время втрое большее пространство противъ силы P; то это отношеніе можно написать слѣдующимъ образомъ: $Q=3P$. Если дѣйствіе двухъ, или нѣсколькихъ силъ на тѣла таково, что оно взаимно уничтожается; то тѣло недвижется, и тогда говорится, что оно находится *въ покоѣ*, а силы *въ равновѣсіи.* Такимъ образомъ и *равновѣсіе* и *движеніе* есть слѣдствіе дѣйствія силъ на одно, или нѣсколько тѣлъ.

§ 26. Обратимъ вниманіе на элементы, составляющіе сущность движенія. Движеніе можно разсматривать въ отношеніи *направленія* и *скорости. Въ отношеніи направленія движеніе бываетъ прямолинѣйное и криволинѣйное*; *въ отношеніи скорости равномѣрное и не равномѣрное.* Прямолинѣйнымъ движеніемъ называется такое, которое происходитъ въ прямомъ направленіи; а криволинѣйное движеніе есть такое, которое совершается по криволинѣйному пути. Равномѣрнымъ движеніемъ называется такое, въ слѣдствіе котораго матеріальная частица, или цѣлое тѣло въ равныя времена проходитъ равныя пространства. Напр., ежели какое нибудь тѣло каждый часъ проходитъ 2 сажени, значитъ, что оно движется одинакимъ или равномѣрнымъ образомъ. Ежели же какое нибудь тѣло въ каждую единицу времени проходитъ различныя пространства, то оно движется не съ одинакою скоростію, или не равномѣрно. Напр., пусть какое нибудь тѣло въ 1 часъ проходитъ 2 сажени, во второй часъ 3 сажени, въ третій 4 и т. д. это значитъ, что тѣло каждый часъ движется съ увеличивающеюся скоростію. Ежели приращеніе скорости въ каждую единицу времени одинаково; то такое движеніе называется *равномѣрно ускорительнымъ*. Ежели скорость каждую единицу времени уменьшается одинаковымъ образомъ, то движеніе называется *равномѣрно укоснительнымъ*, напр. въ первый часъ тѣло проходитъ 10 саженей, во второй 7, въ третій 4, наконецъ въ 4-й часъ 1 сажень. Въ природѣ рѣдко встрѣчаются примѣры равномѣрнаго движенія, по причинѣ безпрестаннаго дѣйствія силъ и препятствій; оно производится искуственнымъ образомъ посредствомъ машинъ. Примѣръ равномѣрно ускорительнаго движенія представляетъ намъ паденіе тѣлъ къ поверхности земной; потому что всякое падающее тѣло въ первую секунду проходитъ 15 пар. фут., во вторую 45, въ третью 75, въ четвертую 105 и т. д. Примѣръ равномѣрно укоснительнаго движенія мы видимъ въ томъ случаѣ, когда какое нибудь тѣло брошено вертикально вверхъ.

§ 27. Всякое движеніе происходитъ *въ пространствѣ* и *времени;* различіе движеній зависитъ отъ отношенія пространства ко времени, и выражается *скоростію*. И такъ *скорость есть отношеніе пространства ко времени.*

§ 28. Когда одно и тоже тѣло въ равныя времена проходитъ различныя пространства, въ такомъ случаѣ мы судимъ о скорости по отношенію пространства, т. е. *при равныхъ временахъ скорости находятся въ прямомъ отношеніи пространствъ.* Когда одно и тоже тѣло въ разныя времена проходитъ одинакія пространства, то та скорость будетъ больше, съ которою движеніе совершается въ меньшее время, и на оборотъ. Или *при равныхъ пространствахъ, и различныхъ временахъ, скорости находятся въ обратномъ отношеніи временъ.* Ежели и время и пространство различны, то *скорости будутъ находиться въ сложномъ отношеніи, прямомъ пространствъ и обратномъ временъ.*

Назовемъ чрезъ t время движенія какого нибудь тѣла, чрезъ s пространство, проходимое этимъ тѣломъ, чрезъ v соотвѣтствующую скорость. Означимъ чрезъ t', s', v', время, пространство и скорость того же тѣла въ другомъ случаѣ; то въ слѣдствіе послѣдняго положенія будетъ

$$v : v' = \frac{s}{t} : \frac{s'}{t}$$

Принявъ за единицу мѣры время, пространство и скорость въ которомъ нибудь изъ этихъ двухъ случаевъ, т. е. положивъ:

$$t' = 1,\ s' = 1 \text{ и } v' = 1,$$

изъ данной пропорціи получимъ

$$v = \frac{s}{t}.$$

Это значитъ, что *скорость равна пространству раздѣленному на время.*

§ 29. Ежели будемъ разсматривать движеніе различныхъ тѣлъ; то надобно обращать вниманіе на *массу* движущагося тѣла и *скорость движенія.* Изъ понятія о скорости и массѣ мы можемъ вывести заключеніе о величинѣ силы, приводящей тѣло въ движеніе.

Легко понять, что *при равныхъ массахъ, но различныхъ скоростяхъ* движущихся тѣлъ, *силы будутъ находиться въ прямомъ отношеніи скоростей. При равныхъ же скоростяхъ, движущія силы будутъ находиться въ прямомъ отношеніи массъ.*

При различныхъ массахъ и скоростяхъ, движущія силы находятся въ сложномъ прямомъ отношеніи массъ и скоростей.

Пустъ сила F движетъ массу M со скоростію V, сила F' движетъ массу M' со скоростію V', то въ слѣдствіе сказаннаго будетъ:

$$F : F' = MV : M'V'. \ (*)$$

Принявъ массу, скорость и движущую силу какого

(*) *Доказательство.* Пусть еще тѣло массы M движется со скоростію V', движущая сила его $= f$. Въ такомъ случаѣ по первому положенію

$$F : f = V : V'$$

по второму $f : F' = M : M'$.

перемноживъ обѣ пропорціи, и сокративъ члены, получимъ

$$F : F' = MV : M'V'.$$

нибудь тѣла за мѣру массъ, скоростей и движущихъ силъ прочихъ тѣлъ, т. е. положивъ $M' = 1$, $V' = 1$, $F' = 1$, получимъ

$$F = MV.$$

И такъ *величина движущей силы находится изъ произведенія массы на скорость. Это произведеніе массы на скорость называется количествомъ движенія.*

Слѣдствіе. При одинакихъ силахъ, дѣйствующихъ на разныя массы, скорости движенія обратно пропорціональны массамъ.

Примѣръ. Сила F приводитъ въ движеніе 10 фунтовъ со скоростію $= 8$, сила $F' = 7$ фунтовъ со скоростію $= 12$. И такъ — $F : F' = 81 : 84 = 20 : 21$.

Примѣчаніе. Тѣло движется со скоростію $= 8$, тѣло движется со скоростію $= 12$: это значитъ, что одно тѣло въ извѣстную единицу времени проходитъ 8 пространствъ такихъ, какихъ другое тѣло въ ту же единицу времени проходитъ 12. Слѣдовательно если говорится, что тѣло движется со скоростію 8; то подъ этимъ уже разумѣется отношеніе извѣстнаго пространства ко времени, о чемъ умалчивается для сокращенія. По надлежащему слѣдовало бы сказать напр. сила F заставляетъ тѣло величиною въ 10 фунтовъ, каждыя 2 минуты проходить 16 футовъ.

§ 30. Ознакомившись въ предыдущихъ §§ съ елементами дѣйствія силъ, займемся изслѣдованіемъ законовъ равновѣсія.

Пусть на матеріальную частицу A дѣйстуетъ двѣ силы a и b; онѣ могутъ дѣйствовать: 1.) въ одну сторону, 2.) въ противуположныя стороны, и 3.) подъ какимъ нибудь угломъ.

Ежели они будутъ дѣйствовать въ одну сторону, то произведутъ дѣйствіе, равное суммѣ дѣйствій каждой силы отдѣльно, и будетъ $= a + b$. Во второмъ случаѣ дѣйствіе будетъ равно $a - b$. Ежели при этомъ силы равны, то матеріальная частица будетъ въ покоѣ. И такъ, чтобы матеріальная частица находилась въ состояніи покоя; то надобно приложить къ ней двѣ равныя силы, дѣйствующія въ противоположномъ направленіи. Двѣ равныя и противоположныя силы, сохраняющія равновѣсіе, называются *равнодѣйствующими*.

§ 31. Ежели двѣ силы a и b дѣйствуютъ на матеріальную точку A подъ какимъ нибудь угломъ m, то движеніе происходитъ *по закону параллелограма силъ*. Очевидно что частица A будетъ двигаться между силами a и b, въ плоскости этихъ силъ, и безъ сомнѣнія ближе къ той силѣ, которая больше. Направленіе и величина движенія найдутся, когда мы изъ данныхъ силъ составимъ параллелограммъ, и діагональ AD (Фиг. 3.) онаго параллелограмма будетъ означать направленіе и величину движенія, т. е. частица A, повинуясь двумъ силамъ AB и AC будетъ двигаться по направленію AD и дойдемъ до точки D. Этотъ законъ движенія называется закономъ параллелограмма силъ, и есть основный законъ Механики. Чтобы удержать точку *A* въ покоѣ, надобно силы *AB* и *AC* уравновѣсить третьею силою *AD'*, равною линіи *AD* и приложенною въ направленіи противуположномъ. Сила *AD'* называется силою *равнодѣйствующею.*

Изъ $\triangle$ ABD:

$$AD^2 = AB^2 + BD^2 + 2BD.\ EB,\ \text{но}$$

$$EB = AB.\ \cos.\ m,\ \text{слѣд.}$$

$$AD^2 = AB^2 + BD^2 + 2AB.\ BD.\ \cos.\ m.$$

Пусть $m = 90^0$; то $\mathrm{Cos.}\ m = o$, и тогда

$$AD^2 = AB^2 + BD^2,\ \text{или}$$

$$AD = \pm\sqrt{AB^2 + BD^2}$$

Пусть $m = 180^0$, т. е. силы дѣйствуютъ въ противуположномъ направленіи, тогда $\mathrm{Cos.}\ m = 1$,

$$\text{и}\ AD^2 = AB^2 + BD^2 - 2AB.\ BD,\ \text{или}$$

$$AD = \pm (AB - BD).$$

Пусть $m = o$, тогда $\mathrm{Cos.}\ m = 1$

$$\text{и}\ AD^2 = AB^2 + BD^2 + 2AB.\ BD,\ \text{откуда}$$

$$AD = \pm (AB + BD).$$

Такимъ образомъ изъ параллелограмма сихъ выводятся всѣ случаи дѣйствія двухъ силъ а матеріальную точку.

§ 32. Изъ закона параллелограмма силъ слѣдуетъ, что можно *слагать нѣсколько силъ* вмѣстѣ (то есть, въ отношеніи ихъ дѣйствія) и *разлагать одну силу на двѣ и болѣе.* Тѣ силы, которыхъ общее дѣйствіе сводится на дѣйствіе одной, называются *слагаемыми силами*. Та же сила, которой дѣйствіе равно дѣйствію всѣхъ прочихъ силъ, приложенныхъ къ точкѣ, или къ тѣлу, называется *равнодѣйствующею*.

§ 33. *Сложеніе силъ*. Ежели дано нѣсколько силъ, дѣйствующихъ на матеріальную точку, то равнодѣйствующая имъ находится слѣдующимъ образомъ: каждыя двѣ силы соединяются въ одну по закону параллелограмма силъ. Напр. дано четыре силы (Фиг. 4.) *AB*, *AC*, *AD* и *AE*. Составивъ изъ *AC* и *AB* параллелограммъ, мы получимъ равнодѣйствующую имъ *AF*; составивъ параллелограммъ изъ *AF* и *AD*, получимъ новую силу *AG*, дѣйствію которой равно уже дѣйствіе трехъ силъ *AB*, *AC* и *AD*. Наконецъ силы *AG* и *AE*, или всѣ четыре данныя силы сведутся на одну *AH*, которая и будетъ равна равнодѣйствующей силѣ.

§ 34. *Разложеніе силъ*. Всякую данную силу можно разложить на двѣ другихъ. Величина этихъ силъ можетъ быть *неопредѣленная* и *опредѣленная*; не опредѣленная въ томъ случаѣ, когда данъ одинъ только уголъ, подъ которымъ онѣ должны дѣйствовать; опредѣленная, когда даны уголъ и одна изъ силъ. Неопредѣленность задачи въ первомъ случаѣ видна изъ уравненія, которымъ выражается отношеніе равнодѣйствующей къ силамъ слагаемымъ. Напр. пусть требуется разложить силу *AD*

(Фиг. 5.) на двѣ другихъ, которыя бы дѣйствовали подъ угломъ *m*. *Для* сего приложимъ въ точкѣ *A* одну силу въ какомъ нибудь направленіи, а другую *AC* проведемъ такъ, чтобы она составляла съ *AB* уголъ *m*. Проведемъ изъ точки *D* линіи *DC* и *DB* параллельно *AB* и *AC*, линіи *DC* и *DB* будутъ означать тѣ силы, на которыя сила *AD* разложится, или которыя дѣйствіемъ своимъ равны дѣйствію силы *AD*.

Изъ $\triangle$ ABD слѣдуетъ

$$AD^2 = AB^2 + AC^2 + 2AB.\ AC.\ \cos.\ m.$$

Въ семъ уравненіи находятся двѣ неизвѣстныя величины *AB* и *AC*. Это показываетъ, что силы будутъ имѣть различную величину и требуемому условію можно удовлетворить, начертивъ нѣсколько параллелограммовъ. Ежели требуется разложить какую нибудь силу на двѣ другихъ, дѣйствующихъ, напр. подъ прямымъ угломъ, и одна изъ силъ дана; то задача разложенія будетъ опредѣленная, т. е. другая искомая будетъ имѣть только одну опредѣленную величину. Чтобы представить это въ чертежѣ, надобно найти уголъ, которой будетъ составлять данная сила съ разлагаемою. Пусть *AD* (Фиг. 6.) будетъ та сила, которую мы хотимъ разложить на двѣ другихъ, дѣйствующихъ подъ прямымъ угломъ, и одна сила *AB* дана (AB = a). Составимъ на линіи AD прямоугольный треугольникъ *ABD*, котораго бы одна сторона была равна данной силѣ, назовемъ уголъ *BAD* буквою p, и этотъ уголъ будетъ тотъ самый, подъ которымъ надобно непремѣнно провести данную силу въ отношеніи къ линіи *AD*; линія *BD* будетъ означать другую искомую силу. Остается опредѣлить величину угла p; онъ найдется изъ уравненія:

$$AB = AD. \cos. p. \quad \text{откуда}$$

$$\text{Cos. } p. = \frac{AB}{AD}.$$

AB и AD суть величины данныя; слѣдовательно легко найдется *Cos. p.* и самый уголъ p, стоитъ только взять логариѳмъ этого выраженія, т. е.

$$\text{Log. Cos. } p. = \text{Log.} \frac{AB}{AD} = \text{Log. } AB - \text{Log. } AD.$$

О дѣйствіи параллельныхъ силъ.

§ 35. Пусть въ двухъ точкахъ *A* и *B* какого нибудь тѣла приложены двѣ параллельныя силы, дѣйствующія въ одну сторону: *равнодѣйствующая сила будетъ равна суммѣ обѣихъ данныхъ силъ, и должна быть такъ приложена, чтобы разстоянія ея отъ данныхъ силъ были обратно пропорціональны величинѣ ихъ.*

Доказательство. Въ точкахъ *A* и *B* (фиг. 7.) дѣйствуютъ параллельныя силы *AP* и *BQ*. Приложимъ въ этихъ точкахъ двѣ равныя и противоположныя силы *AC* и *BD*; такимъ образомъ имѣемъ 4 силы, и каждыя двѣ можно свести на одну, а именно *AP* и *AC* на AM, составивъ изъ нихъ параллелограммъ, BQ и BD на BN. Силы AM и BN замѣняютъ двѣ данныя силы, потому что AC и BD взаимно уничтожаются. Продолжимъ AM и BN до пересѣченія ихъ въ точкѣ O, и, отложивъ отъ этой точки линіи $OM' = AM$, и $ON' = BN$, найдемъ для нихъ равнодѣйствующую OF. Она будетъ равнодѣйствующею для данныхъ силъ, и, проходя чрезъ точку R, раздѣлитъ линію AB такъ, что

$$AR : BR = BQ : AP.$$

Легко доказать, что $OF = AP + BQ$

Проведемъ изъ точекъ M' и N' линіи $M'h$ и $N'g$, перпендикулярныя къ OF.

$$\triangle\, hM'F = \triangle\, gN'O, \qquad \text{откуда}$$
$$M'h = gN', \text{ и } Og = hF$$

Проведемъ OC' и OD' перпенеикулярно къ OF, сдѣлаемъ ихъ равными, тогда OM' разложится на двѣ силы OD' и Og'. Двѣ изъ этихъ силъ уничтожатся; слѣдовательно OM' и ON' сведутся на сумму силъ:

$$Oh + Og = Oh + hF = OF; \quad \text{но какъ}$$
$$Oh + hF = AP + QB, \quad \text{то}$$
$$AP + BQ = OF.$$

Изъ подобія $\triangle^{\text{ковъ}}$ AKR и $M'Oh$

$$AR : KR = M'O : Oh$$

Изъ подобія $\triangle^{\text{ковъ}}$ OKR и M'Oh

$$OR : KR = M'O : M'h$$

Откуда $AR : OR = M'h : Oh \; \ldots\ldots \; (a)$

Изъ подобія Δковъ KLB и N'Og, получимъ:

$$BR : LR = ON' : Og.$$

Изъ подобія Δковъ ORL и N'Og

$$OR : RL = ON' : gN'$$

изъ этихъ двухъ пропорцій слѣдуетъ:

$$BR : OR = gN' : Og \; . \; . \; . \; . \; . \; . \; (b)$$

Сравнивъ пропорціи (a) и (b) увидимъ, что

$$AR : BR = Og : Oh \quad \text{или}$$

$$AR : BR = BQ : AP. —$$

Изъ этой пропорціи выходитъ, что

$$AP . AR = BQ . BR.$$

Произведеніе изъ силы на разстояніе отъ точки опоры называется *моментомъ силы.* И такъ двѣ параллельныя силы будутъ находиться въ равновѣсіи, когда моменты ихъ равны.

§ 36. Когда дѣйствуютъ не параллельныя силы P и Q, одна подъ угломъ α, другая подъ угломъ β; то отношеніе между ними будетъ слѣдующее (фиг. 8.)

$$P : Q = BR . \text{Sin.} \beta : AR . \text{Sin.} \alpha$$

Продолжимъ AP и BQ до пересѣченія въ точкѣ O, сдѣлаемъ OC равною силѣ P, а OD равною силѣ Q; діагональ параллелограмма, составленнаго изъ этихъ линій, будетъ равнодѣйствующая.

Изъ Δка OCF

$$OC : CF = \text{Sin. } OFC : \text{Sin. } FOC$$

или $$P : Q = \text{Sin.} \beta' : \text{Sin.} \alpha'$$

но $$\text{Sin.} \alpha' = \frac{RK}{OR}; \quad \text{Sin.} \beta = \frac{RL}{OR}$$

слѣд. $P : Q = RL : RK.$

т. е. силы находятся въ обратномъ отношенiи разстоянiй отъ точки опоры, и моменты силъ равны. А какъ

$$RK = RA.\ \mathrm{Sin.}\ \alpha,\ RL = RA.\ \mathrm{Sin.}\ \beta$$

то $P : Q = BR.\ \mathrm{Sin.}\ \beta : AR.\ \mathrm{Sin.}\ \alpha$

§ 37. Ежели параллельныя силы дѣйствуютъ по направленiю противуположному: то равнодѣйствующая равна разности ихъ и будетъ проходить по другую сторону большей силы (считая отъ точки приложенiя меньшей силы), чрезъ точку, находящуюся отъ каждой силы въ разстоянiи, обратно пропорцiональномъ даннымъ силамъ.

Доказательство. Пусть въ точкѣ А (фиг. 9.) дѣйствуетъ сила AP, въ точкѣ B сила BQ, сдѣлаемъ $AC = BD$; тогда AM будетъ равнодѣйствующая силъ AP и AC, а BN равнодѣйствующая силъ BQ и BD Соединимъ NB и AM въ точкѣ O; и потомъ, отложивъ на продолженiи AO силу $DM' = AM$, и на OB силу $ON' = BN$, разложимъ первую на двѣ силы OG и OC′, другую на OG и OD′, изъ которыхъ $OC' = OD'$. Послѣ того, что намъ извѣстно уже изъ (§ 35), излишне объяснить, что дѣйствiе силъ AC и BQ сведено на двѣ OH и OG, порознь равныя даннымъ, но которыя приложены противоположно въ одной точкѣ.—Посему равнодѣйствующая

$$OS = OH - OG = AP - BQ$$

будетъ равна разности ихъ. Продолживъ линію OS до пересѣченія съ продолженною AB, означимъ точку приложенія равнодѣйствующей чрезъ R, и разстоянія ея отъ данныхъ силъ будутъ RA и RB.

Изъ подобія $\triangle^{\text{ковъ}}$ SEO и APM

$$OS : SE = AP : PM$$

Изъ подобія $\triangle^{\text{ковъ}}$ OSF и BQN

$$OS : SF = BQ : QN$$

откуда $\quad AP : BQ = SF : SE$

но $\quad SF : SE = RB : RA$

слѣд. $\quad AP : BQ = BR : AR$

Примѣръ. Двѣ силы $P = 20$ фунт., $Q = 5$ ф. дѣйствуетъ въ противоположномъ направленіи и въ разстояніи 2 арш. одна отъ другой; найти равнодѣйствующую и точку ея опоры.

Равнодѣйствующая $= P - Q = 15$ ф. (фиг. 9.) Пусть разстояніе равнодѣйствующей отъ силы AP равно x; тогда

$$P : Q = BR : AR$$
$$20 : 5 = 2 + x : x.$$
$$x = 1\tfrac{1}{2}.$$

Примѣчаніе. Когда $P - Q = 0$, то нѣтъ равнодѣйствующей, и тѣло будетъ двигаться. При равныхъ параллельныхъ силахъ равновѣсіе возможно только въ такомъ случаѣ, когда силы приложены въ одной точкѣ. Въ прочихъ случаяхъ происходитъ вращательное движенiе. Напр. грошъ вертится ребромъ по столу: два пальца, которыми грошъ приводится въ движенiе представляютъ двѣ равныя, параллельныя и противоположныя силы.

§ 38. Ежели дѣйствуетъ нѣсколько параллельныхъ силъ, то равнодѣйствующая равна суммѣ данныхъ силъ, принимая слово сумму въ алгебраическомъ значенiи. Въ какомъ бы направленiи въ одну сторону ни дѣйствовали параллельныя силы, равнодѣйствующая ихъ будетъ проходить чрезъ одну и ту же точку. Эта постоянная точка приложенiя равнодѣйствующей силы называется *центромъ параллельныхъ силъ.*

§ 39. Примѣръ дѣйствiя параллельныхъ силъ видимъ на паденiи тѣлъ, подлежащихъ силѣ тяжести. Сила тяжести дѣйствуетъ одинакимъ образомъ на каждую частицу тѣла, а какъ разстоянiе, въ которомъ сила тяжести дѣйствуетъ на тѣло, чрезвычайно велико; то всѣ отдѣльныя силы параллельны между собою. Сыскавъ равнодѣйствующую всѣхъ этихъ силъ, мы будемъ имѣть точку, въ которой тѣло, будучи подперто, находится въ равновѣсiи, и въ которой какъ бы сосредоточивается вся сила тяжести тѣла. Такая точка называется *центромъ тяжести.*

§ 40. Какъ равнодѣйствующая въ семъ случаѣ параллельна направленiю тяжести; то центръ тяжести всякаго тѣла будетъ находится на отвѣсной линіи, или нити, за которую повѣсимъ тѣло въ какой нибудь точкѣ. Перемѣнивъ точку привѣса этого тѣла, опредѣлимъ другое направленіе, въ которомъ долженъ находится центръ тяжести. Слѣдовательно центръ тяжести даннаго тѣла будетъ находиться въ точкѣ пересѣченія двухъ отвѣсовъ. Въ чемъ и состоитъ практическій способъ нахожденія центра тяжести.

§ 41. Положеніе центра тяжести въ какомъ нибудь тѣлѣ зависитъ отъ распредѣленія массы его; т. е. центръ тяжести всегда будетъ находиться въ той части тѣла, гдѣ больше массы, или въ той части, которая плотнѣе. Напр. конусообразная игрушка съ свинцовымъ донышкомъ, какъ бы ни была брошена вверхъ, всегда становится на свинцовомъ основаніи. Линія пропорціональнаго раздѣла массъ указываетъ въ какомъ мѣстѣ можно подперетъ тѣло на остреѣ. На этомъ основывается другой практической способъ находитъ центръ тяжести. Надобно положитъ тѣло на какое нибудь острое ребро такъ, чтобы обѣ части тѣла были въ равновѣсіи, и, замѣтивъ линію, перемѣнитъ положеніе тѣла на остреѣ. Отвѣсъ, проходящій чрезъ точку пересѣченія означенныхъ линій; будетъ проходитъ чрезъ центръ тяжести.

§ 42. Центръ тяжести двухъ тѣлъ находится на линіи, соединяющей центръ тяжести каждаго изъ нихъ, въ разстояніи обратно пропорціональномъ массѣ данныхъ тѣлъ.

Центръ тяжести трехъ, или нѣсколькихъ тѣлъ находится такимъ образомъ, что опредѣляется сначала общій центръ тяжести двухъ тѣлъ; потомъ, разсматривая эти два тѣла какъ одно, находится центръ тяжести вмѣстѣ съ третьимъ, и т. д. —

§ *43. Въ Механикѣ доказывается, что ежели чрезъ систему матеріальныхъ частицъ, или нѣсколькихъ тѣлъ провести какую нибудь линію, или плоскость; то сумма произведеній изъ массы каждой частицы, или тѣла на разстояніе ихъ отъ той линіи, или плоскости, равна произведенію изъ суммы всѣхъ массъ на разстояніе центра тяжести отъ той же линіи, или плоскости. Пусть m, m'. m''. etc означаютъ массы матеріальныхъ частицъ, разстоянія ихъ отъ линіи, или плоскости d, d', d'', etc.; разстояніе центра тяжести Δ; то

$$\Delta = \frac{m\ d + m'\ d' + m'' d'' + \ldots \text{etc.}}{m + m' + m'' + \ldots \text{etc.}}$$

Ежели отнесемъ это выраженіе къ 3 плоскостямъ координатъ, и координаты точекъ m, m', m'', etc означимъ, въ отношеніи къ ихъ началу чрезъ $x.\ y.\ z$, $x'.\ y'.\ z'$, $x''.\ y''.\ z''$. etc, координаты же центра тяжести означимъ чрезъ $x^{\circ}\ y^{\circ}\ z^{\circ}$, и положимъ, что

$$mx + m'x' + m''x'' + \text{etc} = \Sigma\, mx$$

$$my + m'y' + m''y'' + \text{etc} = \Sigma\, my$$

$$mz + m'z' + m''z'' + \text{etc} = \Sigma\, mz$$

$$m + m' + m'' + \text{etc} = \Sigma\, m$$

то положеніе центра тяжести опредѣлится слѣдующимъ образомъ

$$\dot{x} = \frac{\Sigma mx}{\Sigma m},\ \dot{y} = \frac{\Sigma my}{\Sigma m},\ \dot{z} = \frac{\Sigma mz}{\Sigma m} \quad (*)$$

§* 44. Лагранжъ опредѣлилъ положеніе центра тяжести разстояніемъ его отъ трехъ точекъ, произвольно взятыхъ въ пространствѣ. (см. Mécanique analytique, Tom. 1. pag. 64. n°. 20.)

§ 45. Посредствомъ простаго геометрическаго построенія легко опредѣлить центръ тяжести въ слѣдующихъ фигурахъ и тѣлахъ.

Центръ тяжести

Прямой линіи находится въ серединѣ ея.

Параллелограмма — въ точкѣ пересѣченія діагоналей.

Круга и *шара* въ центрѣ.

Прямой призмы и прямаго цилиндра — въ серединѣ оси.

Треугольника — на 1/3 линіи, проведенной изъ вершины котораго нибудь угла къ серединѣ стороны, противолежащей тому углу; 1/3 считается отъ стороны треугольника. —

Пирамиды — на 3/4 линіи, соединяющей вершину пирамиды съ центромъ тяжести основанія, въ разстояніи 3/4 отъ вершины. —

§ 46. Въ твердыхъ тѣлахъ центръ тяжести всегда

(*) Смотри дальнѣйшіе развитіе теоріи центра тяжести и приложенія оной — Traité de Méc. par Poisson. Tom. 1. chap. IV.

постоянный; въ тѣлахъ же, состоящихъ изъ подвижныхъ частей, центръ тяжести измѣняетъ свое мѣсто каждый разъ, какъ только перемѣняется положеніе частей тѣла. Китайскія куклы представляютъ примѣръ подвижнаго центра тяжести. На верхнихъ ступенькахъ лѣстницы ставятъ двѣ куклы (Фиг. 10.), на плечахъ у нихъ укрѣплены пустыя палочки, внутри которыхъ нѣсколько капель ртути. Отъ движенія ртути съ верхняго конца въ нижній центръ тяжести переходитъ изъ одной точки въ другую, палочки подымаются, а вмѣстѣ съ ними и верхняя кукла. Въ силу же размаха (§ 14.), палочки и кукла не могутъ остаться въ отвѣсномъ положеніи, и будутъ падать, пока кукла станетъ на третью ступеньку. Вторая кукла начнетъ въ свою очередь подобное же движеніе, и т. д.

§ 47. Тѣло, повѣшенное въ отвѣсномъ направленіи находится въ состояніи совершеннаго покоя; ежели и будетъ выведено изъ него какою нибудь постороннею силою; то опять приходитъ въ прежнее положеніе. Когда тѣло подперто выше центра тяжести; то положеніе тѣла *стойкое*, какъ и въ предыдущемъ случаѣ, т. е. тѣло всегда держится въ одномъ положеніи. Когда же точка подпоры ниже центра тяжести; то малѣйшее движеніе въ которую нибудь сторону дѣйствуетъ на центръ тяжести, нарушаетъ равновѣсіе тѣла, и оно падаетъ. Такое положеніе называется *не стойкимъ*, или *неустойчивымъ*.

Куклы съ свинцовыми подошвами представляютъ примѣръ стойкаго положенія. Въ нижній шарикъ ареометра кладутъ дроби, въ корабль балластъ, чтобы дать имъ стойкое положеніе. Палка поддерживаемая пальцемъ, яйцо, устанавливаемое носкомъ на столѣ, и проч. представляютъ примѣръ нестойкаго положенія.

Когда тѣло опирается на плоскости двумя точками; то для стойкости положенія необходимо, что бы отвѣсъ, опущенный изъ центра тяжести, падалъ на линію, соединяющую тѣ двѣ точки. Равнымъ образомъ, ежели тѣло частію своей поверхности лежитъ на какой нибудь плоскости; то для стойкаго положенія нужно, что бы перпендикуляръ изъ центра тяжести падалъ на плоскость, которою оно лежитъ на извѣстномъ мѣстѣ. Ежели перпендикуляръ придется внѣ этой плоскости; то тѣло упадетъ. — Напр. возъ съ сѣномъ, ѣдущій по косогору опрокинется, когда перпендикуляръ, опущенный изъ центра тяжести воза, падетъ съ боку воза внѣ колесъ (фиг. 11). Косвенныя башни Болоніи и другихъ Итальянскихъ городовъ построены на основаніи предъидущаго закона. Искуство балансировать зависитъ отъ навыка сохранять центръ тяжести.

ГЛАВА ЧЕТВЕРТАЯ.

О РАВНОВѢСІИ НА ПРОСТЫХЪ МАШИНАХЪ.

§ 48. Подъ именемъ машины разумѣется орудіе дѣйствія одной силы на другую. Машины бываютъ простыя и сложныя. Простыхъ машинъ считается 6, которыя суть: 1.) *Рычагъ*, 2.) *Блокъ*. 3.) *Воротъ*, или *шпиль*. 4.) *Наклоненная плоскость*. 5.) *Клинъ*, 6.) *Винтъ*. Законы дѣйствія первыхъ трехъ сводятся на законы рычаговъ, а послѣднихъ на законъ дѣйствія наклоненной плоскости.

§ 49. *Объ рычагѣ*. Рычагъ есть прямой, или искривленный незгибающійся шестъ, который опирается, или поддерживается въ одной точкѣ, и посредствомъ котораго дѣйствуютъ двѣ силы одна на другую. Смотря потому какое мѣсто на рычагѣ занимаетъ точка опоры и обѣ силы, рычаги бываютъ трехъ родовъ.

Перваго рода рычагомъ называютъ такой рычагъ, въ которомъ обѣ силы дѣйствуютъ по концамъ, а точка опоры находится между ними. Онъ есть двуплечій рычагъ.

Втораго рода рычагомъ называютъ такой рычагъ, въ которомъ точка опоры на одномъ концѣ, сила на другомъ, а тяжесть между ними.

Третьяго рода рычагомъ называютъ такой рычагъ, въ которомъ точка опоры на одномъ концѣ, тяжесть на другомъ, а сила между ними. Послѣдніе два рычага, называются одноплечими.

Законъ дѣйствія силы и тяжести одинъ и тотъ же для всѣхъ рычаговъ и есть слѣдующій: *сила и тяжесть находятся въ обратномъ отношеніи разстояній своихъ отъ точки опоры.* (§§ 35 и 37.)

$P : Q = AC : CB.$ (фиг. 12. 13. 14.)

Изъ сего слѣдуетъ, что въ рычагѣ перваго рода, сила выигрываетъ въ томъ случаѣ, когда она дальше отъ точки опоры, нежели тяжесть. Въ рычагѣ третьяго рода сила всегда больше тяжести. Примѣры рычаговъ въ общежитіи: вѣсы, безменъ, лопаты, ножницы; трудно поднять палку держа за самый конецъ, и пр.

§ 50. *О блокѣ.* Блокъ есть деревянный, или металлическій кружокъ съ желобкомъ на окружности, чрезъ который проходитъ веревка; въ центрѣ кружка прикрѣпляется обоймица. Блоки бываютъ неподвижные и подвижные. Неподвижнымъ блокомъ, называется такой, котораго обоймица (фиг. 15.) обращена кверху, и прикрѣпляется къ какому нибудь мѣсту; на одномъ концѣ веревки тяжесть, на другомъ сила. Подвижнымъ блокомъ называется такой, который перемѣняетъ свое мѣсто и устроивается слѣдующимъ образомъ: на обоймицѣ *CE* (фиг. 16.) обращенной внизъ привѣшена тяжесть *Q*, веревка *AD* прикрѣпляется въ точкѣ *D*, а сила *P* дѣйствуетъ на другомъ концѣ блока.

Очевидно, что неподвижный блокъ принадлежитъ къ рычагамъ перваго рода, а подвижный къ рычагамъ втораго рода.

Въ неподвижномъ блокѣ:

$$P : Q = AC : BC, \text{ или}$$
$$P : Q = r : r$$

гдѣ r, означаетъ радіусъ блока. Слѣдовательно въ неподвижномъ блокѣ сила и тяжесть всегда равны. Неподвижный блокъ употребляется для того, чтобы силѣ дать такое направленіе, которое было бы удобно для дѣйствія ея на тяжесть. Слѣдовательно вмѣсто сбереженія силы представляется одно удобство въ дѣйствіи.

Въ подвижномъ блокѣ:

$$P : Q = AC : AB = 1 : 2$$

т. е. сила всегда вдвое меньше тяжести.

Для удобства дѣйствія силы P на тяжесть Q можно употребить не подвижный блокъ F, (фиг. 17) который нисколько не перемѣняетъ величины силы P, а даетъ ей только другое направленіе, по которому она удобнѣе можетъ дѣйствовать.

Соединеніе нѣсколькихъ подвижныхъ и неподвижныхъ блоковъ составляютъ сложные блоки, которые извѣстны подъ именемъ *полиспастовъ*. (фиг. 18 и 19.)

§ 51. О *воротѣ*. *Воротъ*, (или шпиль) (фиг. 20.) есть цилиндръ, который оконечностями своей оси, покоится въ двухъ подставкахъ M и N, и посредствомъ колеса, или рукоятки ворочается на своей оси. Чрезъ это веревка, прикрѣпленная къ наружной поверхности цилиндра наматывается на него и подымаетъ тяжесть Q. Воротъ дѣйствуетъ по закону рычаговъ перваго рода.

Такъ какъ вся машина держится на своей оси, то разумѣется точка опоры должна быть на ней. Относительно тяжести замѣтимъ, что дѣйствіе ея на всѣхъ точкахъ поверхности ворота одинаково, слѣдовательно все равно - будетъ ли веревка наматываться въ точкѣ H, или F, разстояніе тяжести отъ точки опоры всегда равно радіусу цилиндра BD. Сила же P, которая движетъ колесо L, а вмѣстѣ и весь воротъ, находится отъ точки опоры на разстояніи радіуса колеса $= R$. И такъ дѣйствіе ворота очевидно сводится на дѣйствіе рычага: въ C точка опоры, въ F тяжесть Q, въ G, —или на концѣ спицы, придѣланной къ колесу для большаго удобства, сила P; по этому

$$P : Q = CF : CG$$

или $$P : Q = r : R.$$

т. е. *въ воротѣ сила относится къ тяжести, какъ радіусъ цилиндра къ радіусу колеса.*

О зубчатыхъ колесахъ.

§ 52. *Наклоненная плоскость.* Подъ именемъ *наклоненной плоскости* разумѣется всякая плоскость, наклоненная къ горизонту подъ какимъ нибудь угломъ; употребляется для встаскиванія тяжестей снизу вверхъ, или для опусканія ихъ. Треугольникъ ABC (фиг. 21.) представляетъ разрѣзъ наклоненной плоскости, линія *AB* называется *высотою наклоненной плоскости*, *BC длиною ея.* Тяжесть *Q*, находящаяся на наклоненной плоскости можетъ быть удерживаема силою *P*, или параллельно длинѣ наклоненной плоскости, или параллельно ея основанію.

Первый случай, т. е. *когда сила дѣйствуетъ параллельно длинѣ наклоненной плоскости.*

Такъ какъ тяжсcть *Q* дѣйствуетъ вертикально, то величину ея можно означить вертикальною линіею *DE*. Наклоненная плоскость уничтожаетъ часть этой силы, и чрезъ разложеніе силы *DE* на двѣ другихъ можемъ узнать, какая часть ея уничтожается, и какая остается для дѣйствія силы *P*. Разложимъ силу *DE* на двѣ, одну перпендикулярную къ длинѣ наклоненной плоскости, а другую параллельную силѣ *P*, т. е. на *EF* и *DF*, и равнодѣйствующая *DF′* будетъ означать величину силы *P*, которая удержитъ тяжесть *Q* на наклоненной плоскости. И такъ силы *P* и *Q*, выражаясь линіями *DF* и *DE* будутъ относиться:

$$P : Q = DF : DE$$

но $\triangle DEF \backsim \triangle ABC$, откуда

$$DF : DE = AB : AC,$$

или $$P : Q = AB : BC.$$

т. е. *сила относится къ тяжести, какъ высота къ длинѣ наклоненной плоскости.*

Второй случай, т. е. *когда сила дѣйствуетъ параллельно основанію наклоненной плоскости.* Линія DE (фиг. 22) представляетъ силу тяжести; разложимъ ее на двѣ силы, изъ которыхъ одна EF перпендикулярна къ наклоненной плоскости, а другая DF параллельна направленію силы P. Сила EF уничтожится потому, что дѣйствуетъ на не подвижную наклоненную плоскость; поэтому тяжесть Q будетъ повиноваться силѣ DF, которой будетъ равна искомая сила P. И такъ:

$$P: Q = DF: DE.$$

Но изъ подобія треугольниковъ ABC и DEF слѣдуетъ, что,

$$DF: DE = AB: AC,$$

или

$$P: Q = AB: AC.$$

т. е. *сила относится къ тяжести такъ, какъ высота наклоненной плоскости къ основанію ея.*

§ 53. *О Клинѣ. Клинъ* имѣетъ видъ узкаго треугольника, употребляется для раздѣленія частицъ какого нибудь тѣла. Судя по формѣ, клинъ можно представить себѣ соединеніемъ двухъ наклоненныхъ плоскостей, приставленныхъ одна къ другой основаніями. Треугольникъ ACD (фиг. 23) представляетъ разрѣзъ клина, а линія BC длину его. Сила P, вбивающая клинъ въ кусокъ дерева MN дѣйствуетъ по направленію *BC*, и встрѣчаетъ сопротивленіе по обѣ стороны клина, въ точкахъ *E* и *F*. Сумма этихъ сопротивленій будетъ выражать всю силу *Q*, на которую дѣйствуетъ сила *P*. Означивъ чрезъ p часть этой силы, дѣйствующей на сопротивленіе *q* въ точкѣ *E*; означивъ точно такимъ же образомъ чрезъ *p* и *q* дѣйствіе силъ на другой сторонѣ клина, мы легко выведемъ законъ дѣйствія силъ *P* и *Q*. Въ треугольникѣ *ABC* сила *p* дѣйствуетъ по направленію *BC*, слѣдовательно относится ко второму случаю дѣйствія силы на наклоненной плоскости. И такъ:

$$p : q = AB : BC$$

То же самое представляетъ наклоненная плоскость *BDC* и мы получимъ:

$$p : q = BD : BC$$

Сложивъ обѣ пропорціи, найдемъ отношеніе между силами *P* и *Q*

$$P : Q = AB + BD : 2BC, \text{ или}$$
$$P : Q = AD : 2BC$$

т. е. *сила относится къ сопротивленію, какъ ширина клина къ двойной его длинѣ*.

§ 54. *О Винтѣ. Винтъ* есть прямой длинной цилиндръ, по наружной поверхности котораго идетъ улиткообразное возвышеніе. *Гайка* есть полый цилиндръ, на внутренней поверхности котораго есть улиткообразное возвышеніе, соотвѣтствующее наружному на винтѣ.

Сила навинчиваетъ гайку на винтъ, а треніе внутренней поверхности гайки объ наружную винта составляетъ сопротивленіе дѣйствующей силѣ. Найти отношеніе между силою и сопротивленіемъ.

Пусть *ABCF* (фиг. 24) будетъ цилиндръ; возвышенія на его поверхности суть: Ac', $c'd'$, $d'e'$, $e'f'$, и пр. Сила, навинчивающая гайку на винтъ дѣйствуетъ параллельно основанію; а гайка спускается по направленію оси винта. Вообразимъ, что наружную поверхность винта *ABCF* можно развернуть, и представимъ ее параллелограммомъ *BFHG*, котораго основаніе $FH = 2\pi . DF$. Винтовое возвышеніе $c'c$ развернется по діогонали *ck*, на которую и перейдутъ всѣ точки соприкосновенія гайки съ винтомъ. Треугольникъ *ckl* будетъ представлять наклоненную плоскость, гдѣ въ точкѣ *m*, положимъ, дѣйствуетъ сила *P* параллельно основанію на сопротивленіе *Q*. Изъ этого видно, что дѣйствіе силъ на винтѣ сводится на второй случай дѣйствія ихъ на наклоненной плоскости; по чему получится.

$$P : Q = kl : cl. \text{ или}$$

$$P : Q = bc : 2\pi . FD.$$

т. е. *сила относится къ сопротивленію, какъ разстояніе винтовыхъ возвышеній къ основанію винта.* Слѣдовательно чѣмъ мѣльче винтъ, тѣмъ удобнѣе будетъ навинчиваться гайка и на оборотъ.

Примѣчаніе. Выигрывая относительно сбереженія силы въ мѣлкомъ винтѣ, мы, безъ сомнѣнія теряемъ въ скорости.

Безконечный шурупъ. (фиг. 25).