МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО
СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ УССР

ВЕСТНИК
ХАРЬКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

№ 241

МЕХАНИКА И УПРАВЛЕНИЕ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ

Основан в 1965 г.

ХАРЬКОВ
ИЗДАТЕЛЬСТВО ПРИ ХАРЬКОВСКОМ
ГОСУДАРСТВЕННОМ УНИВЕРСИТЕТЕ
ИЗДАТЕЛЬСКОГО ОБЪЕДИНЕНИЯ
«ВИЩА ШКОЛА»
1983

S. 2—17. 6. *Плисс В. А.* О приведении аналитической системы дифференциальных уравнений к линейной форме. — Диф. уравнения, 1965, 1, № 2, с. 153—161.

Поступила в редколлегию 17.04.81.

УДК 512.62+517.52+519.1

В. Н. КАЛЮЖНЫЙ

ПОЛИНОМЫ СТИРЛИНГА И ОДНО РАЗЛОЖЕНИЕ НА ПРОСТЕЙШИЕ ДРОБИ

Числа Стирлинга $s_1(n, k)$ ($s_2(n, k)$) первого (второго) рода определяются разложениями [1]:

$$\binom{X}{n} = \sum_{k=0}^{n} \frac{s_1(n, k)}{n!} X^k, \quad X^k = \sum_{i=0}^{k} s_2(k, i)\, i! \binom{X}{i}, \tag{1}$$

где $\binom{X}{n} = \frac{X(X-1)\ldots(X-n+1)}{n!}$. Полиномом Стирлинга назовем полином

$$S_{i,n}(X) = \frac{i!}{n!} \sum_{k=1}^{n} s_1(n, k)\, s_2(k, i)\, X^k. \tag{2}$$

Из тождеств (1), (2) вытекает равенство

$$\binom{tX}{n} = \sum_{i=0}^{n} S_{i,n}(t) \binom{X}{i}. \tag{3}$$

Пусть K — расширение поля рациональных чисел. В пространстве полиномов $K[X]$ рассмотрим линейный оператор $(S_t P)(X) = P(tX)$ $(t \in K)$. Соотношение (3) означает, что $S_{i,n}(t)$ являются матричными элементами оператора S_t в базисе $\binom{X}{n}$ $(n \geqslant 0)$ пространства $K[X]$. Заметим, что отображение $t \to S_t$ является представлением мультипликативной группы K^* поля K. Равенство $S_{t_1 t_2} = S_{t_1} S_{t_2}$ приводит к соотношению

$$S_{m,n}(XY) = \sum_{k=m}^{n} S_{m,k}(X)\, S_{k,n}(Y).$$

Основной целью заметки является доказательство тождества

$$\frac{1}{(X^r - 1)^m} \sum_{k=1}^{m} \frac{m}{k} S_{k,m}\left(\frac{1}{r}\right) \sum_{i=0}^{r-1} \frac{\varepsilon^{ik}}{(X - \varepsilon^i)^k} \tag{4}$$

над полем K, содержащим некоторый первообразный корень ε степени r из единицы. Установим вначале одно вспомогательное соотношение. Из равенства (3) следует, что

$$\binom{-n}{m}=\sum_{k=1}^{m} S_{k,m}\left(\frac{1}{r}\right)\binom{-rn}{k}.$$

Пользуясь формулой $\binom{-X}{j}=(-1)^j\binom{X+j-1}{j-1}\frac{X}{j}$ и сокращая на n, получим

$$\frac{(-1)^m}{m}\binom{n+m-1}{m-1}=\sum_{k=1}^{m} S_{k,m}\left(\frac{1}{r}\right)r\frac{(-1)^k}{k}\binom{rn+k-1}{k-1}. \tag{5}$$

Нам понадобится также разложение

$$\frac{1}{(1-X)^m}\sum_{n\geqslant 0}\binom{n+m-1}{m-1}X^n$$

в алгебре формальных степенных рядов. В частности, имеем

$$\sum_{i=0}^{r-1}\frac{\varepsilon^{ik}}{(X-\varepsilon^i)^k}=(-1)^k\sum_{i=0}^{r-1}\frac{1}{(1-\varepsilon^{-i}X)^k}=$$

$$=(-1)^k\sum_{i=0}^{r-1}\sum_{j\geqslant 0}\binom{j+k-1}{k-1}\varepsilon^{-ij}X^j=(-1)^k\sum_{j\geqslant 0}\binom{j+k-1}{k-1}\times$$

$$\times X^j\sum_{i=0}^{r-1}\varepsilon^{-ij}=(-1)^k\sum_{n\geqslant 0}r\binom{rn+k-1}{k-1}X^{rn}.$$

Поэтому в силу равенства (5) правая часть тождества (4) записывается в виде

$$\sum_{k=1}^{m}\frac{m}{k}S_{k,m}\left(\frac{1}{r}\right)(-1)^k r\sum_{n\geqslant 0}\left(\binom{rn+k-1}{k-1}\right)X^{rn}=$$

$$=\sum_{n\geqslant 0}m\left(\sum_{k=1}^{m}S_{k,m}\left(\frac{1}{r}\right)r\frac{(-1)^k}{k}\left(\binom{rn+k-1}{k-1}\right)\right)X^{rn}=$$

$$=(-1)^m\sum_{n\geqslant 0}\binom{n+m-1}{m-1}(X^r)^n=\frac{1}{(X^r-1)^n}.$$

Отметим, что частные случаи формулы (4) при $m=1$ и $m=2$ приведены в [2].

Список литературы: 1. *Риордан Дж.* Введение в комбинаторный анализ. — М.: Изд-во иностр. лит., 1963. — 288 с. 2. *Фадеев Д. К., Соминский И.С.* Сборник задач по высшей алгебре. — М.: Наука, 1977. — 288 с.

Поступила в редколлегию 24.11.81.

УДК 517.9

А. А. МАКАРОВ

ОБЩАЯ КРАЕВАЯ ЗАДАЧА В БЕСКОНЕЧНОМ СЛОЕ ДЛЯ СИСТЕМ ПСЕВДОДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ СО СТАБИЛИЗИРУЮЩИМИСЯ СИМВОЛАМИ

Рассматривается следующая краевая задача:

$$\frac{\partial u(x,t)}{\partial t}=A(D_x)u(x,t)+\lambda R(x,D_x)u(x,t)+f(x,t); \qquad (1)$$

$$\int_0^T dM(t)B(t,D_x)u(x,t)=0,\ x\in R^n,\ t\in[0;T], \qquad (2)$$

где $u(x,t)$ и $f(x,t)$ — вектор-функции с координатами из пространств $C^1([0;T],H^s)$ и $C^\circ([0;T],H^s)$ соответственно.

Здесь $C^r([0;T],H^s)\equiv\{u(x,t)\in H^s\ \forall t\in[0;T]$:

$|||u|||=\sup\limits_{\beta<r,t\in[0;T]}\|D_t^\beta u(x,t)\|^{(s)}<\infty\}$ (H^s—пространство Соболева).

Символы псевдодифференциальных операторов из класса $C_{-\infty}^{\infty}$, т. е. все производные имеют рост не выше степенного, а $R(x,\xi)$ финитна по ξ.

Важную роль при исследовании задачи (1) — (2) играет матрица Грина $G(t,\tau,\xi)$ следующей задачи: $\frac{\partial v(\xi,t)}{\partial t}=A(\xi)\times$

$$\times v(\xi,t)+g(\xi,t),\quad \int_0^T dM(t)B(t,\xi)v(\xi,t)=0.$$

Справедлив следующий результат:

Теорема. *Пусть матрица* $G(t,\tau,\xi)\in C_{-\infty}^{\infty}\forall\ t,\tau\in[0;T]$ *удовлетворяет условиям*

$$\alpha)\quad \int_0^T|G(t,\tau,\xi)|^2d\tau<c(1+|\xi|)^{-m};$$

$$\beta)\quad \int_0^T|G(t_t,\tau,\xi)-G(t_2,\tau,\xi)|^2d\tau<\varepsilon(1+|\varepsilon|)^{-m}(H_1-t_2|<\delta)$$

при любом $\varepsilon>0$ и некотором $\delta>0$, не зависящем от t_i и ξ.

и ростом коэффициентов в зависимости от увеличения номера строки. Приведены примеры, характеризующие точность полученных теорем.

Библиогр.: 2 назв.

УДК 517.52

Нормальные формы аналитических дифференциальных уравнений и отображений в неархимедовых полях. Ахиезер Т. А. — Вестн. Харьк. ун-та, 1983, № 241. Механика и управление динамических систем, с. 66—71.

Рассматриваются нормальные формы сходящегося локального отображения $F: K^n \to K^n$, где K — неархимедово поле, и системы обыкновенных дифференциальных уравнений $\dot{x}=F(x)$ относительно преобразований координат с единичным линейным приближением. Получены достаточные условия сходимости нормализующих преобразований.

Библиогр.: 6 назв.

УДК 512.62+517.52+519.1

Полиномы Стирлинга и одно разложение на простейшие дроби. Калюжный В. Н.— Вестн. Харьк. ун-та, 1983, № 241. Механика и управление динамических систем, с. 71—73.

Пусть $s_1(nk)(s_2(k, i))$ — числа Єтирлинга первого (второго) рода,

$$S_{i,n}(X) = \frac{i!}{n!} \sum_{k=i}^{n} s_1(a, k)\, s_2(k, i)\, X^k$$

— «полином Стирлинга»; ε — первообразный корень степени из единицы. Доказано тождество

$$(X^r - 1)^{-m} - \sum_{k=1}^{m} \frac{m}{k} S_{k,m}\left(\frac{1}{r}\right) \sum_{i=0}^{r-1} \varepsilon^{ik} (X - \varepsilon^i)^{-k}.$$

Библиогр.: 2 назв.

УДК 517.9

Общая краевая задача в бесконечном слое для систем псевдодифференциальных уравнений со стабилизирующимися символами. Макаров А. А. — Вестн. Харьк. ун-та, 1983, № 241. Механика и управление динамических систем, с. 73—74.

Рассматривается общая краевая задача в бесконечном слое для систем псевдодифференциальных уравнений со стабилизирующимися символами. Показано, что исследуемая задача корректно разрешима в пространствах при всех λ.

УДК 517.919.583

Орбитальная эквивалентность систем дифференциальных уравнений. Житомирский М. Я. — Вестн. Харьк. ун-та, 1983, № 241. Механика и управление динамических систем, с. 74—76.

Результаты, полученные в работе, позволяют в явной форме провести классификацию К [ч] (кроме случая неэлементарной особой точки).