

К-14038  
286915

# ВЕСТНИК ХАРЬКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА



№ 110

РАДИОФИЗИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

ВЫПУСК 3



«ВІДЧА ШКОЛА»

99 коп.



3-2-6  
+ acer.  
vs H 75

МИНИСТЕРСТВО  
ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ УССР

---

В Е С Т Н И К  
ХАРЬКОВСКОГО  
УНИВЕРСИТЕТА

№ 110

РАДИОФИЗИКА И ЭЛЕКТРОНИКА  
ВЫПУСК 3

ИЗДАТЕЛЬСКОЕ ОБЪЕДИНЕНИЕ «ВИЩА ШКОЛА»  
ИЗДАТЕЛЬСТВО ПРИ ХАРЬКОВСКОМ  
ГОСУДАРСТВЕННОМ УНИВЕРСИТЕТЕ  
Х а рьков - 1974

В вестнике излагаются результаты исследований, проводимых кафедрами радиофизического факультета Харьковского государственного университета. Рассматриваются вопросы распространения электромагнитных волн в закрытых и открытых системах, рассеяние этих волн на разных структурах. Представлены данные ионосферных исследований и исследований электронно-ионных процессов в газовом разряде и плазме, описываются некоторые СВЧ устройства и приборы.

Предназначен для научных работников, инженеров, преподавателей, аспирантов и студентов старших курсов радиофизических специальностей.

Редакционная коллегия:

проф. Н. А. Хижняк (отв. редактор), доц. О. А. Третьяков, доц. В. М. Седых, доц. В. Н. Костин, доц. В. М. Кузьмичев, доц. Н. Г. Кокодий, доц. Н. Н. Горобец, доц. Л. Д. Степин (отв. секретарь).

Адрес редакционной коллегии:

310077, Харьков, 77, Государственный университет,  
радиофизический факультет.

В. А. МИСЮРА, д-р техн. наук, Л. А. ПИВЕНЬ,  
Л. Ф. ЧЕРНОГОР, В. Г. СОМОВ, В. В. СТЕШЕНКО,  
О. А. ЛИТВИНЕНКО, А. Х. КИТОВ

## О ТЕХНИКЕ И МЕТОДИКЕ КОМПЛЕКСНЫХ ИССЛЕДОВАНИЙ НИЖНЕЙ ИОНОСФЕРЫ

В настоящее время исследования нижней ионосферы вступили в новую фазу, характерной чертой которой являются комплексные исследования, проводимые одновременно различными методами. Это позволяет повысить точность измерений, количество измеряемых параметров и однозначно интерпретировать результаты.

1. В Харьковском государственном университете разработан и создан подвижной радиотехнический ионосферный комплекс (ПРИК), предназначенный для исследований ионосферы методами частичных отражений (ЧО), импульсной крос modуляции (КМ), вертикального и фазового зондирования (ВЗ и ФЗ), а также методом одночастотного и многочастотного дифференциального эффекта Допплера и Фарадея (ЭД и ЭФ) сигналов движущихся излучателей.

Комплекс соответственно состоит из следующих систем [1, 2]: ЧО, ВЗ, ФЗ, КМ, регистрации ЭД и ЭФ. В статье рассматриваются первые три системы, позволяющие проводить комплексные исследования нижней ионосферы (области Д и Е). Эти системы имеют автономный источник питания и размещаются на автомашине ЗИЛ с кунгом и прицепом.

На рис. 1 представлена общая схема ПРИКа. Системы для исследования нижней ионосферы состоят из передающей системы ЧО, приемной системы, регистратора, ионосферной станции АИС-3 и приемника ФЗ. Для единой привязки по времени имеется общий синхронизатор.

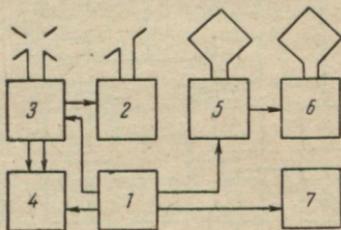


Рис. 1. Общая схема ПРИКа:

1 — синхронизатор; 2 — передатчик ЧО и КМ; 3 — приемник ЧО и КМ; 4 — регистратор системы ЧО и КМ; 5 — ионосферная станция АИС-3; 6 — приемник ФЗ; 7 — система регистрации ИСЗ ракет.

На рис. 2 изображена блок-схема системы, предназначенной для исследования ионосферы методом ЧО, которая является основной и состоит из передатчика (с импульсной мощностью до 200 квт при длительностях импульсов от 20 до 120 мксек и плавной перестройкой частоты в диапазоне 1—8 Мгц) и приемной аппаратуры (на базе приемников Р-250-М2) с полосой пропускания 32 кгц, чувствительностью не хуже 1 мкв и разделением по каналам для обычновенной и необыкновенной волн около 40 дБ.

Разделение компонент сигнала основано на принципе, предложенном в [3, 4]. В качестве регистратора используется пятилучевой осциллограф С1-33 с фотокамерой РФК-1. Система синхронизируется от общего синхронизатора комплекса. Для контроля и калибровки приемного тракта имеется имитатор с частотно-независимой имитацией колебаний круговой поляризации. Использование общего для передатчика и имитатора перестраиваемого гетеродина приемного тракта позволяет синхронно перестраивать по частоте всю систему ЧО и проводить фазовые измерения.

Передающая антенная система состоит из 9 полуволновых вибраторов с коэффициентом усиления  $\sim 13$  дБ. Приемная антenna образована из 6 взаимно-перпендикулярных полуволновых диполей с коэффициентом усиления  $\sim 8$  дБ. Антенные системы подвешиваются на сборных мачтах

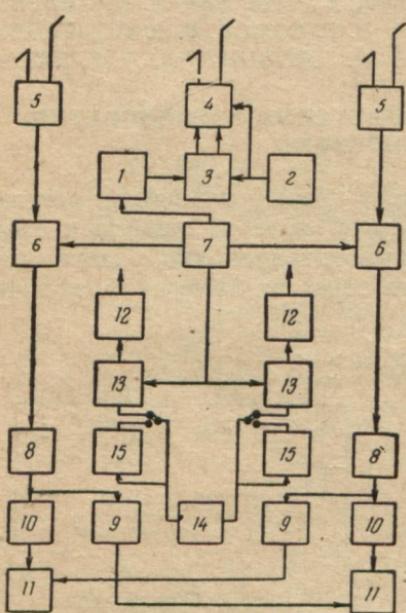


Рис. 2. Блок-схема передатчика и приемника системы ЧО:

1 — преобразователь частоты; 2 — модулятор; 3 — широкополосный усилитель, аналогичный передающему тракту АИС-3; 4 — оконечный усилитель мощности; 5 — каскады УВЧ; 6 — первый смеситель; 7 — перестраиваемый гетеродин; 8 — первые каскады УПЧ; 9 — фазовращатели; 10 — вторые каскады УПЧ; 11 — вторые смесители; 12 — аттенюаторы; 13 — смесители имитатора; 14 — гетеродин кварцеванный с частотой, равной средней частоте УПЧ; 15 — фазовращатели имитатора.

на высоте  $0,1\lambda$  от поверхности Земли ( $\lambda$  — длина волны).

Система ВЗ и ФЗ показана на рис. 3. Она состоит из ионосферной станции АИС-3, аппаратуры ФЗ, блока регистрации,

антенной системы, состоящей из двух взаимно-перпендикулярных антенн типа «дельта», одна из которых используется как передающая. Система позволяет получать как обычные ионоGRAMМЫ, так и фазочастотные характеристики ионосферы. Особенностью данной установки является то, что зондирование производится в импульсном режиме на двух близких когерентных частотах, разнесение между которыми равно 8 кГц и постоянно в диапазоне рабочих частот. Отраженные от ионосферы сигналы одновременно усиливаются приемником, разделяются фильтрами, и на выходе измеряется разность фаз между ними.

При обычном вертикальном зондировании погрешность измерения действующей высоты ~8 км. В описываемой установке погрешность измерения разности фаз около 12°, что соответствует погрешности определения действующей высоты около 0,7 км.

Аппаратура для получения действующей высоты методом ФЗ состоит из дополнительных блоков, которые используются совместно с АИС-3. Подключение блоков не нарушает обычной работы АИС, чем обеспечивается возможность одновременной работы и сравнение результатов.

В системе КМ в качестве возмущающего используется передатчик системы ЧС, а зондирующего — передатчик АИС-3.

Вследствие того, что зондирующий передатчик имеет плавную перестройку по частоте, представляется возможным снимать высотные зависимости коэффициентов амплитудной КМ для двух частот маломощной волны. Кроме того, ионосферный комплекс позволяет раздельно регистрировать обыкновенную и необыкновенную компоненты зондирующей волны, что удваивает количество информации. Избыток информации повышает достоверность получаемых профилей электронной концентрации  $N$  и частоты соударений  $v$ .

Таким образом, измерение фазовой КМ, требующее высокопрецизионной аппаратуры, не является необходимым. Методика одновременного получения  $N$  и  $v$  по данным амплитудной КМ будет рассмотрена ниже.

Аппаратура системы для исследования нижней ионосферы была апробирована в нескольких научных экспедициях, организованных кафедрой космической радиофизики. В ноябре 1972 г.

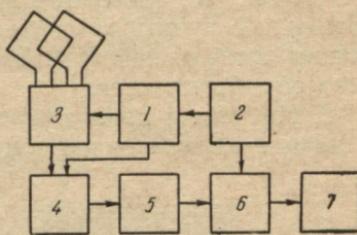


Рис. 3. Блок-схема аппаратуры ВЗ и ФЗ:  
 1 — передатчик АИС-3; 2 — формирователь зондирующих частот; 3 — антенная система; 4 — блок разделения обыкновенной и необыкновенной волн; 5 — приемник; 6 — блок разделения частот; 7 — фазорегистратор.

был проведен комплексный эксперимент по исследованию областей  $D$  и  $E$ . При этом в пункте «Волгоград» одновременно с изучением нижней ионосферы с помощью высокочастотных импедансных зондов проводилось вертикальное зондирование ионосферы, методом А1 измерялось поглощение на частоте 2,075 МГц и методом ЧО исследовалась электронная концентрация. Одновременно в пункте «Москва» нижняя ионосфера изучалась с помощью импульсной КМ. Полученный экспериментальный материал обрабатывается.

2. На рис. 4 приведен образец регистрации сигналов ЧО. В начале снимка виден зондирующий импульс 1, далее по време-

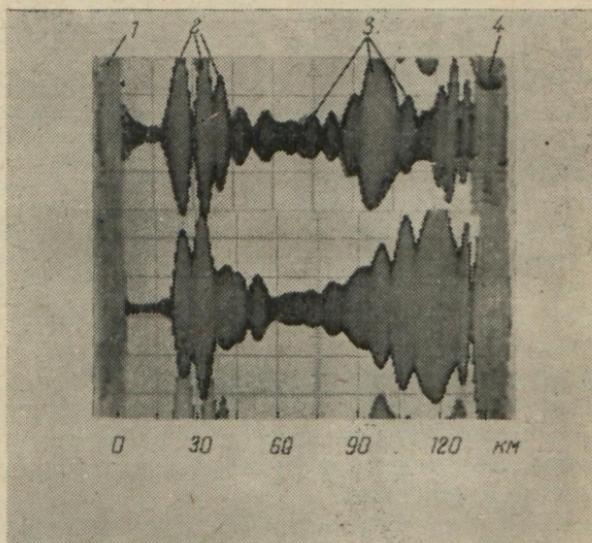


Рис. 4. Иллюстрация сигналов ЧО:  
1 — зондирующий импульс; 2 — отклик приемника на импульс; 3 — ЧО-сигнал; 4 — сигнал, отраженный от области с критической концентрацией.

менной оси — отклик приемника на импульс 2, «ЧО» сигнал 3. отражение от области с критической концентрацией 4; верхний луч — необыкновенная волна, нижний — обыкновенная.

В настоящее время, как известно, существует несколько методик обработки экспериментальных данных по ЧО [5—8].

Для получения профиля  $N$  в нижней ионосфере методом дифференциального поглощения используют высотную зависимость отношения амплитуд ЧО сигналов необыкновенной и обыкновенной волн. Кроме того, необходимо знать высотную зависимость эффективной частоты соударений.

На рис. 5 представлен профиль  $N$ , полученный 22 марта 1972 г. в 9 часов по московскому времени на СШ. Расчет проводился в предположении квазиродольного распространения для волны с частотой 2,5 Мгц аналогично [9]. При этом использовался профиль  $v$  взятый из [10]. Полученный профиль  $N$  качественно согласуется с данными других измерений.

З. ПРИК позволяет получать профили  $N$  и  $v$  в нижней ионосфере различными радиофизическими методами. Однако возможности установки не ограничиваются лишь измерением регулярной структуры. Параметры ионосферного комплекса позволяют определить впадину в профилях  $N$ , которая имеет место на высотах  $\sim 70$  км, и максимум ионизации в  $D$  области, а также изучать нестационарности, усредненные за интервал времени в несколько минут.

Ионосферный комплекс может оказаться полезным при изучении дрейфов в нижней ионосфере сочетанием методов ЧО и разнесенного приема либо КМ и разнесенного приема. Схема такого эксперимента представляется в следующем виде. В окрестности установки, применяемой в методе КМ (либо ЧО), располагаются три приемника, записывающие амплитуды отраженного сигнала. Обработка этих записей методом подобных замеров [11] или методом полного корреляционного анализа [12] дает возможность вычислять скорость дрейфа неоднородностей.

С помощью метода разнесенного приема определяется лишь скорость, усредненная по всей трассе радиосигнала. Специфика метода импульсной КМ в сочетании с разнесенным приемом позволяет находить скорости движения неоднородностей с шагом в несколько километров, начиная с высот, для которых имеются записи.

Отметим также, что имеется возможность одновременного получения записей амплитуды отраженного сигнала методами, сочетающими КМ и разнесенный прием (либо ЧО и разнесенный прием) и обычный разнесенный прием. Сравнение этих результатов, видимо, позволит проверить две важные гипотезы [13]: 1) может ли нерегулярная среда быть представлена как совокупность неоднородностей, образующих слои и движущихся в разных направлениях с разными скоростями; 2) одинаков ли вклад раз-

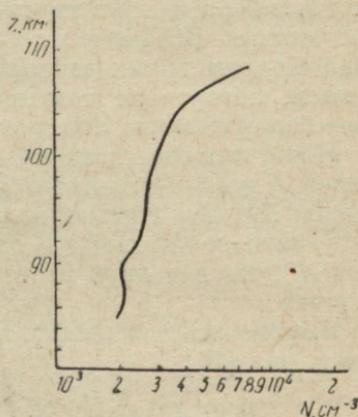


Рис. 5. Профиль электронной концентрации  $N$  в нижней ионосфере, полученный методом ЧО 22 марта 1972 г. на СШ.

личных участков трассы сигнала в среднюю скорость движения? Кроме того, такое сравнение может оказаться полезным при выяснении механизма ЧО.

Таким образом, ПРИК позволяет исследовать регулярные высотные зависимости  $N$  и  $v$  в нижней ионосфере различными радиофизическими методами. Ионосферный комплекс оказывается полезным при изучении тонкой структуры, движений и нестационарностей в  $D$  и  $E$  областях ионосферы.

4. Метод импульсной КМ имеет один весьма существенный недостаток, а именно трудность интерпретации экспериментальных данных. Вследствие того, что величина кроссмодуляции связана с параметрами ионосферы нелинейным интегральным уравнением, которое не допускает аналитического решения, возникает необходимость прибегать к различным численным методам.

Ниже излагается один из численных методов получения профилей  $N$  и  $v$  по высотным зависимостям коэффициентов амплитудной КМ для обыкновенной и необыкновенной компонент зондирующей волны или же одной компоненты (лучше необыкновенной), но для двух разнесенных частот зондирующего передатчика.

Выражение для коэффициента амплитудной кроссмодуляции имеет вид [14]

$$T^{(1), (2)} = \frac{P_1 G_1 \tau_1}{3K} \frac{e^2}{cm} \int_0^{z_0} \frac{\Omega_{1,2}^2 - v^2}{(\Omega_{1,2}^2 + v^2)^2} \exp \left\{ - \frac{2(z_0 - z)}{c} \delta v \right\} \frac{v}{T_e z^2} dF, \quad (1)$$

где  $P_1$ ,  $G_1$  и  $\tau_1$  — импульсная мощность, коэффициент усиления антенны и длительность импульса возмущающей установки;  $e$  и  $m$  — заряд и масса электрона;  $T_e$  — температура электронов;  $K$  — постоянная Больцмана;  $c$  — скорость света в вакууме;  $\delta$  — коэффициент энергетических потерь;  $\Omega_{1,2} = \omega_2 \pm \omega_L$ , если измеряется кроссмодуляция для обеих компонент зондирующей волны, или  $\Omega_{1,2} = \omega_2 - \omega_L$ , если измеряется кроссмодуляция для необыкновенной компоненты, но для двух частот;  $\omega_2$  и  $\omega_L$  — частота зондирующей волны и продольная составляющая гидрочастоты;

$$F = \exp \left\{ - \frac{4\pi e^2}{mc} \int_0^z \frac{Nv}{(\omega_1 - \omega_L)^2 + v^2} dz \right\} — \text{фактор поглощения}$$

возмущающей волны;  $\omega_1$  — рабочая частота греющего передатчика;  $z_0$  — высота встречи импульсов.

Сделаем следующие допущения: 1) среда плоскослоистая; 2)  $v$  и  $N$  постоянны в пределах тонкого слоя. Тогда интеграл в (1) можно заменить суммой

$$T_{(n \Delta z)}^{(1), (2)} = \sum_{t=1} A_{nt}^{(1), (2)} B_t, \quad (2)$$

где

$$i = \frac{z}{\Delta z}; \quad n = \frac{z_0}{\Delta z} (i \leq n);$$

$$A_{ni}^{(1), (2)} = \frac{\Omega_{1,2}^2 - v^2(i\Delta z)}{[\Omega_{1,2}^2 + v^2(i\Delta z)]^2} \exp \left\{ -\frac{2(n-i)\Delta z}{c} \delta v(i\Delta z) \right\};$$

$$B_i = -\frac{P_1 G_1 \tau_1}{3kT_e(i\Delta z) i^2 (\Delta z)^2} \frac{e^2}{cm} v(i\Delta z) \Delta F(i\Delta z).$$

Систему уравнений (2) целесообразно представить в матричном виде:

$$\|T^{(1)}\| = \|A^{(1)}\| \cdot \|B\|, \quad (3)$$

$$\|T^{(2)}\| = \|A^{(2)}\| \cdot \|B\|, \quad (4)$$

где матрицы  $\|T^{(1)}\|$ ,  $\|T^{(2)}\|$  и  $\|B\|$  — матрицы-столбцы;  $\|A^{(1)}\|$ ,  $\|A^{(2)}\|$  — треугольные матрицы. Очевидно, что матрицы  $\|A^{(1)}\|$  и  $\|A^{(2)}\|$  не содержат электронную плотность. Из уравнений (3), (4) получаем

$$\|T^{(2)}\| = \|A^{(2)}\| \cdot \|A^{(1)}\|^{-1} \cdot \|T^{(1)}\| = \|C\| \cdot \|T^{(1)}\|. \quad (5)$$

Матрица  $\|C\|$  также треугольная и не содержит величин  $P_1$ ,  $G_1$ ,  $\tau_1$  и  $T_e(z)$ , что позволяет получить частоту соударений с минимальной погрешностью. По известным из эксперимента матрицам  $\|T^{(1)}\|$  и  $\|T^{(2)}\|$  определяются элементы матрицы  $\|C\|$ , из которых последовательно вычисляется значение  $v$  для  $n$ -го слоя, начиная с  $n=1$ .

Для нахождения профиля  $N(z)$  уравнение (3) разрешается относительно  $\|B\|$ . По элементам матрицы  $\|B\|$  вычисляется  $N(n\Delta z)$ .

Исследование применимости данной методики показало, что частота соударений может быть определена лишь в диапазоне высот 60—70 километров. Однако на практике этого часто оказывается достаточным, так как приведенная высота атмосферы слабо меняется в нижней ионосфере. Отметим, что лучшие результаты дает одновременное измерение кроссмодуляции для обычной и необычайной компонент.

Изложенная методика аналогична [15], но обладает тем преимуществом, что допускает одновременное определение профилей  $N$  и  $v$  по записям одной лишь амплитудной КМ.

## ЛИТЕРАТУРА

- Подвижной радиотехнический ионосферный комплекс для исследования ионосферы и распространения радиоволн. — В кн.: X Всесоюзная конференция по распространению радиоволн. Секция III. [Тезисы докл.]. М., «Наука», 1972. с. 104. Авт. В. А. Мисюра, Л. А. Пивень, О. А. Литвиненко и др.

2. Система фазовых и допплеровских измерений в подвижном радиотехническом ионосферном комплексе. — В кн.: X Всесоюзная конференция по распространению радиоволн. Секция III. [Тезисы докл.]. М., «Наука», 1972, с. 109. Авт. В. А. Мисюра, Л. А. Пивень, А. К. Сурков и др.
3. Березин Ю. В., Гусев В. Д. Выделение одной магнитоионной компоненты с эллиптической поляризацией при приеме отраженных от ионосферы радиоволн — «Геомагнетизм и аэрономия», 1970, № 10, с. 59.
4. Березин Ю. В., Гусев В. Д., Смирнов В. И. Экспериментальные исследования подавления одной магнитоионной компоненты при отражении волн от слоя  $F_2$ . — «Геомагнетизм и аэрономия». 1971, № 11, с. 258.
5. Belrose J. Radio wave probing of the ionosphere by the partial reflection of radio waves (from heights below 100 km). — „J. Atmos. Terr. Phys.“, 1970, vol. 32, p. 576.
6. Von Biel H. A., Flood W. A., Camnitz H. G. Differential-phase partial-reflection technique for the determination of D-region ionisation. — „J. Geophys. Res.“, 1970, vol. 75, p. 4863.
7. Денисов К. Г., Тамойкин В. В. О корреляционной теории обратного рассеяния радиоволн. — «Изв. вузов. Радиофизика», 1971, т. 14, с. 1331.
8. Корреляционный метод определения электронной концентрации в Д-области. — «Изв. вузов. Радиофизика», 1971, т. 14, с. 1453. Авт.: Е. А. Бенедиктов, А. В. Гришкевич, В. А. Иванов и др.
9. Pignat C. R., Bowhill S. A. Electron densities in the lower ionosphere deduced from partial reflection measurement. — „Aeronomy Report“, 1968, p. 29.
10. Belrose J. S., Burke M. J. Study of the lower ionosphere using partial reflection. — „J. Geophys. Res.“, 1964, vol. 13, p. 2799.
11. Sprenger K., Schmidinger T. The full correlation analysis. — „J. Atmos. Terr. Phys.“, 1969, vol. 31, p. 1085.
12. Briggs B. H., Phillips G. J., Shinn D. H. The analysis of observations on spaced receivers of fading of radio signals. — „Proc. Phys. Soc.“, 1950, vol. 63B, p. 106.
13. Schlecker J. S. The application of the combined wave interaction spaced receiver technique to D-region winds. — In: IRL Scientific report, 388. The Pennsylvania State University, 1972.
14. Fejer J. A. The interaction of pulsed radio waves in the ionosphere. — „J. Atmos. Terr. Phys.“, 1955, vol. 7, p. 322.
15. Ферраро А. Дж., Ли Х. С. Измерение электронной концентрации и частоты соударений в области Д методом фазовой и амплитудной крос modуляции. — В кн.: Распределение электронов в верхней атмосфере. М., «Мир», 1969, с. 84.

УДК 550.388.2

И. И. КАПАНИН, В. М. МОКРЫЙ,  
В. А. ПОДНОС, А. К. СУРКОВ, А. М. ЦЫМБАЛ

### ЭЛЕКТРОННОЕ СОДЕРЖАНИЕ СРЕДНЕШИРОТНОЙ И ВЫСОКОШИРОТНОЙ ИОНОСФЕРЫ И ЕГО ГОРИЗОНТАЛЬНЫЕ ГРАДИЕНТЫ

Для определения полного электронного содержания ионосферы в вертикальном столбе ( $N_0$ ) использовались регистрации эффектов Допплера (ЭД) и Фарадея (ЭФ) когерентных сигналов излучателей в пунктах наблюдения, расположенных на средних (СШ) и высоких (ВШ) широтах. Измерения велись на частотах 20,005; 30,0075; 40,01; 41,01; 90,0225 Мгц. Период наблюдений охватывал весеннее и осенне равноденствия 1970 г. и зиму 1970 и 1971 гг. Анализ первичных регистраций допплеровской

приведенной фазы  $\Phi$  в ЭД и угла поворота  $\Phi_\phi$  плоскости поляризации в ЭФ показал, что они на ВШ в отличие от СШ подвержены большим нерегулярным изменениям как по амплитуде, так и по фазе (особенно на частоте 20 МГц, на более высоких частотах это проявляется слабее). Нерегулярность изменения  $\Phi$  и  $\Phi_\phi$  указывает на наличие в полярной и приполярной ионосфере большого количества неоднородностей электронной концентрации.

Для дальнейшей обработки отбирались лишь те записи, где можно было выделить регулярный ход  $\Phi$  и  $\Phi_\phi$ . Расчет проводился по методикам, изложенным в [1]. Строились зависимости электронного содержания от времени пролета, по которым затем были получены суточные вариации  $N_0$ . Зависимость  $N_0$  от географической широты при этом исключалась (из графиков  $N_0(t)$  брались значения, соответствующие моменту нахождения излучателя на минимальном удалении от пункта наблюдения).

Для ВШ значения  $N_0$  в максимуме суточного хода в весенне и осеннее равноденствие приблизительно в 7 раз превышают значения  $N_0$  в минимуме. В работах [2—4] это отношение несколько меньше. Возможно, это связано с различием высот излучателей (у нас эта высота  $\sim 350$  км, а в [2—4]  $\sim 1000$  км), так как суточные изменения во всей толщине ионосферы меньше, чем в окрестности максимума ионизации.

Сравнение наших результатов с данными [2—4] показывает, что в период низкой солнечной активности (1965 г.)  $N_0$  на ВШ примерно в 3 раза меньше, чем при высокой (1958 г.), и приблизительно в 1,5 раза меньше, чем при повышенной солнечной активности (СА). Как при высокой, так и при низкой СА  $N_0$  на СШ в 2 раза больше, чем на ВШ.

Суточные зависимости  $N_0$ , полученные на ВШ в период весеннего и осеннего равноденствий, почти совпадают, только в середине дня имеется небольшое различие. На СШ такое совпадение наблюдается лишь в годы низкой СА [5]. При повышенной же СА значения  $N_0$  в весенне и осеннее равноденствие уже различны. Это связано, вероятно, с тем, что в период высокой СА  $N_0$  на СШ следует больше за циклическим ходом, чем за сезонным. На ВШ зависимость  $N_0$  от СА проявляется слабее.

На СШ в суточной зависимости  $N_0$  (высота излучателя  $\sim 370$  км) в зимний период прослеживается ночной максимум, приходящийся приблизительно на полночь. Такое явление можно объяснить [6] потоком ионизации из протоионосферы. Величина потока  $Q$  составляет в наших экспериментах  $\sim 4 \cdot 10^8$  эл. $\cdot$ см $^{-2}$  $\cdot$ сек $^{-1}$  (по данным вертикального зондирования  $Q \approx 2,6 \cdot 10^8$  эл. $\cdot$ см $^{-2}$  $\cdot$ сек $^{-1}$ ). Следует отметить, что при данных и меньших высотах излучателя ночной максимум появляется не всегда и выражен слабее, чем для больших высот ( $\sim 1000$  км). Это связано с подъемом ионосферы ночью — наибольшая высота уровня

максимальной электронной концентрации наблюдается около полудня.

Наличие нескольких разнесенных по широте пунктов наблюдения позволило получить широтные зависимости  $N_0(\phi)$ . На рис. 1 приведены широтные вариации  $N_0$  для дневных, вечерних и ночных часов, полученные по регистрациям сигналов излуча-

теля в период осеннего равноденствия. На всех кривых наблюдается впадина в широтном ходе, которая перемещается от более высоких широт ( $\sim 63^\circ\text{N}$ ) вечером к более низким ( $\sim 57^\circ\text{N}$ ) — ночью и днем возвращается к ВШ ( $\sim 61^\circ\text{N}$ ). На широтах  $70-71^\circ$  наблюдается вторая впадина. Наиболее отчетливо она проявляется ночью.

Широта перемещающейся впадины по данным [7, 8] в зависимости от времени суток, геомагнитной и солнечной ак-

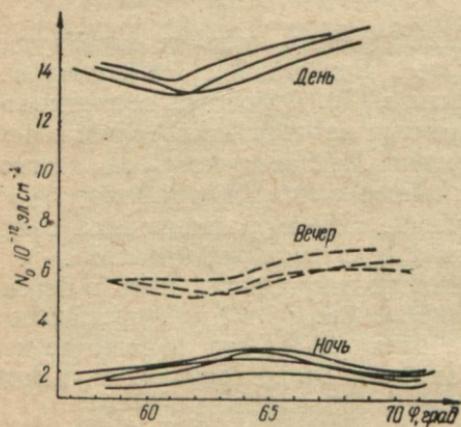


Рис. 1.

тивности изменяется в пределах  $48-65^\circ\text{N}$ . В наших измерениях впадина на широтах ниже  $54^\circ\text{N}$  и выше  $63^\circ\text{N}$  не наблюдалась. На рис. 2 приведены широтные зависимости  $N_0$ , полученные в зимний период 1970—1971 гг. для высоты излучателя  $\sim 1000$  км (в интервале широт, указанном пунктиром, измерений не было). Из рис. 2 видно, что впадина наблюдается и при больших высотах излучателя. Это свидетельствует о том, что такая же впадина должна присутствовать и в широтном ходе электронной концентрации на всех высотах. Для полученных широтных зависимостей характерно резкое (в 4 раза) уменьшение  $N_0$  в диапазоне широт  $55^\circ-60^\circ\text{N}$ . Можно предположить, что такое изменение вызвано различными процессами образования ионосферы на средних и высоких широтах. Наиболее четко это проявляется в утренние часы. Ближе к полудню различие между значениями  $N_0$  на СШ

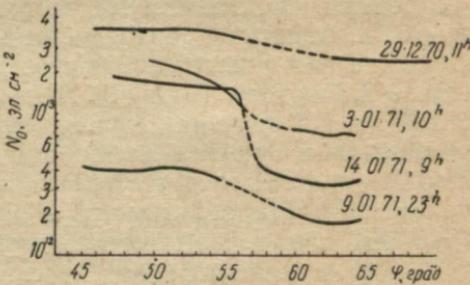


Рис. 2.

и ВШ уменьшается. Электронная концентрация в слоях  $E$  и  $F_1$ ,  $F_2$  заметно зависит от зенитного угла Солнца  $\alpha$ . Максимальная электронная концентрация в первом приближении в слоях  $E$  и  $F_1$  изменяется пропорционально  $(\cos \alpha)^{1/2}$ , а в слое  $F_2$  — пропорционально  $\cos \alpha$  [9]. Поскольку основной вклад в полное электронное содержание дает область  $F$ , следует ожидать, что  $N_0$  на СШ изменяется  $\sim (\cos \alpha)^n$ , где  $n$  лежит между 1 и  $1/2$  причем, по-видимому, ближе к 1. В наших измерениях  $n$  изменилось между  $1/3$  и 1, т. е. объяснить широтный ход полностью солнечным контролем нельзя.

Наличие нескольких разнесенных пунктов наблюдения позволило получить зависимость полного  $\Upsilon_{0p}$  широтного  $\Upsilon_{0sh}$  и долготного  $\Upsilon_{0d}$  относительных горизонтальных градиентов от времени суток.

Анализ полученных на СШ измерений показал:

1) ночью  $\Upsilon_{0p} \sim (2 \div 4) \cdot 10^{-4} \text{ км}^{-1}$  и может иметь различные направления;

2) днем градиент возрастает до  $(4 \div 5) \cdot 10^{-3} \text{ км}^{-1}$ , преимущественное направление — северо-западное; около полудня  $\Upsilon_{0p}$  направлен приблизительно по магнитному меридиану;

3) утром и вечером  $\Upsilon_{0p} \approx \Upsilon_{0d}$  и достигает величины  $\sim 3,5 \cdot 10^{-3} \text{ км}^{-1}$ .

По полученным в период весеннего равноденствия данным градиент  $\Upsilon_{0d}$  возрастает от величины  $8 \cdot 10^{-4} \text{ км}^{-1}$  в 6 часов, достигает максимального значения, равного  $5 \cdot 10^{-3} \text{ км}^{-1}$ , между 7 и 8 часами и спадает до значения  $5 \cdot 10^{-4} \text{ км}^{-1}$  в 9 часов. Во время восхода Солнца градиент резко возрастает.

Широтный градиент  $\Upsilon_{0d}$  обычно изменяется от ночи к дню от  $(2 \div 4) \cdot 10^{-4} \text{ км}^{-1}$  до  $(5 \div 7) \cdot 10^{-4} \text{ км}^{-1}$ . Наличие этого градиента хорошо прослеживается по широтным зависимостям  $N_0$ . Оценки, проведенные по широтному ходу  $N_0$ , показали, что в интервале широт  $45 \div 55^\circ \text{N}$   $\Upsilon_{0sh} \sim (1 \div 3) \cdot 10^{-4} \text{ км}^{-1}$ , а в интервале  $65 \div 69^\circ \text{N}$   $\Upsilon_{0sh} \sim (3 \div 5) \cdot 10^{-4} \text{ км}^{-1}$ . В интервале широт  $55 \div 62^\circ \text{N}$  наблюдаются большие градиенты  $\Upsilon_{0sh} \sim 3 \cdot 10^{-3} \text{ км}^{-1}$ . Это хорошо согласуется с непосредственными измерениями  $\Upsilon_{0sh}$  [10].

## ЛИТЕРАТУРА

1. Мисюра В. А. Радиофизические ионосферные исследования по распространению радиоволн от ракет и спутников. — «Ионосферные исследования», М., «Наука», 1969, № 18, с. 120—135.
2. Измерение интегральной электронной концентрации в приполярной ионосфере по регистрациям сигналов З-го ИСЗ. — «Геомагнетизм и аэрономия», 1970, т. 10, № 2, с. 334—336. Авт.: Г. К. Соловьевников, В. А. Мисюра, В. М. Мигунов, И. И. Горбачев.
3. Митякова Э. Е., Митяков Н. А., Череповецкий В. А. Результаты исследования полярной ионосферы по радиосигналам ИСЗ «Эксплорер-22». — «Изв. вузов. Радиофизика», 1967, т. 10, № 8, с. 1070—1076.

4. Ionospheric investigations on radio-wave propagation from space objects over a solar cycle.— In: Space Research XI-Akademie-Verlag, Berlin, 1971, p. 1027—1032. Auth.: V. A. Misyura, Y. G. Erokhin, G. N. Zintchenko e. a.
5. Garriot O. K., Da Rosa A. V., Ross W. J. Electron content obtained from Faraday rotation and phase path length variations.— „J. Atmos. Terr. Phys.“, 1970, vol. 32, p. 705—727.
6. Evans J. V. Cause of the midlatitude winter night increase in  $f_0F_2$ .— „J. Geophys. Res.“, 1965, vol. 70, N 17, p. 4331—4345.
7. Bates H. F., Belon A. E., Hunsucker R. D. Aurora and the poleward edge of the main ionospheric trough.— „J. Geophys. Res.“, 1973, vol. 78, N 4, p. 648—658.
8. Liszka L. The high-latitude trough in ionospheric electron content.— „J. Atmos. Terr. Phys.“, 1967, vol. 29, N 10, p. 1243—1259.
9. Rishbeth H. On explaining the behaviour of the ionospheric  $F$ -region.— „Rev. Geophys.“, 1968, vol. 6, N 1, p. 33—71.
10. Ионосферные измерения в разнесенных пунктах на средних и высоких широтах по распространению радиоволн от искусственных спутников Земли. Доклад на XV Генеральной Ассамблее МГГС, Москва, 31 июля—14 августа 1971 г., Харьков, 1971, 50, 25 с. Авт.: В. А. Мисюра, И. И. Капанин, В. А. Подносидр.

УДК 550.388.2

В. А. МИСЮРА, д-р техн. наук,  
Ю. Г. ЕРОХИН, д-р техн. наук,  
В. И. ИВАНОВ, М. Г. ТРУХАН, канд. техн. наук,  
Э. Г. МИЗЕР, канд. техн. наук,  
В. Т. ДЫМШИЦ, В. Т. РОЗУМЕНКО

### ПРЕДВАРИТЕЛЬНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ ИЗМЕРЕНИЙ МЕТОДОМ НЕКОГЕРЕНТНОГО РАССЕЯНИЯ ИОННОГО СОСТАВА НИЖНЕЙ ИОНОСФЕРЫ НА СРЕДНИХ ШИРОТАХ СССР

В настоящее время установлено, что в нижней ионосфере на высоте от 120 до 250 км имеет место переход от «тяжелых» ионов  $\text{NO}^+$  и  $\text{O}_2^+$  к «легким» —  $\text{O}^+$ . Однако влияние такого изменения ионного состава на спектр некогерентно рассеянных ионосферой сигналов даже при очень точных измерениях маскируется соответствующим изменением измеряемых электронной  $T_{e_n}$  и ионной  $T_{i_n}$  температур [1]. Поэтому однозначная интерпретация спектров, полученных в этой области высот, затруднительна и до сих пор основывается на принятии некоторой модели либо для состава, либо для одной из температур [1, 2].

Нами была принята модель для ионной температуры  $T_i$ , предполагающая, что  $T_i = T_n$ , где  $T_n$  — температура нейтральных частиц; теоретически показано, что это должно иметь место до высоты, по меньшей мере,  $\sim 250$  км [3]. В свою очередь, температура нейтральных частиц задается моделью Яккя [4]

$$T_n(h) = T_{\text{экз}} - (T_{\text{экз}} - T_{120}) \exp [-s(h - 120)], \quad (1)$$

где

$$s = 0,0291 \exp(-q^2/2),$$

$$q = \frac{T_{\text{экз}} - 800}{750 + 1,722 \times 10^{-4} (T_{\text{экз}} - 800)^2},$$

$s$  — параметр формы;  $T_{\text{экз}}$  — экзосферная температура,  $^{\circ}\text{К}$ ;  $h$  — геометрическая высота,  $\text{км}$ ;  $T_n(h)$  — температура на геометрической высоте  $h$ ;  $T_{120}$  — базовая температура на высоте 120 км.

Величина  $T_{120}$  была выбрана равной 355° К из модели атмосферы CIRA-1965 [5].

Температура  $T_{\text{экз}}$  получается из измерений  $T_{i_{ii}}$  на высоте 235 км, где предполагается наличие только ионов  $O^+$ .

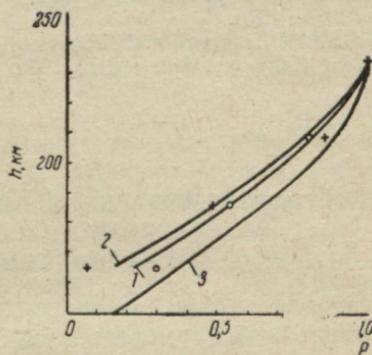
Величина  $T_{i_{ii}}$  определялась на всех высотах из полуширины спектра некогерентного рассеяния в предположении наличия только ионов  $O^+$ . Величина  $\tau = T_{i_{ii}}/T_{120}$  оценивалась по формуле спектров и принята равной 1,1 с погрешностью  $\pm 0,1$ . Наличие ионов  $NO^+$  и  $O_2^+$  приводит к тому, что измеренная ионная температура  $T_{i_{ii}}$  отличается от истинной ионной температуры  $T_i$  на соответствующих высотах так, что  $T_i = K_{t_i} T_{i_{ii}}$ . Коэффициент  $K_{t_i}$  зависит (при  $\tau = \text{const}$ ) от величины  $p = \frac{N(O^+)}{N_e}$ , где  $N_e$  —

электронная концентрация,  $N(O^+)$  — концентрация  $O^+$ .

Таким образом, определяя  $T_{i_{ii}}$  и  $K_{t_i}$  (имея в виду  $T_i = T_n$ ), можно по величине  $K_{t_i}$  определить  $p$ , т. е. измерять относительную концентрацию  $O^+$ .

Результаты таких измерений 4—5 февраля 1972 г. на средних широтах в СССР приведены на рисунке. Кривая 1 получена из высотного профиля  $T_{i_{ii}}$  усредненного за время с 22.00 до 3.00 (усреднение проводилось для уменьшения ошибок измерений, вызванных малым отношением сигнал — шум). Кривая 2 получена из высотного профиля  $T_{i_{ii}}$  усредненного за время с 5.00 до 6.00. Для сравнения приведена также кривая 3, представляющая средний профиль  $p$  по измерениям методом некогерентного рассеяния на средних широтах в 1966 г. [1].

Некоторое различие в ходе кривых 1, 2, 3 может быть объяснено систематической ошибкой метода измерения  $p$ , связанной с выбором параметров  $T_{120}$  и  $s$  в модели (1) и, в меньшей степени, погрешностью определения  $\tau$ , а также суточными, сезонными и другими вариациями ионного состава.



## ЛИТЕРАТУРА

1. Petit M. Measures de températures de densité électronique et de composition ionique dans l'ionosphère par diffusion de Thomson. Etude du déséquilibre thermodynamique dans l'ionosphère diurne. — „Ann. Geophys.“, 1968, a 24, N 1, p. 1—38.
2. Cox L. P., Evans J. V. Seasonal variation of the O/N<sub>2</sub> ratio in the F<sub>1</sub> region. — „J. Geophys. Res.“, 1970, vol. 75, N 31, p. 6271—6286.
3. Evans J. V., Mantas G. P. Thermal structure of the temperate latitude ionosphere. — „J. Atmos. Terr. Phys.“, 1968, vol. 30, N 4, p. 563—577.
4. Swenson G. R. Temperature shape parameter of the thermosphere determined from probe data. — „J. Geophys. Res.“, 1969, vol. 74, N 16, p. 4074—4078.
5. COSPAR International Reference Atmosphere 1965. North-Holland Publishing Company, Amsterdam, 1965.

УДК 550.388.2

В. Т. РОЗУМЕНКО

### К МЕТОДИКЕ ИЗМЕРЕНИЯ АВТОКОРРЕЛЯЦИОННОЙ ФУНКЦИИ НЕКОГЕРЕНТНО РАССЕЯННЫХ В ИОНОСФЕРЕ РАДИОЛОКАЦИОННЫХ СИГНАЛОВ

В ряде случаев в эксперименте удобнее измерять вместо спектра автокорреляционную функцию некогерентно рассеянных (НР) в ионосфере радиолокационных сигналов  $K_c(\tau)$  [1]. Автокорреляционная функция определяется известным образом:

$$K_c(\tau) = \frac{\langle y(t) y^*(t + \tau) \rangle}{\langle |y(t)|^2 \rangle}, \quad (1)$$

где  $\langle \rangle$  — усреднение по ансамблю или по времени;

$y^*$  — комплексное сопряжение;

$y(t)$  — рассеянный сигнал ( $\langle y(t) \rangle = 0$ ).

Из теории некогерентного рассеяния (см., например, [2]) следует, что время корреляции флуктуаций электронной плотности, волновое число которых удовлетворяет условию  $(2kD)^2 \ll 1$  ( $D$  — дебаевский радиус электронов), обратно пропорционально  $V T_i$  ( $T_i$  — температура ионов). Тогда  $\tau = \tau_0$ , при котором корреляционная функция  $\rho(\tau)$  флуктуаций электронной плотности первый раз обращается в нуль при условии  $T_i = T_e$  ( $T_e$  — температура электронов) определяется выражением

$$\tau_0 = \kappa \lambda (T_e)^{-\frac{1}{2}} \quad [\text{м сек}], \quad (2)$$

где  $\lambda$  — длина волны зондирующего сигнала,  $M$ ;  $T_e$ , °К;  $\kappa$  — постоянная, зависящая от массы иона (для ионов атома кислорода  $\kappa = 4,8$ ).

Обычно для измерения автокорреляционной функции НР сигналов применялись радиоволны с круговой поляризацией. В данной работе рассматривается возможность применения в таких измерениях радиоволн с линейной поляризацией. Ограничимся

случаем, когда длительность зондирующего импульса  $\tau_n$  значительно превышает максимальное измеряемое время корреляции  $\tau_m$ :

$$\tau_n \gg \tau_m. \quad (3)$$

В таком случае можно пренебречь изменением положения зондирующего импульса в пространстве за время измерения автокорреляционной функции  $K_c$  и использовать при этом обычный импульсный радиолокатор.

Сигнал  $y(t)$  на выходе линейной части приемника связан с сигналом  $x(t)$  на входе приемника известным соотношением

$$y(t) \alpha \int_{-\infty}^t x(t_1) h(t - t_1) dt_1, \quad (4)$$

где  $h(t)$  — функция отклика приемника на единичный импульс. Здесь и далее знак  $\alpha$  обозначает, что опущены постоянные множители, которые сократятся при получении нормированной функции (1).

Если приемная антенна имеет линейную поляризацию, то сигнал на входе приемника обусловлен полями обыкновенной  $E'_2$  и необыкновенной  $E'_1$  волн:

$$x(t) \alpha E_1 + E'_2. \quad (5)$$

Как известно (см., например, [3]), поле рассеянной волны определяется выражением

$$E_i(t) = r_a^2 e^{i\omega_0 t} \int \frac{1}{|\vec{r}|} E_0(\vec{r}, t - r/c) \Delta N(\vec{r}, t - r/c) e^{iq\vec{r} \cdot \vec{r}} d\vec{r}, \quad (6)$$

где  $r_a$  — классический радиус электрона;  $\omega_0$  — несущая частота радиолокатора;  $\vec{r}$  — радиус-вектор точки рассеивающего объема;  $E_0(\vec{r}, t)$  — функция, описывающая положение, амплитуду и фазу зондирующего импульса;  $\Delta N(\vec{r}, t)$  — флуктуации электронной плотности;  $q = \vec{K}' - \vec{K}$ ;  $\vec{K}$ ,  $\vec{K}'$  — волновой вектор падающей и рассеянной волны соответственно. В (6) индекс  $i=1$  относится к обыкновенной, а индекс  $i=2$  — к необыкновенной волне. Используя (4), (5) и (6) и пренебрегая шумом приемника, можно записать

$$\begin{aligned} \langle y(t) y^*(t + \tau) \rangle \alpha & \int_{-\infty}^t \int_{-\infty}^{t+\tau} \left\{ \int_V \int_{V'} \left\langle \Delta N(\vec{r}, t_1 - \frac{\vec{r}}{c}) \Delta N(\vec{r}, t_2 - \frac{\vec{r}'}{c}) \right\rangle \right. \right. \\ & > [e^{iq_1(\vec{r} - \vec{r}')} + e^{iq_2(\vec{r} - \vec{r}')} + e^{i(q_2 \vec{r} - q_1 \vec{r}')}] \times \\ & \times E_0^*(\vec{r}', t_2 - \frac{\vec{r}}{c}) \cdot E_0(\vec{r}, t_1 - \frac{\vec{r}}{c}) d\vec{r} d\vec{r}' \Big\} h(t - t_1) h^*(t + \tau - t_2) dt_1 dt_2. \end{aligned} \quad (7)$$

Произведя обычную замену  $\vec{R} = \vec{r}' - \vec{r}$  и  $t_3 = t_2 - t_1$  (исключив  $t_2$  и  $\vec{r}'$ ) и считая, что в окрестности фиксированной точки  $\vec{r}$ ,  $t$  автокорреляционная функция  $\rho$  зависит только от пространственного и временного интервалов  $\vec{R}$  и  $t_3$  и не зависит от  $\vec{r}$  и  $t$ , а также используя условие (3) (исключается зависимость  $E_0 E^*_{t_0}$  от  $\vec{R}$ ), перепишем (7) в виде

$$\begin{aligned} & \langle y(t) y(t + \tau) \rangle \alpha \int [ \int \rho(\vec{R}, t_3; \vec{r}, t) e^{i\vec{q}\vec{R}} d\vec{R} \times \\ & \times \int [1 + \cos(\Delta q \vec{r})] E_0(\vec{r}, t_1 - \frac{r}{c}) E_0^*(\vec{r}, t_1 - \frac{r}{c} + t_3) d\vec{r} \times \\ & \times \int h(t - t_1) h^*(t - t_1 + \tau - t_3) dt_1 ] dt_3. \end{aligned} \quad (8)$$

Подынтегральная функция внешнего интеграла в (8) распадается на произведение трех интегралов. Каждый из них может быть вычислен независимо. Первый из сомножителей в (8) представляет собой преобразование Фурье автокорреляционной функции

$$\rho(\vec{q}, t_3; \vec{r}, t) = \int \rho(\vec{R}, t_3; \vec{r}, t) e^{i\vec{q}\vec{R}} d\vec{R} \quad (9)$$

и является автокорреляционной функцией спектральных составляющих флуктуаций плотности электронов с волновым вектором  $\vec{q}$  вблизи средней дальности  $\vec{r}$  рассеивающего объема.

Второй сомножитель в (8) является квазикорреляционной функцией зондирующего импульса с учетом поляризационных характеристик сигналов:

$$K_u(t_3) = \int [1 + \cos(\Delta q \vec{r})] E_0 \left( \vec{r}, t_1 - \frac{r}{c} \right) E_0^* \left( \vec{r}, t_1 - \frac{r}{c} + t_3 \right) d\vec{r}, \quad (10)$$

где  $\Delta q \vec{r} = 4\Phi(r, \varepsilon, \beta) = \int \Delta q(x, \varepsilon, \beta) dx$ ;

$\Phi$  — угол поворота плоскости поляризации вдоль луча от радиолокатора до точки  $(r, \varepsilon, \beta)$ . Влияние поляризационных характеристик НР сигналов на мощность, принимаемую радиолокатором с линейно поляризованной антенной, рассмотрено в [4] и здесь не рассматривается.

Как видно из выражения (10), влиянием поляризационных характеристик НР сигналов на измерение автокорреляционной функции этих сигналов радиолокатором с линейно поляризованной антенной можно пренебречь, если поворот угла плоскости поляризации в пределах импульса  $\Delta\Phi \ll 1$  либо  $\Delta\Phi \gg 1$ . В таких случаях поляризация не влияет на  $K_u$ . Например, при прямоугольных зондирующих импульсах  $K_u$  будет треугольной. Если же

$\Delta\Phi \sim 1$ , то поляризационные замирания рассеянных сигналов могут затруднить измерение автокорреляционной функции. Третий сомножитель в выражении (8) является квазикорреляционной функцией отклика приемника на единичный импульс:

$$K_0(\tau - t_3) = \int h(t - t_1) h^*(t - t_1 + \tau - t_3) dt_1. \quad (11)$$

Если ширина полосы пропускания приемника достаточно велика, то ее можно заменить  $\delta$ -функцией, не внося значительных ошибок.

Таким образом, выражение (8), используя обозначения (9), (10) и (11), можно записать в виде

$$\langle y(t) y^*(t + \tau) \rangle \propto \int \rho(\vec{q}, t_3; \vec{r}, t) K_n(t_3) K_0(\tau - t_3) dt_3. \quad (12)$$

При подстановке выражения (12) в формулу (1) все постоянные множители, которые мы опускали, сократятся.

Формулы (1), (9) — (12) при известных параметрах радиолокатора с линейно поляризованной антенной позволяют учесть влияние конечной длительности зондирующего импульса и ширины полосы пропускания приемника на измерение автокорреляционной функции тепловых флюктуаций электронной плотности.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Farley D. T. Incoherent scatter correlation function measurements. — „Radio Sci.“, 1969, vol. 4, N 10, p. 935—953.
2. Evans J. V. Theory and practice of ionosphere study by Thomson scatter radar. — „Proc. IEEE“, 1969, vol. 57, N 4, p. 496—530.
3. Booker H. G., Gordon W. E. A theory of radio scattering in the troposphere. — „Proc. IRE“, 1950, vol. 38, N 4, p. 401—412.
4. Ткачев Г. Н., Розуменко В. Т. Эффект Фарадея некогерентно рассеянных радиолокационных сигналов. — «Геомагнетизм и аэрономия», 1972, т. 12, № 4, с. 657—661.

УДК 550.388.2

В. Ф. ПУШИН

#### РАСЧЕТ ЭФФЕКТОВ ПРИ РАСПРОСТРАНЕНИИ КОРОТКИХ РАДИОВОЛН В ИОНОСФЕРЕ С ПЕРЕМЕЩАЮЩИМИСЯ ПЕРИОДИЧЕСКИМИ ВОЗМУЩЕНИЯМИ

В последнее время в литературе уделяется внимание периодическим перемещающимся возмущениям [1]. Их существование твердо установлено радиофизическими и прямыми методами. Перемещающиеся ионосферные возмущения (ПИВ) — одна из разновидностей крупномасштабных неоднородностей. На фоне регулярных суточных вариаций параметров ионосферы ПИВ отмечаются как флюктуации волнового характера, распространяющиеся над поверхностью Земли.

К настоящему времени накоплен большой экспериментальный материал по ПИВ. Одним из наиболее вероятных механизмов образования и движения ПИВ является прохождение внутренних атмосферных гравитационных волн через область  $F$  [2].

В настоящей работе исследуются эффекты, возникающие при наклонном распространении КВ сигнала, отраженного от ионосфера с движущимися периодическими возмущениями. Одним из методов, позволяющих обнаружить ПИВ и их движение, является измерение углов прихода. В работе исследуется влияние движущихся периодических возмущений на вариации углов прихода КВ сигнала, отраженного от ионосферы, для трассы длиной 2000 км. Проведен качественный анализ структуры сигнала.

### Траекторное моделирование эффектов

При анализе ряда эффектов при распространении КВ сигнала в ионосфере в геометрооптическом приближении (допплеровское смещение частоты, вариации углов прихода, интерференция волн в точке приема и др.), когда нужно сравнивать характеристики для двух близких лучевых траекторий, возникает необходимость более точного решения характеристической системы обыкновенных дифференциальных уравнений вида [3]:

$$\frac{dx_i}{dt} = \frac{\partial F}{\partial p_i}, \quad \frac{dp_i}{dt} = -\frac{\partial F}{\partial x_i}, \quad i = 1, 2, 3; \quad (1)$$

которая соответствует локальному дисперсионному уравнению [4]:

$$F = (\nabla L)^2 - \varepsilon = 0, \quad (2)$$

где  $\varepsilon$  — диэлектрическая проницаемость среды;  $x_i$  — пространственная координата лучевой траектории;  $L$  — фазовый (или оптический) путь;  $t$  — некоторая функция длины пути вдоль лучевой траектории;  $p_i = \frac{\partial L}{\partial x_i}$ . Запись системы уравнений в виде (1) предполагает квазистационарность среды. Система (1) решается одним из численных методов (например, метод Рунге—Кутта). Одним из путей снижения погрешности метода является уменьшение шага интегрирования в тех областях, где погрешность велика. При решении краевой задачи для системы (1), когда необходим расчет большого количества траекторий, нужен закон изменения шага, обеспечивающий необходимую точность при малой затрате машинного времени.

Рассмотрим двухмерную задачу в полярной системе координат  $\rho, \theta$ . Влиянием внешнего магнитного поля пренебрегаем. Среда изотропна, и  $\varepsilon = \varepsilon(\rho, \theta)$ . Уравнение (2) принимает вид:

$$F(\rho, \theta; p_\rho, p_\theta) = p_\rho^2 + \frac{1}{\rho^2} p_\theta^2 - \varepsilon = 0. \quad (3)$$

Можно перейти от уравнения (3) к (1), выбрав за независимую переменную  $t$ . Однако численное решение системы в таком

виде обладает гораздо меньшей точностью, чем, например, решение в прямоугольной системе координат при той же затрате времени [5]. Связано это с тем, что малые ошибки определения угловых координат приводят к большим ошибкам в линейных величинах. Полагая, что  $\rho = \rho(\theta)$  — однозначная функция, запишем уравнение (3) в виде

$$p_\theta + H(\rho, \theta; p_\rho) = 0, \quad (4)$$

где  $H = -\rho(\epsilon - p_\rho^2)^{\frac{1}{2}}$  — так называемая функция Гамильтона. Выбрав за независимую переменную  $\theta$ , запишем характеристическую систему в каноническом виде:

$$\frac{dp}{d\theta} = -\frac{\partial H}{\partial p_\rho}; \quad \frac{dp_\rho}{d\theta} = -\frac{\partial H}{\partial \rho}. \quad (5)$$

Система (5) является замкнутой неавтономной системой обыкновенных нелинейных дифференциальных уравнений первого порядка. Дополним систему (5) уравнениями для фазового пути и времени группового запаздывания:

$$\frac{dL}{d\theta} = p_\rho \frac{\partial H}{\partial p_\rho} + p_\theta; \quad (6)$$

$$\frac{dt_{gp}}{d\theta} = \frac{1}{c p_\rho} \frac{\partial H}{\partial \rho}, \quad (7)$$

где  $t_{gp}$  — время группового запаздывания;  $c$  — скорость света в вакууме.

Для точечного источника, расположенного в точке с координатами  $(\rho_0, \theta_0)$ , начальные условия

$$\rho(\theta_0) = \rho_0, \quad p_\rho(\theta_0) = n_0 \sin \beta, \quad (8)$$

где  $n_0$  — значение показателя преломления среды в точке  $(\rho_0, \theta_0)$ ;  $\beta$  — угол между единичным вектором  $\vec{e}_0$  и направлением излучения (угол выхода).

Система уравнений (5), (6), (7), (8) решалась численно на ЭВМ методом Рунге—Кутта для ионосфера с перемещающимися возмущениями. При этом осуществлялись проверки того, прошел ли луч максимум слоя, достигнута ли высота локального отражения, вышел ли луч из слоя ионосферы.

В первом случае вычисления прекращались. В последних двух случаях производился возврат в предыдущую точку с последующей линейной интерполяцией шага, и так до тех пор, пока луч оставался локализованным или в точке локального отражения, или на границе слоя. Условие локального отражения в изотропной среде [6]:

$$\cos(\nabla^\epsilon, \nabla L) = 0. \quad (9)$$

Для оценки точности программы расчета были проведены расчеты дальности одного скачка по поверхности Земли и оптического пути для модели de Voogta [7]. Эти результаты сравнивались с полученными по аналитическим формулам [8]. Точность программы оказалась достаточной для расчета прямым методом вариаций фазового пути, времени группового запаздывания и углов прихода, вызываемых перемещающимися ионосферными возмущениями.

### Моделирование перемещающихся ионосферных возмущений

В настоящее время теория образования и движения ПИВ и достаточно многочисленные эксперименты позволяют объяснить многие наблюдаемые факты.

В связи с этим представляется целесообразным создание гибридной модели ПИВ, представляющей собой наиболее простую детерминированную модель, параметры которой согласуются с экспериментальными данными. Исходя из результатов экспериментальных и теоретических работ [1,9—12], представим установившееся возмущение плоского слоя с плавным распределением электронной концентрации  $N_{e0}(z)$  в виде

$$\Delta N_e = \delta N_{e0} \Phi(z) \cos(\Omega t - \vec{k} \cdot \vec{r}); \quad (10)$$

$$\Phi(z) = \exp[-(z - z'_m)/2h], \quad (11)$$

где  $z$  — высота над поверхностью Земли;  $z'_m$  — высота, на которой наиболее эффективно регистрируются ПИВ (230—250 км);  $\delta$  — мощность возмущения на уровне  $z'_m$ ;  $\Omega$  — частота атмосферной волны;  $\vec{k}$  — волновой вектор;  $h$  — приведенная высота нейтральной атмосферы на уровне слоя  $F$ .

Функция  $\Phi(z)$  описывает спад мощности возмущения с ростом высоты, что обусловлено уменьшением эффективности образования ПИВ за счет уменьшения числа столкновений нейтралов с ионами и за счет роста коэффициента амбиополярной диффузии. В ранее использованной модели [13] спад мощности возмущения с ростом высоты не учитывался.

В предложенной модели не учитывался импульсный характер ПИВ. Поэтому модель (10), (11) неверна на расстоянии больше чем несколько длин волн. Полагая среду квазиплоской, в полярной системе координат имеем

$$\Phi(\rho) = \exp[(\rho'_m - \rho)/2h]; \quad (12)$$

$$\vec{k} \cdot \vec{r} = \frac{2\pi}{\lambda_\rho} (\rho_0 - \rho) + \frac{2\pi}{\lambda_\theta} \rho \vartheta, \quad (13)$$

где  $\rho$  — расстояние от центра Земли до произвольной точки слоя;  $\rho_0$  — расстояние от центра Земли до начала слоя.

Значение  $\rho'_m$ , соответствующее максимуму возмущения, находится из условия

$$\frac{d}{d\rho} [N_{e0}(\rho) \exp(-\rho/2h)] = 0. \quad (14)$$

Ограничимся рассмотрением плоской задачи, когда волновые векторы электромагнитной и атмосферной волн лежат в одной плоскости.

*Результаты расчета.* На рис. 1 представлено семейство кривых зависимости дальности одного скачка по поверхности Земли

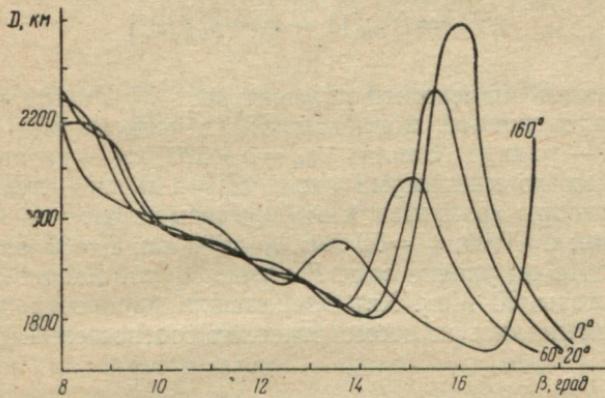


Рис. 1.

от угла выхода для различных фаз возмущения. Тангенс угла наклона касательной к кривой к оси абсцисс характеризует распределение энергии электромагнитного поля по поверхности Земли. Пологие участки соответствуют областям фокусировки. Картине распределения энергии, деформируясь, движется по поверхности Земли.

Как можно заметить на рис. 1, одному и тому же расстоянию скачка соответствуют различные углы выхода, т. е. в точку наблюдения приходят несколько лучей. Сигнал принимает многолучевую структуру. Для некоторых фаз возмущения количество лучей может достигать пяти и изменяться во времени. От-

дельные моды существенно разнесены в пространстве. При наличии в ионосфере быстро хаотически изменяющихся во времени неоднородностей имеет место так называемая флюктуиру-

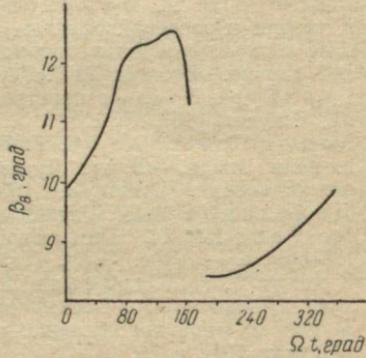


Рис. 2.

ющая многолучевость. Таким образом, ПИВ изменяют структуру принимаемого сигнала, вызывая быстрые и медленные флуктуации поля. На рис. 2 приведена зависимость угла прихода основной моды от фазы возмущения для расстояния скачка 2000 км.

В интервале фаз от 160 до 180° происходит смена мод: исчезает одна мода и появляется другая. При многолучевом приеме картина резко усложняется. В данной работе этот случай не рассматривался.

Расчет проводился для невозмущенного параболического слоя

$$N_{e0} = N_{e0m} [1 - (\rho - \rho_m)^2 / z_m^2] \quad (15)$$

со следующими значениями параметров:  $N_{e0m} = 10^6 \text{ эл} \cdot \text{см}^{-3}$  — значение электронной концентрации в максимуме слоя;  $a = 6370 \text{ км}$  — радиус Земли;  $\rho_m = a + 320 \text{ км}$  — расстояние от центра Земли до максимума слоя;  $z_m = 140 \text{ км}$  — полутолщина слоя. Параметры возмущения выбирались из спектра наблюдаемых величин:  $\delta = 0,05$ ;  $\lambda_\rho = 50 \text{ км}$ ;  $\lambda_\theta = 200 \text{ км}$ ;  $T = 30 \text{ мин}$ . Приведенная высота на уровне слоя  $F$  равна 30 км. Расчет проводился для частоты 20 Мгц. Характеристики распространения вне слоя рассчитывались из геометрических соотношений.

## ЛИТЕРАТУРА

- Гершман Б. Н., Григорьев Г. Н. Перемещающиеся ионосферные возмущения. — «Изв. вузов. Радиофизика». 1968, т. 11, № 1, с. 5.
- Hines C. O. Internal gravity waves in the ionosphere. — „Canad. J. Phys.“, 1960, vol. 38, p. 1441.
- Мисюра В. А., Баженов Г. М., Крохмальников Е. Б. и др. К теории и расчету эффектов, возникающих при распространении радиоволн в околоземной гиротропной трехмерно-неоднородной квазистационарной плазме. «Вестник ХГУ. Сер. радиофизическая», 1973, вып. 3, с.
- Гинзбург В. Л. Распространение электромагнитных волн в плазме. М., «Наука», 1967, 468 с.
- Копка Г., Миллер Г. Г. Расчеты МПЧ с учетом влияния магнитного поля Земли. — В кн.: Лучевое приближение и вопросы распространения радиоволн. М., «Наука», 1971, с. 167.
- Долуханов М. П. Распространение радиоволн. М., «Связь», 1968.
- De Voogt A. H. The calculation of the path of a radio-ray in a given ionosphere. — „Proc. IRE“, 1953, vol. 41, N 9, p. 1183.
- Крофт Т. А., Хугасьян Г. Точные расчеты параметров траектории луча в квазипараболической ионосфере без учета магнитного поля. — В кн.: Лучевое приближение и вопросы распространения радиоволн. М., «Наука», 1971, с. 74.
- Гершман Б. Н., Григорьев Г. Н. О неоднородностях электронной концентрации, возникающих при распространении ионосферных перемещающихся возмущений. — «Геомагнетизм и аэрономия», 1966, 1966, т. 6, вып. 2, с. 246.
- Гершман Б. Н., Григорьев Г. Н. К теории перемещающихся ионосферных возмущений. — «Геомагнетизм и аэрономия», 1965, т. 5, вып. 5, с. 843.

11. Гершман Б. Н., Григорьев Г. Н. Некоторые вопросы теории перемещающихся ионосферных возмущений. «Ионосферные исследования», М., «Наука», 1968, 16, с. 34.
12. Clark R. M., Yeh K. C., Liu C. H. Interaction of internal gravity waves with the ionospheric F2-layer. — „J. Atmos. Terr. Phys.“, 1971, vol. 33, N 10, p. 1567.
13. Нургожин Б. И., Троицкий Б. В. О влиянии неоднородностей на распространение радиоволн. — В кн.: Ветры, дрейфы и неоднородности в ионосфере. [Сб. докл. симпозиума]. Новосибирск, 1971, с. 122.

УДК 621.396.671

Н. Н. ГОРОБЕЦ, канд. физ.-мат. наук.  
Ю. И. СЕРГИЕНКО

## РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН ОТРАЖАТЕЛЬНЫМИ РЕШЕТКАМИ ВИБРАТОРОВ

Антенные решетки слабонаправленных элементов типа Ван-Атта, в которых длины фидерных линий, соединяющих соседние пары сопряженных элементов, отличаются на половину длины волны в фидере, рассеивают электромагнитную энергию в направлениях, отличных от направления ее прихода [1]. В [1] не учтены переизлучение падающей волны элементами решетки и многократные переотражения в фидерных трактах сопряженных элементов решетки, что может существенно изменить диаграмму рассеяния. Учтем эти особенности на примере самофазированной линейной решетки вибраторов.

### Диаграмма рассеяния нагруженной приемной вибраторной антенны

Пусть на симметричный приемный вибратор длиной  $2l$ , радиуса  $a$ , с нагрузкой  $\mathbf{z}_n$ , подключенной через фидерный тракт в центре вибратора, падает плоская волна  $\vec{E}^{\text{пад}}$ ; вибратор расположен вдоль координатной оси с центром в начале координат и  $\vec{E}^{\text{пад}} \parallel \vec{z}$ , так как только проекция  $\vec{E}^{\text{пад}}$  на ось  $z$  будет взаимодействовать с вибратором. Ток в приемном вибраторе, обусловленный равномерным полем, параллельным вибратору, представляет собой сумму двух токов:  $I^{\text{пр}}$  и  $I^{\text{пер}}$ , распределение которых свойственно приемной и передающей антеннам. Таким образом:

$$I(z) = I^{\text{пр}}(0) \cdot f(z) + I^{\text{пер}}(0) \cdot g(z), \quad (1)$$

где  $f(z)$ ,  $g(z)$  — соответствующие функции распределения тока, нормированные к току в начале координат так, что  $f(0) = g(0) = 1$ , и тогда ток на клеммах антенны

$$I(0) = I^{\text{пр}}(0) + I^{\text{пер}}(0). \quad (2)$$

В нагрузке приемной антенны наводится напряжение  $Z_h I(0)$ , т. е. нагрузка действует как эквивалентный генератор, поэтому согласно теореме компенсации теории цепей ток  $I^{\text{пер}}(0)$  можно выразить через электродвижущую силу  $e = -Z_h I(0)$  и входное сопротивление антенны  $Z_A = R_A + jX_A$ :

$$I(0) = I^{\text{пр}}(0) - \frac{Z_h I(0)}{Z_A}. \quad (3)$$

Из (3) найдем выражение для  $I^{\text{пр}}(0)$ :

$$I^{\text{пр}}(0) = I(0) \left[ 1 + \frac{Z_h}{Z_A} \right]. \quad (4)$$

Подставив полученные выражения для токов в (1), получим

$$I(z) = I(0) \left[ \frac{Z_h + Z_A}{Z_A} f(z) - \frac{Z_h}{Z_A} g(z) \right]. \quad (5)$$

Определим функции  $f(z)$  и  $g(z)$ . Заметим вначале, что ток в бесконечно длинном проводе в равномерном поле, распределенном параллельно проводу, является постоянным. В проводе конечных размеров ток на концах его равен нулю. Концы такого провода являются источниками волн на проводе. Электрический заряд, связанный с равномерно распределенным током, будет стремиться сконцентрироваться на концах, а обусловленная им электродвижущая сила будет противодействовать движению заряда. Обобщим изложенное: 1) действие поля падающей плоской волны эквивалентно действию системы генераторов, создавших в проводе равномерный ток; 2) концы провода действуют как точечные генераторы, а распределение тока, обусловленное ими, является синусоидальным. Функция распределения тока в короткозамкнутом вибраторе на участке от  $z = -l$  до  $z = l$ , таким образом, равна [2]

$$f(z) = \frac{\cos kz - \cos kl}{1 - \cos 2l}. \quad (6)$$

Функция  $g(z)$  соответствует распределению тока в антенне в режиме передачи, возбуждаемой эквивалентным генератором с внутренней электродвижущей силой  $e = -Z_h I(0)$  и равна [2]

$$g(z) = \frac{\sin k(l - |z|)}{\sin kl}. \quad (7)$$

При выводе приближенных выражений (6) — (7), описывающих распределение тока в вибраторе, предполагалось, что на свободных концах вибратора ток равен нулю. Это справедливо в пределе — при стремлении к нулю радиуса вибратора. В формулах же для антенн конечных размеров необходимо учитывать

заряды на плоских концах вибратора и влияние концевого эффекта, которые изменяют распределение тока, что соответствует увеличению реальной длины антенны на величину  $\Delta l$ ; следовательно, вместо длины в (6) и (7) следует брать эффективную длину антенны [2]  $l_a = l + \Delta l$ , где

$$\Delta l = \frac{2a}{\pi} \left[ \ln \frac{\lambda}{2\pi a} + 0,116 + \operatorname{ci} kl - \frac{\sin kl}{kl} \right]. \quad (8)$$

Для определения  $I(0)$  в (5) воспользуемся формулой Неймана для тока на клеммах приемной антенны:

$$I(0) = \frac{\lambda}{\pi} \frac{E_{\text{пад}} \sqrt{D_\tau R_\Sigma}}{\sqrt{120} |Z_A + Z_H|}, \quad (9)$$

где  $D_m$  — коэффициент направленного действия антенны;

$R_\Sigma$  — сопротивление излучения антенны.

Для вибраторных антенн эта формула может быть упрощена. Известно, что [3]

$$R_\Sigma D_m = \sqrt{120} \left[ \frac{\cos k\Delta l - \cos kl_a}{\sin kl_a} \right]^2. \quad (10)$$

С учетом (10) выражение для тока на клеммах антенны примет вид

$$I(0) = \frac{\lambda}{\pi} \frac{E_{\text{пад}}}{|Z_A + Z_H|} \left[ \frac{\cos k\Delta l - \cos kl_a}{\sin kl_a} \right]. \quad (11)$$

Итак, мы полностью определили ток в приемном вибраторе и, следовательно, можем найти диаграмму рассеяния в дальней зоне:

$$E(\Theta) = -j \frac{W}{2} \frac{\cos \Theta}{\lambda} \frac{e^{-jkr_0}}{r_0} \int_0^{l_a} I(z) \cos(kz \sin \Theta) dz. \quad (12)$$

Проинтегрировав (12), получим

$$E(\Theta) = -j \frac{WI(0) \cos \Theta}{2\pi r_0} \left\{ \frac{A \sin(kl_a(1 - \sin \Theta)) + B[1 - \cos(kl_a(1 - \sin \Theta))] \times (kl_a(1 - \sin \Theta))}{2(1 - \sin \Theta)} + \right. \\ \left. + \frac{A \sin(kl_a(1 + \sin \Theta)) + B[1 - \cos(kl_a(1 + \sin \Theta))]}{2(1 + \sin \Theta)} - \right. \\ \left. - \frac{C \sin(kl_a \sin \Theta)}{\sin \Theta} \right\} e^{-jkr_0}, \quad (13)$$

где  $\theta$  — угол между осью вибратора и направлением на точку наблюдения;

$r_0$  — расстояние от центра вибратора до точки наблюдения;  
 $W$  — волновое сопротивление свободного пространства;

$$k = \frac{2\pi}{\lambda};$$

$$A = \frac{1}{1 - \cos kl_9} - \frac{Z_h}{Z_A} \frac{\cos kl_9}{1 - \cos kl_9};$$

$$B = \frac{Z_h}{Z_A} \frac{\cos kl_9}{\sin kl_9};$$

$$C = \frac{Z_A + Z_h}{Z_A} \frac{\cos kl_9}{1 - \cos kl_9};$$

$$I(0) = \frac{\lambda}{\pi} \frac{E_{\text{пад}}}{|Z_A| \left| 1 + \frac{Z_h}{Z_A} \right|} \left[ \frac{\cos k\Delta l - \cos kl_9}{\sin kl_9} \right].$$

Отношение комплексных сопротивлений нагрузки и антенны определяет согласование антенны с нагрузкой, которое связано с коэффициентом отражения от нагрузки  $r$ , отнесенным к сечению фидера в месте подключения антенны, соотношением

$$\frac{Z_h}{Z_A} = \frac{1+r}{1-r},$$

где  $r = re^{-j2k_\varphi L_\varphi}$ ,

$k_\varphi = \frac{2\pi}{\lambda_\varphi}$  — постоянная распространения фидера;

$L_\varphi$  — длина фидерного тракта от антенны до нагрузки.

Коэффициент отражения от нагрузки удобно выразить через коэффициент стоячей волны  $n$  в фидере

$$r = \frac{n-1}{n+1}. \quad (14)$$

Тогда

$$\frac{Z_h}{Z_A} = \frac{2n}{n^2 + 1 - (n^2 - 1) \cos 2k_\varphi L_\varphi} - j \frac{(n^2 - 1) \sin 2k_\varphi L_\varphi}{n^2 + 1 - (n^2 - 1) \cos 2k_\varphi L_\varphi}. \quad (15)$$

Из анализа (13) можно сделать следующие выводы для наиболее широко применяемого на практике полуволнового вибратора.

1. Диаграмма рассеяния совпадает с диаграммой направленности.

2. Величина поля, рассеянного согласованным вибратором, существенно зависит от эквивалентного волнового сопротивления вибратора, связанного с его толщиной соотношением

$$\rho_s = 120 \left( \ln \frac{\lambda}{2\pi a} - 0,577 \right).$$

$$\text{При } \rho_s = 10^7 \text{ ом} \quad E_{\text{расc}} (\Theta = 0) \frac{\lambda}{r_0} = 0,65 \cdot 10^{-3} \text{ в/м.}$$

$$\begin{aligned} \text{При } \rho_s = 300 \text{ ом} &= 0,759 \cdot 10^{-2} \text{ в/м;} \\ \text{при } \rho_s = 100 \text{ ом} &= 0,614 \cdot 10^{-1} \text{ в/м.} \end{aligned}$$

3. Величину рассеянного вибратором поля можно существенно уменьшить подбором длины фидерного тракта, соединяющего вибратор и нагрузку, таким образом, чтобы переизлученные вибратором и отраженные от нагрузки волны были противофазными. В частности, для вибратора с  $\rho_s = 300$  ом и  $n=1,5$  можно уменьшить отраженное поле на 30%.

### Диаграмма рассеивания модифицированной линейной решетки ван-Атта параллельных вибраторов [1] с учетом переотражений элементами решетки

Введем коэффициенты отражения и поглощения  $R = \frac{E_{\text{отp}}}{E_{\text{пад}}}$ ,  $T = \frac{E_{\text{прип}}}{E_{\text{пад}}}$  при возбуждении вибратора внешним полем в режиме приема и аналогичные коэффициенты  $r$  и  $t$  при возбуждении вибратора со стороны фидера (в режиме передачи). Тогда суммарные коэффициенты отражения и прохождения вибратора в режиме приема, обусловленные многократными переотражениями в фидерном тракте, связывающем сопряженные элементы решетки, будут равны

$$R^2 = R + \frac{rtTe^{-j2k_\varphi L_\varphi}}{1 - r^2e^{-j2k_\varphi L_\varphi}}; \quad T^2 = \frac{tTe^{-jk_\varphi L_\varphi}}{1 - r^2e^{-jk_\varphi L_\varphi}}. \quad (16)$$

Учитывая, что эти коэффициенты связаны между собой соотношением  $R^2 + T^2 = 1$  и что вибратор, согласованный с нагрузкой и с поляризацией падающей волны в режиме приема, половину энергии падающей волны передает в нагрузку и половину переизлучает, выражим коэффициенты отражения и прохождения через КСВ (15) в фидере

$$r = \frac{n-1}{n+1}; \quad t = \sqrt{1-r^2}; \quad T = \frac{1-r^2}{\sqrt{2}}; \quad R = \sqrt{1-T^2}. \quad (17)$$

Таким образом, комплексный множитель решетки  $N$  вибраторов с учетом переотражения элементами решетки и многочленными переотражениями в фидерных трактах равен

$$\Phi_N(\alpha) = \begin{bmatrix} \sin \frac{N}{2}(\gamma + \varphi) & \sin^2 \frac{N}{4}(\gamma - \varphi) \\ R^2 \frac{\sin \frac{1}{2}(\gamma + \varphi)}{\sin \frac{1}{2}(\gamma - \varphi)} - 2T^2 \frac{\cos \frac{1}{2}(\gamma - \varphi)}{\cos \frac{1}{2}(\gamma - \varphi)} \end{bmatrix} e^{-j\left(\frac{N-1}{2}\right)(\gamma-\varphi)}, \quad (18)$$

где  $d$  — расстояние между вибраторами в решетке;  
 $\theta$  — угол, образованный направлением распространения падающей волны и нормалью к плоскости решетки;  
 $\alpha$  — угол между направлением на точку наблюдения и нормалью к решетке;  
 $\gamma = kd \sin \theta$ ,  
 $\varphi = kd \sin \alpha$ .

При  $R^2 = 0$  формула (18) совпадает с (3) в [1]. Из расчетов диаграмм рассеяния решеток получено, что амплитуда переотраженного поля в направлении падения волны на решетку для всех углов падения, кроме нормального падения на решетку, не превышает одного процента, т. е. практически отсутствует.

В случае нормального падения диаграмма рассеяния существенно изменяется по сравнению с [1] за счет зеркального отражения решетки; на полученную ранее (рис. 2 в [1]) диаграмму рассеяния накладывается рассеянное вибраторами поле, распределенное в пространстве по закону диаграммы направленности равномерно возбужденной синфазной решетки.

Суммарная диаграмма рассеяния решетки из восьми полуволновых вибраторов показана на рисунке.

Как указывалось выше, уменьшить переотражение по нормали к решетке можно за счет подбора длины фидерного тракта, соединяющего сопряженные элементы решетки.

## ЛИТЕРАТУРА

- Горобець М. М., Сергієнко Ю. І. Деякі властивості самофазованих антенинних граток. — «Вісник Харківського університету», 1972, вип. I, № 80, с. 15—18.
- Щелкунов С., Фриис Г. Антенны. М.. «Сов. радио», 1955, 604 с.
- Минк В. А., Коуцумян Р. Г., Peters L. „Reflection properties of periodic surfaces of loaded dipoles“. — „IEEE Trans. on Antennas and Propagation“, 1971, vol. AP-19, p. 612—617.

**О ВЗАИМНОЙ ТРАНСФОРМАЦИИ КВАЗИПРОДОЛЬНЫХ  
И КВАЗИПОПЕРЕЧНЫХ ВОЛН НА СТУПЕНЧАТОЙ  
НЕОДНОРОДНОСТИ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОЙ ПРОНИЦАЕМОСТИ  
ПЛАЗМЫ**

1. Трансформации электромагнитных волн на ступенчатой неоднородности диэлектрической проницаемости плазмы посвящен ряд работ [1, 2]. В [2] показано, что трансформация электромагнитных волн обеспечивает обратную связь в генераторах переходного излучения с пучком в качестве активного элемента. В [2] рассматривался случай  $\omega_n^2 \gg \omega_b^2$ , предстаивляет интерес рассмотреть случай  $\omega_n^2 \ll \omega_b^2$ , когда возможно и попоперечное движение электронов в пучке и можно оценить влияние попоперечного движения электронов на коэффициенты трансформации [2].

2. Рассмотрим бесконечный волновод радиуса  $a$ , заполненный кусочно-неоднородной плазмой  $n_p(z < 0) = n_-; n_p(z > 0) = n_+$ , через которую со скоростью  $v_0$  движется однородный по сечению электронный пучок с плотностью  $n_0$ . Электромагнитные поля в системе возбуждаются приходящей из бесконечности к неоднородности одной из собственных волн левого или правого волновода. На неоднородности диэлектрической проницаемости плазмы происходит трансформация падающей волны в распространяющиеся волны.

Определим амплитуды уходящих волн.

В гидродинамическом приближении самосогласованная система уравнений имеет вид

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \vec{E} &= \frac{1}{c} \frac{d\vec{H}}{dt}, \quad \operatorname{rot} \vec{H} = \frac{1}{c} \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} + \frac{4\pi}{c} \vec{j}_b, \\ \frac{d\vec{p}_b}{dt} &= e(\vec{E} + \frac{1}{c} \vec{v}_b \times \vec{H}), \quad \frac{\partial \rho_b}{\partial t} + \operatorname{div} \vec{j}_b = 0, \\ \vec{j}_b &\equiv \rho_b \vec{v}_b, \quad p_{b||} = m_{||} \vec{v}_b, \quad m_{||} = m_0 \gamma^3, \\ \vec{D} &= \epsilon_p \vec{E}, \quad p_{b\perp} = m_\perp v_b, \quad m_\perp = m_0 \gamma, \\ \gamma &= \frac{1}{\left(1 - \frac{v_0^2}{c^2}\right)^{1/2}}. \end{aligned} \quad (1)$$

Продольные волновые числа  $p$  такого волновода при фиксированной частоте  $\omega$  определяются из дисперсионного уравнения

$$\hat{\epsilon}(p) \{k_0^2 \epsilon'_p - p^2\} = k_\perp^2 \{\hat{\epsilon}_\perp - \beta_0^2 \frac{\omega_\perp}{\Delta^2} \frac{\omega_p}{\omega^2}\}, \quad (2)$$

$$\hat{\varepsilon}_{||}(p) = \varepsilon_p - \frac{\omega_{||}^2}{\omega^2}, \quad \omega_{||}^2 = \frac{4\pi e^2 n_0}{m_{||}},$$

$$\varepsilon'_p = \varepsilon_p - \frac{\omega_{\perp}^2}{\omega^2}; \quad \omega_{\perp}^2 = \frac{4\pi e^2 n_0}{m_{\perp}};$$

$$\Delta = p v_0 - \omega, \quad k_{\perp}^2 = \frac{\lambda_n}{a^2}, \quad I_0(\lambda_n) = 0.$$

При малой плотности пучка  $\Omega^2 \omega_{\perp}^2 / \omega^2 \ll 1$  решения (2) можно разделить на волны плотности заряда, фазовые скорости которых близки к скорости пучка:

$$p_l = \frac{\omega}{v_0} - (-1)^l \Omega F, \quad l = 1, 2;$$

$$F = \frac{\omega}{v_0} \cdot \frac{1}{\varepsilon^{\frac{1}{2}}} \left[ \frac{\gamma^{-2} (k_0^2 \varepsilon'_p - p^2)}{k_0^2 \varepsilon'_p - p^2 - \frac{\lambda_n^2}{a^2}} - \frac{\frac{\lambda_n^2}{a^2} (1 - \varepsilon_p \beta_0^2)}{k_0^2 \varepsilon'_p - p^2 - \frac{\lambda_n^2}{a^2}} \right]^{\frac{1}{2}}$$

и квазипоперечные волны, не исчезающие при стремлении к нулю тока пучка

$$p_t = -(-1)^t \cdot p_0 \{1 - \Omega^2 P_t\};$$

$$p_0 = \left( k_0^2 \varepsilon_p - \frac{\lambda_n^2}{a^2} \right)^{\frac{1}{2}}, \quad t = 3, 4;$$

$$P_t = \frac{\frac{\lambda_n^2}{a^2} \beta_0^2 \omega_p^2}{2 p_0^2 \varepsilon_p \Delta_t^2};$$

$$\Delta_t = p_t v_0 - \omega.$$

3. При дифракции любой из падающих волн на неоднородности диэлектрической проницаемости плазмы всегда возбуждаются четыре волны. Количественное распределение этих волн в левом и правом волноводе зависит от типа падающей волны. Для определения амплитуд возбуждаемых волн дополним систему (1) граничными условиями. В качестве этих условий возьмем непрерывность тангенциальных к границе раздела составляющих электрического и магнитного полей, а также вытекающее из уравнения непрерывности условие непрерывности переменных составляющих скорости и плотности пучка:

$$E_{\perp}(+0) = E_{\perp}(-0);$$

$$H_{\perp}(+0) = H_{\perp}(-0); \quad (3)$$

$$\tilde{n}(+0) = \tilde{n}(-0);$$

$$\tilde{v}_{\parallel} (+0) = \tilde{v}_{\parallel} (-0);$$

$$\tilde{v}_{\parallel} \ll v_0, n \ll n_0,$$

Связь между амплитудами Фурье  $E_{\perp}, n, v_{\parallel}$  и  $H_{\perp}$  в каждой из собственных волн левого (—) и правого (+) волноводов определяется следующим образом:

$$E_{\parallel}^{\pm}(p_i) = A_2^{\pm}(p_i) H_{\perp}^{\pm}(p_i);$$

$$V_{\parallel}^{\pm}(p_i) = A_3^{\pm}(p_i) H_{\perp}^{\pm}(p_i);$$

$$N^{\pm}(p_i) = A_4^{\pm}(p_i) H_{\perp}^{\pm}(p_i);$$

$$A_2^{\pm}(p_i) \equiv \frac{p_i^{\pm} + \frac{\omega_{\perp}^2}{c \cdot \Delta_i^{\pm}} \beta_0}{k_0 \tilde{\epsilon}_{\perp}};$$

$$A_3^{\pm}(p_i) \equiv \frac{ae[k_0^2 \tilde{\epsilon}_p' - (p_i^{\pm})^2]}{\lambda_n m_{11} \Delta_i^{\pm} k_0 \tilde{\epsilon}_{\perp}(p_i^{\pm})};$$

$$A_4^{\pm}(p_i) \equiv \frac{n_0 e \lambda_n}{a (\Delta_i^{\pm})^2 \tilde{\epsilon}_1(p_i^{\mp})} \left\{ \frac{p_i^{\pm} - \beta_0 k_0 \tilde{\epsilon}_p^{\pm}}{m_{\perp}} - p_i^{\pm} \frac{a^2}{\lambda_n^2} \frac{[k_0^2 \tilde{\epsilon}_p^{\pm} - (p_i^{\pm})^2]}{m_{11}} \right\};$$

$$A_{kl}^{\pm} \equiv A_k^{\pm}(p_i); \quad A_{1l}^{\pm} = 1, \quad k = 1, 2, 3, 4;$$

$$\tilde{\epsilon}_1(p) = \epsilon_p + \frac{\omega_{\perp}^2}{\Delta(p)^{\omega}}.$$

4. В случае падения на неоднородность одной из волн плотности заряда с амплитудой  $H_{-l}$  в области  $-\infty < z < 0$  возбуждаются одна уходящая квазипоперечная волна, а в области  $0 < z < \infty$  три волны — две волны плотности заряда и одна квазипоперечная. Используя граничные условия (3), приходим к следующей системе алгебраических уравнений для определения амплитуд магнитного поля возбуждаемых волн:

$$\sum_{i=1,2,3} A_{kl}^{+} H_{\perp i}^{+} = \Sigma A_{kl}^{-} H_{\perp i}^{-}, \quad k = 1, 2, 3, 4.$$

При произвольных  $n_p$  и  $n_s$  выражения для амплитуд возбуждаемых волн имеют громоздкий вид. При  $\Omega^2 \ll 1$  для амплитуды, возбуждаемой в области  $-\infty < z < 0$  квазипоперечной волны.

$$H_{-14} = H_l \left\{ \frac{A_{41}^{-}(0)}{A_{41}^{+}(0)} \frac{A_{23}^{+}(0) - A_{21}^{+}(0)}{A_{23}^{+}(0) + A_{21}^{+}(0)} - \frac{A_{23}^{+}(0) - A_{21}^{-}(0)}{A_{23}^{+}(0) + A_{21}^{-}(0)} \right\} + 0(\Omega^2).$$

Амплитуды волн в области  $0 < z < \infty$

$$H_{\perp 3}^+ = H_l^- \left\{ \frac{A_{41}^-(0)}{A_{41}^+(0)} \frac{A_{21}^+(0) - A_{23}^-(0)}{A_{23}^+(0) + A_{23}^-(0)} - \frac{A_{21}^-(0) - A_{23}^-(0)}{A_{23}^+(0) + A_{23}^-(0)} \right\} + O(\Omega^2),$$

$$H_{\perp l}^+ = \frac{H_l^-}{2} \left\{ \frac{A_{41}^-}{A_{41}^+} + \frac{A_{31}^-}{A_{31}^+} \right\} + O(\Omega).$$

Здесь  $A_{kl}^\pm(0)$  коэффициенты  $A_{kl}^\pm$  в нулевом приближении по  $\Omega$ .

5. При дифракции на неоднородности диэлектрической проницаемости плазмы квазипоперечной  $p = p_4^+$  волны, распространяющейся против движения пучка, в области  $0 < z < \infty$  возбуждаются три волны — две плотности заряда и одна квазипоперечная, а в области  $-\infty < z < 0$  возбуждается одна квазипоперечная волна. Амплитуда этих волн определяется из системы алгебраических уравнений

$$\sum_{l=1, 2, 3, 4} A_{kl}^+ H_{\perp l}^+ = A_{k4}^- H_{\perp 4}^-, \quad k = 1, 2, 3, 4.$$

При  $\Omega^2 \ll 1$  амплитуды возбуждаемых волн плотности заряда в области  $0 < z < \infty$  имеют вид

$$H_{\perp l}^+ = \frac{\Omega}{2} H_{\perp 4}^+ \left\{ \frac{A_{33}^+(0)}{A_{31}^+(0)} \frac{A_{24}^-(0) - A_{24}^+(0)}{A_{24}^-(0) + A_{24}^+(0)} - \frac{A_{34}^+(0)}{A_{34}^+(0)} + \frac{A_{34}^-(0)}{A_{31}^+} \times \right. \\ \left. \times \frac{2A_{24}^+}{A_{24}^-(0) + A_{24}^+(0)} \right\}.$$

Выражение для  $H_{\perp l}^+$  может быть представлено также в виде

$$H_{\perp l}^+ = \frac{\Omega}{2} \left\{ \frac{A_{33}^+(0)}{A_{31}^+(0)} H_{\perp \text{отр}} - \frac{A_{34}^+(0)}{A_{31}^+(0)} H_{\perp 4}^+ + \frac{A_{34}^-(0)}{A_{31}^+(0)} H_{\perp \text{пр}} \right\},$$

где  $H_{\perp \text{отр}}$  и  $H_{\perp \text{пр}}$  связаны с заданной амплитудой падающей квазипоперечной волны  $H_{\perp 4}^+$  формулами Френеля для волновода.

Влияние пучка на отраженную  $H_{\perp 3}^+$  и преломленную  $H_{\perp 4}^-$  квазипоперечные волны описывается добавкой (пропорциональной  $\Omega^2$ ) к амплитудам  $H_{\perp \text{отр}}$  и  $H_{\perp \text{пр}}$ , полученным по формулам Френеля. Добавки имеют элементарный, но громоздкий вид и здесь не приводятся.

6. При падении на неоднородность из  $-\infty$  по пучку квазипоперечной волны  $p_3^-$  с амплитудой  $H_3^-$  система алгебраических

Уравнений для определения амплитуд возбуждаемых волн имеет вид

$$\sum_{i=3,4} A_{ki}^- H_{\perp i}^- = \sum_{i=1,2,3} A_{ki}^+ H_{\perp i}^+, \quad k = 1, 2, 3, 4.$$

Амплитуды возбуждаемых волн плотности заряда зависят от амплитуды падающей волны таким же образом, как и в случае, когда квазипоперечная волна распространяется по пучку.

7. Полученные выражения для амплитуд возбуждаемых волн позволяют оценить влияние поперечного движения электронов в пучке на взаимную трансформацию волн на ступенчатой неоднородности диэлектрической проницаемости плазмы. При произвольных  $\varepsilon^+$ ,  $\varepsilon^-$  и  $\gamma$  амплитуды возбуждаемых волн могут быть легко получены численно.

Автор выражает благодарность С. С. Калмыковой за предоставленную тему и руководство работой.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Яковенко В. М. Об электронной неустойчивости, возникающей при прохождении потока заряженных частиц через границу раздела двух сред с разными диэлектрическими проницаемостями. — УФЖ, 1966, т. 11, № 6, с. 679—681.
2. Калмыкова С. С. К теории спектров собственных колебаний неравновесного резонатора. — «ДАН СССР», 1973, т. 208, № 5, с. 1062—1065.

УДК 538.574.6

А. И. АДОНИНА, канд. физ-мат. наук

#### ВЛИЯНИЕ АНИЗОТРОПНОГО МАГНИТОДИЭЛЕКТРИКА НА ПОЛЕ, ДИФРАГИРОВАННОЕ НА РЕШЕТКЕ

Рассмотрим дифракцию электромагнитных волн на решетке, расположенной на границе двух полубесконечных анизотропных магнитодиэлектриков. Направление осей декартовой системы координат выберем следующим образом: ось  $ox$  — вдоль металлических полос,  $oy$  — перпендикулярно к металлическим полосам,  $oz$  — перпендикулярно к плоскости решетки. Падающее поле возбуждает решетку из полупространства  $z > 0$ .

Известно, что в анизотропном магнитодиэлектрике с анизотропией, соответствующей одноосному кристаллу (как диэлектрическая, так и магнитная проницаемости имеют одинаковые значения вдоль двух направлений  $\epsilon_x = \epsilon_y = \epsilon$ ,  $\mu_x = \mu_y = \mu$  и отличное вдоль третьего —  $\epsilon_z$ ,  $\mu_z$ ), могут существовать два типа волн — квазиэлектрические и квазимагнитные [1]. Допустим, что эти волны направлены таким образом, что их постоянные распространения вдоль  $ox$  ( $\beta$ ) и  $oy$  ( $h_0$ ) одинаковы. Между углами

падения таких волн существует определенная связь [1], и постоянные распространения вдоль  $oz$  имеют значения: для квазиэлектрических волн —

$$\gamma_{0i}^e = \sqrt{k^2 \varepsilon_i \mu_i - (h_0^2 + \beta^2) \frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_{zi}}};$$

для квазимагнитных волн —

$$\gamma_{0i}^\mu = \sqrt{k^2 \varepsilon_i \mu_i - (h_0^2 + \beta^2) \frac{\mu_i}{\mu_{zi}}};$$

Кроме того,  $E_z$  является компонентой только квазиэлектрического поля,  $H_z$  — компонентой только квазимагнитного поля. Запишем их

$$E_z^{\text{пад}} (k^2 \varepsilon_{z1} \mu_1 - \beta^2) = c_0^* \frac{1}{k \varepsilon_1 h_0} [k^2 \varepsilon_1 \mu_1 h_0^2 + \beta^2 (\gamma_{01}^e)^2] e^{-j\gamma_{01}^e z},$$

$$H_z^{\text{пад}} (k^2 \varepsilon_{z1} \mu_1 - \beta^2) = -b_0^* \frac{1}{k \mu_1 h_0} [k^2 \varepsilon_1 \mu_1 h_0^2 + \beta^2 (\gamma_{01}^\mu)^2] e^{-j\gamma_{01}^\mu z}.$$

Поле, дифрагированное на плоской решетке, можно представить в виде разложения в ряд Фурье [2—5]. Таким образом, для  $z > 0$

$$E_{z1} (k^2 \varepsilon_{z1} \mu_1 - \beta^2) = \sum_n c_{n1} \frac{1}{k^2 \varepsilon_1 h_n} [k^2 \varepsilon_1 \mu_1 h_n^2 + \beta^2 (\gamma_{n1}^e)^2] e^{j\gamma_{n1}^e z} + E_z^{\text{пад}},$$

$$H_{z1} (k^2 \varepsilon_{z1} \mu_1 - \beta^2) = -\sum_n b_{n1} \frac{1}{k^2 \mu_1 h_n} [k^2 \varepsilon_1 \mu_1 h_n^2 + \beta^2 (\gamma_{n1}^\mu)^2] e^{j\gamma_{n1}^\mu z} +$$

$$+ H_z^{\text{пад}};$$

для  $z < 0$

$$E_{z2} (k^2 \varepsilon_{z2} \mu_2 - \beta^2) = \sum_n c_{n2} \frac{1}{k^2 \varepsilon_2 h_n} [k^2 \varepsilon_2 \mu_2 h_n^2 + \beta^2 (\gamma_{n2}^e)^2] e^{-j\gamma_{n2}^e z},$$

$$H_{z2} (k^2 \varepsilon_{z2} \mu_2 - \beta^2) = \sum_n b_{n2} \frac{1}{k^2 \mu_2 h_n} [k^2 \varepsilon_2 \mu_2 h_n^2 + \beta^2 (\gamma_{n2}^\mu)^2] e^{-j\gamma_{n2}^\mu z},$$

где

$$\gamma_{ni}^e = \sqrt{k^2 \varepsilon_i \mu_i - (h_n^2 + \beta^2) \frac{\varepsilon_i}{\varepsilon_{zi}}},$$

$$\gamma_{ni}^\mu = \sqrt{k^2 \varepsilon_i \mu_i - (h_n^2 + \beta^2) \frac{\mu_i}{\mu_{zi}}}; \quad h_n = h_0 + \frac{2\pi n}{l}$$

( $i=1$  соответствует области  $z > 0$ ,  $i=2$  — области  $z < 0$ ).

Подчиняя поля граничным условиям при  $z=0$  (равенство нулю тангенциальных составляющих электрического поля на металле и непрерывность тангенциальных составляющих электрического и магнитного полей на щели), получаем следующие четыре уравнения:

$$a_1 e^{ih_0 y} + \sum_n \left[ b_{n2} \Delta_{1n}^E - c_{n1} \Delta_{2n}^E \frac{\gamma_{n1}^\epsilon}{h_n} \right] e^{ih_n y} = 0 \text{ (металл)}, \quad (1)$$

$$a_2 e^{ih_0 y} + \sum_n [b_{n2} a_{1n}^E \gamma_{n2}^\mu - c_{n1} a_{2n}^E h_n] e^{ih_n y} = 0 \text{ (щель)}, \quad (2)$$

$$d_1 e^{ih_0 y} + \sum_n \left[ b_{n2} \Delta_{2n}^\mu \frac{h_n}{\gamma_{n2}^\epsilon} + c_{n1} \Delta_{1n}^\mu \right] e^{ih_n y} = 0 \text{ (щель)}, \quad (3)$$

$$d_2 e^{ih_0 y} - \sum_n [b_{n2} a_{2n}^\mu h_n + c_{n1} a_{1n}^\mu \gamma_{n1}^\epsilon] e^{ih_n y} = 0 \text{ (металл)}, \quad (4)$$

где

$$\Delta_{1n}^E = 1 - \frac{\beta}{k \epsilon_2} \Omega_{n2}; \quad \Delta_{2n}^E = \frac{\beta}{k \epsilon_2} \Omega_{n1};$$

$$\Delta_{1n}^\mu = 1 + \frac{\beta z}{k^2 \mu_1} \frac{\gamma_{n1}^\mu \gamma_{n1}^\epsilon}{h_n^2} \eta_{n1} + \Omega_{n1} \frac{\gamma_{n1}^\epsilon}{\gamma_{n2}^\epsilon};$$

$$\Delta_{2n}^\mu = \frac{\beta}{k \mu_1} \frac{\gamma_{n1}^\mu \gamma_{n2}^\mu}{h_n^2} \eta_{n2} + \Omega_{n2} + \frac{\beta}{k \mu_2} \frac{\gamma_{n2}^\mu \gamma_{n2}^\epsilon}{h_n^2};$$

$$a_{1n}^E = a_{12}^\epsilon \alpha_{2\epsilon} + a_{1\epsilon} \eta_{n2} \frac{\gamma_{n1}^\mu}{\gamma_{n2}^\mu} - \frac{\beta h_n^2}{k \gamma_{n2}^\epsilon \gamma_{n2}^\mu} \alpha_{12}^\epsilon \beta_{2n}^\epsilon \Omega_{n2};$$

$$a_{2n}^E = \frac{\beta}{k} \left[ \beta_{1n}^\epsilon + \frac{\gamma_{n1}^\epsilon}{\gamma_{n2}^\epsilon} \alpha_{12}^\epsilon \beta_{2n}^\epsilon \Omega_{n1} - \frac{\gamma_{n1}^\epsilon \gamma_{n1}^\mu}{h_n^2} \alpha_{1\epsilon} \eta_{n1} \right];$$

$$\alpha_{1n}^\mu = \alpha_{1\mu} + \beta_{1n}^\mu \eta_{n1} - \frac{\beta^2}{k^2}; \quad \alpha_{2n}^\mu = \beta_{1n}^\mu \eta_{n2} - \frac{\beta}{k};$$

$$\alpha_{12}^\epsilon = \frac{k^2 \epsilon_{z1} \mu_1 - \beta^2}{k^2 \epsilon_{z2} \mu_2 - \beta^2}; \quad \alpha_{12}^\mu = \frac{k^2 \epsilon_{z1} \mu_{z1} - \beta^2}{k^2 \epsilon_{z2} \mu_{z2} - \beta^2}; \quad (5)$$

$$\alpha_{1\mu} = \beta_{z1} - \frac{\beta^2}{k^2 \epsilon_z}; \quad \alpha_{z1} = \epsilon_{z1} - \frac{\beta^2}{k^2 \mu_z};$$

$$\beta_{ni}^{\mu} = 1 + \frac{\mu_{zi}}{\mu_i} \left( \frac{\gamma_{ni}^{\mu}}{h_n} \right)^2; \quad \beta_{ni}^{\varepsilon} = 1 + \frac{\varepsilon_{zi}}{\varepsilon_i} \left( \frac{\gamma_{ni}^{\varepsilon}}{h_n} \right)^2;$$

$$\Omega_{n1} = \frac{\alpha_{1\mu} + \beta_{1n}^{\mu} \beta^2/k^2 \varepsilon_1}{\alpha_{2\mu} \alpha_{12}^{\mu} + \beta_{1n}^{\mu} \beta^2/k^2 \varepsilon_2}; \quad \eta_{n1} = \frac{1}{\varepsilon_1} - \frac{1}{\varepsilon_2} \Omega_{n1};$$

$$\Omega_{n2} = \frac{\beta}{k} \frac{\beta_{1n}^{\mu} - \alpha_{1\varepsilon} \beta_{2n}^{\mu}}{\alpha_{2\mu} \alpha_{12}^{\mu} + \beta_{1n}^{\mu} \beta^2/k^2 \varepsilon_2}; \quad \eta_{n2} = 1 - \frac{\beta}{k \varepsilon_2} \Omega_{n2};$$

$$a_1 = c_0^* \frac{\gamma_{01}^{\varepsilon}}{h_0} \Delta_{20}^E; \quad d_2 = c_0^* \alpha_{10}^{\mu};$$

$$a_2 = -c_0^* [2\beta_{10}^{\varepsilon} - \alpha_{20}^E] - 2b_0^* \alpha_{1\varepsilon} \frac{\gamma_{01}^{\varepsilon}}{h_0};$$

$$d_1 = c_0^* [2 - \Delta_{10}^{\mu}] - 2b_0^* \frac{\beta \gamma_{01}^{\mu}}{k \mu_1 h_0}.$$

Исследование полученных уравнений (1) — (4) может быть проведено методом сведения их к двум задачам Римана — Гильберта с использованием методики, разработанной для аналогичных задач в случае изотропного диэлектрика [4]. Комбинируя оба уравнения «на металле» и оба уравнения на «щели», приходим к таким двум системам уравнений:

$$a_1 \bar{h}_0 \sum_n x_n e^{i \frac{2\pi n}{l}} y = 0 \text{ (металл);}$$

$$\sum_n x_n \frac{|n|}{n} e^{i \frac{2\pi n}{l}} = f^E(e^{i \frac{2\pi n}{l}}) \text{ (щель),} \quad (6)$$

$$d_1 \bar{h}_0 + \sum_n y_n e^{i \frac{2\pi n}{l}} y = 0 \text{ (щель);}$$

$$\sum_n y_n \frac{|n|}{n} e^{i \frac{2\pi n}{l}} y = f^{\mu}(e^{i \frac{2\pi n}{l}} y) \text{ (металл),} \quad (7)$$

где

$$x_n = \left[ b_{n2} \Delta_{1n}^E - c_{n1} \Delta_{2n}^E \frac{\gamma_{n1}^{\varepsilon}}{h_n} \right] \bar{h}_n;$$

$$y_n = \left[ b_{n2} \Delta_{2n}^{\mu} \frac{h_n}{\gamma_{n2}^{\varepsilon}} - c_{n1} \Delta_{1n}^{\mu} \right] \bar{h}_n;$$

$$f^E \left( e^{i \frac{2\pi n}{l}} y \right) = j \bar{h}_0 b_1 + \sum_n \left[ x_n \frac{|n|}{n} \xi_n^E - j y_n v_n^E \right] e^{i \frac{2\pi n}{l}} y;$$

$$f^{\mu} \left( e^{i \frac{2\pi n}{l}} y \right) = -j h_0 b_2 + \sum_n \left[ y_n \frac{|n|}{h} \xi_n^{\mu} + j x_n v_n^{\mu} \right] e^{i \frac{2\pi n}{l}} y,$$

$$\begin{aligned}
\zeta_n^E &= 1 + j \frac{|n|}{h_n} \frac{\gamma_{n2}^\mu}{\varphi_1^E} \psi_1^E; \quad \zeta_n^\mu = \frac{1}{\psi_1^E} \left[ \psi_{2n}^E - \psi_2^E \right]; \\
\zeta_n^\mu &= 1 + j \frac{|n|}{h_n} \frac{\gamma_{n1}^\varepsilon}{\varphi_1^\mu} \psi_{1n}^\mu; \quad v_n^\mu = \frac{1}{\psi_1^\mu} \left[ \psi_{2n}^\mu - \psi_2^\mu \right]; \\
\psi_{1n}^E &= \frac{1}{\Delta} \left[ \alpha_{1n}^E \Delta_{1n}^\mu + \alpha_{2n}^E \Delta_{2n}^\mu \frac{h_n^2}{\gamma_{n2}^\varepsilon \gamma_{n2}^\mu} \right]; \\
\psi_{2n}^E &= \frac{1}{\Delta} \left[ \alpha_{2n}^E \Delta_{1n}^E - \alpha_{1n}^E \Delta_{2n}^E \frac{\gamma_{n1}^\varepsilon \gamma_{n2}^\mu}{h_n^2} \right]; \\
\psi_1^E &= \left( \frac{\mu_2}{\mu_{z2}} \right)^{\frac{1}{2}} \lim_{n \rightarrow \infty} \psi_{1n}^E; \quad \psi_2^E = \lim_{n \rightarrow \infty} \psi_{2n}^E; \\
\psi_{1n}^\mu &= \frac{1}{\Delta} \left[ \alpha_{2n}^\mu \Delta_{1n}^\mu - \alpha_{1n}^\mu \Delta_{2n}^\mu \frac{\gamma_{n1}^\varepsilon}{\gamma_{n2}^\mu} \right]; \\
\psi_{1n}^\mu &= \frac{1}{\Delta} [\alpha_{1n}^\mu \Delta_{1n}^E + \alpha_{2n}^\mu \Delta_{2n}^E]; \\
\psi_1^\mu &= \left( \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_{z1}} \right)^{\frac{1}{2}} \lim_{n \rightarrow \infty} \psi_{1n}^\mu; \quad \psi_2^\mu = \lim_{n \rightarrow \infty} \psi_{2n}^\mu; \\
\Delta &= \Delta_{1n}^E \Delta_{1n}^\mu + \Delta_{2n}^E \Delta_{2n}^\mu \frac{\gamma_{n1}^\varepsilon}{\gamma_{n2}^\mu}; \\
b_1 &= [a_2 - d_1 \psi_2^E] \frac{1}{\varphi_1^E}; \quad \bar{h}_n = \frac{l}{2\pi} h_n; \\
b_2 &= \left[ d_2 \frac{\gamma_{01}^\varepsilon}{h_0} + a_1 \varphi_2^\mu \right] \frac{1}{\psi_1^\mu}.
\end{aligned}$$

Каждая из полученных систем (6), (7) стандартным образом сводится к задаче Римана—Гильберта [2—5], в результате решения которых (после определения коэффициентов Фурье) получаем следующую бесконечную систему неоднородных линейных алгебраических уравнений второго рода:

$$\begin{aligned}
a_3 V_m^0 + a_1 \bar{h}_0 \delta_m &= -x_m + \sum_n \left[ x_n \frac{|n|}{n} \xi_n^E - j y_n v_n^E \right] V_m^n + C^E R_m, \\
a_3 \tilde{V}_\sigma^0 &= \sum_n \left[ x_n \frac{|n|}{n} \xi_n^E - j y_n v_n^E \right] \tilde{V}_\sigma^n + C^E \tilde{R}_\sigma, \\
d_3 \bar{V}_m^0 + d_1 \bar{h}_0 \delta_m &= -\bar{y}_m + \sum_n \left[ y_n \frac{|n|}{n} \xi_n^\mu + j \bar{x}_n v_n^\mu \right] \bar{V}_m^n + C^\mu R_m,
\end{aligned}
\tag{9}$$

$$d_3 \tilde{V}_\sigma^0 = \sum_n \left[ \bar{y}_n \frac{|n|}{n} \zeta_n^\mu + j \bar{x}_n v_n^\mu \right] \tilde{V}_\sigma^n + C^\mu \tilde{R}_\sigma, \quad m = 0; \pm 1 \dots \pm \infty,$$

где

$$\delta_m = \begin{cases} 0 & m \neq 0 \\ 1 & m = 0 \end{cases}; \quad \bar{y}_n = (-1)^n y_n; \\ \bar{x}_n = (-1)^n x_n;$$

$$a_3 = [jb_1 + a_1] \bar{h}_0; \quad d_3 = [jb_2 - d_1] \bar{h}_0.$$

$V_m^n$ ,  $R_m$ ,  $\tilde{V}_\sigma^n$  определяются через полиномы и функции Лежандра от аргумента  $u = \cos \pi d/l$  [2, 5];  $\tilde{V}_m^n$ ,  $k_m$ ,  $\tilde{V}_\sigma^n$  определяются также, но аргументом у полиномов и функций Лежандра является  $v = -u$ . Так как коэффициенты  $\zeta_n^E$ ,  $\zeta_n^\mu$ ,  $v_n^E$ ,  $v_n^\mu \xrightarrow{n \rightarrow \infty} 0$  ( $1/n^2$ ), систему (9) можно урезать, заменив ее конечной системой.

Рассматриваемый случай соответствует произвольному падению совокупности двух волн (квазиэлектрической и квазимагнитной) на решетку с анизотропным полубесконечным магнитоэлектриком. Это обстоятельство (наличие двух типов волн) затрудняет переход к случаю изотропного диэлектрика, в котором может существовать только один тип волн, и решение проводится относительно амплитуд  $E_x$  и  $H_x$  составляющих поля [4].

Анализируя полученное решение (9), отмечаем, что в случае произвольного падения волны влияние анизотропного магнитоэлектрика оказывается прежде всего в том, что дифрагированный спектр квазиэлектрических и квазимагнитных полей взаимосвязан, так как амплитуды обоих типов волн определяются из одной системы (9).

В случае наклонного падения волн ( $\beta = 0$ ) система уравнений (9) распадается на две независимые системы, одна из которых определяет решение для квазиэлектрических волн, другая — для квазимагнитных.

### Квазиэлектрические волны

$$d_0 \tilde{V}_m^0 + d_1 \times \sin \alpha \delta_m = - y_m + \sum_n y_n \frac{|n|}{n} \zeta_n^\mu \tilde{V}_m^n + C^\mu \tilde{R}_m; \quad (10)$$

$$d_0 \tilde{V}_\sigma^0 + \sum_n y_n \frac{|n|}{n} \zeta_n^\mu \tilde{V}_\sigma^n + C^\mu \tilde{R}_\sigma, \quad m = 0; \pm 1 \dots \pm \infty,$$

где

$$y_n = c_{n1} x_n^\mu (\sin \alpha + n); \quad x = \frac{l}{\lambda};$$

$$\gamma_{nl}^e = \sqrt{k^2 \epsilon_l \mu_i - (\chi \sin \alpha + n)^2 \frac{\epsilon_l}{\epsilon_{zi}}};$$

$$\zeta_n^e = 1 + j \frac{\gamma_{n1}^e}{h_n} \frac{\chi_n^e}{\chi_0^e}; \quad (11)$$

$$\chi_n^e = 1 + \frac{\epsilon_2}{\epsilon_1} \frac{\gamma_{n1}^e}{\gamma_{n2}^e};$$

$$\chi^e = \frac{1}{\epsilon_1} [V_{\epsilon_1 \epsilon_{z1}} + V_{\epsilon_2 \epsilon_{z2}}];$$

$$d_1 = 2 - \chi_0^e; \quad d_0 = i \gamma_{01}^e \chi^e + d_1 \chi \sin \alpha.$$

### Квазимагнитные волны

$$a_0 V_m^0 = -x_m + \sum_n x_n \frac{|n|}{n} \zeta_n^E V_m^n + C^E R_m;$$

$$a_0 \tilde{V}_\sigma^0 = \sum_n x_n \frac{|n|}{n} \zeta_n^E \tilde{V}_\sigma^n + C^E \tilde{R}_\sigma, \quad (12)$$

$$m = 0; \pm 1 \dots \pm \infty,$$

где

$$x_n = b_{n2} (\chi \sin \alpha + n);$$

$$\gamma_{nl}^\mu = \sqrt{k^2 \epsilon_l \mu_i - (\chi \sin \alpha + n) \frac{\mu_l}{\mu_{zi}}};$$

$$\zeta_n^E = 1 + j \frac{|n|}{n} \frac{\gamma_{n2}^\mu}{h_n} \frac{\chi_n^E}{\chi^E}; \quad a_0 = \frac{2i \bar{\gamma}_{01}^\mu}{\chi_0^E}; \quad (13)$$

$$\chi_n^E = \mu_1 \left[ \frac{1}{V_{\mu_1 \mu_{z1}}} + \frac{1}{V_{\mu_2 \mu_{z2}}} \right].$$

Для нормального падения волны ( $\beta=0, h_0=0$ ) переход от систем (10) и (12) может быть осуществлен способом, аналогичным рассмотренному в [5]. В результате получим

*E*-поляризация (квазимагнитные волны)

$$a_0 V_m^0 = j b_{02} a_1 V_m^0 - x_m + \sum_{n>0} x_n \zeta_n^E [V_m^n + V_m^{-n}] + C^E R_m; \quad (14)$$

$$a_0 V_\sigma^0 = b_{02} [j a_1 V_\sigma^0 - 1] + \sum_{n>0} x_n \zeta_n^E [V_\sigma^n + V_\sigma^{-n}] + C^E R_\sigma,$$

$m = 0, 1 \dots \infty$ ,

где

$$\gamma_{nt}^\mu = \sqrt{k^2 \epsilon_i \mu_i - \left(\frac{2\pi n}{l}\right)^2 \frac{\mu_i}{\mu_{zi}}};$$

$$x_n = b_{n2} \cdot n; \quad a_0 = 2j \times \sqrt{\epsilon_1 \mu_1} \frac{1}{\chi^E};$$

$$\zeta_n^E = 1 + j \sqrt{\frac{x^2 \epsilon_2 \mu_2}{n^2} - \frac{\mu^2}{\mu_{z2}} \frac{\chi_n^E}{\chi^E}};$$

$$a_1 = \times \sqrt{\epsilon_2 \mu_2} \frac{\chi_0^E}{\chi^E},$$

и  $H$ -поляризация (квазиэлектрические волны)

$$jd_0 \bar{V}_m^0 = c_{01} d_0 \bar{V}_m^0 - y_m + \sum_{n>0} y_n \zeta_n^\mu [\bar{V}_m^n + V_m^{-n}] + C^\mu R_m, \quad (15)$$

$$jd_0 \bar{V}_\sigma^0 - d_1 = c_{01} [d_0 \bar{V}_\sigma^0 + x_0^\mu] + \sum_{n>0} y_n \zeta_n^\mu [\bar{V}_\sigma^n + V_\sigma^{-n}] + C^\mu \bar{R}_\sigma,$$

$m = 0, 1, 2 \dots \infty$ .

Здесь

$$\gamma_{nt}^\epsilon = \sqrt{k^2 \epsilon_i \mu_i - \left(\frac{2\pi n}{l}\right)^2 \frac{\epsilon_i}{\epsilon_{zi}}};$$

$$\zeta_n^\mu = 1 + j \sqrt{\frac{x^2 \epsilon_1 \mu_1}{n^2} - \frac{\epsilon_1}{\epsilon_{z1}} \cdot \frac{\chi_n^\mu}{\chi^E}};$$

$$d_0 = \times \sqrt{\epsilon_1 \mu_1} \chi^\mu; \quad d_1 = 2 - \chi_0^\mu,$$

$\chi_n^E, \chi^E, \chi_n^\mu, \chi^\mu$  имеют такие же значения, как в (11) и (13).

Для наклонного и нормального падения волн переход к изотропным магнитодиэлектрикам осуществляется непосредственно (т. е. полагаем  $\epsilon_{zi} = \epsilon_i, \mu_{zi} = \mu_i$  и системы уравнений (10), (12), (14), (16) будут описывать поля, дифрактированные на решётке с одним изотропным и одним анизотропным или с обоими изотропными магнитодиэлектриками).

На ЭВМ рассчитывались системы уравнений (10) и (12) для случая изотропного диэлектрика, расположенного при  $z < 0$  и свободного пространства при  $z > 0$ . При этом квазиэлектриче-

ская (10) волна соответствует  $H$ -поляризованному полю, а квазимагнитная (12) —  $E$ -поляризованному полю, наклонно падающему на плоскую решетку с полубесконечным диэлектриком.

На рис. 1, 2 представлена величина вектора Умова-Пойтинга для амплитуд основной волны ( $n=0$ ) и гармоник дифракционного спектра ( $n=\pm 1; \pm 2$ ), отраженного ( $P_n(a)$ ) и прошедшего ( $P_n(b)$ )  $E$ -поляризованного и отраженного ( $P_n(c)$ ) и прошедшего ( $P_n(d)$ )  $H$ -поляризованного полей в зависимости от

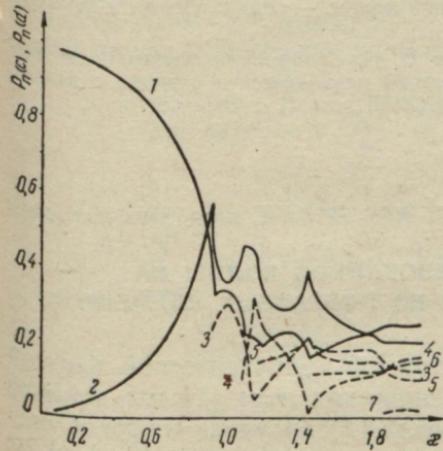


Рис. 1. Зависимость величины мощности отраженного  $P_n(c)$  и прошедшего  $P_n(d)$   $H$ -поляризованного поля от  $\zeta = \epsilon' / \lambda$  ( $\epsilon' = 0,4$ ;  $\epsilon'' = 0$ ;  $\alpha = 5^\circ$ ).

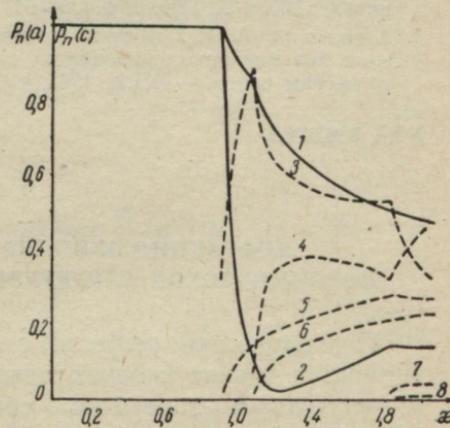


Рис. 2. Зависимость величины мощности отраженного  $E$ -поляризованного  $P_n(a)$  и  $H$ -поляризованного  $P_n(c)$  полей от  $\zeta (\epsilon' = -0,4; \epsilon'' = 0; \alpha = 5^\circ)$ .

параметров решетки, длины волны падающего поля ( $\zeta = l/\lambda$ ;  $l$  — период решетки;  $\lambda$  — длина волны), диэлектрической проницаемости диэлектрика ( $\epsilon = \epsilon' + j\epsilon''$ ) для угла падения волны  $\alpha = 5^\circ$ .

Как видно из графиков (рис. 1, 2), в режиме скольжения гармоник  $\gamma_{ni} = 0$  величина мощности отраженного и прошедшего полей для основной волны и гармоник дифракционного спектра испытывает резкие скачки, особенно для  $H$ -поляризованного поля. С уменьшением диэлектрической проницаемости общая мощность прошедшего в диэлектрик поля уменьшается и при отрицательных значениях диэлектрической проницаемости вся мощность только отражается, перераспределяясь в гармоническом спектре (рис. 2). Заметим, что мощность спектральных гармоник в  $H$ -поляризованном поле при  $\epsilon' < 0$  значительно превышает мощность основной волны (рис. 2).

## ЛИТЕРАТУРА

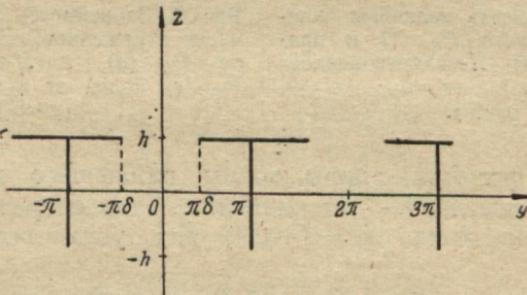
1. Потехин А. И. Излучение и распространение электромагнитных волн в анизотропной среде. М., «Наука», 1971, 77 с.
2. Агранович З. С., Марченко В. М., Шестопалов В. П. Дифракция электромагнитных волн на плоских металлических решетках. — ЖТФ, 1962, т. XXXII, вып. 4, с. 381—394.
3. Адонина А. И., Щербак В. В. Дифракция электромагнитных волн при косом падении на плоской металлической решетке с экраном и магнитодиэлектриком. — ЖТФ, 1964, т. XXXIV, вып. 1, с. 168—173.
4. Адонина А. И. Влияние магнитодиэлектрика на поле, дифрагированное на решетке при произвольном падении волны. — «Радиотехника и электроника», 1965, т. X, вып. 4, с. 635—641.
5. Адонина А. И., Шестопалов В. П. Дифракция электромагнитных волн при наклонном падении на плоской металлической решетке с диэлектрическим слоем. — ЖТФ, 1963, т. XXXIII, вып. 6, с. 641—651.

УДК 538.574.6

В. Б. КАЗАНСКИЙ, канд. физ.-мат. наук

### ДИФРАКЦИЯ Н-ПОЛЯРИЗОВАННОЙ ВОЛНЫ НА ПЕРИОДИЧЕСКОЙ СТРУКТУРЕ ИЗ Т-ОБРАЗНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ

Периодические решетки с простой геометрической формой элементов в виде плоских металлических лент [1] или брусьев прямоугольного поперечного сечения [2] получили широкое распространение в различных областях радиофизики. Каждая из



Исследуемая структура.

них имеет свои особенности: если плоские ленточные решетки характеризуются монотонной дисперсионной зависимостью коэффициентов прохождения в одноволновой области, то решетка из брусьев является ценной с точки зрения ее интерференционных свойств. Предполагаем, что параметры решетки из элементов как первого, так и второго типов решеток должны обладать свойствами ее составных элементов.

Целью настоящей работы является решение задачи дифракции *H*-поляризованной нормально падающей электромагнитной

волны на бесконечной вдоль оси  $x$  и  $y$ , периодической вдоль оси  $y$  решетке, образованной  $T$ -образными элементами (рисунок). Металлические элементы решетки считаются идеально проводящими и бесконечно тонкими.

Со стороны  $z > 0$  на решетку падает плоская линейно поляризованная ( $H \parallel 0x$ ) электромагнитная волна

$$H_x = e^{-ikz - i\omega t}$$

В дальнейшем для упрощения записи множитель в виде  $e^{-i\omega t}$  будем опускать. Искомые поля ищем в виде

$$H_x^{(1)} = e^{-ikz} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n e^{i\gamma_n(z-h)} e^{iny}, \quad z > h; \quad (1)$$

$$H_x^{(2)} = \sum_{m=0}^{\infty} (\alpha_m \operatorname{ch} \omega_m z + \beta_m \operatorname{sh} \omega_m z) \cos \frac{m}{2}(y + \pi), \quad |z| < h; \quad (2)$$

$$H_x^{(3)} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n e^{-i\gamma_n(z+h)} e^{iny}, \quad z < -h, \quad (3)$$

где  $\gamma_n = \sqrt{k^2 - n^2}$ ;  $\omega_m = \sqrt{\left(\frac{m}{2}\right)^2 - k^2}$ . Знак первого корня выбираем из условия  $\operatorname{Im} \sqrt{A} > 0$ , если  $\operatorname{Im} \sqrt{A} = 0$ , то  $\operatorname{Re} \sqrt{A} > 0$ . Применяя условия на границах  $z = \pm h$  и используя метод переразложения [2], получим следующие системы алгебраических уравнений:

$$-ike^{-ikh} \frac{\delta_m^0(1)}{2\pi} e^{i\frac{\pi m}{2}} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} i\gamma_n a_n \frac{\delta_m^n(1) e^{i\frac{\pi m}{2}}}{2\pi} = (\alpha_m \operatorname{sh} \omega_m h + \beta_m \operatorname{ch} \omega_m h) \omega_m; \quad (4)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} i\gamma_n b_n \delta_m^n(1) \frac{e^{i\frac{\pi m}{2}}}{2\pi} = (\alpha_m \operatorname{sh} \omega_m h - \beta_m \operatorname{ch} \omega_m h) \omega_m; \quad (5)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n \delta_m^n(1) \frac{e^{i\frac{\pi m}{2}}}{2\pi} = \alpha_m \operatorname{ch} \omega_m h - \beta_m \operatorname{sh} \omega_m h; \quad (6)$$

$$\delta_m^0(\sigma) e^{-ikh} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n \delta_m^n(\delta) = \sum_{n=0}^{\infty} (\alpha_n \operatorname{ch} \omega_n h + \beta_n \operatorname{sh} \omega_n h) \times$$

$$\times e^{i \frac{\pi m}{2}} [1 + (-1)^{m+n}] \delta_m^n \left( \frac{\delta}{2} \right); \quad (7)$$

$$- i k e^{-i k h} \delta_m^0 (1 - \delta) + \sum_{n=-\infty}^{\infty} i \gamma_n a_n (-1)^n \delta_m^n (1 - \delta). \quad (8)$$

Здесь

$$\delta_m^n(x) = \varepsilon_m \left\{ \frac{\sin \pi x \left( n + \frac{m}{2x} \right)}{n + \frac{m}{2x}} + (-1)^m \frac{\sin \pi x \left( n - \frac{m}{2x} \right)}{n - \frac{m}{2x}} \right\},$$

а  $\varepsilon_m = 1$  при  $m=0$  и  $\varepsilon_m = 2$  при  $m \neq 0$ .

Последняя функция обладает следующими свойствами:

$$\delta_m^{-n}(x) = (-1)^m \delta_m^n(x);$$

$$\delta_m^n(0) = 0.$$

Системы уравнений (4) — (6) получены из уравнений, справедливых на всем периоде, уравнения (7) и (8) — из уравнений, справедливых соответственно в области щели ( $|y| < \delta\pi$ ) и металла ( $\pi\delta < |y| < \pi$ ). Коэффициенты  $a_m$  и  $\beta_m$  определяются из уравнений (4) и (5):

$$a_m = \frac{e^{i \frac{\pi m}{2}}}{4\pi \omega_m \operatorname{sh} \omega_m h} \left[ \sum_{n=-\infty}^{\infty} i \gamma_n \delta_m^n(1) (a_n + b_n) - i k e^{-i k h} \delta_m^0(1) \right] \quad (9)$$

$$\beta_m = \frac{e^{i \frac{\pi m}{2}}}{4\pi \omega_m \operatorname{ch} \omega_m h} \left[ \sum_{n=-\infty}^{\infty} i \gamma_n \delta_m^n(1) (a_n - b_n) - i k e^{-i k h} \delta_m^0(1) \right]. \quad (10)$$

Подстановка  $a_m$  и  $\beta_m$  в виде (9) и (10) в оставшиеся уравнения (6) и (7) и несложные преобразования приводят эти системы уравнений к более удобному для расчетов виду

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} X'_n p_{nm} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} Y'_n \left( c_{nm} - \frac{\delta_m^n(1)}{\gamma_n} \right) = 0; \quad (11)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} \left\{ X'_n \left[ C_{nm} - \frac{\delta_m^n(\delta)}{\gamma_n} \right] + Y'_n P_{nm} \right\} = 2 e^{-i k h} \delta_m^0(\delta); \quad (12)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} X'_n (-1)^n \delta_m^n(1 - \delta) = 0. \quad (13)$$

Здесь использованы обозначения:  $X'_n = \gamma_n a_n$  при  $n \neq 0$   
и  $X'_0 = k(a_0 - e^{-ikh})$ ,  $Y'_n = \gamma_n b_n$ ;

$$C_{nm} = i \sum_{v=0}^{\infty} \frac{\delta_v^n(1) \delta_m^v \left(\frac{\delta}{2}\right)}{4\omega_v \pi} e^{i \frac{\pi v}{2}} [1 + (-1)^{m+v}] [\cosh \omega_v h + \sinh \omega_v h];$$

$$c_{nm} = i \frac{\delta_m^n(1)}{2\omega_m} [\cosh \omega_m h + \sinh \omega_m h];$$

$$P_{nm} = i \sum_{v=0}^{\infty} \frac{\delta_v^n(1) \delta_m^v \left(\frac{\delta}{2}\right)}{4\omega_v \pi} e^{i \frac{\pi v}{2}} [1 + (-1)^{m+v}] [\cosh \omega_v h - \sinh \omega_v h];$$

$$p_{nm} = i \frac{\delta_m^n(1)}{2\omega_m} [\cosh \omega_m h - \sinh \omega_m h].$$

Если в системах уравнений (11)–(13) заменить  $n$  на  $-n$ , воспользоваться свойствами функций  $\delta_m^n(x)$ , то получим эквивалентные им системы уравнений для неизвестных  $X'_{-n}$  и  $Y'_{-n}$ , что свидетельствует о равенстве гармоник с положительными и отрицательными индексами,  $X'_n = X'_{-n}$  и  $Y'_n = Y'_{-n}$ , т. е.  $a_n = a_{-n}$ ,  $\beta_n = \beta_{-n}$ ,

что в свою очередь приводит к равенству всех нечетных гармоник внутри структуры ( $a_{2v+1} = \beta_{2v+1} = 0$ ). Таким образом, нормально падающая  $H$ -поляризованная волна возбуждает внутри структуры только четные волноводные волны. Четность коэффициентов поля позволяет упростить системы уравнений:

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left\{ X_n p_{nm} + Y_n \left[ c_{nm} - \frac{\delta_m^n(1)}{\gamma_n} \right] \right\} = 0 \text{ (полный период);} \quad (14)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} \left\{ X_n \left[ C_{nm} - \frac{\delta_n^m(\delta)}{\gamma_n} \right] + Y_n P_{nm} \right\} = e^{-ikh} \delta_m^0(\delta) \text{ (щель);} \quad (15)$$

$$\sum_{n=0}^{\infty} X_n (-1)^n \delta_m^n(1 - \delta) = 0 \text{ (металл),} \quad (16)$$

где  $X_n = X'_n$  для  $n \neq 0$  и  $X_0 = \frac{1}{2} X'_0$ ;  $Y_n = Y'_n$  для  $n \neq 0$

и  $Y_0 = \frac{1}{2} Y_0$ . Во всех полученных системах индекс  $m$  про-  
бегает значения ( $m = 0, 2, 4, \dots$ ). Этот факт позволяет свер-  
нуть суммы, по которым определяются матричные элементы  
 $C_{nm}$  и  $P_{nm}$ , поскольку все слагаемые с нечетными индексами  
 $\nu$  равны нулю, а для четных  $\nu$  справедливо равенство  $\delta_{\nu}(1) =$   
 $= 2\pi\delta_{\nu}$ , где  $\delta_{\nu}$  — символ Кронекера. Поэтому

$$\begin{cases} C_{nm} \\ P_{nm} \end{cases} = i \frac{\delta_m^n \left(\frac{\delta}{2}\right)}{\omega_n} e^{i \frac{\pi n}{2}} (\operatorname{cth} \omega_n h \pm \operatorname{th} \omega_n h). \quad (17)$$

Здесь  $n = 0, 2, 4, \dots$ , для нечетных  $n$   $C_{nm} = P_{nm} = 0$ .

Заметим, что при четных значениях  $n$  и  $m$   $\delta_m^n \left(\frac{1}{2}\right) = \pi\delta_{nm}$ .

Неизвестные коэффициенты должны удовлетворять всем си-  
стемам уравнений (14) — (16). Как показано в работе [2], по-  
добные бесконечные системы могут решаться методом редукций,  
причем наибольшая точность вычислений достигается в случае,  
когда число уравнений системы, полученной на части всего  
периода (например, щели), пропорционально отношению этой  
части ко всему периоду.

Представленное решение позволяет перейти к частным слу-  
чаям, когда щель отсутствует, т. е.  $\delta = 0$ , и структура становится  
ножевой, т. е.  $\delta = 1$ . В первом случае система (15) тождественно  
обращается в нуль и единственным решением системы (14)  
и (15) является  $a_0 = e^{-ikh}$ . Во втором случае система (16) тожде-  
ственно обращается в нуль, а системы (14) и (15) при  $\delta = 1$   
имеют определитель, у которого все элементы, за исключением  
диагональных, равны нулю. В этом случае волна проходит но-  
жевую структуру без возмущений.

#### ЛИТЕРАТУРА

- Шестопалов В. П. Метод задачи Римана—Гильберта в теории дифракции. Харьков, Изд-во ХГУ, 1971, 341 с.
- Масалов С. А., Тарапов И. Е. Дифракция электромагнитных волн на пространственной периодической решетке, составленной из брусьев прямоугольного поперечного сечения. — «Радиотехника и электроника», 1963, т. 9, № 1, с. 53—58.

К. П. ЯЦУК, канд. физ.-мат. наук,

В. В. БЫХОВЕЦ

## СИММЕТРИЧНЫЕ ВОЛНЫ В РАДИАЛЬНО ПОДМАГНИЧЕННОМ СЛОЕ ПЛАЗМЫ

Известно, что в цилиндрическом плазменном волноводе при продольном подмагничивании могут распространяться медленные электромагнитные волны [1, 2]. Использование взаимодействия их с электронными потоками открывает возможность построения плазменных усилителей и генераторов СВЧ [3]. Представляет интерес радиальный плазменный волновод в магнитном поле. Такая система может найти применение в радиальной плазменной ЛБВ.

Исследуемая система представляет собой слой плазмы толщиной  $a$ , расположенный на идеально проводящем экране. В некоторой точке слой может быть возбужден (так, как возбуждаются диэлектрические дисковые антенны). От точки возбуждения, принятой за начало координат, в направлении  $r$  начнут распространяться симметричные цилиндрические волны. Система помещена в постоянное однородное радиальное магнитное поле  $H_0$ . Задача решается в гидродинамическом приближении методом частичных областей (I область  $0 < z < a$ , II —  $a < z < \infty$ ). Решаются уравнения Максвелла с учетом того, что для радиальных волн компоненты поля изменяются по закону функций Ханкеля. Для разделения переменных в области, занятой плазмой, применяется метод [4, 5], при котором волновое уравнение записывается для вспомогательной функции  $\psi$ , представляющей собой комбинацию  $E_\varphi$  и  $H_\varphi$  компонент полей.

Приравнивая на границе раздела областей тангенциальные составляющие электрического и магнитного полей, получаем следующее дисперсионное уравнение:

$$\left(1 - \frac{\Lambda_2 \chi_2 A_1}{\Lambda_1 \chi_1 A_2}\right) \left(\frac{A_{1\varepsilon}}{A_{2\varepsilon}} - \frac{\Lambda_2}{\Lambda_1}\right) = \frac{\Lambda_2}{\Lambda_1} \left(1 - \frac{\chi_2 A_{1\varepsilon}}{\chi_1 A_{2\varepsilon}}\right) \left(\frac{A_1}{A_2} - 1\right),$$

где

$$A_i = p a \operatorname{sh} \chi_i a + \chi_i a \operatorname{ch} \chi_i a,$$

$$A_{i\varepsilon} = \epsilon_1 p a \operatorname{sh} \chi_i a + \chi_i a \operatorname{ch} \chi_i a, \quad i = 1, 2,$$

$$\chi_i = \sqrt{\Lambda_i \epsilon_1 g - b}, \quad \Lambda_i = \frac{b - d}{2\epsilon_1 g} \pm \sqrt{\left(\frac{b - d}{2\epsilon_1 g}\right)^2 + \frac{1}{\epsilon_1}},$$

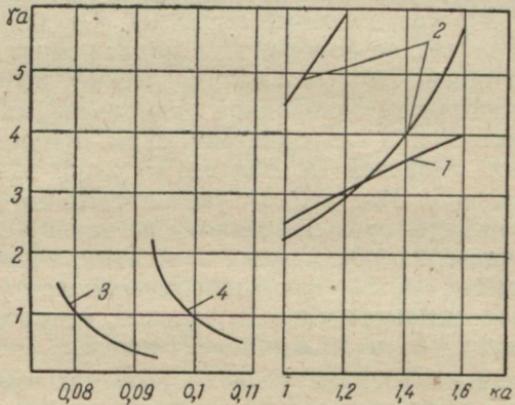
$$b = \frac{x^2}{\epsilon_2} (\epsilon_2^2 - \epsilon_3^2) - (\gamma a)^2, \quad d = \frac{\epsilon_1}{\epsilon_2} [x^2 \epsilon_2 - (\gamma a)^2], \quad g = x \gamma a \frac{\epsilon_3}{\epsilon_2},$$

$$\varepsilon_1 = 1 - \frac{\left(\frac{lu}{x}\right)^2}{1 + \left(\frac{\delta u}{x}\right)^2}, \quad \varepsilon_2 = 1 + \frac{\left(1 - \frac{x^2}{u^2} - \delta^2\right)l^2}{\left(1 - \frac{x^2}{u^2} + \delta^2\right)^2 + 4 \frac{x^2}{u^2} \delta^2},$$

$$\varepsilon_3 = -\frac{\left(1 - \frac{x^2}{u^2} + \delta^2\right)\frac{u}{x}l^2}{\left(1 - \frac{x^2}{u^2} + \delta^2\right)^2 + 4 \frac{x^2}{u^2} \delta^2}, \quad pa = \sqrt{(\gamma a)^2 - x^2},$$

$$x = \frac{\omega}{c} a, \quad u = \frac{\omega_h}{c} a, \quad l = \frac{\omega_0}{\omega_h} \quad \delta = \frac{v}{\omega_h}.$$

Здесь  $\omega_0$ ,  $\omega_h$ ,  $\omega$  — плазменная, циклотронная и частота сигнала соответственно;  $v$  — эффективная частота соударений;  $\gamma$  — постоянная распространения;  $c$  — скорость света в вакууме.



Из приведенных формул видно, что в зависимости от знаков квадратов поперечных волновых чисел  $\chi_{1,2}$  в системе могут существовать три типа волн:

- 1)  $\chi_1^2 > 0, \quad \chi_2^2 > 0$  — поверхностьные волны,
- 2)  $\chi_1^2 < 0, \quad \chi_2^2 < 0$  — объемные волны,
- 3)  $\chi_1^2 > 0, \quad \chi_2^2 < 0$  или  $\chi_1^2 < 0, \quad \chi_2^2 > 0$  — полуобъемные волны;

Уравнение в общем случае анализировалось численно. На рисунке представлены результаты расчета. Для всех случаев  $\delta = 10^{-3}$ . Кривая 1 соответствует объемной волне при  $u = 10,25$ ,  $l = 1$ , кривые 2 — две ветви, полученные для полуобъемных волн ( $\chi_1^2 > 0, \chi_2^2 < 0$ ) при  $u = 2,36$ ,  $l = 0,817$ . Из рисунка видно, что за-

Медление объемных и полуобъемных волн невелико (2—5), ход дисперсии нормальный. Дисперсионные кривые 3, 4 соответствуют поверхностным волнам при  $\mu=0,0316$ ,  $l_3=3,16$ ,  $l_4=4$ . Видно, что дисперсия в этом случае имеет аномальный характер, а замедление оказывается порядка 20. С увеличением плотности плазмы дисперсионные кривые смещаются в область более высоких частот.

Из полученных результатов следует, что рассмотренная система может послужить основой для построения радиальных плазменных ЛБВ и ЛОВ.

### ЛИТЕРАТУРА

1. Hodara H., Cohn L. J. Wave Propagation in Magneto-Plasma Slabs. — „JRE Transaction“, 1962, vol. AP-10, N 4, p. 452—458.
2. Файнберг Я. Б., Горбатенко М. Ф. Электромагнитные волны в плазме, находящейся в магнитном поле. — ЖТФ, 1959, т. 29, вып. 5, с. 549—554.
3. Плазменные и электронные усилители и генераторы СВЧ. М., «Сов. радио», 1965. 96 с. Авт.: Г. А. Бернашевский, Е. В. Богданов, В. Я. Кислов и др.
4. Сул Г., Уокер Л. Вопросы волноводного распространения электромагнитных волн в гиротропных средах. М., ИЛ, 1955, 189 с.
5. Яцук К. П., Биховець В., Арсеньєва С. І. «Вісник Харківського університету. Радіофізика і електроніка». Вип. 1, Харків, 1972, с. 30—34.

УДК 626.373.8

B. M. УШАКОВ,  
H. A. ХИЖНЯК, д-р физ. мат. наук

### РАСПРОСТРАНЕНИЕ $H_{10}$ -ВОЛНЫ В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ВЛНОВОДЕ С ПЕРИОДИЧЕСКОЙ ЦЕПОЧКОЙ ФЕРРИТОВЫХ ЦИЛИНДРОВ

Рассмотрен прямоугольный волновод, нагруженный полубесконечной цепочкой эквидистантных подмагнитченных вдоль своей оси ферритовых цилиндров, которые расположены параллельно узкой стенке волновода. Их радиусы предполагаются малыми по сравнению с длиной волны в волноводе  $\lambda_b$ , что позволяет ограничиться лишь дипольным взаимодействием между ними. Электромагнитные свойства рассеивающих тел характеризуются диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$  и тензором магнитной проницаемости  $\tilde{\mu}$  вида

$$\tilde{\mu} = \begin{pmatrix} \mu & 0 & -i\alpha \\ 0 & \mu_3 & 0 \\ i\alpha & 0 & \mu \end{pmatrix}. \quad (1)$$

Подобная задача возникает при исследовании замедляющих систем усилителей и генераторов СВЧ.

Пусть в прямоугольном волноводе, заполненном изотропной средой с проницаемостями  $\epsilon_1$  и  $\mu_1$ , параллельно его узкой стенке расположены ферритовые цилиндры и положение центра каждого из них определяется координатами  $\vec{r} = \vec{r}_{\perp 0}, z = lz_0$ , где  $l = 0, 1, 2, \dots$  — номер цилиндра. Из области  $z < 0$  падает электромагнитная волна, пропорциональная  $\exp(i\omega t)$ , частота которой выбрана так, что в волноводе может распространяться только волна  $H_{10}$ . Необходимо найти постоянную распространения нагруженной части волновода, амплитуды полного и отраженного полей.

При распространении в волноводе лишь основной волны граничные условия на его стенах не изменяются и при внесении в волновод ферритовых цилиндров, расположенных параллельно его узкой стенке. Поэтому уравнения, полученные в работе [1], справедливы и в данном случае

$$\begin{aligned} f_l^a E^l(0) e^{-i\Psi_0 l} &= f_l^a E_0^l e^{-i\beta z_0 l} + \{[P_{lk} g_{kr} A_{np} - ik\mu_1 Q_{lk} p_{kr} C_{np}] \times \\ &\quad \times f_p^a E^p(0) + [P_{lk} g_{kr} B_{rp} - ik\mu_1 Q_{lk} p_{kr} D_{rp}] f_p^m H^p(0)\} \times \\ &\quad \times \left[ \frac{e^{-i\beta z_0 l}}{1 - e^{-i(\Psi_0 - \beta z_0)}} + e^{-i\Psi_0 l} \left( 1 + \frac{i \sin \Psi_0}{\cos \Psi_0 - \cos \beta z_0} \right) \right]; \quad (2) \\ f_l^m H^l(0) e^{-i\Psi_0 l} &= f_l^m H_0^l e^{-i\beta z_0 l} + \{[R_{lk} p_{kr} C_{rp} + ik\epsilon_1 S_{lk} g_{kr} A_{rp}] \times \\ &\quad \times f_p^a E^p(0) + [R_{lk} p_{kr} D_{rp} + ik\epsilon_1 S_{lk} g_{kr} B_{rp}] f_p^m H^p(0)\} \times \\ &\quad \times \left[ \frac{e^{-i\beta z_0 l}}{1 - e^{-i(\Psi_0 - \beta z_0)}} + e^{-i\Psi_0 l} \left( 1 - \frac{i \sin \Psi_0}{\cos \Psi_0 - \cos \beta z_0} \right) \right]. \end{aligned}$$

Временная зависимость, одинаковая для всех полей, опущена. Здесь в роли переменной  $z$  выступает номер рассеивающего тела  $l$ , ближайшего к рассматриваемой точке  $z$ ;  $f_i$  — значения собственных функций волновода в точке  $\vec{r}_{\perp 0}$ ;  $\Psi_0$  — фазовый сдвиг среднего поля между двумя соседними цилиндрами;  $E_0$ ,  $H_0$  — амплитуды падающей волны;  $\beta$  — постоянная распространения однородного волновода; матрицы  $\hat{P}$ ,  $\hat{Q}$ ,  $\hat{R}$  и  $\hat{S}$  связывают рассиянное телом поле с его дипольными моментами;  $g$  и  $p$  — матрицы рассеяния [2]; матрицы  $\hat{A}$ ,  $\hat{B}$ ,  $\hat{C}$  и  $\hat{D}$  определяют возбуждающее тело поле через среднее поле.

Система уравнений (2) разделяется на две группы независимых уравнений, поскольку переменная  $l$  входит в виде множителей  $\exp(-i\Psi_0 l)$  и  $\exp(-i\beta z_0 l)$ .

Первая группа уравнений, содержащая слагаемые, пропорциональные  $\exp(-i\phi_0 l)$ , выглядит таким образом:

$$\begin{aligned} f_y^a(1 - \Delta_{11}\Psi)E^y(0) - f_x^m\Delta_{12}\Psi H^x(0) - f_z^m\Delta_{13}\Psi H^z(0) &= 0, \\ -f_y^a\Delta_{21}\Psi E^y(0) + f_x^m(1 - \Delta_{22}\Psi)H^x(0) - f_z^m\Delta_{23}\Psi H^z(0) &= 0, \\ -f_y^a\Delta_{31}\Psi E^y(0) - f_x^m\Delta_{32}\Psi H^x(0) + f_z^m(1 - \Delta_{33}\Psi)H^z(0) &= 0, \end{aligned}$$

где

$$\begin{aligned} \Psi &= 1 - \frac{i \sin \Psi_0}{\cos \Psi_0 - \cos \beta z_0}; \quad \Delta_{11} = \frac{g P_{22}}{A}; \\ \Delta_{12} &= -\frac{P_{22}}{A k \epsilon_1} \left( \beta p_\perp + \frac{i \pi p_0}{d} \operatorname{ctg} \frac{\pi x_0}{d} \right); \\ \Delta_{13} &= -\frac{P_{22}}{A k \epsilon_1} \left( \beta p_0 + \frac{i \pi p_\perp}{d} \operatorname{ctg} \frac{\pi x_0}{d} \right); \\ \Delta_{21} &= -\frac{\beta g}{A k \mu_1} P_{22}; \quad \Delta_{22} = \frac{P_{22}}{A k^2 \epsilon_1 \mu_1} \left( \beta^2 p_\perp - \frac{i \pi \beta p_0}{d} \operatorname{ctg} \frac{\pi x_0}{d} \right); \\ \Delta_{23} &= \frac{P_{22}}{A k^2 \epsilon_1 \mu_1} \left( \beta^2 p_0 + \frac{i \pi \beta p_\perp}{d} \operatorname{ctg} \frac{\pi x_0}{d} \right); \\ \Delta_{31} &= \frac{i \pi}{A d k \mu_1} \operatorname{ctg} \frac{\pi x_0}{d} P_{22}; \tag{3} \\ \Delta_{32} &= -\frac{P_{22}}{A k^2 \epsilon_1 \mu_1} \left( \frac{i \pi \beta P_\perp}{d} \operatorname{ctg} \frac{\pi x_0}{d} + \frac{\pi^2 p_0}{d^2} \operatorname{ctg}^2 \frac{\pi x_0}{d} \right); \\ \Delta_{33} &= -\frac{P_{22}}{A k^2 \epsilon_1 \mu_1} \left( \frac{i \pi \beta p_0}{d} \operatorname{ctg} \frac{\pi x_0}{d} - \frac{\pi^2 p_\perp}{d^2} \operatorname{ctg}^2 \frac{\pi x_0}{d} \right); \\ A &= 1 + \frac{P_{22}}{k^2 \epsilon_1 \mu_1} \left( k^2 \epsilon_1 \mu_1 g + \beta^2 p_\perp + \frac{\pi^2 p_\perp}{d^2} \operatorname{ctg}^2 \frac{\pi x_0}{d} - \right. \\ &\quad \left. - \frac{2 i \pi \beta p_0}{d} \operatorname{ctg} \frac{\pi x_0}{d} \right); \\ p_0 &= 2a^2 \frac{i \alpha \mu_1}{(\mu + \mu_1)^2 - \alpha^2}; \quad p_\perp = a^2 \frac{\mu^2 - \mu_1^2 - \alpha^2}{(\mu - \mu_1)^2 - \alpha^2}; \\ g &= a^2 \frac{\epsilon - \epsilon_1}{2 \epsilon_1}; \quad P_{22} = \frac{2 \pi i k^2 \epsilon_1 \mu_1}{d \beta} \sin^2 \frac{\pi x_0}{d}, \end{aligned}$$

где  $k$  — волновое число;  $d$  и  $h$  — поперечные размеры волновода по осям  $x$  и  $y$ ;  $x_0$  — координата центра цилиндра.

Данная система линейных алгебраических уравнений имеет нетривиальное решение, если ее детерминант равняется нулю. Из этого условия получаем дисперсионное уравнение вида

$$\cos \Psi_0 = \cos \beta z_0 - i P_{22} \left( g + \frac{\beta^2 p_\perp}{k^2 \varepsilon_1 \mu_1} + \frac{\pi^2 p_\perp}{d^2 k^2 \varepsilon_1 \mu_1} \operatorname{ctg}^2 \frac{\pi x_0}{d} - \frac{2i\pi\beta p_0}{dk^2 \varepsilon_1 \mu_1} \operatorname{ctg} \frac{\pi x_0}{d} \right) \sin \Psi_0. \quad (4)$$

Величины, стоящие в скобках  $\sim s/d\lambda_b$  и являются малыми возмущающими величинами. Поэтому при  $\sin \beta z_0 \neq 0$  решение уравнения (4) можно записать так:

$$\Psi_0 = \beta z_0 + \delta, \quad \delta \ll \beta z_0.$$

Из (4) получаем для  $\delta$  выражение

$$\delta = + \frac{2\pi}{dh\beta} \left( k^2 \varepsilon_1 \mu_1 g \sin^2 \frac{\pi x_0}{d} + \beta^2 p_\perp \sin^2 \frac{\pi x_0}{d} + \frac{\pi^2 p_\perp}{d^2} \times \right. \\ \left. \times \cos^2 \frac{\pi x_0}{d} - \frac{2i\pi\beta p_0}{d} \cos \frac{\pi x_0}{d} \sin \frac{\pi x_0}{d} \right).$$

Отсюда следует, что нагрузка волновода периодической цепочкой ферритовых цилиндров приводит к изменению фазовой скорости волны, которое зависит от внешнего подмагничивающего поля. Это изменение невелико, однако на больших расстояниях суммарное изменение фазы может быть значительным.

Для определения амплитуд полного поля служит вторая группа уравнений системы (2), слагаемые которых пропорциональны величине  $\exp(-i\beta z_0 l)$ . После сокращения на этот множитель с учетом (3) имеем

$$f_y^a \Delta_{11} E^y(0) + f_x^m \Delta_{12} H^x(0) + f_z^m \Delta_{13} H^z(0) = [e^{-i(\Psi_0 - \beta z_0)} - 1] E_0^y, \\ f_y^a \Delta_{21} E^y(0) + f_x^m \Delta_{22} H^x(0) + f_z^m \Delta_{23} H^z(0) = [e^{-i(\Psi_0 - \beta z_0)} - 1] H_0^x, \\ f_y^a \Delta_{31} E^y(0) + f_x^m \Delta_{32} H^x(0) + f_z^m \Delta_{33} H^z(0) = [e^{-i(\Psi_0 - \beta z_0)} - 1] H_0^z.$$

Эта система является линейно-зависимой, так как компоненты поля связаны соотношениями для однородного волновода. В результате ее решения имеем

$$E^y(0) = \frac{\delta + i}{\delta} [e^{-i(\Psi_0 - \beta z_0)} - 1] E_0^y.$$

Разложим экспоненту в ряд ( $\delta \ll \beta z_0$ ) и ограничимся первым членом

$$E^y(0) = (1 - i\delta) E_0^y.$$

Полное поле в точке  $z = lz_0$  найдем по теореме Флоке:

$$E^y(z) = (1 + i\delta) E_0^y e^{-i\omega_0 t}.$$

Рассеянное  $l$ -м цилиндром поле находится согласно [1, 3]. Просуммировав его по всем цилиндрам, получим отраженную волну

$$E_{\text{отр}}^y = \frac{i\pi}{dh\beta \sin \beta z_0} \left( k^2 \epsilon_1 \mu_1 g \sin^2 \frac{\pi x_0}{d} - \beta^2 p_\perp \sin^2 \frac{\pi x_0}{d} + \right. \\ \left. + \frac{\pi^2 p_\perp}{\mu^2} \cos^2 \frac{\pi x_0}{d} \right) E_0^y e^{i\beta(z+z_0)}.$$

Коэффициент отражения по полю имеет величину порядка  $S/d\lambda_b$  и сдвиг по фазе, равный  $\beta z_0$ .

Выражения для элементов  $p$  остаются справедливыми и в том случае, если длина волны внутри цилиндра соизмерима с его поперечными размерами. В этом случае [4] цилиндр характеризуется некоторыми эффективными значениями элементов тензора  $\mu$ . Используя результаты работы [5], можно показать, что

$$\epsilon_{\text{эфф}} = \epsilon \frac{2J_1(x)}{x J_0(x)};$$

$$\mu_{\text{эфф}} = \frac{\mu (\mu^2 - \alpha^2)}{\mu^2 - \alpha^2 F^2(x)} F(x);$$

$$\alpha_{\text{эфф}} = \frac{\alpha (\mu^2 - \alpha^2)}{\mu^2 - \alpha^2 F^2(x)} F^2(x);$$

где

$$F(x) = \frac{2J_1(x)}{x [J_0(x) - J_2(x)]}; \quad x = ka \sqrt{\frac{\epsilon (\mu^2 - \alpha^2)}{\mu}},$$

$J_n(x)$  — функция Бесселя  $n$ -го порядка.

Заменяя в выражениях для  $p_\perp$  и  $p_0$   $\mu$  и  $\alpha$  на их эффективные значения, получаем

$$p_\perp = a^2 \frac{\mu_{\text{эфф}}^2 - \mu_1^2 - \alpha_{\text{эфф}}^2}{(\mu_{\text{эфф}} + \mu_1)^2 - \alpha_{\text{эфф}}^2};$$

$$p_0 = \frac{2ia^2 \mu_1 \alpha_{\text{эфф}}}{(\mu_{\text{эфф}} + \mu_1)^2 - \alpha_{\text{эфф}}^2}.$$

Геометрические магнитные резонансы определяются условием

$$\mu_{\text{эфф}} + \mu_1 = \alpha_{\text{эфф}}.$$

Отсюда следует, что

$$F(x) = \frac{\mu(\mu^2 - \alpha^2) \pm \sqrt{\mu^2(\mu^2 - \alpha^2)^2 + 4\alpha\mu^2\mu_1(\mu^2 - \alpha^2 + \alpha\mu_1)}}{2\alpha(\mu^2 - \alpha^2 + \alpha\mu_1)}.$$

Электрические резонансы в данном случае отсутствуют. Дисперсионное уравнение волновода, нагруженного резонансными цилиндрами, сохраняет вид (4), однако величины, стоящие в скобках, уже нельзя считать малыми. В этом случае его решение имеет вид

$$\cos \Psi_0 = \frac{\cos \beta z_0 \pm \sqrt{\delta^4 + \delta^2 \sin^2 \beta z_0}}{1 + \delta^2}.$$

При  $\delta \rightarrow \infty$  возникает стоячая волна, которая образуется также при нагрузке волновода нерезонансными цилиндрами в случае  $z_0 = n\lambda_b/2$ , так как при этом  $\sin \beta z_0 = 0$ . Если  $\alpha = 0$  и  $\mu_3 = \mu$ , получаем случай нагрузки волновода изотропными цилиндрами.

## ЛИТЕРАТУРА

- Хижняк Н. А. Теория волноводов, нагруженных полубесконечной цепочкой однородных рассеивающих тел. — Сб. «Радиотехника». Вып. 15. Харьков, 1970, с. 3—12.
- Хижняк Н. А. Функция Грина уравнений Максвелла для неоднородных сред. — ЖТФ, 1958, т. 28, № 7, с. 1592—1609.
- Хижняк Н. А. Рассеяние электромагнитных волн на малых телах в волноводе. — Сб. «Радиотехника». Вып. 4. Харьков, 1967, с. 88—97.
- Левин И. Л. Современная теория волноводов. М., ИЛ, 1954, 289 с.
- Никольский В. В. Простейший случай дифракции плоской волны на гиротропном цилиндре. — «Радиотехника и электроника», 1958, т. 3, № 6, с. 756—759.

УДК 621.372.8

Н. И. УКРАИНЕЦ,  
Н. А. ХИЖНЯК, д-р физ. мат. наук

## НЕКОТОРЫЕ ОСОБЕННОСТИ РЕЗОНАНСНОГО РАССЕЯНИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОМ КУБЕ В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ВОЛНОВОДЕ

В элементах СВЧ трактов и для измерения параметров вещества используется явление резонансного отражения от неоднородностей в прямоугольном волноводе. В случае неоднородностей сферической геометрии существуют хорошие методы расчета диэлектрической проницаемости  $\epsilon$  и тангенса угла потерь  $\operatorname{tg}\delta$  диэлектриков [1, 2]. В случае неоднородностей прямоугольной

формы используются методы расчета параметров диэлектриков, основанные на анализе цепей с эквивалентными схемами четырехполюсников СВЧ [3, 4]. Сопоставить эти методы теоретически нельзя.

В настоящей работе экспериментально сопоставляются и анализируются особенности резонансного рассеяния электромагнитных волн на неоднородностях кубической и сферической геометрии в прямоугольном волноводе. Исследования проводились в волноводном тракте сечением  $12,6 \times 28,5 \text{ mm}^2$  на основной волне  $H_{10}$ . Кубики изготавливались из материала с  $\epsilon = 151$  и  $\operatorname{tg}\delta = 0,002$  и располагались в геометрическом центре поперечного сечения волновода таким образом, что электромагнитная волна падала нормально на грань куба. Исследовались кубики с размерами сторон от 7 до 2,8 mm. Изменение размеров образцов осуществлялось последовательным сошлифовыванием граней куба, благодаря чему исключались ошибки, связанные с неоднородностью исходного материала. Рис. 1 отображает зависимости коэффициентов стоячих волн от длины рассеиваемой электромагнитной волны для двух из этой серии кубов с размерами сторон 5,1 и 5,5 mm. Из этих графиков видно, что и сфера, и эллипсоид вращения, рассмотренные в [5, 6], и кубики обладают электрическими и магнитными резонансами. Так же, как и для сферы, характерным является наличие острых резонансов максимального прохождения рядом с резонансами максимального отражения электромагнитной волны. Волноводный тракт на резонансных частотах максимального прохождения хорошо согласуется, и КСВ достигает величин, меньших 1,05. Положение резонанса максимального прохождения относительно соседнего резонанса максимального отражения определяет тип резонанса (электрический или магнитный) [2].

Сокращение размеров диэлектрических кубов, как видно из рис. 1, приводит к сдвигу резонансов в сторону уменьшения длины электромагнитной волны и к уменьшению всех резонансных амплитуд. Так как изменение положения резонансов пропорционально изменению размеров куба, то это обстоятельство можно использовать для определения диэлектрической проницаемости диэлектрика.

Кроме этого, изменение размеров куба в широких пределах приводит к исчезновению одних и возникновению других резонансов электрического и магнитного типа новых порядков. При этом уменьшение размеров куба приводит к такой ситуации, что в исследуемом диапазоне может остаться всего лишь один какой-то резонанс — электрический или магнитный. Так, для куба с размерами сторон 3,5 mm наблюдается только один электрический резонанс на длине волны  $\lambda = 36,15 \text{ mm}$  с амплитудой 3,02, а для куба с размерами сторон 2,8 mm — один расщепленный магнитный резонанс с длинами волн расщепления  $\lambda =$

$=39,50$  мм и  $\lambda=39,80$  мм и амплитудами 5,38 и 5,10 соответственно.

Сравнение со сферой [5], изготовленной из того же материала, что и куб, с диаметром \*, равным стороне куба, показывает, что для сферы в данном диапазоне наблюдается всего лишь

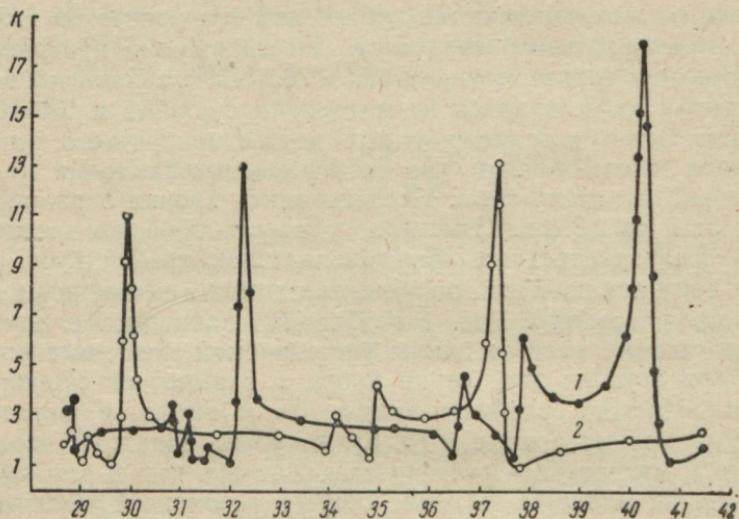


Рис. 1. Зависимость коэффициентов стоячих волн от длины расщепляемой волны для диэлектрического куба со стороной  $a=5,5$  мм (кривая 1) и  $a=5,1$  мм (кривая 2).

один расщепленный резонанс магнитного типа второго порядка, в то время как для куба в этом же диапазоне наблюдаются два основных (электрический и магнитный) резонанса и ряд дополнительных резонансов как электрического, так и магнитного типа. Амплитуды основных резонансов для куба (кривая 2, рис. 1) гораздо больше, чем амплитуда резонанса для сферы [5]. Так, для куба амплитуда основного магнитного резонанса составляет 13,2, а для сферы — всего лишь 6,9. Отметим, что большие коэф-

фициенты стоячих волн измерялись как  $\sqrt{1 + \frac{\pi d}{\lambda g} \sin^2 \frac{\pi d}{\lambda g}}$  или как  $\frac{\lambda g}{\pi d}$  для  $\frac{\pi d}{\lambda g} < 0,12$ . Здесь  $d$  — расстояние между двумя положениями зонда по обе стороны от минимума, в которых мощность колебаний в два раза больше мощности в минимуме;  $\lambda g$  — длина волны в волноводе.

Интересно сравнить рассеяние электромагнитных волн на кубе и сфере одинаковых объемов. Для куба со стороной 5,1 мм

\* Отметим, что точность изготовления сферы [5] составляет 0,1 мм.

эквивалентной по объему является сфера диаметром 6,32 мм. Расчеты по формулам [2] показывают, что в исследуемом диапазоне сфера с таким диаметром имеет лишь электрический резонанс второго порядка на длине волны  $\lambda=31,46$  мм и магнитный резонанс второго порядка на длине волны  $\lambda=38,84$  мм. Для куба с эквивалентным объемом все резонансы показаны на рис. 1 (кривая 2). Таким образом, и в случае куба с объемом, равным объему сферы, наблюдается, кроме основных, наличие дополнительных электрических и магнитных резонансов, чего нет для сферы.

Для куба со стороной  $a=5,1$  мм было проведено исследование рассеяния электромагнитных волн при различных угловых ориентациях куба в волноводе. При этом начальное положение куба в волноводе было таким, что  $\theta=0$ ,  $\varphi=0$ ,  $\psi=0$ , где  $\theta$ ,  $\varphi$  и  $\psi$  — эйлеровские углы прецессии, нутации и чистого вращения соответственно. Заметим, что ось  $x$  направлена вдоль широкой стенки волновода, ось  $y$  — вдоль узкой стенки, а начало системы координат совпадает с геометрическим центром поперечного сечения волновода. Для более детального изучения рассеяния электромагнитных волн при вращении куба были выбраны следующие области: 1) область основного электрического резонанса; 2) область основного магнитного резонанса; 3) область вдали от резонансов. Результаты измерений приведены на рис. 2 и в табл. 1—3.

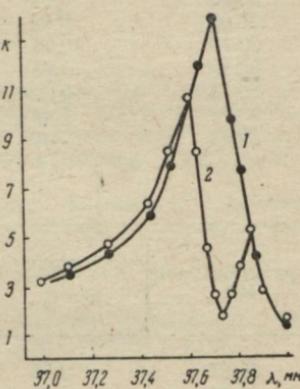


Рис. 2. Зависимость коэффициентов стоячих волн от длины рассеиваемой волны для диэлектрического куба со стороной  $a=5,1$  мм. Положение куба  $\varphi=0$ ,  $\psi=0$ ,  $\Theta=0$  (кривая 1),  $\Theta=45^\circ$  (кривая 2). Область магнитного резонанса.

Таблица 1

Электрический резонанс					Магнитный резонанс				
$\lambda, \text{мм}$	KCB				$\lambda, \text{мм}$	KCB			
	$\varphi=0$	$\varphi=15^\circ$	$\varphi=30^\circ$	$\varphi=45^\circ$		$\varphi=0$	$\varphi=15^\circ$	$\varphi=30^\circ$	$\varphi=45^\circ$
29,98	1,15	1,17	1,17	1,19	37,43	3,71	3,92	4,06	4,06
30,03	1,69	1,67	1,71	1,74	37,52	4,63	4,63	4,63	4,63
30,14	6,00	6,00	6,10	6,10	37,76	8,21	8,06	8,06	8,06
30,20	11,30	11,55	11,90	11,90	37,81	14,60	15,30	15,30	15,30
30,25	10,30	10,30	10,30	10,30	37,85	11,50	11,90	11,90	12,30
30,49	4,53	4,53	4,60	4,53	38,00	6,83	6,60	6,40	6,29
30,60	2,89	2,78	2,89	3,02	38,23	1,46	1,40	1,40	1,39

Таблица 2

$\lambda$ , мм	KCB			
	$\theta=0$	$\theta=15^\circ$	$\theta=30^\circ$	$\theta=45^\circ$
29,92	1,29	1,27	1,25	1,24
30,03	3,87	3,80	3,82	3,75
30,08	7,27	7,27	7,27	7,27
30,10	10,25	10,25	10,25	10,25
30,12	10,75	10,80	11,25	11,30
30,14	9,00	9,00	9,00	9,00
30,20	6,57	6,75	7,00	7,27
30,49	3,01	3,01	2,95	2,89

Таблица 3

$\lambda$ , мм	KCB			
	$\theta=0$	$\theta=15^\circ$	$\theta=30^\circ$	$\theta=45^\circ$
30,37	2,78	2,78	2,78	2,78
30,85	2,43	2,43	2,43	2,43
31,50	2,36	2,36	2,36	2,36
32,13	2,24	2,24	2,24	2,24
32,46	2,23	2,21	2,18	2,18
32,77	2,18	2,18	2,18	2,16

Исследования показывают, что при изменении угла нутации  $\varphi$  от 0 до  $45^\circ$ , т. е. при вращении куба вокруг оси  $x$  волновода, резонансные длины волн остаются постоянными (табл. 1) для электрического и магнитного резонансов. Изменения амплитуд этих резонансов при вращении куба незначительны. Если учесть, что точность измерения KCB с учетом систематических и случайных погрешностей измерительной линии и индикатора составляет  $\sim \pm 10\%$ , то эти изменения амплитуд находятся в пределах ошибок измерений.

При вращении куба вокруг оси  $y$  волновода, т. е. при изменении угла пресцессии  $\theta$ , электрический резонанс (табл. 2) остается постоянным по частоте. Для магнитного резонанса наблюдаются изменения в характере резонанса (рис. 2). При малых углах  $\theta$  резонанс расщепляется и в дальнейшем по мере увеличения угла  $\theta$  от 0 до  $45^\circ$  происходит «перекачка амплитуды» с резонансной длины волны  $\lambda=37,70$  мм для  $\theta=0$  на длины волн  $\lambda=37,60$  мм и  $\lambda=37,85$  мм для  $\theta=45^\circ$ .

Такое поведение резонансов при изменении угловой ориентации куба в волноводе можно объяснить особенностями распределения электрических и магнитных составляющих основной волны  $H_{10}$  в прямоугольном волноводе и соотношением разме-

ров куба к длине волны в волноводе, т. е.  $\frac{a}{\lambda_g} \ll 1$ .

Наконец, исследование рассеяния электромагнитных волн вдали от резонансов (табл. 3) показывает, что коэффициенты стоячих волн на данных длинах волн при разных угловых ориентациях куба в волноводе остаются постоянными, что также объясняется соотношением  $\frac{a}{\lambda_g} \ll 1$ .

## ВЫВОДЫ

1. Рассеяние электромагнитных волн на диэлектрическом кубе, изготовленном из материала с большой диэлектрической проницаемостью  $\epsilon$ , малым тангенсом угла потерь  $\operatorname{tg} \delta$  и расположенным в прямоугольном волноводе, носит резонансный характер. При этом возникают резонансы электрического и магнитного типов.

2. Изменение размеров куба приводит к сдвигу резонансов, изменению их амплитуд, исчезновению резонансов одних порядков и возникновению других.

3. Электрические резонансы нечувствительны к угловой ориентации куба в прямоугольном волноводе.

4. Магнитные резонансы чувствительны к угловой ориентации куба в прямоугольном волноводе лишь при вращении куба вокруг оси  $y$ .

## ЛИТЕРАТУРА

- Козарь А. И., Хижняк Н. А. Отражение электромагнитных волн от резонансной диэлектрической сферы в волноводе. — УФЖ, 1970, т. 15, № 5, с. 847—849.
- Козарь А. И., Хижняк Н. А. К вопросу о точном измерении больших значений диэлектрической проницаемости сегнетоэлектриков. — Сб. «Радиотехника», Вып. 14. Харьков, 1970, с. 118—128.
- Шеламов Г. Н., Ковбаса А. П. Эквивалентные схемы и параметры ферритов и диэлектриков на СВЧ. «Вестник Киевского политехн. ин-та. Сер. радиотехники электроакустики», 1970, № 7, с. 65—67.
- Шеламов Г. Н., Ковбаса А. П. Измерение параметров диэлектриков на СВЧ волноводно-резонансным методом. — «Измерительная техника», 1971, № 3, с. 58—59.
- Украинець М. І., Хижняк М. А. Дослідження резонансного розсіяння електромагнітних хвиль на діелектричному еліпсоїді в прямокутному хвилеводі. — «Вісник Харківського ун-ту. Радіофізика і електроніка», 1972, т. 80, вип. 1, с. 34—39.
- Украинец Н. И., Хижняк Н. А. Особенности резонансного рассеяния электромагнитных волн на эллипсоидальной неоднородности в прямоугольном волноводе. — Сб. «Радиотехника», Вып. 25, Харьков, 1973, с. 105—113.

УДК 621.396.671

Л. П. ЯЦУК, канд. физ.-мат. наук,  
А. В. ЖИРОНКИНА,  
А. Н. ЧЕПЕЛЕВ

## СИСТЕМА ДВУХ ЩЕЛЕЙ КАК ЭЛЕМЕНТ СВЯЗИ Т-ОБРАЗНОГО СОЕДИНЕНИЯ ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ВОЛНОВОДОВ

В ряде антенных устройств СВЧ элементами связи двух объемов являются отверстия в виде прямоугольных щелей. Устройство, представляющее собой Т-образное соединение двух по-

лубесконечных волноводов, связью между которыми служит ортогональная  $X$ -образная щель, является одним из видов антенн эллиптической поляризации. При этом щель излучает в свободное пространство, а в другой волновод. Следовательно, внешние (собственные и взаимные) проводимости такой щели можно рассматривать как внутренние проводимости элементов  $X$ -образной щели, прорезанной в торце полубесконечного волновода.

Целью настоящего сообщения является вывод формул для собственной и взаимной проводимостей щелей в торце волновода и анализ параметров  $X$ -образных излучателей с учетом этих проводимостей.

### Внутренние проводимости щелей в торце прямоугольного волновода

Рассмотрим в торце прямоугольного волновода систему двух произвольно расположенных щелей с длинами  $2l_1$ ,  $2l_2$  и ширинами  $d_1$  и  $d_2$ , центры которых смешены от края широкой стенки волновода на расстояния  $y_1$  и  $y_2$ , а от края узкой стенки — на расстояния  $x_1$  и  $x_2$ . Углы наклона щелей к широкой стенке волновода равны соответственно  $\theta_1$  и  $\theta_2$ . Распределение электрического поля вдоль каждой из щелей считаем синусоидальным, а поперек них — постоянным. При определении магнитного поля, возбужденного щелью внутри волновода и необходимого для нахождения собственной и взаимной проводимостей, используем магнитную тензорную функцию Грина для полубесконечного прямоугольного волновода [1].

Воспользовавшись определением проводимости щели из [2] и проделав необходимые выкладки, получим формулу для внутренней собственной проводимости наклоненной под углом  $\theta_1$  к широкой стенке волновода щели:

$$Y_{0T}^i = \frac{1}{abd_1^2 k} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\epsilon_m \epsilon_n}{\gamma_{mn}} \left[ k^2 (\alpha_1^2 \cos^2 \theta_1 + \beta_1^2 \sin^2 \theta_1) - \right. \\ \left. - \frac{m\pi}{a} \alpha_1 \cos \theta_1 + \frac{n\pi}{b} \beta_1 \sin \theta_1 \right]^2.$$

Здесь приняты следующие обозначения:

$$\alpha_1 = \frac{2l_1 d_1}{\pi} \left[ \sin \left( \frac{m\pi}{a} x_1 + \frac{n\pi}{b} y_1 \right) F(l_1 \eta) \frac{\sin \chi \frac{d}{2}}{\chi \frac{d}{2}} + \right. \\ \left. + \sin \left( \frac{m\pi}{a} x_1 - \frac{n\pi}{b} y_1 \right) F(l_1 \xi) \frac{\sin \psi \frac{d_1}{2}}{\psi \frac{d_1}{2}} \right]; \quad (1a)$$

$$\beta_1 = \frac{2l_1d_1}{\pi} \left[ \sin \left( \frac{m\pi}{a} x_1 + \frac{n\pi}{b} y_1 \right) F(l_1 \eta) \frac{\sin \chi \frac{d_1}{2}}{\chi \frac{d_1}{2}} - \right.$$

$$\left. - \sin \left( \frac{m\pi}{a} x_1 - \frac{n\pi}{b} y_1 \right) F(l_1 \xi) \frac{\sin \psi \frac{d_1}{2}}{\psi \frac{d_1}{2}} \right]; \quad (16)$$

$$\xi = \frac{m\pi}{a} \cos \theta_1 - \frac{n\pi}{b} \sin \theta_1; \quad \chi = \frac{m\pi}{a} \sin \theta_1 - \frac{n\pi}{b} \cos \theta_1;$$

$$\eta = \frac{m\pi}{a} \cos \theta_1 + \frac{n\pi}{b} \sin \theta_1; \quad \psi = \frac{m\pi}{a} \sin \theta_1 + \frac{n\pi}{b} \cos \theta_1.$$

Знак «Т» показывает, что щель прорезана в торце волновода;  
 $a, b$  — размеры широкой и узкой стенок волновода;  $k = \frac{2\pi}{\lambda}$   
 $(\lambda$  — длина волны в свободном пространстве);  $\epsilon, \mu$  — электрическая и магнитная проницаемости среды, заполняющей волновод;  $\epsilon_m = \epsilon_n = 1$  при  $m=0, n=0$ ;  $\epsilon_m = \epsilon_n = 2$  при  $m \neq 0, n \neq 0$  (индексы  $m$  и  $n$  одновременно в нуль не обращаются):

$$\gamma_{mn} = \sqrt{k^2 - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2}.$$

Поле, возбужденное щелью 1, наводит на щели 2 м. д. с., пропорциональную взаимной проводимости этих щелей. В соответствии с общим определением [2] получаем формулу для взаимной проводимости щелей:

$$Y_{2l_1}^i = \frac{1}{abd_1d_2k} \sqrt{\frac{\epsilon}{\mu}} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} \frac{\epsilon_m \epsilon_n}{\gamma_{mn}} \left\{ \left[ k^2 - \left(\frac{m\pi}{a}\right)^2 \right] \alpha_1 \alpha_2 \cos \theta_1 \cos \theta_2 + \right. \\ \left. + \left[ k^2 - \left(\frac{n\pi}{b}\right)^2 \right] \beta_1 \beta_2 \sin \theta_1 \sin \theta_2 - \frac{m\pi}{a} \frac{n\pi}{b} (\beta_1 \alpha_2 \sin \theta_1 \cos \theta_2 + \right. \\ \left. + \alpha_1 \beta_2 \cos \theta_1 \sin \theta_2) \right\}. \quad (2)$$

Коэффициенты  $\alpha_2$  и  $\beta_2$  легко получить из (1a) и (1б), если в  $\beta_1$  и  $\alpha_1$  заменить  $x_1$  на  $x_2$ ,  $y_1$  на  $y_2$ ,  $\theta_1$  на  $\theta_2$ ,  $l_1$  на  $l_2$  и  $d_1$  на  $d_2$ .

Те члены сумм (1) и (2), для которых  $\gamma$  — реальная величина, дают вклад в активные части проводимостей; остальные

слагаемые, для которых  $\gamma = i|\gamma|$  определяют реактивные части проводимостей. При  $x_2=x_1$ ,  $y_2=y_1$ ,  $\theta_2=\theta_1 + \frac{\pi}{2}$  формула (2) переходит в формулу для взаимной проводимости ортогональной  $X$ -образной щели в торце прямоугольного волновода.

По формулам (1) и (2) проведен расчет внутренних собственной и взаимной проводимостей для частного случая  $X$ -образной щели в торце квадратного волновода сечением  $23 \times 23 \text{ mm}^2$ . Центр щели совпадает с центром сечения волновода, т. е.  $x_1 = x_2 = y_1 = y_2 = 11,5 \text{ mm}$ . Из анализа результатов расчета выяснилось, что активная часть собственной проводимости в торце волновода существенно отличается от односторонней проводимости в бесконечном экране. Вследствие этого следует ожидать заметного отличия параметров щели, излучающей в насадку, по сравнению со случаем излучения в свободное пространство.

### Параметры $X$ -образной щели с насадкой

Расчет энергетических и поляризационных параметров системы, представляющей собой  $X$ -образную щель в широкой стенке прямоугольного волновода и излучающую в квадратный волновод, проведен по формулам (17) — (21) из [3] в предположении, что расстояние между центрами  $d$  равно нулю. При этом учитывалось, что полные проводимости в формулах (17) — (21) из [3] равняются

$$Y_0 = Y_{o_t}^1 + Y_{o_t}^1; \quad Y_{12} = Y_{12}^1 + Y_{12}^1,$$

где  $Y_{o_t}^1$  и  $Y_{12}^1$  — собственная и взаимная проводимости  $X$ -образной щели в широкой стенке прямоугольного волновода, полученные нами ранее, а  $Y_{o_t}^1$  и  $Y_{12}^1$  представлены формулам (1) и (2). Стенки волновода предполагались бесконечно тонкими.

Расчеты выполнены в трехсантиметровом диапазоне длин волн для щелей от 11 до 16  $\text{mm}$ , центры которых смешены на расстояние  $x_0=5,85 \text{ mm}$  от оси широкой стенки волновода. В результате расчета выяснилось, что коэффициент эллиптичности  $r$  поля, излучаемого  $X$ -образной щелью с насадкой, понижается по сравнению со случаем излучения этой щели в свободное пространство. Это объясняется, во-первых, уменьшением собственной активной проводимости  $q_o^1 + g_{o_t}^1$ , во-вторых, увеличением взаимной связи щелей по сравнению со случаем излучения в свободное пространство. Так, если при излучении  $X$ -образной щели в свободное пространство коэффициент эллиптичности достигает значения 0,96, то в данной системе величина его не превышает значения 0,82 (рисунок). Минимумы коэффициента эллиптичности в зависимостях  $r(\lambda)$  при резонансных длинах волн оказываются гораздо глубже.

С уменьшением коэффициента эллиптичности однозначно связано увеличение коэффициента отражения  $|\Gamma_1|$  (см. рисунок).

Максимальное значение коэффициента излучения, которое может быть достигнуто в такой системе, больше ( $|S_e|^2 = 0,95$ ), чем в случае излучения в свободное пространство ( $|S_e|^2 = 0,8$ ). Это является следствием того, что в системе щель — насадка внутренние и внешние активные проводимости одиночных щелей становятся близкими по величине. Так, для полуволновой щели длиной  $2l = 16 \text{ мм}$ ,  $g_e^i = 0,413 \times 10^{-3} \text{ ом}^{-1}$ ,  $g_{ot}^i = 0,499 \times 10^{-3} \text{ ом}^{-1}$ , в то время как внешняя проводимость щели в бесконечном плоском экране  $g_e^e = 1,03 \times 10^{-3} \text{ ом}^{-1}$ .

Расчетные результаты хорошо подтверждаются экспериментально. Так, на рисунке кружками нанесены экспериментальные значения коэффициента эллиптичности поля, излучаемого щелью длиной  $2l = 16 \text{ мм}$ .

## ЛИТЕРАТУРА

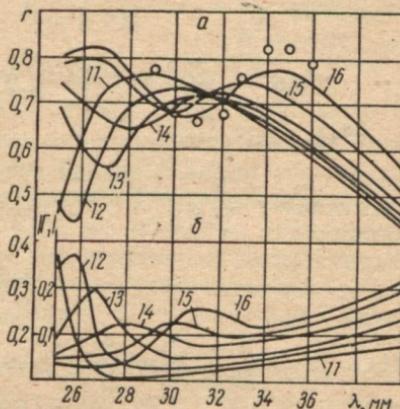
1. Марков Г. Т., Панченко Б. А. Тензорные функции Грина прямоугольных волноводов и резонаторов. — «Изв. вузов. Радиотехника», 1964, № 1, с. 34—41.
2. Фельд Я. Н., Бененсон Л. С. Антенно-фидерные устройства, ч. II. М., Изд. ВВИА им. М. Е. Жуковского, 1959, 551 с.
3. Яцук Л. П., Жиронкина А. В. Исследование ортогональных А-образных щелей с учетом взаимного влияния плечей друг на друга. — Сб. «Антенно-фидерные и измерительные устройства СВЧ». Изд-во Харьк. ун-та, 1971, с. 45—53.

УДК 621.372.828

В. А. БОРОДАЕВ,  
Н. В. ЛЯПУНОВ

## К РАСЧЕТУ ВОЛНОВОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ СИММЕТРИЧНОЙ СВЯЗАННОЙ ПОЛОСКОВОЙ ЛИНИИ

Волновое сопротивление передающей линии является одной из важнейших ее характеристик. Поэтому теоретическое и экспериментальное исследование этого вопроса представляет большой интерес. В настоящей работе методом векторного магнитного потенциала для симметричной связанной полосковой линии, изображенной на рисунке, при помощи интеграла Фурье найде-



но выражение волнового сопротивления для синфазного типа колебаний. Это выражение имеет вид

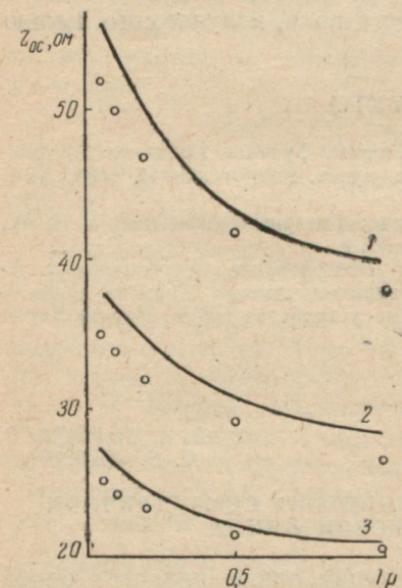
$$Z_{oc} = \frac{376,6}{8(\tilde{h} + \tilde{w})^2} (1 - \tilde{h})(\tilde{h} + \tilde{w}) + \\ + \frac{376,6}{\pi^3 (\tilde{h} + \tilde{w})^2} \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \frac{1}{m^3} \left[ e^{-m\pi\tilde{w}} (1 - \sin m\pi\tilde{h}) + \frac{1}{2} e^{-m\pi\tilde{p}} \cdot (1 + \right. \\ \left. + \sin m\pi\tilde{h}) + \frac{1}{2} e^{-m\pi(\tilde{p} + 2\tilde{w})} (1 - \sin m\pi\tilde{h}) - \cos m\pi\tilde{h} (e^{-m\pi(\tilde{p} + \tilde{w})} + \right. \\ \left. + 1) \right]. \quad (1)$$

Здесь  $\tilde{h} = \frac{h}{H}$ ,  $\tilde{w} = \frac{b}{H}$ ,  $\tilde{p} = \frac{t}{H}$  — относительные размеры линии.

Была проведена экспериментальная проверка значений волнового сопротивления линий с различными относительными размерами. Волновое сопротивление  $Z_0$  определялось через погонную емкость тракта \*

$$Z_0 = \frac{\sqrt{\varepsilon\mu}}{v_0 C}, \quad (2)$$

где  $v_0$  — скорость света в вакууме;  $C$  — погонная емкость;  $\varepsilon, \mu$  — относительные диэлектрическая и магнитная проницаемости среды, заполняющей линию. Емкость измерялась между заземленными полосками и центральными проводниками. Длина макета составляла 1000 мм, чтобы уменьшить влияние краевых емкостей.



Значения волновых сопротивлений, рассчитанные по формуле (1), представлены на рисунке кривыми. Измеренные значения волновых сопротивлений обозначены крестиками. Видно достаточно хорошее совпадение расчетных результатов с измерен-

\* Фельдштейн А. Л., Явич Л. Р., Смирнов В. П. Справочник по элементам волноводной техники. М., 1967, с. 5—18.

ными. Во всей области изменения размера  $p$  погрешность  $\Delta$  не превышала 10%.

УДК 621.372.828

В. А. БОРОДАЕВ,  
Н. В. ЛЯПУНОВ

## ЗАТУХАНИЕ В СВЯЗАННОЙ ПОЛОСКОВОЙ ЛИНИИ

Одним из основных параметров передающих линий является коэффициент затухания  $a$ . В общем случае в линии существуют потери двух видов: потери в металлических проводниках и в диэлектрике, заполняющем линию. Обычно потери в проводниках существенно превышают потери в диэлектрике. В рассматриваемом случае линия заполнена воздухом, поэтому потерями за счет рассеивания электромагнитной энергии в диэлектрике можно пренебречь.

Для определения затухания  $a_c$  за счет потерь в проводниках связанный полосковой линии воспользуемся видоизмененной формулой Вилёра

$$a_c = \frac{R_s \cdot 8,68}{376,6 \cdot Z_0} \left( \frac{\partial Z_0}{\partial H} - 2 \frac{\partial Z_0}{\partial h} - 2 \frac{\partial Z_0}{\partial b} \right) [\text{дБ}/\text{м}], \quad (1)$$

где  $R_s$  — поверхностное сопротивление,  $\text{ом}/\text{м}^2$ ;  $Z_0$  — волновое сопротивление линии,  $\text{ом}$ ;  $H$ ,  $h$ ,  $b$  — размеры полосковой линии,  $\text{м}$ .

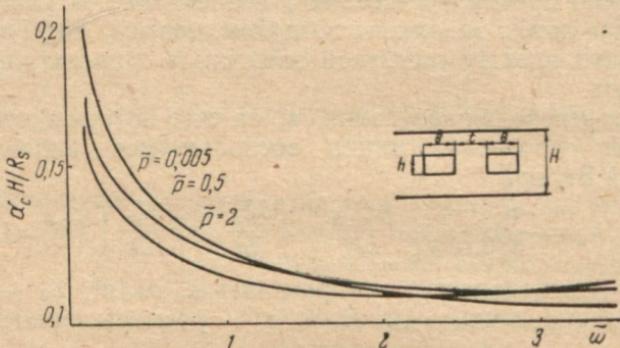
Для рассматриваемой полосковой линии найдено волновое сопротивление в случае синфазного и противофазного типов колебаний. Для случая синфазного типа колебаний оно определяется выражением

$$\begin{aligned} Z_{oc} = & \frac{376,6 \cdot H^2}{\pi^3 (h+b)^2} \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \frac{1}{m^3} \left\{ \frac{m\pi b}{H} \cos^2 \frac{m\pi h}{2H} - \cos \frac{m\pi h}{H} + \right. \\ & + \sin \frac{m\pi h}{H} + e^{-\frac{m\pi b}{H}} \left( 1 - \sin \frac{m\pi h}{H} \right) + \frac{1}{2} e^{-\frac{m\pi t}{H}} \left( 1 + \sin \frac{m\pi h}{H} \right) + \\ & \left. + \frac{1}{2} e^{-\frac{m\pi}{H}(t+2b)} \left( 1 - \sin \frac{m\pi h}{H} \right) - \cos \frac{m\pi h}{H} e^{-\frac{m\pi}{H}(t+b)} \right\}. \quad (2) \end{aligned}$$

Подставляя (2) в (1), получим выражение для коэффициента затухания в связанный полосковой линии для случая синфазного типа колебаний:

$$a_c = \frac{R_s \cdot 8,68}{376,6 \cdot H} \left( 2 + \frac{8H}{h+b} \right) + \frac{R_s \cdot 8,68 \cdot H}{Z_0 \pi^2 (h+b)^2} \sum_{m=1,3,\dots}^{\infty} \frac{1}{m^2} \times$$

$$\begin{aligned}
& \times \left[ \left( \frac{h}{H} + 2 \right) \frac{m\pi b}{2H} \sin \frac{m\pi h}{H} - \left( \frac{b}{H} + 2 \right) \cos^2 \frac{m\pi h}{H} - \right. \\
& - \left( \frac{h}{H} + 2 \right) \sin \frac{m\pi h}{H} \left( 1 + e^{-\frac{m\pi}{H}(t+b)} \right) + \\
& + \left( \frac{h}{H} + 2 \right) \cos \frac{m\pi h}{H} \left( e^{-\frac{m\pi b}{H}} - \frac{1}{2} e^{-\frac{m\pi t}{H}} + \frac{1}{2} e^{-\frac{m\pi(t+2b)}{H}} \right. \\
& \left. \left. - 1 \right) + \left( \frac{b}{H} + 2 \right) e^{-\frac{m\pi b}{H}} \left( 1 - \sin \frac{m\pi h}{H} \right) + \frac{t}{2H} e^{-\frac{m\pi t}{H}} \left( 1 + \right. \right. \\
& \left. \left. + \sin \frac{m\pi h}{H} \right) + \left( \frac{t+2b}{2H} + 2 \right) e^{-\frac{m\pi}{H}(t+2b)} \left( 1 - \sin \frac{m\pi h}{H} \right) - \right. \\
& \left. \left. - \left( \frac{t+b}{H} + 2 \right) e^{-\frac{m\pi}{H}(t+b)} \cos \frac{m\pi h}{H} \right] . \quad (3)
\end{aligned}$$



Результаты расчета по выражению (3) для некоторых связанных полосковых линий показаны на рисунке. Здесь  $h = \frac{h}{H} = 0,3$ ;  $\tilde{\omega} = \frac{\omega}{H}$ ;  $\tilde{p} = \frac{p}{H}$ .

УДК 621.372.828

В. В. ПОКУСАЙ, О. С. ОЛЕИННИК

### ИССЛЕДОВАНИЕ ВОЛНОВОГО СОПРОТИВЛЕНИЯ ЛИНИИ ПЕРЕДАЧИ С ПРЯМОУГОЛЬНЫМ ВНЕШНИМ И КРУГЛЫМ ВНУТРЕННИМ ПРОВОДНИКАМИ

Различные типы передающих линий, в которых распространяются ТЕМ-волны, сейчас находят широкое применение в микроволновой технике. Для расчета параметров таких линий сущ-

ствуют несколько методов и все они дают хорошее согласование теории с экспериментом при расчете волнового сопротивления  $Z_0$ . Однако при переходе к расчету постоянной затухания и предельной мощности использование известных методов настолько тяжелы, что приходится на большие трудности. Поэтому понятна тенденция к поискам новых методов расчета параметров передающих линий и экспериментальное их исследование. В частности, в настоящей статье идет речь об экспериментальной проверке числовых результатов для волнового сопротивления специального типа линии (рисунок), полученных методом векторного потенциала.

Выражение для волнового сопротивления линии имеет вид

$$Z_0 = \frac{2k}{\pi} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n} \frac{\sin^2(n\pi \tilde{C})}{\sinh \pi \frac{n}{\tilde{H}}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} d\theta \int_0^{\frac{\pi}{2}} \cos(K_1 \cos \varphi) \operatorname{ch}(K_2 \sin \varphi - \pi) \times \\ \times \left[ \frac{n}{\tilde{H}} \right] d\varphi - \frac{k\tilde{H}}{2} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sin^2(n\pi \tilde{C})}{n^2} I_0^2(n\pi \tilde{r}) \dots, \quad (1)$$

где

$$K_1 = 2\pi \tilde{r} \sin \theta; \quad K_2 = 2\pi \tilde{r} \tilde{H} \sin \theta;$$

$$\tilde{H} = \frac{H}{B}; \quad \tilde{r} = \frac{r}{H};$$

$$\tilde{C} = \frac{C}{H}; \quad k = 152,79.$$

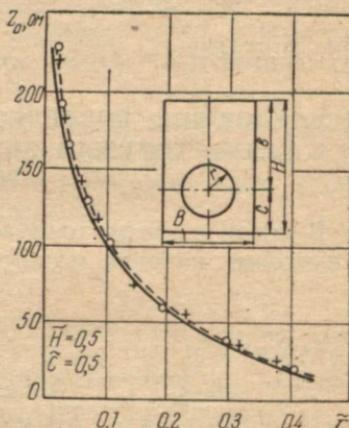
Формула была посчитана на ЭВМ; результаты приведены на рисунке.

При экспериментальном исследовании использовалась формула, связывающая фазовую скорость в линии и ее погонную емкость:

$$Z_0 = \frac{1}{v_\Phi C} = \frac{1}{V \epsilon_0 \mu_0 \epsilon_r \mu_r C},$$

где  $\epsilon_0$  — диэлектрическая проницаемость свободного пространства ( $\epsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12} \text{ ф/м}$ );  $\mu_0$  — магнитная проницаемость свободного пространства ( $\mu_0 = 1,26 \cdot 10^{-6} \text{ н/м}$ );  $\mu_r$  — относительная магнитная проницаемость диэлектрика, заполняющего линию;  $\epsilon_r$  — относительная диэлектрическая проницаемость диэлектрика, заполняющего линию.

Погонная емкость измерялась при помощи прибора Е12-1А на образце с параметрами: внешний проводник — волновод сечением  $23 \times 10 \text{ мм}$  и длиной  $l = 1 \text{ м}$ ; внутренний проводник —



цилиндрические стержни различного диаметра. Внутренний проводник крепился и центрировался при помощи диэлектрических вставок на краях линии.

Результаты измерений  $Z_0$  приведены на рисунке. При этом погрешность измерений не превышала 1%.

Проведя анализ числовых данных, полученных теоретическим путем и при помощи эксперимента, отмечаем, что их расхождение составит величину порядка 3%. Сравнение этих данных с результатами ранее опубликованных работ приведено на рисунке.

На основании хорошего совпадения эксперимента с теорией можно утверждать, что формула (1) пригодна для расчета волнового сопротивления линии с прямоугольным внешним и круглым внутренним проводниками.

## ЛИТЕРАТУРА

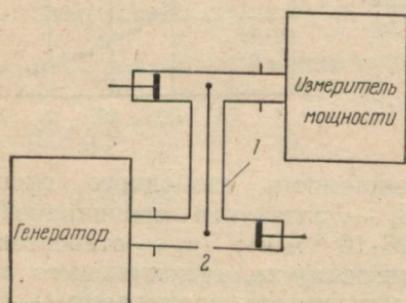
1. Lin Weiguang. Properties of rectangular and round line with circular inner conductor. — „Scientia Sinica“, 1961, vol. X, N 6, p. 676.
2. Cristal Edward G. Coupled Circular Cylindrical Rods Between Parallel Planes. — „IEEE Transaction in. Microwave Theory and Techniques“, 1964, vol. MTT-12, N 4, p. 428.
3. Кристал Э. Волновое сопротивление коаксиальной линии с круглым внутренним и прямоугольным внешним проводниками. — «Тр. ин-та инж. по электронике и радиотехнике», 1964, № 10, с. 1366.

УДК 621.372.828

В. В. ПОКУСАЙ, О. С. ОЛЕЙНИК

## ИССЛЕДОВАНИЕ ПРЕДЕЛЬНО ДОПУСТИМОЙ МОЩНОСТИ ЛИНИИ С ПРЯМОУГОЛЬНЫМ ВНЕШНИМ И КРУГЛЫМ ВНУТРЕННИМ ПРОВОДНИКАМИ

В связи с использованием коротких импульсов СВЧ энергии с высоким уровнем мощности проблема нахождения предельно допустимой мощности, передаваемой по линии, имеет большое значение. Поскольку экспериментально предельно допустимую мощность для рассматриваемой линии не определяли, возникла необходимость в проведении таких исследований.



Эксперимент был поставлен на установке, блок-схема которой приведена на рисунке.

СВЧ пробой происходит в области наибольшей напряженности высокочастотного поля и сопровождается возникновением газового разряда. Момент возникновения разряда мы наблюда-

ли через окно 2. Числовое значение предельно допустимой мощности, проходящей через линию 1, определяли при помощи измерителя мощности. КСВН переходов было порядка 3.

Эксперимент проводился для линии с параметрами: внешний проводник — волновод сечением  $23 \times 10$  мм; внутренний — медный провод диаметром 0,45 мм.

Погрешность измерений равна 10%. При этом значение предельно допустимой мощности получилось  $P_{\text{пред.доп.}} = 12,8$  квт.

Данные эксперимента можно сопоставить с результатом, полученным на основании выведенной теоретическим путем формулы для предельно допустимой мощности:

$$P_{\text{пред. доп.}} = 1810^{12} c^2 \varepsilon_0^2 \varepsilon_r^2 r^2 Z_0, \quad (1)$$

Где  $c$  — скорость света;

$\varepsilon_0$  — диэлектрическая проницаемость свободного пространства ( $\varepsilon_0 = 8,85 \cdot 10^{-12}$  ф/м);

$\varepsilon_r$  — относительная диэлектрическая проницаемость диэлектрика, заполняющего линию;

$r$  — радиус внутреннего проводника;

$Z_0$  — волновое сопротивление линии.

Значение предельно допустимой мощности для экспериментальной линии, вычисленное по формуле (1), равно:  $P_{\text{пред.доп.}} = 13,9$  квт. Следовательно, расхождение результатов теории и эксперимента составляет величину порядка 10%. Сравнение теоретических данных с результатами ранее опубликованной работы\* дает расхождение порядка 1%.

На основании хорошего совпадения эксперимента и теории можно утверждать, что формула (1) пригодна для расчета предельно допустимой мощности в линии с прямоугольным внешним и круглым внутренним проводниками.

УДК 621.372.832

B. M. СЕДЫХ, канд. физ.-мат. наук,  
I. I. САПРЫКИН,  
D. C. ДЕНИСОВ, канд. физ.-мат. наук

## ШИРОКОПОЛОСНЫЙ З-дБ НАПРАВЛЕННЫЙ ОТВЕТВИТЕЛЬ НА СИММЕТРИЧНОЙ ПОЛОСКОВОЙ ЛИНИИ

Широкополосным ответвителям со слабой связью на полосковых линиях посвящены многие работы [1—8 и др.]. Обычно указанные ответвители выполняются на связанных линиях со связью по узкой стороне полосок, что обеспечивает достаточную широкополосность и равномерную связь по всему диапазону. Такие ответвители обеспечивают связь порядка 10 дБ; при дальнейшем

\* Lin Weiguan. Properties of rectangular and wrought line with circular inner conductor. — „Scientia Sinica“, 1961, vol. X, N 6, p. 676.

ее увеличении некоторые геометрические размеры ответвителей становятся практически невыполнимыми.

Для обеспечения сильной связи направленные ответвители следует выполнять со связью по широкой стороне полосок связанных линий. Однако для достижения требуемой широкополосности появляется необходимость в многоступенчатых направленных ответвителях, что ведет к резко выраженным неоднородностям, обусловленным изгибами внутренних проводников полосковых линий в вертикальной плоскости.

В данной работе описывается 3-дб направленный ответвитель с комбинированной связью по узкой и широкой сторонам внутренних проводников связанных симметричных полосковых линий.

Расчет трехсекционного направленного ответвителя производится следующим образом [4, 6, 7]. Предполагается, что ответвитель симметричный, т. е. что связи двух крайних секций одинаковы. В качестве аппроксимирующей характеристики ответвителя выбираем чебышевскую равнопульсирующую характеристику. Зададимся уровнем пульсации связи, равным  $\pm 0,3 \text{ дБ}$ . Тогда для трехдекабельного ответвителя с тремя секциями можно определить [6] численные значения коэффициентов связи крайних секций  $k_1=0,21104$  и средней секции  $k_2=0,85241$ . Зная коэффициенты связи, определим сопротивление для четного ( $Z_{oe}$ ) и нечетного ( $Z_{oo}$ ) типов колебаний каждой секции:

$$\sqrt{\epsilon_r} Z_{oe} = \sqrt{\epsilon_r} Z_0 \sqrt{\frac{1+k}{1-k}};$$

$$\sqrt{\epsilon_r} Z_{oo} = \sqrt{\epsilon_r} Z_0 \sqrt{\frac{1-k}{1+k}},$$

где  $Z_0$  — волновое сопротивление основной линии. Воспользовавшись nomogrammами Кона [5], определим геометрические размеры крайних секций ответвителя, связанных по узкой стороне полосок  $s_1/b$  и  $w_1/b$ , где  $s_1$  — расстояние между центральными проводниками связанных линий;  $w_1$  — ширина центральных проводников;  $b$  — расстояние между заземленными пластинами.

Среднюю секцию выполняем в виде линий, связанных по широкой стороне центральных проводников. Зная  $Z_{oe}$  и  $Z_{oo}$ , находим геометрические размеры  $s_2$  — расстояние между проводниками,  $\omega$  — их ширину [5]. Длину секций выбираем равной четверти длины волны на средней частоте рассчитываемого диапазона  $l = \frac{\lambda_0}{4\sqrt{\epsilon_r}}$ .

В качестве исходной полосковой линии выбираем симметричную полосковую линию с волновым сопротивлением  $50 \text{ ом}$  с расстоянием между заземленными пластинами  $b=4 \text{ мм}$ , шириной

центрального проводника  $w=3,45$  мм при толщине 0,05 мм;  $s_r=2,1$  (фторопласт-4).

В результате проведенных вычислений было определено:  $s_1=0,8$  мм;  $w_1=3,12$  мм;  $s_2=0,16$  мм;  $w_2=1,16$  мм. Были проведены испытания макета направленного ответвителя. Оказалось, связь в требуемом диапазоне изменяется в пределах  $3\pm 0,4$  дБ. Однако направленность была порядка 10 дБ при КСВН  $\leq 1,4$ .

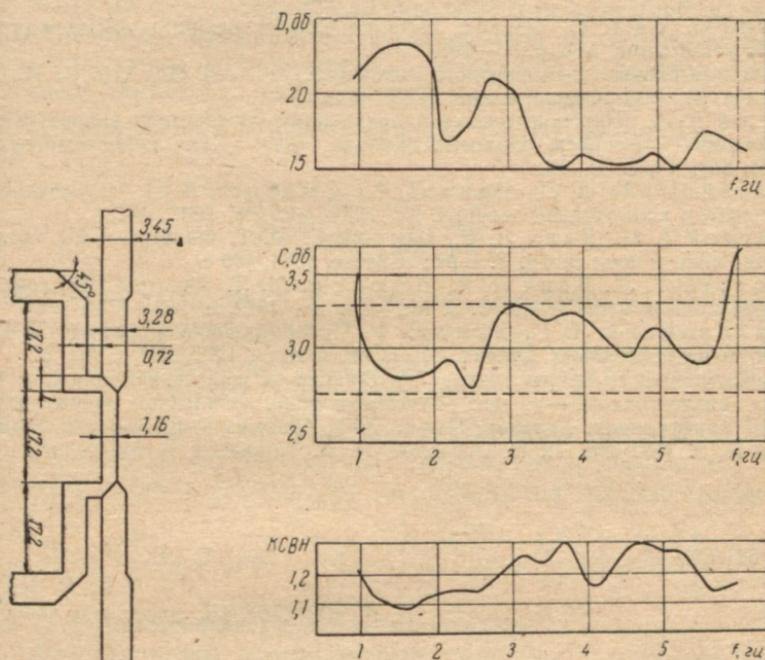


Рис. 1.

Рис. 2.

Это объясняется отражениями на изгибах полосок, причем большой вклад в величину КСВН дает вторичный тракт, КСВ которого в этой конструкции достигал величины 1,6.

Большое значение КСВН вторичного тракта обусловлено множеством изгибов и острых углов, поэтому для улучшения КСВН прямые углы были заменены скосами под углом 45° к оси полосок. Кроме того, была произведена коррекция размеров крайних секций:  $s_1$  — до величины, равной 0,72 мм, и  $\omega_1$  — до 3,28 мм. Улучшенная конструкция ответвителя с основными размерами представлена на рис. 1. Экспериментальные характеристики ответвителя приведены на рис. 2. Как следует из графиков, компенсация неоднородностей позволила улучшить параметры направленного ответвителя: направленность  $\geq 15$  дБ, связь стала равномерной и равной  $3\pm 0,3$  дБ КСВН  $\leq 1,3$ .

Ответвитель работает в диапазоне 1,2—6 Ггц. Испытания ответвителя производились с помощью коаксиально-полосковых переходов с КСВН  $\leq 1,1$ . Широкополосные направленные ответвители подобного типа можно использовать при разработке широкополосных балансных усилителей, переключателей, фазоизвращателей.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Gunderson L. C., Guida. Stripline Coupler design. — „Microwave J.“, 1965, vol. 8, June, N 6, p. 97—101.
2. Печатные схемы сантиметрового диапазона. [Сб. ст.]. Под ред. В. И. Сушкича. М., Изд-во иностр. лит., 1956. 463 с.
3. Клюй А. А. Широкополосный направленный ответвитель в печатном исполнении. — «Вопросы радиоэлектроники». Сер. XII. Общетехническая», 1964, вып. 19, с. 69—74.
4. Фельдштейн А. Л., Явич Л. Р., Смирнов В. П. Справочник по элементам волноводной техники. М., «Сов. радио», 1967. 651 с.
5. Маттей Т. Л., Явич Л. Р., Джонс Е. М. Т. Фильтры СВЧ, согласующие цепи и цепи связи. Т. 1. М., «Связь», 1971, 439 с.
6. Маттей Т. Л., Явич Л. Р., Джонс Е. М. Т. Фильтры СВЧ, согласующие цепи и цепи связи. Т. 2. М., «Связь», 1972, с. 220—278.
7. Малораккий Л. Г., Явич Л. Р. Проектирование и расчет СВЧ элементов на полосковых линиях. М., «Сов. радио», 1972, 282 с.
8. Широкополосные направленные ответвители на полосковой линии с твердым диэлектриком. — В кн.: Рефераты докл. юбилейной научно-технической конференции. Харьков, Изд-во ХГУ, 1967, с. 7—8. Авт.: Д. С. Денисов, Н. В. Ляпунов, Л. И. Огородов, И. И. Сапрыкин, В. М. Седых.

УДК 621.372.413

Н. И. ПЯТАК

В. А. КОРОБКИН, канд. физ.-мат. наук

## РЕЗОНАТОР-ФИЛЬТР НА ПРЯМОУГОЛЬНОМ ВОЛНОВОДЕ С ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИМИ ДИАФРАГМАМИ

Волноводные резонаторы, широко применяемые в СВЧ-аппаратуре, обычно создаются с использованием металлических диафрагм, выполняющих роль эффективных отражателей и элементов связи.

В некоторых случаях использование металлических диафрагм создает трудности, связанные с возникновением высших типов волн, неудобством механического перемещения и т. д.

Известно [1, 2] применение набора диэлектрических пластин в качестве эффективных отражателей, выполняющих, по существу, роль металлических короткозамыкателей.

Очевидно, соответствующим выбором параметров диэлектрических пластин можно обеспечить условия, при которых набор диэлектрических пластин будет одновременно выполнять роль эффективного отражателя и роль элемента связи.

В данной работе рассматривается волноводный проходной резонатор (фильтр), представляющий собой отрезок прямоугольного волновода с двумя диэлектрическими диафрагмами, расположенными друг от друга на расстоянии  $L$ , приблизительно равном целому числу полуволн в волноводе (см. рис. 2). Каждая диэлектрическая диафрагма состоит из нескольких диэлектрических пластин, полностью заполняющих поперечное сечение волновода. Продольный размер диэлектрических пластин, расстояние между ними, число пластин при заданной величине диэлектрической проницаемости материала выбираются из условия получения необходимого отражения, обеспечивающего требуемые параметры волноводного резонатора.

Для собственной добротности  $Q_0$  такого резонатора будем иметь

$$Q_0 = \frac{P_3^s}{P_n^s} = \frac{P_3^p + P_3^d}{P_n^p + P_n^d},$$

где  $P_3^s, P_n^s$  — запасенная и теряемая мощность в резонансном промежутке;

$P_3^d, P_n^d$  — запасенная мощность и мощность потерь в диэлектрических диафрагмах.

Для колебаний типа  $H_{10}$  прямоугольного резонатора запасенная мощность в резонансном промежутке и мощность потерь в боковых стенах резонатора определяются выражениями

$$P_3^p = \frac{1}{2} k_0^3 W_0 abL; \quad P_n^p = \frac{R_s \pi^2}{L} \left[ a + \frac{L^2}{a^2} (a + 2b) \right],$$

где  $a, b$  — поперечные размеры волновода;

$W_0$  — волновое сопротивление свободного пространства.

Аналогичные величины в диэлектрической диафрагме в общем случае имеют довольно сложный вид, что связано со сложной зависимостью полей от продольной координаты. Поэтому ограничимся частным, однако практически наиболее важным случаем, когда коэффициент отражения диафрагмы близок к единице. Это осуществимо для слоев, продольные размеры которых удовлетворяют условию [2]

$$\frac{\operatorname{tg} p_1 l_1}{p_1} = - \frac{\operatorname{tg} p_2 l_2}{p_2}.$$

При этом зависимость полей от координаты  $z$  принимает вид

$$W(z) = \begin{cases} \frac{1}{p_2} \sin p_2 z, & 0 < z \leq l_2, \\ \frac{1}{p_1} \frac{\cos p_2 l_2}{\cos p_1 l_1} \sin p_1 (z - l), & l_2 \leq z \leq l. \end{cases}$$

Тогда для мощности, запасенной в первом периоде диэлектрической диафрагмы, будем иметь

$$(P_3^d)_I = \frac{p_1^2 ab}{2} \left[ A_2 + \left( \frac{\cos p_2 l_2}{\cos p_1 l_1} \right)^2 A_1 \right],$$

где

$$A_1 = \frac{k_0^2}{p_1^2} \left( l_1 - \frac{\sin 2p_1 l_1}{2p_1} \right); \quad A_2 = \frac{k_0^2 \epsilon}{p_2^2} \left( l_2 - \frac{\sin 2p_2 l_2}{2p_2} \right).$$

Мощность потерь в каждом периоде диафрагмы складывается из потерь в диэлектрических элементах и потерь в стенах волновода;

$$\begin{aligned} (P_n^d)_I &= (P_n^d)_I + (P_n^m)_I = \frac{p_1^2 p_2 ab W_0 \operatorname{tg} \delta}{2 \left[ \epsilon - \left( \frac{\lambda_0}{2a} \right)^2 \right]^{3/2}} \left( l_2 - \frac{\sin 2p_2 l_2}{2p_2} \right) + \\ &+ R_s p_1^2 \left\{ a \left[ l_2 + \left( \frac{\cos p_2 l_2}{\cos p_1 l_1} \right)^2 l_1 \right] + \frac{\pi^2 (a + 2b)}{a^2} \left[ \frac{1}{p_1^2} \left( l_2 - \frac{\sin 2p_2 l_2}{2p_2} \right) + \right. \right. \\ &\quad \left. \left. + \frac{1}{p_1^2} \left( \frac{\cos p_2 l_2}{\cos p_1 l_1} \right)^2 \left( l_1 - \frac{\sin 2p_1 l_1}{2p_1} \right) \right] \right\}. \end{aligned}$$

Полная запасенная мощность и мощность потерь в диафрагме, состоящей из  $N$  элементов, приблизительно равна

$$P_3^d = (P_3^d)_I T(N); \quad P_n^d = [(P_n^d)_I + (P_n^m)_I] T(N),$$

$$\text{где } T(N) = 1 + \left( \frac{\cos p_2 l_2}{\cos p_1 l_1} \right)^2 + \left( \frac{\cos p_2 l_2}{\cos p_1 l_1} \right)^4 + \dots + \left( \frac{\cos p_2 l_2}{\cos p_1 l_1} \right)^N.$$

Результаты расчета собственной добротности резонатора с диэлектрическими диафрагмами относительно добротности эквивалентного резонатора с металлическими диафрагмами приведены на рис. 1. Следует отметить, что величина нагруженной добротности при изменении параметров диафрагмы сохранялась постоянной. Как видно из рисунка, резонаторы с диафрагмами, состоящими из четвертьвольновых пластин, разделенных четвертьвольновыми промежутками, имеют максимальную добротность, и если  $\operatorname{tg} \delta$  материала диафрагм меньше  $10^{-4}$  при  $\epsilon \geq 10$ , то добротность такого резонатора больше, чем соответствующего резонатора с металлическими (медными) диафрагмами.

Экспериментально исследовались характеристики фильтра резонатора, выполненного на отрезке прямоугольного волновода сечением  $28,5 \times 6,0$  со съемной верхней крышкой. Последнее необходимо для точной установки диафрагм в волноводе. Каждая диэлектрическая диафрагма состояла из двух сапфировых ( $\epsilon \approx 11,0$ ;  $\operatorname{tg} \delta < 10^{-4}$ ) пластин, полностью заполняющих попереч-

ное сечение волновода и жестко закрепленных в нем с помощью винтов (М2). Глубина погружения винтов в волновод не превышала 0,05 мм, поэтому на параметры фильтра они заметного влияния не оказывали. Требуемая ширина полосы пропускания фильтра-резонатора легко устанавливается путем изменения расстояния между отражателями

диафрагмы  $l_1$ , что эквивалентно изменению нагруженной добротности резонатора. Экспериментально снятая зависимость ширины полосы пропускания на уровне половинной мощности и потерь в этой по-

лосе от величины  $\frac{l_1}{\lambda_b}$  (где

$\lambda_b$  — длина волны в волноводе) приведена на рис. 2. Как видно из рисунка, при изменении ширины полосы пропускания от 40 до 7 Мгц, потери меняются от 1 до 4,5 дБ. Следует

отметить, что с увеличением нагруженной добротности возрастает доля потерь за счет излучения из щели, которая практически всегда имеет место между основанием волновода и съемной крышкой. Поэтому для узких полос пропускания ( $< 10$  Мгц)

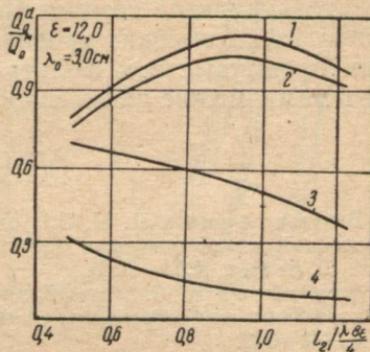


Рис. 1.

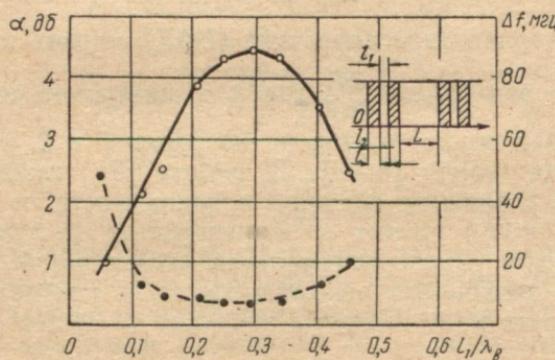


Рис. 2.

потери могут быть существенно уменьшены при использовании цельных волноводов. Минимальное значение ширины полосы пропускания  $\Delta f_{\text{здб}} \approx 7$  Мгц достигается при  $\frac{l_1}{\lambda_b} = \frac{1}{4}$ ;  $\frac{l_2}{\lambda_b} = \frac{1}{4}$ . Дальнейшее сужение полосы пропускания для выбранного материала диафрагмы осуществляется увеличением количества пластин в диафрагме.

В заключение следует отметить простоту конструкции и технологичность изготовления фильтра-резонатора с диэлектрическими диафрагмами, возможность механической перестройки и термостабилизации путем перемещения одной из диафрагм, так как не требуется механического контакта диафрагмы со стенками волновода. Однородность СВЧ-поля в диафрагмах резонатора-фильтра создает благоприятные условия для использования их на высоких уровнях мощности. Благодаря перечисленным преимуществам фильтр-резонатор с диэлектрическими диафрагмами может найти широкое применение в СВЧ-аппаратуре.

### ЛИТЕРАТУРА

- Безматерных Л. Н. Об отражении электромагнитных волн от многослойных диэлектрических структур. — «Радиотехника и электроника», 1965, т. 10, № 11; с. 2053—2055.
- Воробьев А. А. и др. Диэлектрические слоистые покрытия с большим коэффициентом отражения. — «Изв. вузов. Радиофизика», 1964, т. 7, № 2, с. 338—342.

УДК 621.315.592

Н. А. ШЕХОВЦОВ, канд. физ.-мат. наук.  
Н. А. ШЕХОВЦОВА

### ВОЛЬТ-АМПЕРНАЯ ХАРАКТЕРИСТИКА ОБЛАСТИ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ЗАРЯДА $p^+ - n$ ПЕРЕХОДА

Вольт-амперная характеристика (ВАХ) многих типов диодов [1—5] имеет вид  $j \sim \exp \frac{gu}{\beta kT}$ , где  $\beta$  в интервале токов до нескольких порядков постоянно, но не равно 1 и 2, как это дает существующая теория [6—8]. В работе [9] показано, что  $\beta$  может иметь различные значения в зависимости от параметров рекомбинационного уровня и концентрации инжектированных носителей заряда. Экспериментальные исследования ВАХ германевых  $p^+ - n$  диодов без рекомбинационных центров (рисунок) показали, что их ВАХ также не объясняется существующей теорией [6—8].

Приложенное к  $p^+ - n$  переходу напряжение  $u$  изменяет ширину его области пространственного заряда. При этом изменяется и соотношение потенциалов заряда неподвижных ионов и заряда дырок и электронов. В связи с этим целесообразно рассмотреть ВАХ области пространственного заряда  $p^+ - n$  перехода без рекомбинационных центров с учетом изменений ее ширины и соотношения потенциалов заряда ионов и заряда дырок и электронов приложенным напряжением.

В  $p^+ - n$  переходе зарядом электронов (по сравнению с зарядом донорных ионов) и зарядом дырок можно пренебречь. Для

Упрощения расчетов полагаем, что электрическое поле, определяющее распределение дырок и электронов, образовано только ионами доноров с концентрацией  $N_d = n_n$ . Однако разность потенциалов  $p^+ - n$  перехода считаем образованной зарядом ионов доноров и зарядом дырок.

В случае однородного распределения доноров в  $n$ -полупроводнике образованное ими распределение электрического поля и потенциала в области пространственного заряда запишется соответственно при термодинамическом равновесии

$$E_0(x) = -\frac{kT}{q} a_n (L_n - x); \quad (1)$$

$$\psi_0(x) = -\frac{kT}{q} \frac{a_n}{2} (L_n - x)^2 \quad (2)$$

и при динамическом равновесии

$$E_u(x) = -\frac{kT}{q} a_n (L_{nu} - x); \quad (3)$$

$$\psi_u(x) = -\frac{kT}{q} \frac{a_n}{2} (L_{nu} - x)^2; \quad (4)$$

где

$$a_n = \frac{4\pi q^2 n_n}{\epsilon k T}; \quad (5)$$

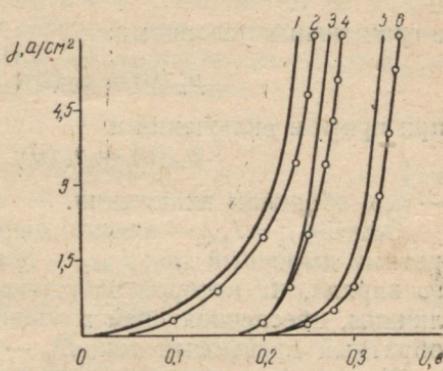
$q$  — заряд электрона;  $\epsilon$  — диэлектрическая постоянная;  $k$  — постоянная Больцмана;  $T$  — температура в градусах Кельвина;  $L_n$ ,  $L_{nu}$  — ширина области пространственного заряда  $p^+ - n$  перехода при термодинамическом равновесии и с приложенным напряжением.

В этом случае разность потенциалов ионов доноров в  $p^+ - n$  переходе определится при термодинамическом равновесии в виде

$$u_d = \psi_0(L_n) - \psi_0(0) = \frac{kT}{q} \frac{a_n L_n^2}{2} \quad (6)$$

и при динамическом равновесии — в виде

$$u_{du} = \psi_u(L_{nu}) - \psi_u(0) = \frac{kT}{q} \frac{a_n L_{nu}^2}{2}. \quad (7)$$



Вольтамперные характеристики германиевых  $p^+ - n$  диодов с  $P_p = 2,5 \times 10^{18} \text{ см}^{-3}$  и  $n_n = 10^{14} \text{ см}^{-3}$  (кривые 1, 2),  $n_n = 7 \cdot 10^{15}$  (кривые 3, 4),  $n_n = 10^{17} \text{ см}^{-3}$  (кривые 5, 6); 1, 3, 5 — расчетные; 2, 4, 6 — экспериментальные, где  $V_{p_{E_{\max}}} = 3,3 \cdot 10^6 \text{ см} \cdot \text{сек}^{-1}$ .

Динамическое равновесие  $p^+ - n$  перехода для дырок с учетом (3) и соотношения Эйнштейна описывается уравнением

$$\pm \frac{j_p}{qD_p} = -\frac{dp_n}{dx} - a_n(L_{nn} - x)p_n \quad (8)$$

с граничными условиями

$$p_n(0) = p_0(0); \quad p_n(L_{nn}) = p_{nn} \quad (9)$$

при прямом включении и

$$p_n(0) = p_0(0); \quad p_n(L_{nn0}) = p_{nn} \quad (10)$$

— при обратном включении.

Здесь  $+j_p = J_{pn0}$  — прямой дырочный ток;  $-J_p = -J_{pобр}$  — обратный дырочный ток;  $L_{nn0}$  — граница области пространственного заряда, на которой электрическое поле уменьшается до величины, обеспечивающей в квазинейтральном  $n$  полупроводнике обратный дрейфовый ток;  $D_p$  — коэффициент диффузии дырок;  $n_0(0)$  определяется распределением дырок в  $p^+ - n$  переходе при термодинамическом равновесии, описываемом решением уравнения

$$-\frac{dp_0}{dx} - a_n(L_n - x)p_0 = 0 \quad (11)$$

с граничным условием  $p_0(L_n) = p_n$  в виде

$$p_0(x) = p_n e^{\frac{a_n L_n^2}{2} - a_n \left( L_n x - \frac{x^2}{2} \right)} \quad (12)$$

Концентрация дырок  $P_{nn}$  при прямом и обратном включении  $p^+ - n$  перехода неизвестна и подлежит определению.

Легко показать, что граничные условия Шокли [6] для  $P_{nn}$  с учетом изменения ширины области пространственного заряда  $p^+ - n$  перехода описывают термодинамическое распределение дырок в  $p^+ - n$  переходе с  $U_k$  при прямом включении и в  $p^+ - n$  переходе с  $N_k + u$  при обратном включении, где  $U_k$  приближенно определяется формулой

$$u_k \approx \frac{kT}{q} \ln \frac{p_{p^+}}{p_n}. \quad (13)$$

Поэтому использование граничных условий Шокли [6] также может быть одной из причин расхождения теоретических и экспериментальных ВАХ  $p^+ - n$  диодов.

В данной работе для определения концентрации неосновных носителей заряда на границах  $p^+ - n$  перехода в зависимости от напряжения на нем используем два следствия уравнения Пуассона. Из уравнения Пуассона следует, что: 1) максимум электрического поля не зависит от характера распределения заряда, создающего это поле, и определяется только величиной заряда;

2) разность потенциалов, созданная зарядом, также не зависит от характера его распределения.

Эти следствия дают возможность составить уравнение для определения концентрации дырок в  $n$  полупроводнике на границе области пространственного заряда в зависимости от напряжения на  $p^+ \text{-} n$  переходе. В  $p^+ \text{-} n$  переходе при динамическом равновесии величина заряда, создающего электрическое поле  $E_{mu} = E_{du} + E_{pu}$  определяется при прямом включении

$$Q_u = q \int_0^{L_{nu}} [N_d + p_u(x)] dx \quad (14)$$

и при обратном включении

$$Q_u = q \int_{L_{nu}}^0 [N_d + p_u(x)] dx, \quad (15)$$

где  $E_{du}$ ,  $E_{pu}$  — максимум электрического поля заряда ионов и заряда дырок соответственно;  $P_u(x)$  — распределение дырок, описываемое решением уравнения (8) с учетом (9) — (12).

Величину заряда  $Q_u$  в  $p^+ \text{-} n$  переходе при прямом и обратном включении можно определить через известные концентрации дырок, используя  $p^+ \text{-} n$  переход с такой же разностью потенциалов заряда ионов, но находящийся в состоянии условного термодинамического равновесия. Из (13) следует, что при изменении у  $n^+ \text{-} p$  перехода  $u_k$  на  $u_k \pm i$  и неизменных концентрациях электронов и дырок в  $n$  и  $p^+$  областях термодинамическое равновесие невозможно. Состояние  $p^+ \text{-} n$  перехода с  $u_k \pm i$  и неизменными концентрациями ионов в  $n$  области и дырок у границы  $p^+$  области, при котором  $j_p = 0$ , а  $n_n p_u(L_{nu}) \neq n^2 \neq n_n p_u(L_{nu0})$ , будем считать условным термодинамическим равновесием. При этом величина заряда в  $p^+ \text{-} n$  переходе с  $u_{du} < u_d$  определяется в виде

$$Q = q \int_0^{L_{nu}} [N_d + p(x)] dx \quad (16)$$

и в  $p^+ \text{-} n$  переходе с  $u_{du} > u_d$  в виде

$$Q = q \int_0^{L_{nu}} [N_d + p(x)] dx. \quad (17)$$

Распределение концентрации дырок в  $p^+ \text{-} n$  переходе при условном термодинамическом равновесии  $p(x)$  определяется решением уравнения

$$-\frac{dp}{dx} - a_n (L_{nu} - x) p = 0 \quad (18)$$

с граничным условием  $p(0) = p_0(0) = p_n e^{\frac{a_n L_n^2}{2}}$  в виде

$$p(x) = p_n e^{\frac{a_n L_n^2}{2}} e^{-a_n \left( L_{nu} x - \frac{x^2}{2} \right)}, \quad (19)$$

где  $L_{nu} < L_n$  соответствуют  $p^+ - n$  переходу с  $u_{du} < u_d$ , а  $L_{nu} > L_n - p^+ - n$  переходу с  $u_{du} > u_d$ .

Для определения величины заряда дырок в  $p^+ - n$  переходе при динамическом равновесии используем тенденцию  $p^+ - n$  перехода к установлению равновесного состояния независимо от величины и полярности напряжения, нарушившего состояние термодинамического равновесия. Таким равновесным состоянием  $p^+ - n$  перехода с  $u_{ku} = u_k \pm i$  могло бы быть состояние условного термодинамического равновесия. Однако при динамическом равновесии  $p^+ - n$  перехода заряд дырок  $Q_u$  будет отличаться от заряда дырок, необходимого для условного термодинамического равновесия, на величину  $\Delta Q_p$ , обеспечивающую изменение максимума электрического поля дырок при переходе от термодинамического к динамическому равновесию.

При прямом включении  $p^+ - n$  перехода на основании первого и второго следствий уравнения Пуассона  $\Delta Q_p$  можно определить, используя распределение дырок при термодинамическом равновесии:

$$\begin{aligned} \Delta Q_p = q \int_{L_{nu}}^{L_n} p_0(x) dx \simeq & \int_{L_{nu}}^{L_n} p_n e^{\frac{a_n L_n^2}{2}} e^{-\frac{a_n L_n x}{2}} dx = q \frac{2p_n}{a_n L_n} \times \\ & \times \left( \frac{a_n L_n^2}{e^{\frac{a_n L_n^2}{2}}} - \frac{a_n L_{nu}^2}{e^{\frac{a_n L_{nu}^2}{2}}} \frac{L_n}{L_{nu}} - 1 \right). \end{aligned} \quad (20)$$

При обратном включении  $p^+ - n$  перехода на основании первого и второго следствий уравнения Пуассона  $\Delta Q_p$  можно определить, используя распределение дырок при динамическом равновесии:

$$\begin{aligned} \Delta Q_p = q \int_{x(p_n)}^{L_{nu}} p_u(x) dx \simeq & \left\{ p_n e^{\frac{a_n L_n^2}{2}} \left[ \frac{2}{a_n L_{nu}} \left( e^{-\frac{a_n L_n^2}{2}} - e^{-\frac{a_n L_{nu}^2}{2}} \right) - \right. \right. \\ & - \left. \left. \left( L_{nu} - \frac{L_n^2}{L_{nu}} \right) e^{-\frac{a_n L_{nu}^2}{2}} \right] + p_{nu} \left[ L_{nu} - \frac{L_n^2}{L_{nu}} - \frac{2}{a_n L_{nu}} \left( e^{-\frac{a_n L_n^2}{2}} - \right. \right. \right. \\ & \left. \left. \left. - e^{-\frac{a_n L_{nu}^2}{2}} \right) \right] \right\} \left[ 1 - e^{-\frac{a_n L_{nu}^2}{2}} \right]^{-1}, \end{aligned} \quad (21)$$

где  $L_{nu} \approx L_{nu}$ ;  $p(x)$  определяется из (8) с учетом (10),  $x(P_n)$  — уравнением  $p(x) = p_n$ , где  $p(x)$  определяется из (19). Для достижения условного термодинамического равновесия в  $p^+n$  переходе с  $L_{nu} < L_n$  окажется недостаточно величины заряда дырок  $\Delta Q_p$ , разность потенциалов которого скомпенсирована приложенным напряжением. Достижению условного термодинамического равновесия в  $p^+n$  переходе с  $L_{nu} > L_n$  препятствует избыточный заряд дырок  $\Delta Q_p$ , так как при уменьшении приложенного обратного напряжения до нуля устанавливается термодинамическое равновесие.

Таким образом, величина заряда в  $p^+n$  переходе при динамическом равновесии определяется при  $u_{ku} = u_k - u$

$$Q_u = Q - \Delta Q_p \quad (22)$$

и при

$$\begin{aligned} u_{ku} &= u_k + u \\ Q_u &= Q + \Delta Q_p. \end{aligned} \quad (23)$$

Подставив (14), (16), (20) в (22) и (15), (17), (21) в (23), получим уравнение для определения концентрации дырок  $p_{nu}$  при прямом включении  $p^+n$  перехода в виде

$$\int_0^{L_{nu}} p_u(x) dx = \int_0^{L_{nu}} p(x) dx - \frac{2p_n}{a_n L_n} \left( e^{-\frac{a_n L_n^2}{2}} - \frac{a_n L_{nu}^2}{2} \frac{L_n}{L_{nu}} - 1 \right) \quad (24)$$

и при обратном включении  $p^+n$  перехода

$$\begin{aligned} \int_0^{L_{nu0}} p_u(x) dx &= \int_0^{L_{nu0}} p(x) dx + \left\{ p_n e^{-\frac{a_n L_n^2}{2}} \left[ \frac{2}{a_n L_{nu}} \left( e^{-\frac{a_n L_n^2}{2}} - e^{-\frac{a_n L_{nu}^2}{2}} \right) - \right. \right. \\ &\quad \left. \left. - \left( L_{nu} - \frac{L_n^2}{2} \right) e^{-\frac{a_n L_{nu}^2}{2}} \right] + p_{nu} \left[ L_{nu} - \frac{L_n^2}{L_{nu}} - \frac{2}{a_n L_{nu}} \left( e^{-\frac{a_n L_n^2}{2}} - \right. \right. \right. \\ &\quad \left. \left. \left. - e^{-\frac{a_n L_{nu}^2}{2}} \right) \right] \right\} \left( 1 - e^{-\frac{a_n L_{nu}^2}{2}} \right)^{-1}, \end{aligned} \quad (25)$$

где  $L_{nu} \approx L_{nu0}$ , что справедливо при  $L_{nu} - L_{nu} \ll L_{nu0}$ .

Решив методом вариации постоянной [10] уравнение (8), с учетом (9) получим при прямом включении  $p^+n$  перехода

$$p_u(x) = \left\{ p_n e^{-\frac{a_n L_n^2}{2}} + \frac{p_{nu} e^{-\frac{a_n L_{nu}^2}{2}} - p_n e^{-\frac{a_n L_n^2}{2}}}{\frac{L_{nu}}{\int_0^x e^{a_n(L_{nu}x - \frac{x^2}{2})} dx} \times \right. \\ \left. - a_n \left( L_{nu}x - \frac{x^2}{2} \right) \right\} e^{-a_n \left( L_{nu}x - \frac{x^2}{2} \right)}, \quad (26)$$

$$j_{p \text{ пр}} = -qD_p \left( p_{nu} e^{\frac{a_n L_{nu}^2}{2}} - p_n e^{\frac{a_n L_n^2}{2}} \right) \left( \int_0^{L_{nu}} e^{a_n \left( L_{nu}x - \frac{x^2}{2} \right)} dx \right)^{-1} \quad (27)$$

и с учетом (10) получим при обратном включении  $p^+ - n$  перехода

$$p_u(x) = \left\{ p_n e^{\frac{a_n L_n^2}{2}} + \frac{p_{nu} e^{a_n \left( L_{nu} L_{nu0} - \frac{L_{nu0}^2}{2} \right)} - p_n e^{\frac{a_n L_n^2}{2}}}{\int_0^{L_{nu0}} e^{a_n \left( L_{nu}x - \frac{x^2}{2} \right)} dx} \times \right. \\ \left. \times \int_0^x e^{a_n \left( L_{nu}x - \frac{x^2}{2} \right)} dx \right\} e^{-a_n \left( L_{nu}x - \frac{x^2}{2} \right)}, \quad (28)$$

$$j_{p \text{ обр}} = qD_p \left( p_{nu} e^{a_n \left( L_{nu} L_{nu0} - \frac{L_{nu0}^2}{2} \right)} - p_n e^{\frac{a_n L_n^2}{2}} \right) \times \\ \times \left( \int_0^{L_{nu0}} e^{a_n \left( L_{nu}x - \frac{x^2}{2} \right)} dx \right)^{-1}. \quad (29)$$

Подставляя (26) и (19) в (24), а также (28) и (19) в (25) и полагая

$$e^{a_n \left( L_{nu}x - \frac{x^2}{2} \right)} \simeq e^{\frac{a_n L_{nu}^2}{2}}; \quad e^{-a_n \left( L_{nu}x - \frac{x^2}{2} \right)} \simeq e^{-\frac{a_n L_{nu}x}{2}}, \quad (30)$$

при прямом включении  $p^+ - n$  перехода находим

$$p_{nu} = p_n e^{\frac{a_n L_n^2}{2}} \left\{ e^{-\frac{a_n L_n^2}{2}} - \frac{2}{a_n L_n} \left( e^{\frac{a_n L_n^2}{2}} - \frac{a_n L_{nu}^2}{2} \frac{L_n}{L_{nu}} - 1 \right) \left( 1 - e^{-\frac{a_n L_{nu}x}{2}} \right) + \right. \\ \left. + L_{nu} e^{-\frac{a_n L_{nu}^2}{2}} - \frac{2}{a_n L_{nu}} \left( 1 - e^{-\frac{a_n L_{nu}^2}{2}} \right) e^{-\frac{a_n L_{nu}^2}{2}} \right\} \left[ L_{nu} - \frac{2}{a_n L_{nu}} \times \right. \\ \left. \times \left( 1 - e^{-\frac{a_n L_{nu}^2}{2}} \right) \right]^{-1}, \quad (31)$$

При обратном включении  $p^+ - n$  перехода

$$p_{nu} = p_n e^{-\frac{a_n L_n^2}{2}} \left\{ \frac{2}{a_n L_{nu}} \left( 1 - e^{-\frac{a_n L_{nu}^2}{2}} \right) - \frac{2}{a_n L_{nu}} \left( 1 - e^{-\frac{a_n L_n^2}{2}} \right) + \right. \\ \left. + \frac{L_n^2}{L_{nu}} e^{-\frac{a_n L_{nu}^2}{2}} \right\} \left[ \frac{L_n^2}{L_{nu}} - \frac{2}{a_n L_{nu}} \left( 1 - e^{-\frac{a_n L_n^2}{2}} \right) \right]^{-1}. \quad (32)$$

Подставив (31) в (27) и (32) в (29), с учетом (30) и

$$e^{-\frac{a_n L_{nu}^2}{2}} \ll 1, \quad L_{nu0} \approx L_{nu}, \quad L_{nu} \gg \frac{2}{a_n L_{nu}},$$

получим

$$j_{p\text{нр}} = q v_{pE_{\max}} p_n \frac{1}{a_n L_n} \frac{L_n}{L_{nu}} \left( e^{\frac{a_n L_n}{2}} - \frac{a_n L_{nu}^2}{2} \frac{L_{nu}}{L_{nu}} - 1 \right), \quad (33)$$

$$j_{p\text{обр}} = q v_{pE_{\max}} p_n \frac{1}{a_n L_n^2} \left( 1 - e^{-\frac{a_n L_{nu}^2}{2}} + \frac{a_n L_n^2}{2} \right), \quad (34)$$

где  $v_{pE_{\max}} = \frac{q}{kT} D_p E_u (0)$  — дрейфовая скорость дырок в области максимального электрического поля.

Так как разность потенциалов на  $p^+ - n$  переходе определяется суммарным зарядом донорных ионов и дырок, необходимо определить  $L_n = f(u_k)$  и  $L_{nu} = f(u)$ .

Величина  $L_n$  определится уравнением

$$u_k = \psi_0(L_n) - \psi_0(0). \quad (35)$$

Здесь  $\psi_0(L_n)$ ,  $\psi_0(0)$  — решение уравнения Пуассона

$$\frac{d^2 \psi_0}{dx^2} = -\frac{4\pi q}{\epsilon} [n_n + p_0(x)] \quad (36)$$

с граничными условиями  $\frac{d\psi_0}{dx} \Big|_{x=L_n} = 0$  и  $\psi_0(L_n) = 0$ .

Подставив в (35) решение (36) с учетом (12) и (5), получим

$$\frac{qu_k}{kT} = \frac{a_n L_n^2}{2} + \frac{p_n}{n_n} e^{\frac{a_n L_n^2}{2}} \frac{4}{a_n L_n^2} \left[ 1 - e^{-\frac{a_n L_n^2}{2}} \left( \frac{a_n L_n^2}{2} + 1 \right) \right]. \quad (37)$$

Если при динамическом равновесии  $p^+ - n$  перехода разность потенциалов суммарного заряда донорных ионов и дырок воз-

растает до величины, большей  $u_k$ , то зависимость  $u=f(L_{nu})$  определится уравнением

$$u = u_{u0} - u_k - \Delta u_{p0} + \Delta u_k, \quad (38)$$

где  $u_{u0} = \psi_{u0}(L_{nu}) - \psi_{u0}(0)$ ,  $\psi_{u0}(L_{nu})$  и  $\psi_{u0}(0)$  — решения уравнения Пуассона;

$$\frac{d^2\psi_{u0}}{dx^2} = -\frac{4\pi q}{\epsilon} [n_n + p(x)] \quad (39)$$

с граничными условиями  $\left. \frac{d\psi_{u0}}{dx} \right|_{x=L_{nu}} = 0$ ,  $\psi_{u0}(L_{nu}) = 0$ ,  $\Delta u_{p0} = \psi_{p0}(L_n) - \psi_{p0}(L_{nu})$ ;  $\psi_{p0}(L_n)$ ,  $\psi_{p0}(L_{nu})$  — решения уравнения Пуассона.

$$\frac{d^2\psi_{p0}}{dx^2} = -\frac{4\pi q}{\epsilon} p_0(x) \quad (40)$$

с граничными условиями  $\left. \frac{d\psi_{p0}}{dx} \right|_{x=L_n} = 0$ ,  $\psi_{p0}(L_n) = 0$ ,  $\Delta u_k = \psi_0(L_n) - \psi_0(L_{nu})$ ;  $\psi_0(L_n)$ ,  $\psi_0(L_{nu})$  — решения уравнения (36).

Разность  $u_{u0} - u_k$  в уравнении (38) показывает, что часть приложенного напряжения  $u$  идет на компенсацию разности потенциалов избыточного заряда дырок по сравнению с их зарядом при термодинамическом равновесии  $p^+ \text{-} n$  перехода.

Подставив (19) в (39), с учетом (5) получим

$$\frac{qu_{u0}}{kT} = \frac{a_n L_{nu}^2}{2} + \frac{p_n}{n_n} e^{-\frac{a_n L_n^2}{2}} \frac{4}{a_n L_{nu}^2} \left[ 1 - e^{-\frac{a_n L_{nu}^2}{2}} \left( \frac{a_n L_{nu}^2}{2} + 1 \right) \right]. \quad (41)$$

Подставляя (12) в (40), с учетом (5), получаем

$$\frac{q\Delta u_{p0}}{kT} = \frac{p_n}{n_n} \frac{2}{a_n L_n^3} \left[ e^{\frac{a_n L_n^2}{2}} - \frac{a_n L_{nu}^2}{2} \frac{L_n}{L_{nu}} - 1 - \frac{a_n L_n^2}{2} \left( 1 - \frac{L_{nu}}{L_n} \right) \right]. \quad (42)$$

Из (36) с учетом (5) имеем

$$\begin{aligned} \frac{q\Delta u_k}{kT} = & \frac{a_n L_n^2}{2} - \frac{a_n L_{nu}^2}{2} + \frac{p_n}{n_n} \frac{4}{a_n L_n^2} \left[ e^{\frac{a_n L_n^2}{2}} - \frac{a_n L_{nu}^2}{2} \frac{L_n}{L_{nu}} - 1 - \right. \\ & \left. - \frac{a_n L_n^2}{2} \left( 1 - \frac{L_{nu}}{L_n} \right) \right]. \end{aligned} \quad (43)$$

Если в  $p^+ \text{-} n$  переходе заряд дырок значительно меньше заряда донорных ионов, то

$$\frac{qu}{kT} = \frac{a_n L}{2} - \frac{a_n L_{nu}}{2}. \quad (44)$$

Рассмотренный метод расчета дырочного тока в  $p^+ \text{-} n$  переходе может быть использован и для определения электронного тока.

Однако ввиду очень малого времени жизни электронов в  $p^+$  полупроводнике можно считать, что их концентрация на границе с  $p^+$  областью не зависит от напряжения на  $p^+-n$  переходе. Тогда динамическое равновесие  $p^+-n$  перехода для электронов с учетом (3) и соотношения Эйнштейна определится уравнением

$$\pm \frac{j_n}{qD_n} = -\frac{dn_u}{dx} + a_n(L_n d - x)n_u, \quad (45)$$

с граничными условиями  $n_u(0) = n_p$ ,  $n_u(L_{nu}) = n_n$  при прямом включении и  $n_u(0) = n_p$ ,  $n_u(L_{nu0}) = n_n$  — при обратном включении.

Из (45) с соответствующими граничными условиями и с учетом (39) получаем прямой электронный ток в виде

$$-j_n = -j_{n\text{ пр}} = \frac{1}{2} qv_{nE\text{ max}} n_p \left( e^{\frac{a_n L_n^2}{2}} - e^{-\frac{a_n L_{nu}^2}{2}} - 1 \right) \quad (46)$$

и обратный электронный ток при  $L_{nu0} = L_{nu}$  в виде

$$+j_n = j_{n\text{ обр}} = \frac{1}{2} qv_{nE\text{ max}} n_p \left( 1 - e^{-\frac{a_n L_{nu}^2}{2}} + e^{\frac{a_n L_n^2}{2}} \right), \quad (47)$$

где  $v_{nE\text{ max}} = \frac{q}{kT} D_n E_u(0)$  — дрейфовая скорость электронов в области максимального электрического поля.

Из (33), (34), (46), (47) следует, что у  $p^+-n$  перехода  $J_p \gg J_n$ , так как  $P_n \gg n_p^+$ .

На рисунке видно, что экспериментальные характеристики  $j=f(u)$  и теоретические характеристики  $J_p=f(u)$ , определяемые уравнениями (33), (37) и (41)–(44), для германиевых  $p^+-n$  переходов с различной концентрацией доноров в  $n$  области практически совпадают.

Таким образом, ход ВАХ полупроводниковых  $p^+-n$  диодов без рекомбинационных центров может быть объяснен изменением соотношения потенциалов заряда ионов и заряда дырок с ростом тока через диод.

## ЛИТЕРАТУРА

- Стафеев В. И. Влияние сопротивления толщи полупроводника на вид вольтамперной характеристики диода. — ЖТФ, 1958, т. 28, вып. 8, с. 1631—1641.
- Квантовый выход излучения GaAs  $p-n$  структур, легированных кремнием. — ФТП, 1969, т. 3, вып. 2, с. 1815—1820. Авт.: Н. С. Дубровская, Р. И. Кривошеева, С. С. Мескин и др.
- Высокоэффективная электролюминесценция эпитаксиальных  $p-n$  структур. — ФТП, 1968, т. 2, вып. 12, с. 1834—1835. Авт.: Н. С. Дубровская, С. С. Мескин, Н. Ф. Недельский и др.

4. Lowen I., Rediker R. H. Gallium-Arsenide Diffused Diodes, *Electrochem. Soc.*, 1960, vol. 107, N 1, p. 26—29.
5. Lorenz M. R., Pilkuhn M. Preparation and Properties of Solution-Grown Epitaxial  $p-n$  Junctions in GaP. — „J. Appl. Phys.“, 1966, vol. 37, N 11, p. 4094—4102.
6. Shockley W. The Theory of  $p-n$  Functions in Semiconductors and  $p-n$  Function Transistors. — „Bell Syst. Techn. J.“, 1949, vol. 28, N 3, p. 435—489.
7. Sah T., Noyce R. N., Shockley W. Carrier Generation and Recombination in  $p-n$  Junction and  $p-n$  Lunction Characteristics. — „Proc. IRE“, 1957, vol. 45, N 9, p. 1228—1243.
8. Hall R. N. Power Rectifiers and Transistors. — „Proc. IRE“, 1952, vol. 40, N 11, p. 1512—1518.
9. Осипов В. В., Холоднов В. А. Теория диодов с излучательной и безизлучательной примесной рекомбинацией. — ФТП, 1970, т. 4, № 12, с. 2241—2252.
10. Пискунов Н. С. Дифференциальное и интегральное исчисление, т. 1. М., «Наука», 1968. 551 с.

УДК 621.382.2

Э. Д. ПРОХОРОВ, канд. физ.-мат. наук,  
В. Н. АРЕНДАРЬ

## ПЕРЕХОД ДИОДА ГАННА ИЗ ПРОЛЕТНОГО РЕЖИМА РАБОТЫ В ГИБРИДНЫЙ

В [1] были рассмотрены условия перехода диода Ганна из резонансно-пролетного режима работы в гибридный, для которого время формирования домена соизмеримо с периодом колебаний. В этом сообщении рассматривается переход диода Ганна из пролетного режима работы в гибридный в чисто резистивной цепи. Отличие гибридного режима в резонансной и в резистивных цепях состоит в том, что в резонансной цепи формирующийся домен сильного поля подавляется приложенным высокочастотным напряжением, а в резистивной цепи рекомбинирует с конечным временем на аноде. Это и определяет особенности работы диода Ганна в гибридном режиме в чисто резистивной цепи.

Времена формирования и рекомбинации домена зависят от приложенного напряжения и величины активной нагрузки. С увеличением напряжения или нагрузки времена формирования и рекомбинации возрастают, и при некоторых их значениях диод перейдет в гибридный режим работы. При этом в чисто резистивной цепи на параметры генератора окажут влияние время формирования домена и время его рекомбинации. При определенных значениях напряжения, величины нагрузки и параметров диода коэффициент полезного действия генератора может быть значительно выше, чем в пролетном режиме работы.

Ниже показано, при каких перенапряжениях и нагрузках для диодов с различными параметрами  $n_0$  и  $L$  это может быть реально осуществимо.

Для рассмотрения такой задачи необходимо знать поведение домена во времени, времена его формирования  $t_\Phi$  и рекомбинации —  $t_p$ . Воспользуемся приближенным расчетом этих величин (без учета коэффициента диффузии). Более точное решение не приведет к существенному изменению результатов.

Изменение потенциала домена во времени можно записать в виде [2]

$$\frac{\partial u_g}{\partial t} = \int_{E_0}^{E_g} [V_0 - V(E)] dE \approx (E_g - E_0) (V_n - V_m), \quad (1)$$

где  $U_g$  — потенциал домена;  $V_0$  — скорость электронов вне домена;  $V(E)$  — зависимость дрейфовой скорости электронов от напряженности электрического поля;  $V_n, V_m$  — максимальная и минимальная скорости в зависимости  $V(E)$ ;  $E_g, E_0$  — напряженности электрического поля в домене и вне домена.

С учетом того, что для сформированного домена

$$u_g = \frac{\epsilon}{8\pi q n_0} (E_g - E_0)^2, \quad (2)$$

из уравнения (1) получим выражение для потенциала формирующегося домена

$$u_g(t) = \frac{2\pi q n_0}{\epsilon} (V_n - V_m)^2 t^2. \quad (3)$$

Потенциал домена, согласно выражению (3), возрастает до величины  $u_{\text{до}}$ , соответствующей сформировавшемуся домену.

Если рассмотреть уравнение (1) для рекомбинирующегося домена, то с учетом того, что начальное значение потенциала домена составляет  $u_{\text{до}}$ , имеем

$$u_g(t) = \left[ u_{\text{до}}^{1/2} - \sqrt{\frac{8\pi q n_0}{\epsilon}} \cdot \frac{1}{2} (V_n - V_m) t \right]^2. \quad (4)$$

Из уравнений (3) и (4) определяются времена формирования и рекомбинации домена.

Для определения формы колебаний тока и напряжения, периода колебаний необходимо знать положение переднего края домена к моменту окончания его формирования. Это связано с тем, что в процессе формирования домен не только расширяется у катода, но и движется по направлению к аноду со скоростью в каждый момент времени

$$V_0(t) = \mu_1 E_0(t), \quad (5)$$

где  $\mu_1$  — подвижность электронов в слабом поле, поскольку  $E_0(t) < E_n$ . Тогда расстояние переднего края домена от катода к моменту окончания его формирования будет равно

$$l = \mu_1 \int_0^{t_\Phi} E_0(t) dt. \quad (6)$$

Здесь

$$t_\Phi = \sqrt{\frac{\epsilon}{2\pi q n_0}} \cdot \frac{1}{V_n - V_m} \cdot [(E_n - E_0)L + \Delta u]^{\frac{1}{2}} \quad (7)$$

( $\Delta u$  — величина напряжения на диоде сверх порогового).

Необходимо также учесть изменение напряжения на диоде вследствие постоянной величины активной нагрузки. Приложенное напряжение  $u$  распределяется между диодом и нагрузкой  $R_h$ :

$$u = u_g(t) + I(t) R_h. \quad (8)$$

Если считать, что причиной перераспределения напряжения во времени является изменение потенциала домена, то можно показать, что поле вне домена, ток через диод и напряжение на нем будут описываться выражениями

$$E_0(t) = \frac{u - u_g(t)}{L \cdot (1 + R_h/R_0)}, \quad (9)$$

$$I(t) = \frac{u - u_g(t)}{R_0 + R_h}, \quad u_g(t) = \frac{u - u_g(t) \cdot R_h/R_0}{1 + R_h/R_0}, \quad (10)$$

где  $R_0$  — сопротивление диода в слабом поле. Выражения (9) и (10) справедливы при формировании и рекомбинации домена.

Зная потенциал домена при формировании и рекомбинации, положение переднего края домена в момент окончания формирования и выражения для тока и напряжения на диоде, можно определить к. п. д. генератора, период колебаний и область существования гибридного режима работы для различных параметров диода и внешней цепи:  $n_0$ ,  $L$ ,  $\Delta u$ ,  $R_0$ ,  $R_h$ .

Численный расчет был проведен для диода Ганна с  $L = 20 \mu m$ ,  $n_0 = 5 \cdot 10^{14} cm^{-3}$ ,  $V_n - V_m = 10^7 cm/sec$ ,  $\Delta I = 0,5 \cdot I_n$ . Определялись форма тока и напряжения, их постоянные составляющие и первые Фурье-компоненты. Период колебаний определялся как сумма времен формирования, рекомбинации и пролета домена (его переднего края). Зависимости частоты колебаний и к. п. д. генерации от  $\Delta u$  и  $R_h/R_0$  представлены на рис. 1. Увеличение частоты колебаний с ростом  $\Delta u$  или  $R_h$  можно объяснить тем, что с этим ростом скорость формирующегося и рекомбинирующего домена больше скорости сформированного, которая постоянна при всех значениях  $\Delta u$  и  $R_h$ . Увеличение к. п. д. происходит

Вследствие изменения формы колебаний тока и напряжения, роста их первых гармоник. Таким образом, согласно расчетам переход в гибридный режим в резистивной цепи возможен, при этом получается значительный выигрыш в полезной СВЧ-мощности и к. п. д.

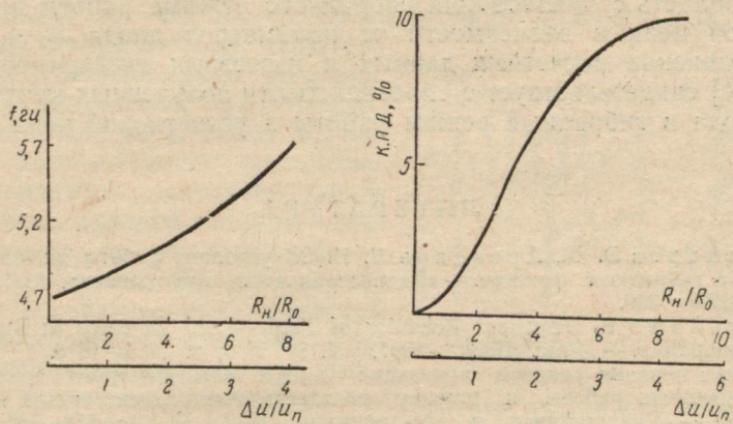


Рис. 1.

В рассмотренном случае переход в гибридный режим работы полностью заканчивается при  $R_H/R_0 \approx 8$  или при  $\Delta u/u_n \approx 4$ , при этом время формирования домена составляет примерно  $T_{\text{пр}}/2$ , где  $T_{\text{пр}} = L/V_0$  — время пролета домена от катода к аноду при  $t_{\text{оп}} \rightarrow 0$  и  $t_p \rightarrow 0$ . Аналогичные выводы в отношении  $t_{\text{оп}}$  следуют и для других параметров диода  $n_0$  и  $L$ . Следовательно, общим критерием перехода диода Ганна в гибридный режим работы может служить равенство  $t_{\text{оп}} = T_{\text{пр}}/2$ . Отсюда вытекает условие, полученное из (7)

для полного перехода в гибридный режим работы в резистивной цепи в виде необходимого выше порогового напряжения  $\Delta u'$ , зависящего от параметров диода:

$$\Delta u' = \frac{\pi q}{2\varepsilon} \cdot \left( \frac{V_n - V_m}{V_0} \right)^2 \cdot n_0 L^2 - (E_n - E_0) L. \quad (11)$$

Зависимости  $\Delta u(L, n_0)$  показаны на рис. 2. По этим зависимостям можно определить, какие напряжения сверх порогового

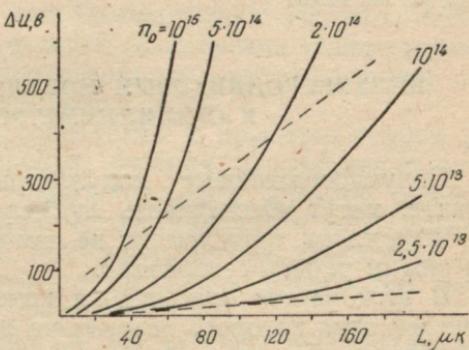


Рис. 2.

необходимо подать на диод с конкретными  $n_0$  и  $L$  для перехода его в гибридный режим работы. Ограничениями для осуществления гибридного режима работы являются условие возникновения доменных колебаний —  $n_0L > 2,5 \cdot 10^{11} \text{ см}^{-2}$  и ширина вольтамперной характеристики диода [3]. На рис. 2 пунктиром выделена область существования гибридного режима работы в резистивной цепи в зависимости от параметров диода  $n_0$  и  $L$ .

Сравнение расчетных данных и известных экспериментальных [4] свидетельствует о справедливости полученных критерии перехода в гибридный режим работы в резистивной цепи.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Прохоров Э. Д., Арендарь В. Н. Об условиях работы диодов Ганна в гибридном режиме. — «Радиотехника и электроника», 1971, № 7, с. 1230—1236.
2. Kurokawa K. Transient Behavior of High-Field Domains in Bulk Semiconductors. — „Proc. IEEE“, 1967, vol. 55, N 9, p. 1615—1616.
3. Оценка влияния ударной ионизации внутри электрического домена на устойчивость работы и ширину вольтамперных характеристик диодов Ганна. — «Радиотехника и электроника», 1970, № 3, с. 578—585. Авт.: Э. Д. Прохоров, В. А. Шалаев, Н. И. Белецкий и др.
4. Ohmi T., Mignayama K., Kalbe H. Characteristics of Gunn Oscillators with Lengths Comparable to High-Field Domain Widths. — „Proc. IEEE“, 1968, vol. 56, N 12, p. 2190—2191.

УДК 621.382.029.64

Е. А. ДОМАНОВА

## ПОЛУПРОВОДНИКОВЫЙ МОДУЛЯТОР МИЛЛИМЕТРОВЫХ И СУБМИЛЛИМЕТРОВЫХ ВОЛН

Полупроводниковые модуляторы, располагаемые в СВЧ тракте, могут обеспечивать глубокую амплитудную модуляцию СВЧ сигналов, практически не изменяя КСВ тракта и не влияя на режим работы генератора.

В этой работе описывается конструкция модулятора, принцип действия которого основан на явлении поглощения электромагнитного излучения свободными носителями заряда в полупроводнике. Управление концентрацией производится путем инжекции неосновных носителей из  $p-n$  перехода. Элемент с управляемым поглощением выполнен в виде пластинки полупроводника, ограниченной электронно-дырочным переходом, с одной стороны, и  $n-n^+$  контактом — с другой. Для изготовления элементов использовался германий  $n$ -типа с удельным сопротивлением 40, 20 и 11—14  $\text{ом} \cdot \text{см}$ . Инжектирующий контакт изготавливался вплавлением индия, а  $n-n^+$ -контакт — вплавлением олова с двухпроцентной добавкой сурьмы. При подаче управляющего напряжения на контакты происходит инжекция носителей в область

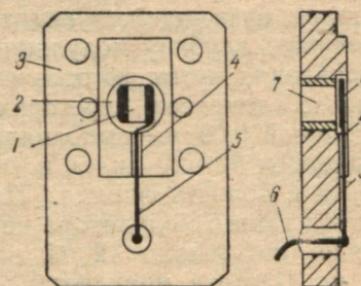
полупроводника между контактами и увеличение поглощения электромагнитного излучения.

В корпусе модулятора, который выполняется в виде фланца размером  $30 \times 20 \times 4$  мм с коротким отрезком волновода (см. рисунок), проточена цилиндрическая полость диаметром 5 мм и глубиной 0,5—0,7 мм (в зависимости от толщины пластинки и слоев просветления), симметрическая относительно волновода и параллельная Е-плоскости. На дно полости к торцу волновода расплавленным шеллаком приклеивается слюдяное окно толщиной, кратной четверти длины волны, проходящего через него излучения (80—120 мкм). Затем на слюду накладывается на расплавленном шеллаке полупроводниковый элемент так, чтобы он полностью перекрывал сечение волновода, а контакты находились вне СВЧ поля. Поверх элемента размещается второй слой слюды с шеллаком так, чтобы полость была полностью закрыта, и управляющий элемент изолирован от внешней среды. Слюда с шеллаком служат для электрической изоляции полупроводникового элемента от фланца, обеспечения теплового контакта с фланцем и являются одновременно просветляющим покрытием, улучшающим согласование.

$P-n$  и  $n-n^+$  переходы присоединяются к проводам пастой на основе мелкодисперсного серебра, которая одновременно служит для подавления нежелательных колебаний, могущих возникнуть в цилиндрической полости. Когда модулятор используется в многоволновых волноводах, полупроводниковая пластинка управляющего элемента обеспечивает различное поглощение волн и тем самым уменьшает преобразование волн.

Для тракта сечением  $3,6 \times 1,8$  мм элемент изготавливается толщиной 0,4—0,5 мм из германия  $n$ -типа с удельным сопротивлением 40 ом·см. Расстояние между контактами 2 мм. На длине волны 4 мм начальные потери не превышают 1—1,5 дБ, коэффициент модуляции не хуже 85—90% при управляющем токе 50 мА, диапазон модулирующих частот от 0 до 10 кГц на уровне 0,7. На длинах волн 0,9—0,7 мм начальные потери не превышают 3 дБ.

В субмиллиметровом диапазоне можно применять более тонкие пластинки, что позволяет несколько увеличить скорость модуляции за счет рекомбинации на поверхности. Так, для волновода сечением  $1,2 \times 2,4$  мм, работающего в диапазоне длин



Конструкция модулятора:

1 — полупроводниковый элемент; 2 — углубление во фланце; 3 — фланец; 4 — паз; 5 — проводник в пазе; 6 — гибкий провод; 7 — волновод.

волн 0,7—1,3 мм, применялись полупроводниковые элементы из германия *n*-типа с удельным сопротивлением 11—14 ом·см толщиной 0,1 мм и расстоянием между контактами 1,4 мм. В этом случае начальные потери не более 3 дБ, коэффициент модуляции 60%, диапазон модулирующих частот от 0 до 60 кГц на уровне 0,7.

Поскольку поглощение определяется общим количеством носителей, взаимодействующих с электромагнитным полем, можно увеличить глубину модуляции при сохранении высокой скорости управления путем изготовления поглотителя в виде нескольких тонких элементов, перегораживающих тракт. Такие элементы толщиной 0,09 мм выполнялись из германия с удельным сопротивлением 40 и 20 ом·см и укладывались стопкой по два-три элемента в полость фланца. На длине волны 0,8 мм начальные потери такого модулятора не превышали 3 дБ, изменение поглощения составляло 12 дБ при управляющем постоянном токе 80 мА. Частота модуляции достигала 80 кГц на уровне 0,7.

Аналогичным образом была изготовлена конструкция модулятора, предназначенная для амплитудной модуляции сигнала со средней длиной волны 0,8 мм, распространяющейся в тракте сечением 11×5,5 мм. Управляющий элемент из германия *n*-типа с удельным сопротивлением 40 ом·см размером 9,5×6,5×0,54 мм размещался в прямоугольной полости глубиной 0,7 мм и сечением 8×14 мм. Начальные потери такой конструкции не более 3 дБ, коэффициент модуляции 80%, диапазон модулирующих частот от 0 до 5 кГц на уровне 0,7. Во всех вариантах управляющее напряжение не превышало 2—5 в.

Увеличение мощности управления и, соответственно, глубины модуляции требует улучшения теплоотвода. В этом случае полупроводниковый элемент покрывался тонким слоем 20—30 мкм высокопрочного полимерного лака и вся свободная от элемента полость проточки заполнялась под давлением индием, который плотно прилегал к торцам и контактам элемента. Этим достигалось улучшение теплоотвода.

УДК 621.382.029.64

Е. А. ДОМАНОВА, Л. А. ЗУБРИЦКИЙ

### МНОГОСЛОЙНЫЙ ПОЛУПРОВОДНИКОВЫЙ МОДУЛЯТОР МИЛЛИМЕТРОВЫХ И СУБМИЛЛИМЕТРОВЫХ ВОЛН

Один из методов управления СВЧ мощностью основан на поглощении электромагнитного излучения в полупроводниках свободными носителями заряда, концентрация которых может меняться инжекцией и экстракцией *p-n* переходом \*.

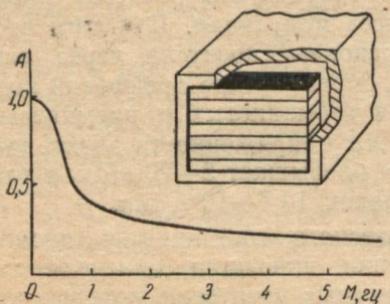
\* Валитов Р. А., Доманова Е. А. Применение полупроводников для управления потоком электромагнитной энергии. — «Вопросы радиоэлектроники», 1962, вып. 4, с. 3—13.

В миллиметровом и субмиллиметровом диапазонах целесообразно выполнять объемные управляющие элементы (модуляторы) в виде части волноводного тракта или квазиоптической линии передачи. При этом модулятор представляет собой диод, база которого заполняет сечение волновода или перекрывает квазиоптическую линию. Сравнительно протяженная базовая область такой двухэлектродной структуры (1—5 мм) налагает определенные ограничения на процесс модуляции инжекцией избыточных носителей. В первую очередь это касается инерционности и эффективности процесса модуляции. Для того чтобы протянуть инжектируемые неосновные носители через всю базовую область, требуется время, определяемое дрейфовой подвижностью носителей заряда. Для германиевых и кремниевых модуляторов с длиной базы 1—3 мм напряженность электрического поля в базе диода обычно не превышает 5—20 в/см, и тогда время установления имеет порядок  $10^{-4}$ — $10^{-5}$  сек.

Время восстановления равновесного состояния у диодов с длинной базой при прекращении инжекции определяется, в основном, временем жизни неосновных носителей, которое для используемых в модуляторах полупроводниковых материалах  $10^{-5}$  сек и больше. Значительное снижение времени жизни может привести к тому, что при инжекции носителей в базовый слой они не будут протягиваться на всю толщину базы. Это сделает модуляцию малоэффективной, а при очень малом времени жизни и вовсе невозможной. Таким образом, частотный предел миллиметровых и субмиллиметровых модуляторов простейших конструкций не превышает 30—50 кгц, что ограничивает область их применения. Значительное увеличение частоты управления может быть достигнуто расщеплением базы модулятора на систему коротких последовательно включенных элементов.

В отсутствие постоянного поля дрейфа, с ростом частоты управляющего инжекцией сигнала, инерционность носителей заряда приводит к тому, что концентрация избыточных носителей успевает следовать за изменением управляющего сигнала только в слое, прилегающем к *p-n* переходу и тем более тонком, чем выше частота управления. На достаточно больших частотах основной объем полупроводника толстой базы будет оставаться с практически неизменной концентрацией носителей заряда и проводимостью (если пренебречь разогревом носителей заряда). В относительно же тонком слое, прилегающем к *p-n* переходу, концентрация носителей будет успевать следовать за управляющим сигналом, вызывающим инжекцию, причем при полярности полупериода напряжения, обратном контактной разности потенциалов, обеспечиваются инжекция и рост концентрации, а при обратной полярности — экстракция и эффективное и быстрое снижение концентрации неосновных носителей.

Область эффективного изменения концентрации избыточных носителей при управлении инжекцией и экстракцией мала и на частоте управления  $5 \cdot 10^6$  Гц составляет примерно  $3 \cdot 10^{-2}$  мм. В модуляторе с расстоянием между эмиттером и контактом базы 2 мм (модулятор в волноводе сечением  $3,6 \times 1,8$  мм) объем с управляемой концентрацией на частоте  $5 \cdot 10^6$  Гц составляет около 1% общего объема полупроводника, в котором имеет место поглощение, и эффективность модуляции оказывается столь низкой, что она практически не обнаруживается. Использование прилегающих к *p-n* переходу областей с быстроуправляемой концентрацией носителей эффективно в многослойном модуляторе, где объем полупроводника состоит из ряда тонких диодов.



В целях исследования многослойного модулятора в режиме изменения концентрации носителей по всему объему полупроводника и в режиме модуляции проводимости в слое, прилегающем к *p-n* переходу, была разработана конструкция волноводного модулятора в виде стопы тонких плоских  $p^+-n-n^+$  элементов (рисунок). Толщина каждого элемента выбиралась из условий требуемого быстродействия, а количество элементов в стопе и их ширина определялись сечением волноводного тракта. Для обеспечения максимальной амплитудной модуляции прошедшей волны толщина модулятора бралась кратной  $\lambda/2\sqrt{\epsilon_r}$ , где  $\lambda$  — длина волны излучения;  $\epsilon_r$  — относительная диэлектрическая проницаемость полупроводника. Стока диодов располагается в волноводе так, чтобы сильно легированные слои были перпендикулярны к вектору электрического поля электромагнитной волны.

Тонкие  $p^+-n-n^+$  элементы изготавливались из пластинок кремния *n*-типа толщиной 0,2 мм с удельным сопротивлением 100 ом·см. Для создания *p-n*-перехода проводилась диффузия бора на глубину  $5 \cdot 10^{-3}$  с поверхностной концентрацией до  $10^{19}$  ат/см<sup>3</sup>. Затем с одной стороны травлением удалялся *p*-слой и на обе стороны химически осаждался никель. Кратковременное вспекание никеля при  $800^\circ\text{C}$  создавало со стороны *n*-слоя *n*<sup>+</sup> контакт за счет диффузии фосфора, содержащегося в химически осажденном никеле, со стороны же *p*<sup>+</sup>-слоя получался невыпрямляющий контакт ввиду малой концентрации фосфора в никеле. После повторного химического осаждения никеля, наносился тонкий слой олова или индия, необходимый для спайки элементов в стопу, после чего заготовка разрезалась на элементы.

тарные диоды, которые собирались в стопу и монтировались во фланце волновода. Модулятор для сечения волновода  $3,6 \times 1,8$  мм набирался из девяти элементов и имел размеры  $3,6 \times 1,8 \times 0,5$  мм. В целях улучшения согласования модулятора с волноводным трактом применялось двухстороннее просветляющее покрытие из слоев слюды и шеллака. Начальные потери такого модулятора на длине волны 4 мм не превышали 3 дБ, а вносимое ослабление при подаче тока инжекции 70 мА не менее 14 дБ.

На рисунке приведена экспериментальная зависимость коэффициента модуляции от частоты управляющего сигнала. К модулятору, кроме переменного напряжения, приложено постоянное смещение 6 в, обеспечивающее режим работы на начальном участке ВАХ прямой проводимости стопы диодов. Коэффициент модуляции на частоте 300 кГц снижается до 80% и на 700 кГц до 50%. На частоте выше 300 кГц концентрация носителей уже не успевает изменяться по всей толщине базы. Это хорошо согласуется с расчетными данными для единичного диода с базой толщиной 0,2 мм. За частотой 700 кГц следует относительно пологий спад глубины модуляций и на частоте 6 МГц коэффициент модуляции равен примерно 20%. На высоких частотах модуляция обеспечивается изменением проводимости в тонком слое, прилегающем к *p-n* переходу. Практически незаметная в одноэлементном модуляторе эта составляющая модуляции в многослойной системе возрастает и может быть реализована. С утоньшением элементов, составляющих модулятор, глубина модуляции на высоких частотах возрастает.

Аналогичный рассмотренному выше семиэлементный модулятор в тракте сечением  $2,4 \times 1,2$  мм использовался для амплитудной модуляции в диапазоне 0,7—1,0 мм с примерно теми же результатами, что и применявшийся в диапазоне 4 мм.

С помощью описанного модулятора была разработана и выполнена на базе телевизионной установки ПТУ-26 система передачи телевизионных изображений с четкостью 470—530 строк.

УДК 621.382. (088.8)

Р. А. ВАЛИТОВ, д-р техн. наук,  
В. А. ДОМАНОВ, Л. А. ЗУБРИЦКИЙ

### ХАРАКТЕРИСТИКИ ГЕРМАНИЕВОГО БАЛАНСНОГО МАГНИТОТРАНЗИСТОРА

Магнитотранзистор представляет собой пластинку полупроводника (рис. 1) с тремя *p-n* переходами (контакты 1, 2, 3) и омическим контактом (контакт 4).

*P-n* переход, противолежащий омическому контакту, предназначен для инжекции неосновных носителей (эмиттер). Электрическое поле, прикладываемое между эмиттером и омическим

контактом, одновременно с инжекцией обеспечивает дрейф неосновных носителей от эмиттера к омическому контакту. На торцах пластинки между эмиттерами и омическим контактом находятся два обратно смещенных  $p-n$  перехода, являющихся коллекторами неосновных носителей тока (контакты 2, 3).

Инжектированные эмиттером неосновные носители, дрейфуя в направлении омического контакта, частично экстрагируются коллекторами. Доля экстрагируемых коллекторами неосновных

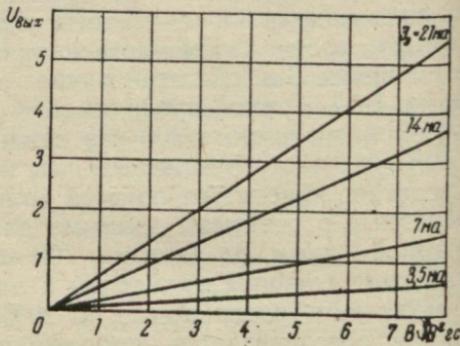
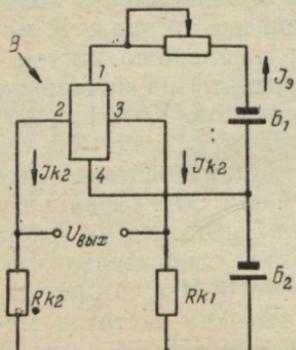


Рис. 1.

Рис. 2.

носителей определяется условиями рекомбинации неосновных носителей между эмиттером и коллекторами в объеме полупроводника и на поверхности и существенно зависит от геометрии пластины и контактов. Учитывая условия рекомбинации и варьируя геометрию прибора, можно получить различные коэффициенты передачи тока эмиттера.

При наложении магнитного поля, перпендикулярного к плоскости, в которой лежат  $p-n$  переходы и омический контакт, под действием сил Лоренца имеет место смещение основных и неосновных носителей тока. Неосновные носители будут испытывать смещение не только за счет сил Лоренца, но и за счет поперечного электрического поля Холла [1]. В сильных магнитных полях влияние поперечного Холла столь велико, что практически все неосновные носители будут смещены к одному из коллекторов (это происходит в полях от 0,5 до 20 кгс в зависимости от конструкции магнитотранзистора). В слабых магнитных полях (до нескольких кгс) будет иметь место лишь перераспределение неосновных носителей тока между коллекторами.

Были разработаны и изготовлены магнитотранзисторы на основе герmania  $n$ -типа с удельным сопротивлением  $\rho \approx 3 \text{ ом} \cdot \text{см}$ . Конструктивно магнитотранзистор представляет собой пластинку полупроводника размерами  $1,2 \times 0,8$ , толщиной 0,2 мм. Положение коллекторов относительно эмиттера выбиралось из усло-

вий минимальных потерь неосновных носителей на рекомбинацию, а также из условий обеспечения максимальной чувствительности. В используемом германии диффузионная длина дырок составляет  $L_p \approx 0,8$  мм [2]. С учетом того, что пластинка сравнительно тонка и существенно может проявиться рекомбинация на поверхностях, расстояние между эмиттером и коллекторами выбрано меньше диффузионной длины (0,5 мм). Сравнительно большое расстояние взято для обеспечения достаточной чувствительности по относительному изменению токов коллекторов. В целях уменьшения скорости поверхностной рекомбинации после вплавления  $p-n$  переходов и омического контакта (для  $p-n$  переходов использовался  $In$ , а для омического контакта —  $Sn$ ) магнитотранзистор обрабатывался в смеси  $H_2O_2$  и  $NaOH$  и защищался компаундом.

Схема включения магнитотранзистора представлена на рис. 1. Выходное напряжение определяется соотношением токов коллекторов  $J_{k1}$  и  $J_{k2}$ , являющихся функцией магнитного поля  $B$  и тока эмиттера  $J_s$ .

На рис. 2 представлены характеристики магнитотранзистора:

$$u_{\text{вых}} = f(B, I_s).$$

Ценное свойство прибора — линейная зависимость выходного напряжения от магнитной индукции при значительных изменениях тока эмиттера и высокая чувствительность магнитотранзистора — порядка 5 мв/гаусс — по сравнению с аналогичными устройствами, основанными на эффекте Холла [3, 4]. Высокая линейность позволяет использовать балансный магнитотранзистор для измерения магнитных полей, а относительно высокая чувствительность упрощает использование его для измерения очень слабых магнитных полей. Магнитотранзистор может быть также использован для перемножений аналоговых сигналов, задаваемых в виде магнитного поля и тока.

Проведенные исследования показали существенное влияние на временную стабильность характеристики и флюктуацию выходного сигнала состояния поверхности магнитотранзистора. В значительной мере это влияние может быть снижено уменьшением расстояния между эмиттером и коллектором, одновременно этим достигается увеличение коэффициента передачи тока.

## ЛИТЕРАТУРА

1. Шокли В. Теория электронных полупроводников. М., ИЛ. 1953. 713 с.
2. Красилов А. В., Трутко А. Ф. Методы расчета транзисторов. М.—Л., «Энергия», 1971. 272 с.
3. Кобус А., Тушинский Я. Датчики Холла и магнитотранзисторы. М., «Энергия», 1971, 352 с.
4. Хомерик О. К. Применение гальваномагнитных датчиков в устройствах автоматики и измерений. М., «Энергия», 1971, 112 с.