ЗАПИСКИ МЕХАНИКО-МАТЕМАТИЧЕСКОГО ФАКУЛЬТЕТА
ХАРЬКОВСКОГО ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА имени А. М. ГОРЬКОГО
И ХАРЬКОВСКОГО МАТЕМАТИЧЕСКОГО ОБЩЕСТВА

Том XXX. Серия 4 1964

ДИФРАКЦИЯ ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЙ ВОЛНЫ, ПАДАЮЩЕЙ ПОД ПРОИЗВОЛЬНЫМ УГЛОМ НА ПЛОСКУЮ МЕТАЛЛИЧЕСКУЮ РЕШЁТКУ

Е. Н. Подольский

В плоскости *xoy* расположена периодическая решётка, образованная бесконечно тонкими и идеально проводящими металлическими лентами, параллельными оси *ox* (рис. 1).

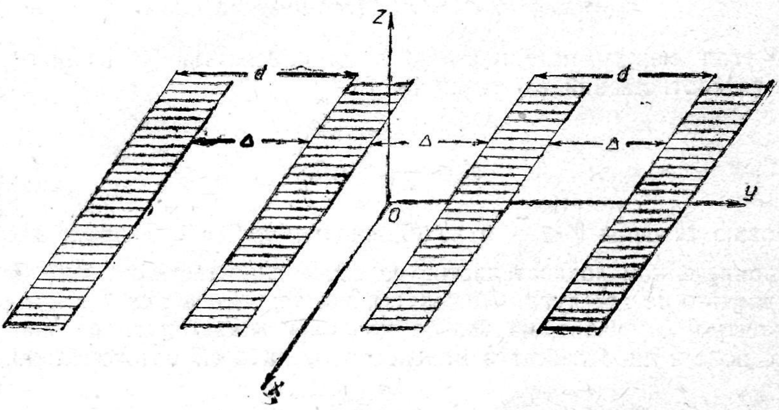

Рис. 1.

Расстояние между соседними лентами (ширина щелей) равно Δ, а период решётки — d, так что ширина лент равна $d - \Delta$.

Сверху ($z > 0$) под произвольным углом к этой решётке падает плоская электромагнитная волна

$$\vec{E}_{\text{пад}} = \vec{e}\, e^{ik(\vec{n}\,\vec{r})}; \quad \vec{H}_{\text{пад}} = \vec{h}\, e^{ik(\vec{n}\,\vec{r})} \tag{1}$$

(временной множитель $e^{-i\omega t}$ мы здесь и дальше опускаем). Единичный вектор $\vec{n}$

$$\vec{n} = \{\alpha, \beta, -\gamma\}; \ \gamma > 0, \ \alpha^2 + \beta^2 + \gamma^2 = 1$$

задаёт направление падающей волны; векторы напряжённости электрического и магнитного поля

$$\vec{e} = \{e_1, e_2, e_3\}; \ \vec{h} = \{h_1, h_2, h_3\}$$

связаны между собой равенствами

$$\vec{h} = [\vec{n}\,\vec{e}]; \ \vec{e} = [\vec{h}\,\vec{n}]$$

или, в скалярном виде,

$$\begin{cases} \alpha e_1 + \beta e_2 - \gamma e_3 = 0; & h_1 = \beta e_3 + \gamma e_2 \\ h_2 = -\alpha e_3 - \gamma e_1; & h_3 = \alpha e_2 - \beta e_1. \end{cases}$$

Требуется определить поле, возникшее в результате дифракции этой волны на решетке. Искомое поле должно удовлетворять обычным граничным условиям на металлических лентах и условиям на бесконечности, которые состоят в следующем: в верхнем полупространстве ($z > 0$) искомое поле есть наложение падающего поля (1) и отражённых волн, которые либо затухают при $z \to +\infty$, либо распространяются от решётки вверх, то есть под острым углом к оси Oz; в нижнем полупространстве ($z < 0$) искомое поле состоит из прошедших волн, которые либо затухают при $z \to -\infty$, либо распространяются от решетки вниз, то есть под тупым углом к оси Oz.

Пусть $\vec{E}(x, y, z)$, $\vec{H}(x, y, z)$ — искомое поле. Так как уравнения Максвелла инвариантны относительно пространственных сдвигов, а решетка переходит в себя при любых сдвигах в направлении оси ox и при любых сдвигах, кратных d, в направлении оси oy, то векторы

$$e^{-ik(\alpha x+\beta y)}\vec{E}(x, y, z); \quad e^{-ik(\alpha x+\beta y)}\vec{H}(x, y, z),$$

как легко видеть, не зависят от x и являются периодическими функциями от y с периодом d. Разлагая эти векторы в ряды Фурье по y, используя уравнения Максвелла и учитывая при этом поведение искомого поля на бесконечности, будем иметь

$$\vec{E}(x, y, z) = \begin{cases} e^{ik(\alpha x+\beta y)}\left[\vec{e}e^{-ik\gamma z} + \sum\limits_{m=-\infty}^{\infty} \vec{e}^{+}(m)\, e^{ik\gamma_m z} e^{i\frac{2\pi}{d}my}\right] & (z > 0) \\ e^{ik(\alpha x+\beta y)} \sum\limits_{m=-\infty}^{\infty} \vec{e}^{-}(m)\, e^{-ik\gamma_m z} e^{i\frac{2\pi}{d}my} & (z < 0) \end{cases} \tag{2}$$

$$\vec{H}(x, y, z) = \begin{cases} e^{ik(\alpha x+\beta y)}\left[\vec{h}e^{-ik\gamma z} + \sum\limits_{m=-\infty}^{\infty} \vec{h}^{+}(m)\, e^{ik\gamma_m z} e^{i\frac{2\pi}{d}my}\right] & (z > 0) \\ e^{ik(\alpha x+\beta y)} \sum\limits_{m=-\infty}^{\infty} \vec{h}^{-}(m)\, e^{-ik\gamma_m z} e^{i\frac{2\pi}{d}my} & (z < 0), \end{cases} \tag{2'}$$

где векторные коэффициенты

$$\vec{e}^{\pm}(m) = \{e_1^{\pm}(m), e_2^{\pm}(m), e_3^{\pm}(m)\}; \quad \vec{h}^{\pm}(m) = \{h_1^{\pm}(m), h_2^{\pm}(m), h_3^{\pm}(m)\}$$

удовлетворяют условиям

$$\begin{cases} \alpha e_1^{\pm}(m) + \beta_m e_2^{\pm}(m) \pm \gamma_m e_3^{\pm}(m) = 0; & h_1^{\pm}(m) = \beta_m e_3^{\pm}(m) \mp \gamma_m e_2^{\pm}(m) \\ h_2^{\pm}(m) = -\alpha e_3^{\pm}(m) \pm \gamma_m e_1^{\pm}(m); & h_3^{\pm}(m) = \alpha e_2^{\pm}(m) - \beta_m e_1^{\pm}(m), \end{cases} \tag{3}$$

а

$$\gamma_m = \sqrt{1 - \alpha^2 - \beta_m^2}; \quad \beta_m = \beta + \frac{2\pi}{kd}m, \tag{4}$$

причём знак у корня выбирается так, чтобы $Re\,\gamma_m > 0$, а если $Re\,\gamma_m = 0$, то $\operatorname{Im}\gamma_m \geqslant 0$.

Поле, построенное по формулам (2), (2′), удовлетворяет уравнениям Максвелла при $z > 0$ и $z < 0$ и имеет нужное поведение в этих полупространствах при любом выборе коэффициентов $\vec{e}^{\pm}(m)$, $\vec{h}^{\pm}(m)$, удовлетворяющих условиям (3).

Для получения искомого поля эти коэффициенты необходимо подобрать так, чтобы была обеспечена непрерывность поля на щелях и граничные условия на металле.

При переходе через плоскость $z=0$ тангенциальные составляющие электрического поля меняются непрерывно и, кроме того, обращаются в нуль на металлических лентах. Отсюда согласно (2) следует:

$$e_j^+(0) + e_j = e_j^-(0); \quad e_j^+(m) = e_j^-(m) \qquad (m \neq 0;\ j = 1,2) \tag{5}$$

$$\left.\begin{aligned} &e^{ik\beta y}\Big[e_1 + \sum_{m=-\infty}^{\infty} e_1^+(m)\, e^{i\frac{2\pi}{d}my}\Big] = 0 \quad (6)\\ &e^{ik\beta y}\Big[e_2 + \sum_{m=-\infty}^{\infty} e_2^+(m)\, e^{i\frac{2\pi}{d}my}\Big] = 0 \quad (6')\end{aligned}\right\} \text{ на металле.}$$

Из соотношений (4) и (5) получаем

$$\left.\begin{aligned} &e_3^+(0) - e_3 = -e_3^-(0); \quad e_3^+(m) = -e_3^-(m) \quad (7)\\ &h_1^+(0) - h_1 = -h_1^-(0); \quad h_1^+(m) = -h_1^-(m) \quad (8)\\ &h_2^+(0) - h_2 = -h_2^-(0); \quad h_2^+(m) = -h_2^-(m) \quad (9)\\ &h_3^+(0) - h_3 = -h_3^-(0); \quad h_3^+(m) = -h_3^-(m) \quad (10)\end{aligned}\right\} m \neq 0.$$

Равенства (10) обеспечивают непрерывность нормальной составляющей магнитного поля при переходе через плоскость $z=0$.

Нормальная составляющая электрического поля должна быть непрерывной на щелях, откуда согласно (7) следует

$$e^{ik\beta y} \sum_{m=-\infty}^{\infty} e_3^+(m)\, e^{i\frac{2\pi}{d}my} = 0 \text{ на щелях.} \tag{11}$$

Тангенциальные составляющие магнитного поля также непрерывны на щелях; отсюда, учитывая (8) и (9), имеем

$$\left.\begin{aligned} &e^{ik\beta y} \sum_{m=-\infty}^{\infty} h_1^+(m)\, e^{i\frac{2\pi}{d}my} = 0 \quad (12)\\ &e^{ik\beta y} \sum_{m=-\infty}^{\infty} h_2^+(m)\, e^{i\frac{2\pi}{d}my} = 0 \quad (12')\end{aligned}\right\} \text{ на щелях.}$$

Уравнения (6), (6′), (11), (12) и (12′) вместе с соотношениями (3), (4) и (5) образуют полную систему для определения неизвестных коэффициентов $\vec{e}^{\pm}(m)$, $\vec{h}^{\pm}(m)$.

Полученные уравнения не являются вполне независимыми, поэтому мы проделаем некоторые преобразования, которые сведут эту систему к системе независимых уравнений, притом более простого вида.

Ввиду того, что

$$e_3^+(m) = \beta_m h_1^+(m) - \alpha h_2^+(m),$$

из уравнений (11) и (12′) следует

$$e^{ik\beta y} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \beta_m h_1^+(m)\, e^{i\frac{2\pi}{d}my} = 0 \quad \text{на щелях.} \tag{IV}$$

Интегрируя это равенство, находим, что на щелях

$$e^{ik\beta y} \sum_{m=-\infty}^{\infty} h_1^+(m)\, e^{i\frac{2\pi}{d}my} = C,$$

где C — некоторая константа.

Следовательно, если удовлетворено уравнение (IV), то для справедливости равенства (12) достаточно, чтобы оно выполнялось хотя бы в одной точке на щели, так как тогда константа C окажется равной нулю. В качестве точки на щели возьмём, например, $y = 0$; тогда получим

$$\sum_{m=-\infty}^{\infty} h_1^+(m) = 0. \tag{VI}$$

Дифференцируя равенство (6), имеем:

$$e^{ik\beta y}\,[\,\beta e_1 + \sum_{m=-\infty}^{\infty} \beta_m e_1^+(m)\, e^{i\frac{2\pi}{d}my}\,] = 0 \quad \text{на металле.} \tag{I}$$

Если выполнено равенство (I), то левая часть уравнения (6) будет равна некоторой константе. Поэтому уравнение (6) эквивалентно уравнению (I) и равенству, которое получаем из (6) подстановкой вместо y любого значения y_0, лежащего на щели. Взяв $y_0 = \frac{1}{2}d$, получим уравнение:

$$e_1 + \sum_{m=-\infty}^{\infty} e_1^+(m)\,(-1)^m = 0. \tag{III}$$

Умножая (I) на α, (6′) на $(1-\alpha^2)$ и складывая, получим, ввиду того, что

$$\alpha\beta_m e_1^+(m) + (1-\alpha^2)\, e_2^+(m) = \alpha\,[\beta_m e_1^+(m) - \alpha e_2^+(m)] + e_2^+(m) =$$
$$= -\alpha h_3^+(m) + e_2^+(m) = -\gamma_m h_1^+(m),$$

равенство, выполняющееся на металле

$$e^{ik\beta y}\,[-\gamma h_1 + \sum_{m=-\infty}^{\infty} \gamma_m h_1^+(m)\, e^{i\frac{2\pi}{d}my}] = 0. \tag{V}$$

Наконец, так как $h_2^+(m) = -\alpha e_3^+(m) + \gamma_m e_1^+(m)$, из (11) и (12) получаем на щелях

$$e^{ik\beta y} \sum_{m=-\infty}^{\infty} \gamma_m e_1^+(m)\, e^{i\frac{2\pi}{d}my} = 0. \tag{II}$$

В полученной системе (I)—(VI) уравнения, содержащие $e_1^+(m)$ и $h_1^+(m)$, разделились. После определения $e_1^+(m)$ и $h_1^+(m)$ все остальные компоненты векторов $\vec{e}^{\,\pm}(m)$ и $\vec{h}^{\,\pm}(m)$ находятся с помощью соотношений (3), (5), (7), (8), (9), (10), (11). Сократив (I) и (II) на $e^{ik\beta y}$, введём новые обозначения

$$\varphi = \frac{2\pi}{d}y;\ \ \delta = \frac{\pi\Delta}{d}$$

и, замечая, что на щели $|\varphi| < \delta$, а на металлической ленте $\delta < |\varphi| < \pi$, мы можем записать систему (I) — (III) в более компактном виде:

$$\begin{cases} \beta e_1 + \sum\limits_{m=-\infty}^{\infty} \beta_m e_1^+(m)\, e^{im\varphi} = 0 \quad \delta < |\varphi| < \pi & \text{(I}'\text{)} \\ \sum\limits_{m=-\infty}^{\infty} \gamma_m e_1^+(m)\, e^{im\varphi} = 0 \quad |\varphi| < \delta & \text{(II}'\text{)} \\ e_1 + \sum\limits_{m=-\infty}^{\infty} e_1^+(m)\,(-1)^m = 0. & \text{(III}'\text{)} \end{cases}$$

Сокращая (IV) и (V) на $e^{ik\beta y}$ и вводя новые обозначения

$$\widehat{\varphi} = \frac{2\pi}{d}y + \pi; \quad \widehat{\delta} = \frac{\pi(d-\Delta)}{d}.$$

будем иметь на щели $\widehat{\delta} < |\widehat{\varphi}| < \pi$, а на металле $|\widehat{\varphi}| < \widehat{\delta}$ и, обозначая, кроме того,

$$(-1)^m h_1^+(m) = \widehat{e}_1^+(m) \quad (m \neq 0)$$

$$h_1^+(0) - \widehat{e}_1 = \widehat{e}_1^+(0) \quad (\widehat{e}_1 \equiv h_1),$$

получим совершенно аналогичную систему

$$\begin{cases} \beta\widehat{e}_1 + \sum\limits_{m=-\infty}^{\infty} \beta_m \widehat{e}_1^+(m)\, e^{im\widehat{\varphi}} = 0 \quad \widehat{\delta} < |\widehat{\varphi}| < \pi & \text{(IV}'\text{)} \\ \sum\limits_{m=-\infty}^{\infty} \gamma_m \widehat{e}_1^+(m)\, e^{im\widehat{\varphi}} = 0 \quad |\widehat{\varphi}| < \widehat{\delta} & \text{(V}'\text{)} \\ \widehat{e}_1 + \sum\limits_{m=-\infty}^{\infty} \widehat{e}_1^+(m)\,(-1)^m = 0. & \text{(VI}'\text{)} \end{cases}$$

Так как решение системы (IV′) — (VI′) получается из решения системы (I′) — (III′) заменой δ на $\widehat{\delta}$ и e_1 на $\widehat{e}_1 = h_1$, то в дальнейшем мы будем рассматривать систему (I′) — (III′).

Введём безразмерный параметр

$$\varkappa = \frac{kd}{2\pi} = \frac{d}{\lambda},$$

равный отношению периода решётки к длине падающей волны; тогда из формул (4) следует

$$\frac{\gamma_m}{\beta_m} = \frac{|\beta_m|}{\beta_m}\sqrt{-1 + \frac{1-\alpha^2}{\beta_m^2}} = \frac{|\varkappa\beta + m|}{\varkappa\beta + m}\sqrt{-1 + \frac{(1-\alpha^2)\varkappa^2}{(\varkappa\beta + m)^2}}.$$

Выделим целое число m_0, ближайшее к $\varkappa\beta$:

$$\varkappa\beta = m_0 + \theta \quad \left(-\frac{1}{2} \leqslant \theta < \frac{1}{2}\right).$$

Будем иметь

$$\frac{\gamma_m}{\beta_m} = \frac{|m + m_0 + \theta|}{m + m_0 + \theta}\sqrt{-1 + \frac{(1-\alpha^2)\varkappa^2}{(m + m_0 + \theta)^2}} = \frac{|m + m_0|}{m + m_0}\sqrt{-1 + \frac{(1-\alpha^2)\varkappa^2}{(m + m_0 + \theta)^2}}$$

$$(\text{если } m \neq -m_0).$$

Введём теперь новые неизвестные

$$\begin{cases} x_n = \beta_{n-m_0} e_1^+ (n - m_0) \quad (n \neq 0,\ n \neq m_0) \\ x_{m_0} = \beta \left[e_1^+ (0) + e_1 \right] \\ x_0 = \dfrac{e_1^+ (-m_0)}{\varkappa} \end{cases}$$

и обозначения

$$\sqrt{-1 + \frac{(1-\alpha^2)\varkappa^2}{(n+\theta)^2}} = i(1 - \varepsilon_n) \quad (n \neq 0); \quad \sqrt{-\theta^2 + (1-\alpha^2)\varkappa^2} = i(\theta - \varepsilon_0).$$

Тогда система (I′) — (III′) приводится к виду

$$\begin{cases} \sum\limits_{\substack{n=-\infty \\ (n\neq 0)}}^{\infty} x_n e^{in\varphi} + \theta x_0 = 0 \quad \delta < |\varphi| < \pi & \text{(I'')} \\ \sum\limits_{\substack{n=-\infty \\ (n\neq 0)}}^{\infty} x_n \dfrac{|n|}{n} e^{in\varphi} + \theta x_0 = \sum\limits_{n=-\infty}^{\infty} x_n \dfrac{|n|}{n} \varepsilon_n e^{in\varphi} - i\gamma e_1 e^{im_0\varphi} \quad |\varphi| < \delta & \text{(II'')} \\ \sum\limits_{\substack{n=-\infty \\ (n\neq 0)}}^{\infty} x_n \dfrac{(-1)^n}{n+\theta} + x_0 = 0 & \text{(III'')} \end{cases}$$

$\left(\text{считаем здесь и дальше } \dfrac{|0|}{0} = 1\right)$.

Таким образом, мы получили систему, аналогичную рассмотренной в статье [1]. Повторяя рассуждения, приведенные в этой статье, мы можем, считая правую часть уравнения (II″) известной, разрешить систему (I″) — (II″) относительно величин x_n и θx_0. Тогда для этих величин получится следующая бесконечная система линейных алгебраических уравнений

$$(*) \quad x_n = \sum_{p=-\infty}^{\infty} x_p \frac{|p|}{p} \varepsilon_p V_n^p + 2x_{-1} R_n - ie_1 \gamma V_n^{m_0} \quad (n \neq 0;\ n \neq -1)$$

$$(**) \quad \theta x_0 = \sum_{p=-\infty}^{\infty} x_p \frac{|p|}{p} \varepsilon_p V_0^p + 2x_{-1} R_0 - ie_1 \gamma V_0^{m_0}.$$

Здесь мы применили обозначения статьи [1]. Величины V_n^p и R_n вычислены в этой статье. Приведём соответствующие формулы.

$$R_n = \frac{1}{2} P_n(u),$$

где $P_n(u)$ — полином Лежандра n-ой степени; $u = \cos\delta$

$$V_n^p = \frac{n+1}{2(n-p)} \left[P_n(u) P_{p+1}(u) - P_{n+1}(u) P_p(u) \right] \quad (n \neq p)$$

$$V_n^n = \frac{1}{2} \sum_{p=0}^{n+1} \mu_{n+1-p}(u) P_{p-n-1}(u) \quad (n \geqslant 0)$$

$$V_{-1}^{-1} = 0; \quad V_{-n}^{-n} = -V_{n-2}^{n-2} \quad (n \geqslant 2)$$

(здесь $\mu_0(u) = 1$; $\mu_1(u) = -u$; $\mu_n(u) = P_n(u) - 2uP_{n-1}(u) + P_{n-2}(u)$ для $n \geqslant 2$).

Уравнение (III″) после подстановки вместо $x_n (n \neq 0)$ правой части уравнения (*) принимает вид

$$(***) \qquad 0 = \sum_{p=-\infty}^{\infty} x_p \frac{|p|}{p} \varepsilon_p V^p_{[\theta]} + 2x_{-1} R_{[\theta]} + x_0 - ie_1 \gamma V^{m_0}_{[\theta]},$$

где

$$V^p_{[\theta]} = \sum_{\substack{n=-\infty \\ (n\neq 0)}}^{\infty} \frac{V^p_n (-1)^n}{n+\theta}; \quad R_{[\theta]} = \sum_{\substack{n=-\infty \\ (n\neq 0)}}^{\infty} \frac{R_n (-1)^n}{n+\theta}.$$

Величины $V^p_{[\theta]}$, $R_{[\theta]}$ также вычислены в статье [1]:

$$V^p_{[\theta]} = \frac{\pi}{2\sin\theta\pi} \frac{\theta-1}{p+\theta} [P_{\theta-1}(u) P_{p+1}(u) - P_{\theta-2}(u) P_p(u)] - \frac{V^p_0}{\theta} \quad (\theta \neq 0)$$

$$V^p_{[\theta]}\big|_{\theta=0} = -\frac{1}{2}\mu_{p+1}(u) \ln\frac{1+u}{2} + \frac{1}{2p}[P_p(u) - P_{p-1}(u)] \quad (p \geqslant 1)$$

$$V^p_{[\theta]}\big|_{\theta=0} = -\frac{1}{2}\mu_{-p}(u) \ln\frac{1+u}{2} - \frac{1}{2p}[P_{-p}(u) - P_{-p-1}(u)] \quad (p \leqslant -2)$$

$$V^0_{[\theta]}\big|_{\theta=0} = \frac{1+u}{2}\ln\frac{1+u}{2}; \; V^{-1}_{[\theta]}\big|_{\theta=0} = \frac{u-1}{2}\ln\frac{1+u}{2} + \frac{u-1}{2}$$

$$R_{[\theta]} = \frac{\pi}{2\sin\theta\pi} P_{\theta-1}(u) - \frac{R_0}{\theta} \; (\theta \neq 0); \; R_{[\theta]}|_{\theta=0} = -\frac{1}{2}\ln\frac{1+u}{2},$$

где $P_s(u)$ — функция Лежандра первого рода.

Заметим, что множители ε_n, входящие в коэффициенты системы (*) — (***), стремятся к нулю при $|n| \to \infty$, как $\frac{\varkappa^2}{n^2}$,

$$|\varepsilon_n| = O\left(\frac{\varkappa^2}{n^2}\right). \tag{13}$$

Поэтому приближенные решения системы (*) — (***), как и в статье [1], можно получать, полагая все $\varepsilon_n = 0$ для $|n| > N$. При этом мы получаем конечную систему линейных уравнений $(2N+1)$-го порядка, решение которой может быть записано, например, по формулам Крамера.

Можно показать, используя оценку (13), что определители, входящие в формулу Крамера, сходятся при $N \to \infty$ к определённым пределам.

Нами был проведен большой численный счёт на АЦВМ «Урал-I» и «Стрела», целью которого было: 1) установить границы применимости N-го приближения для различных N в зависимости от параметров задачи; 2) выяснить характер зависимости коэффициентов отражения и прохождения для основной (нулевой) волны и других незатухающих волн от параметров α, β, γ, характеризующих наклон падающей волны; $\varkappa$, равного отношению периода решетки к длине падающей волны; u, характеризующего соотношение ширины ленты и щели $\left(u = \cos\frac{\pi\Delta}{d}\right)$.

Проводились просчёты одних и тех же вариантов для последовательных значений $N = 0, 1, 2, 3, 4, 6$ и сравнивались получаемые величины коэффициентов отражения и прохождения. Точность считалась удовлетворительной, если результаты просчёта при данном N совпадали с результатами счёта при $N=6$ с точностью до $0{,}1 \div 0{,}5\%$.

Оказалось, что точность приближённого решения мало чувствительна к изменению параметров α, β, γ, u.

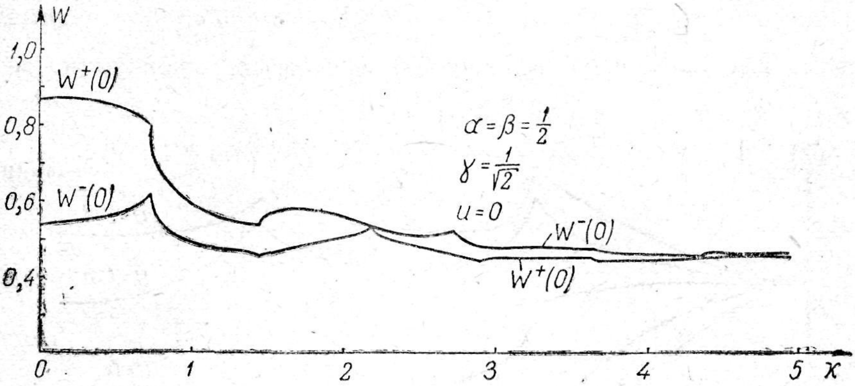

Рис. 2.

В интервале $0 < \varkappa < 0{,}2$ удовлетворительные результаты даёт приближение $N = 0$ (то есть все $\varepsilon_n = 0$, кроме ε_0). Это приближение переходит в ламбовское, если заменить $P_{\pm\theta}(u)$ на $1 \pm \theta \ln \frac{1+u}{2}$, то есть если в разложении $P_s(u)$ по степеням s сохранить только линейный член.

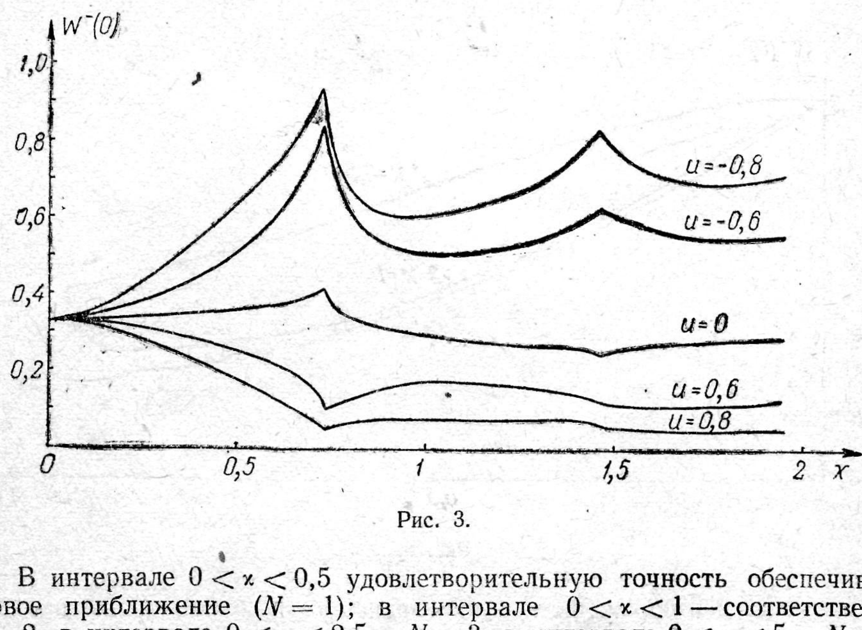

Рис. 3.

В интервале $0 < \varkappa < 0{,}5$ удовлетворительную точность обеспечивает первое приближение ($N = 1$); в интервале $0 < \varkappa < 1$ — соответственно $N = 2$, в интервале $0 < \varkappa < 2{,}5$ — $N = 3$, в интервале $0 < \varkappa < 5$ — $N = 4$.

Ниже приводятся графики зависимости коэффициента отражения для основной волны $W^+(0)$ и коэффициента прохождения для основной волны $W^-(0)$ от параметров задачи. Во всех случаях падающая волна линейно поляризована так, что вектор $\vec{e}$ параллелен плоскости xoy.

Коэффициенты отражения и прохождения подсчитывались по формулам:

$$W^{\pm}(0) = \frac{\gamma \frac{c}{8\pi}\left(\vec{e}^{\pm}(0), \overline{\vec{e}^{\pm}(0)}\right)}{\gamma \frac{c}{8\pi}(\vec{e}, \overline{\vec{e}})},$$

где черта над комплексной величиной обозначает сопряжённую величину.

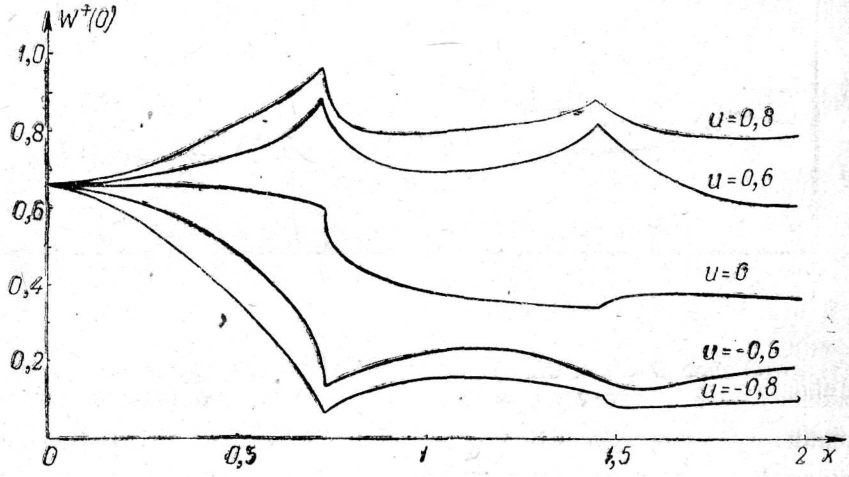

Рис. 4.

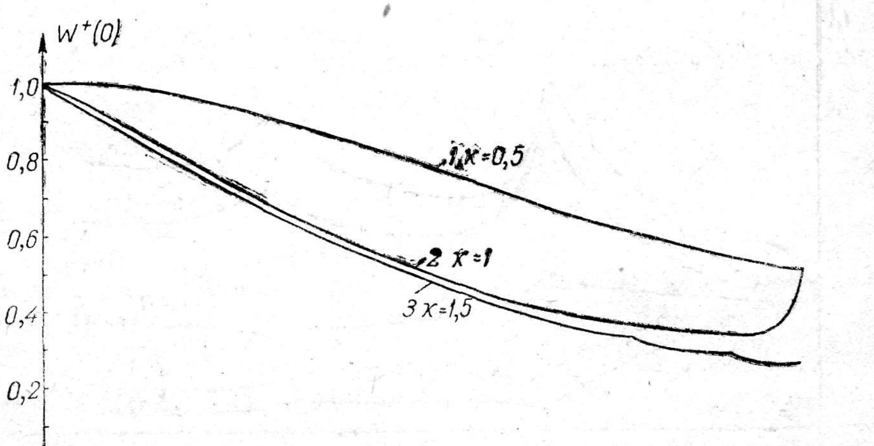

Рис. 5.

На рис. 2 изображены графики зависимости $W^{+}(0)$ и $W^{-}(0)$ от $\varkappa$ при конкретных значениях остальных параметров. Характерные изломы имеют место при тех значениях $\varkappa$, при которых появляется очередная распространяющаяся волна.

Графики на рис. 3 и 4 дают зависимость $W^{+}(0)$ и $W^{-}(0)$ от $\varkappa$ при пяти значениях u $\left(\alpha = \beta = \frac{1}{2};\ \gamma = \frac{1}{\sqrt{2}}\right)$.

Графики на рис. 5 дают зависимость $W^+(0)$ от γ (при $\alpha=\beta$, $u=0$) при трёх значениях $\varkappa$. Резкий скачок кривой 2 $(\varkappa=1)$ при $\gamma=1$ объясняется тем, что при $\gamma<1$, кроме основной волны, есть другие распространяющиеся волны, а при $\gamma=1$ единственной распространяющейся волной является основная.

Пользуюсь случаем выразить глубокую благодарность проф. Марченко В. А. за руководство данной работой. Выражаю благодарность Сузикову Г. В., принимавшему участие в проведении вычислений.

ЛИТЕРАТУРА

1. З. С. Агранович, В. А. Марченко, В. П. Шестопалов. «Ж. техн. физ.», 32, вып. 4, (1962).