П2. Таблицы интегралов.

П2.1. *Сингулярные интегралы.*

$$J(\varphi_0) = \int_0^{2\pi} u(\varphi) ctg \frac{\varphi - \varphi_0}{2} d\varphi$$ $u(\varphi + 2\pi) = u(\varphi)$		
$u(\varphi)$	$J(\varphi_0)$	Номер формулы в тексте
1	*2*	*3*
1	0	2.19
$e^{ik\varphi}$ $k \in Z \setminus \{0\}$	$2\pi i \frac{\lvert k \rvert}{k} e^{ik\varphi_0}$	2.20
$\cos k\varphi$ $k = 0,1,...$	$-2\pi \sin k\varphi_0$	2.22
$\sin k\varphi$ $k \in N$	$2\pi \cos k\varphi_0$	2.23

$$J(\varphi_0) = \int_0^{\pi} \frac{1}{\cos\varphi_0 - \cos\varphi} u(\varphi) d\varphi$$		
1	*2*	*3*
1	0	2.42+2.26
$\cos n\varphi$ $n = 0,1,...$	$-\pi \frac{\sin n\varphi_0}{\sin\varphi_0}$	4.19

$$J(\varphi_0) = \int_0^{\pi} \frac{\sin\varphi}{\cos\varphi_0 - \cos\varphi} u(\varphi) d\varphi$$		
1	*2*	*3*
$\sin n\varphi$ $n \in N$	$\pi \cos n\varphi_0$	2.43+2.29

$$J(\theta_0) = \int_{-l}^{l} u(\theta) ctg \frac{\pi}{2l}(\theta - \theta_0) d\theta$$ $u(\theta + 2l) = u(\theta)$	
$u(\theta)$	$J(\theta_0)$
1	*2*
1	0
$e^{i\lambda_n \theta}$ $\lambda_n = \frac{\pi n}{l}, n \in Z \setminus \{0\}$	$2li \frac{\lvert\lambda_n\rvert}{\lambda_n} e^{i\lambda_n \theta_0}$
$\cos \lambda_n \theta$ $n = 0,1,...$	$-2l \sin \lambda_n \theta_0$
$\sin \lambda_n \theta$ $n \in N$	$2l \cos \lambda_n \theta_0$

$$J(t_0) = \int_{-1}^{1} \frac{u(t)}{t - t_0} \frac{dt}{\sqrt{1 - t^2}}$$ $-1 < t_0 < 1$		
$u(t)$	$J(t_0)$	*3*
1	0	4.20
$T_n(t)$ $n \in N$	$\pi U_{n-1}(t_0)$	4.21

$$J(t_0) = \int_{-1}^{1} \frac{u(t)}{t - t_0} \sqrt{1 - t^2} dt$$ $-1 < t_0 < 1$		
1	*2*	*3*
$U_{n-1}(t)$ $n \in N$	$-\pi T_n(t_0)$	4.27

$J(x_0) = \int\limits_{-\infty}^{\infty} \frac{F(x)dx}{x - x_0}$		
$J(x_0) = \int\limits_{0}^{\infty} \frac{F(x_0 + x) - F(x_0 - x)}{x} dx$		
$F(x)$	$J(x_0)$	з
1	0	П1.2
$e^{i\lambda x}$ $\lambda \in R \setminus \{0\}$	$i\frac{\lvert\lambda\rvert}{\lambda} e^{i\lambda x_0}$	П1.4
$\cos \lambda x$ $\lambda \geq 0$	$-\sin \lambda x_0$	П1.5
$\sin \lambda x$ $\lambda > 0$	$\cos \lambda x_0$	П1.6

П2.2. *Интегралы с логарифмическими ядрами.*

$J(\varphi_0)=\int\limits_0^{2\pi}\ln\left\|\sin\frac{\varphi-\varphi_0}{2}\right\|u(\varphi)d\varphi$		
$J'(\varphi_0)=-\frac{1}{2}\int\limits_0^{2\pi}ctg\frac{\varphi-\varphi_0}{2}u(\varphi)d\varphi$		3.24
$\int\limits_0^{2\pi}\ln\left\|\sin\frac{\varphi-\varphi_0}{2}\right\|u'(\varphi)d\varphi=-\frac{1}{2}\int\limits_0^{2\pi}ctg\frac{\varphi-\varphi_0}{2}u(\varphi)d\varphi$		3.11
$u(\varphi)$	$J(\varphi_0)$	з
1	$-2\pi\ln 2$	3.20
$e^{in\varphi}$ $n=\pm1,\pm2,\ldots$	$-\frac{\pi}{\|n\|}e^{in\varphi_0}$	3.17
$\cos n\varphi$ $n=1,2,\ldots$	$-\frac{\cos n\varphi_0}{n}$	3.18
$\sin n\varphi$ $n=1,2,\ldots$	$-\frac{\sin n\varphi_0}{n}$	3.19

$J(t_0)=\int\limits_{-1}^{1}\ln\|t-t_0\|u(t)\frac{dt}{\sqrt{1-t^2}}$		
$J'(t_0)=-\int\limits_{-1}^{1}\frac{u(t)}{t-t_0}\frac{dt}{\sqrt{1-t^2}}$		4.38
$u(t)$	$J(t_0)$	з
1	$-2\pi\ln 2$	4.31
$T_n(t)$ $n=1,2,\ldots$	$-\frac{\pi}{n}T_n(t_0)$	4.34

П2.3. *Гиперсингулярные интегралы.*

$J(\varphi_0) = \int\limits_0^{2\pi} \frac{u(\varphi)d\varphi}{2\sin^2\frac{\varphi-\varphi_0}{2}}$		
$J(\varphi_0) = \int\limits_0^{2\pi} ctg\frac{\varphi-\varphi_0}{2}u'(\varphi)d\varphi$		6.3
$J(\varphi_0) = \frac{d}{d\varphi_0}\int\limits_0^{2\pi} ctg\frac{\varphi-\varphi_0}{2}u(\varphi)d\varphi$		6.16
$u(\varphi)$	$J(\varphi_0)$	*з*
$e^{ik\varphi}$ $k \in Z$	$-2\pi\|k\|e^{ik\varphi_0}$	6.6
$\cos k\varphi$ $k = 0,1,2,...$	$-2\pi k\cos k\varphi_0$	6.7
$\sin k\varphi$ $k \in N$	$-2\pi k\sin k\varphi_0$	6.8

$J(t_0) = \int\limits_{-1}^{1} \frac{u(t)}{(t-t_0)^2}\sqrt{1-t^2}\,dt$		
$J(t_0) = \int\limits_{-1}^{1} \frac{\left(u(t)\sqrt{1-t^2}\right)'}{t-t_0}dt$		6.22
$J(t_0) = \frac{d}{dt_0}\int\limits_{-1}^{1} \frac{u(t)}{t-t_0}\sqrt{1-t^2}\,dt$		6.26
$u(t)$	$J(t_0)$	*з*
$U_{n-1}(t)$ $n \in \mathrm{N}$	$-\pi n U_{n-1}(t_0)$	6.24