

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО
СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ УССР

К-14038

П 298 842 / 180

ВЕСТНИК

ХАРЬКОВСКОГО
УНИВЕРСИТЕТА

№ 180

РАДИОФИЗИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

В Ы П У С К 8

Основан в 1971 г.

ХАРЬКОВ
ИЗДАТЕЛЬСТВО ПРИ ХАРЬКОВСКОМ
ГОСУДАРСТВЕННОМ УНИВЕРСИТЕТЕ
ИЗДАТЕЛЬСКОГО ОБЪЕДИНЕНИЯ «ВИЩА ШКОЛА»
1979

1. р. 30 к.

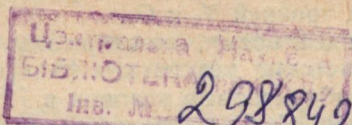


Вестник Харьковского университета, 1979, № 180,3—11317.

10-
10
X,

3.
1.
X,
eta

4,



Е. Д. ИВАНОВ, Л. Ф. ЧЕРНОГОР, канд. физ.-мат. наук

К ТЕМПЕРАТУРНОЙ ЗАВИСИМОСТИ КОЭФФИЦИЕНТА ПЕРЕДАЧИ ЭНЕРГИИ ЭЛЕКТРОНАМИ В НИЖНЕЙ ИОНОСФЕРЕ

Известно, что нагревание и охлаждение электронного газа определяется безразмерным коэффициентом δ , равным относительной доли энергии, теряемой электроном при одном акте соударения с тяжелыми частицами:

$$\frac{d}{dt} (3/2 k T_e) = -\delta \nu (3/2 k T_e - 3/2 k T_{e0}) + I.$$

Здесь $3/2 k T_e$, $3/2 k T_{e0}$ — энергия электрона в возмущенной (подогретой) и невозмущенной среде; ν — частота соударений электронов с тяжелыми частицами; I — источник нагрева электронов.

Величина δ является основополагающей при изучении нагрева (а также охлаждения) электронов естественным или искусственным источником. В частности, δ играет существенную роль в теории нагревных нелинейных эффектов. В настоящее время изучению величины δ и зависимости ее от температуры электронов T_e посвящен ряд работ [1—8], в которых изложены весьма противоречивые результаты. На основе имеющихся данных обсудим зависимость $\delta(T_e)$ и оценим ее влияние на нагрев ионосферной плазмы мощными наземными установками.

В нижней ионосфере $z \lesssim 100$ — 110 км преобладают соударения электронов с N_2 и O_2 . Поскольку соударения неупругие, то δ существенно зависит от T_e . Передаваемая электронами энергия расходуется на возбуждение вращательных уровней N_2 и O_2 (при $T_e \lesssim 1300$ К [7]), а при $T_e \gtrsim 1300$ К также на возбуждение колебательных уровней N_2 и, возможно, O_2 .

До конца 60-х годов считалось, что передача энергии электронами тяжелым частицам в нижней ионосфере обусловлена возбуждением вращательных уровней N_2 [1]. В работах [3, 5] учтен вклад O_2 , в [4] сделан вывод, что $\delta \sim T_e^{-5/2}$. Однако этот результат ненадежен, так как он получен по косвенным данным. В работе [7] отмечено, что роль возбуждения вращательных уровней O_2 не может быть существенной, также получено, что $\delta \sim T_e^{-\beta}$, $\beta \approx 2,5$ т. е. близко к тому, что наблюдалось в [4]. Теоретические расчеты [6] дают зависимость $\delta(T_e)$ с $\beta \approx 1,5$ (а также $\beta \approx \text{const}$ для иной модели) при $T_e \lesssim 400$ К. В [8] проведено исследование зависимости $\delta \nu$ от T_e в широком диапазоне энергий электронов (вплоть до $T_e/T_{e0} \sim 50$),

когда потери обусловлены возбуждением вращательных и колебательных уровней N_2 и O_2 .

В настоящее время, по-видимому, целесообразно использовать теоретические результаты [6, 8], так как трудно сказать насколько лабораторные условия в [7] соответствуют условиям в нижней ионосфере. Используя теоретическую кривую в [8] и учитывая, что

$\nu = \nu_0 \theta^{5/6} \left(\nu = \nu(T_{e0}), \theta = \frac{T_e}{T_{e0}} \right)$, можно рекомендовать следующую аналитическую зависимость $\delta(T_e)$, пригодную при $\theta \leq 30$:

$$\delta \approx \delta_0 (\theta^{-4/3} + 0,014 \theta), \quad (1')$$

где $\delta_0 \approx 5 \cdot 10^{-3}$. Минимальное значение δ имеет место при $\theta \approx 7$, при $\theta \leq 7$ преобладают вращательные потери, а при $\theta \geq 7$ — колебательные.

Стационарный нагрев. При возмущении ионосферы мощной радиоволной уравнение баланса для T_e имеет вид

$$\frac{d\theta}{dt} + \delta(\theta) \gamma(\theta) (\theta - 1) = \gamma \frac{\omega^2 + \gamma_0^2}{(\omega \pm \omega_n)^2 + \gamma^2} \delta_0 \nu(\theta), \quad (1)$$

где $\gamma = \frac{E^2}{E_p^2}$; E, E_p — напряженность греющего и плазменного полей; δ, ν — коэффициент передачи энергии и частота соударений в возмущенной ионосфере; $\delta_0 \nu_0$ — то же в невозмущенной среде; ω, ω_n — частота волны и гирочастота электронов.

Рассмотрим стационарное $\left(\frac{d}{dt} = 0\right)$ возмущение T_e в заданном поле (т. е. без учета самовоздействия волны): $\frac{\delta}{\delta_0}(\theta - 1) = \gamma \frac{\omega^2 + \gamma_0^2}{\Omega^2 + \gamma^2}$, где $\delta = \delta_0 \left(\frac{1}{\theta^{4/3}} + K_1 \theta \right)$; $K_1 = 0,014$; $\Omega = \omega \pm \omega_n$, $\nu = \nu_0 \theta^{5/6}$.

Пусть $\omega, \Omega > \nu$, тогда при $\theta^{-4/3} \gg K_1 \theta$ (т. е. $\theta \leq 3$ и $\gamma_{ef} = \gamma(\omega/\Omega^2 \leq 0,455)$) приближенное решение имеет вид

$$\theta \approx \frac{[(1 - \gamma_{ef})^{1/3} - \gamma_{ef}]^{1/3}}{[(1 - \gamma_{ef})^{1/3} - \gamma_{ef}]^{1/3} - \gamma_{ef}(1 - \gamma_{ef})^{1/9}}. \quad (2)$$

Для $K_1 \theta \gg \frac{1}{\theta}$ ($\theta > 15$) получим $\theta \approx (\gamma_{ef}/K)^{1/2}$.

Если $\omega, \Omega < \nu$, то при $\theta \leq 3$ (а значит $\gamma \leq 3$)

$$\theta = \frac{[(1 + \gamma)^{1/3} + \gamma]^{1/3} + \gamma(1 + \gamma)^{1/9}}{[(1 + \gamma)^{1/3} - \gamma]^{1/3}}, \quad (3)$$

при $\theta \gg 15$ имеем $\theta \approx (\gamma/K_1)^{3/11}$.

Для ионосферных условий представляют интерес формулы (2) и (3), если самовоздействием волны можно пренебречь.

Отметим, что при $f = \frac{\omega}{2\pi} \gtrsim 30$ Мгц, им можно пренебречь прак-

тически при всех существующих мощностях установок. Возмущение T_e при этом, однако, может быть весьма значительным.

Погрешности (2), (3) не превышают соответственно 5 и 2% при $\theta \lesssim 3$.

Нестационарный нагрев. Без учета самовоздействия выражение для $\theta = \theta(t)$ представляется в квадратурах:

$$t = \int_1^{\theta} \frac{d\theta}{\gamma \frac{\omega^2 + \gamma_0^2}{\Omega^2 + \gamma^2} \delta_0 \gamma - \delta \gamma (\theta - 1)}.$$

По аналогии с [9] можно получить приближенное решение (1), справедливое при временах $t < t_{T0} \approx \frac{1}{\delta_0 \nu_0}$ и $t > t_{T0}$:

$$\theta = \frac{\theta_{\infty} \gamma + [\theta_{\infty} (1 - \gamma) - 1] e^{-t/t_{T0}}}{\gamma + [(\theta_{\infty} - 1) - \gamma] e^{-t/t_{T0}}}, \quad (4)$$

где θ_{∞} — стационарное возмущение θ , если можно пренебречь самовоздействием волны, то θ_{∞} дается (2), (3).

Охлаждение электронов. Из (1) при $\gamma = 0$ следует

$$t = - \int_{\theta_m}^{\theta} \frac{d\theta}{\delta \nu (\theta - 1)},$$

где $\theta_m = \theta/t=0$ — начальное возмущение θ . Если $\theta_m \lesssim 3$, то $\delta \nu = \delta_0 \nu_0 \theta^{-1/2}$ и θ дается в неявном виде

$$e^{2\sqrt{\theta} \frac{\sqrt{\theta} - 1}{\sqrt{\theta} + 1}} = e^{2\sqrt{\theta_m} \frac{\sqrt{\theta_m} - 1}{\sqrt{\theta_m} + 1}} e^{-t/t_{T0}}.$$

При произвольных θ_m охлаждение описывается приближенным соотношением:

$$\theta(t) = \frac{1 + (\theta_m t_{Tm}/t_{T0} - 1) e^{-t/t_{T0}}}{1 + (t_{Tm}/t_{T0} - 1) e^{-t/t_{T0}}}, \quad t_{Tm} = \frac{1}{\delta \nu} \Big|_{\theta_m}. \quad (5)$$

Это выражение имеет верные асимптотики при $t < t_{T0}$ и $t > t_{T0}$. Важно отметить, что при $\theta \lesssim 4$, $t_{Tm} > t_{T0}$, т. е. при учете зависимости $\delta(T_e)$ процесс охлаждения электронов замедляется.

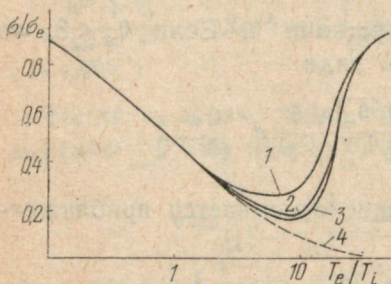
Это подтверждается экспериментально (см. [10, рис. 3, 4]). В работе [10] расчет при $\delta = \delta_0$ дает $(T_e - T_{eo})/T_{eo} \approx 90\%$, а эксперимент $\approx 160\%$, что лучше согласуется с теорией, если учесть, что δ зависит от T_e .

Сопоставление с экспериментом. Экспериментальное исследование возмущения T_e проводилось в Аресибо [10], поэтому данный эксперимент может быть полезным для проверки зависимости $\delta(T_e)$. В качестве греющей установки использовался радиолокатор со следующими параметрами: мощность передатчика $P \approx 1 \div 1,5$ МВт; коэффициент усиления антенны $G \approx 8 \cdot 10^3$; длительность импульса $\tau = 0,5 - 5$ мс; частота $f = 40$ МГц; ширина диаграммы направленности $\Delta\alpha_1 = 2^\circ$.

Для регистрации возмущений T_e применялся радиолокатор некогерентного рассеяния (НР), работающий на длине волны $\lambda = 70$ см, ширина диаграммы направленности $\Delta\alpha_2 = 0^\circ, 2$.

В работе [10] не все экспериментальные данные находятся в согласии с теорией. Особенно существенные различия имеются на высотах ($z \lesssim 85 - 90$ км). В [11] это различие объясняется инерционностью тепловых флуктуаций плотности плазмы. Именно на малых высотах ($z \lesssim 100$ км) учет зависимости $\delta(T_e)$ может привести к значительным различиям в величине возмущений T_e . Для иллюстрации сказанного применительно к эксперименту [10] в таблице представлены результаты рас-

z км	θ			
	$\delta = \delta_0$		$\delta = \delta(T_e)$	
	τ , мс		τ , мс	
	0,5	5	0,5	5
50	3,5	3,5	12,8	12,8
55	3,2	3,2	11,7	11,7
60	2,9	2,9	10,8	10,8
65	2,7	2,7	10,2	10,2
70	2,5	2,5	9,4	9,4
75	2,4	2,4	8,6	8,6
80	2,1	2,2	7,9	8,0
85	1,7	2,1	5,6	7,5
90	1,5	2,0	4,0	6,5
95	1,2	1,6	1,8	3,8
100	1,05	1,35	1,15	2,5
105	1	1,2	1,05	1,7
110	1	1,1	1	1,25
115	1	1,05	1	1,1



Зависимость дифференциального поперечника рассеяния (нормированного на сечение рассеяния свободного электрона σ_e) от отношения T_e/T_i ($\alpha \ll 1$) при отсутствии соударения ионов с нейтралами в изотропной плазме (1 — ион H^+ ; 2 — ион O^+ ; 3 — положительный ион с массой $m_i \approx 30$; 4 — расчет по формуле $\sigma/\sigma_e = (1 + T_e/T_i)^{-1}$).

чета $\theta/t = \tau$ для $\delta = \delta_0$ и $\delta = \delta_0(\theta^{-4/3} + 0,014\theta)$ по формуле (4). Мощность P принималась равной 1,5 МВт, с учетом $\delta(T_e)$ возмущение T_e значительно больше, чем при $\delta = \delta_0$. Чтобы окончательно ответить на вопрос приемлема ли формула (1') в нижней ионосфере нужно поставить специальный эксперимент.

Имеющиеся данные пока единственного эксперимента [10] не позволяют ни подтвердить, ни опровергнуть зависимость (1'), так как метод НР, по-видимому, непригоден для обнаружения значительных (даже стационарных) возмущений T_e ($\theta \gtrsim 3-4$). Действительно, зависимость дифференциального сечения рассеяния в случае изотропной бесстолкновительной ионосферы, приведенная на рисунке, показывает, что $\sigma(T_e)$ слабо изменяется при изменении отношения $T_e/T_i \gtrsim 3$ (T_i — температура ионов). Например, при $\theta=3$ и $\theta=13$ σ принимает одно и то же значение, а при $\theta \sim 7-15$ — $\sigma = \text{const}$. На рисунке представлен случай, когда соударения между частицами отсутствуют и $\alpha = 4\pi D/\lambda \ll 1$ (D — дебаевский радиус). Влияние соударений на величину полной рассеянной мощности (но не на спектр НР сигнала) необходимо учитывать лишь при $z \lesssim 70$ км для $\lambda = 70$ см. Магнитное поле также не может существенно повлиять на σ (исключение составляет случай, когда луч радиолокатора перпендикулярен магнитным силовым линиям и при измерении на больших высотах $z \gtrsim 500$ км). Поэтому можно надеяться, что кривая 3 на рисунке, построенная для иона с массой $m_i \approx 30$ (NO^+ или O_2^+), достаточно хорошо соответствует условиям нижней ионосферы, где метод НР еще применим.

Список литературы: 1. *Smith R. A.* A survey of laboratory data for slow electrons in air, nitrogen and oxygen relevant to wave propagation and wave interaction in the lower ionosphere. — «Cround based radio wave int propagation studies of the lower ionosphere. Conference Proc.», Ottawa, Canada, 1967, vol. 1, p. 62—72. 2. *King J. W.* The energy loss factor for electron collision in the D-region. — «J. Atmos. Terr. Phys.», 1968, vol. 30, p. 459—462. 3. *Mentzoni M. H.* Ionospheric G-factor. — «J. Geophys. Res.», 1968, vol. r3, p. 4444—4445. 4. *Kissick W. A.* A technique for using the disturbing — before wanted interaction experiment to obtain the excess electron energy loss factor. — «Sci. Rep., N 361, Ionosph. Res. Lab., Penn. State University», 1970. 5. *Sharma V. N.* Electron collision frequency, ionospheric G-factor and the electron loss rate parameter in the ionosphere. — «Int. J. Electronics», 1970, vol. 29, N 3, p. 275—279. 6. *Hagenbuch K. M.* Theoretical models for electron energy relaxation in the lower ionosphere. — «J. Geophys. Res.», 1973, vol. 78, N 34, 2, p. 8345—8350. 7. *Dean A. G., Smith D.* Ionospheric implications of recent laboratory determinations of electron temperature relaxation rates. — «J. Atmos. Terr. Phys.», vol. 37, p. 1419—1422. 8. *Гуревич А. В., Милих Г. М., Шлюгер И. С.* Кинетика электронов в низкотемпературной молекулярной плазме (ионосфере). — ЖЭТФ, 1975, т. 69, вып. 5(11), с. 1640—1653. 9. Кроссмодуляция импульсных радиоволн в нижней ионосфере при большой мощности возмущающего импульса. — Изв. вузов. «Радиофизика», 1975, т. 18, № 5, с. 671—681. Авт.: *И. С. Шлюгер, В. В. Васьков, В. С. Князюк, Г. М. Милих.* 10. *Showen R. L.* Artificial heating of the lower ionosphere. — «J. Geophys. Res.», 1972, vol. 77, N 10, p. 1923—1933. 11. *Черногор Л. Ф.* О возможности применения радиолокаторов повышенной мощности для исследования нижней ионосферы и ее динамики методом некогерентного рассеяния. — В кн.: Физика ионосферы. М., «Наука», 1976, с 48—49.

К ВОПРОСУ О ПРОГНОЗИРОВАНИИ ХАРАКТЕРИСТИК КОРОТКИХ ВОЛН НА НАКЛОННЫХ РАДИОЛИНИЯХ

Как известно [1], для наклонных коротких волн (КВ) радиолиний можно считать ионосферу на расстоянии скачка сферически-слоистой изотропной средой. Таблицы долгосрочных прогнозов вертикального профиля электронной концентрации $N(z)$ публикуются для модели в виде отрезков парабол [2]. Использование ЭВМ позволяет расширить традиционный объем прогнозирования характеристик КВ.

Для сферически-слоистой среды определение характеристик КВ сводится к вычислению так называемого рефракционного интеграла [3]:

$$D = 2 \int_a^{r_t} \frac{a^2 \cos \beta_A dr}{r \sqrt{r^2 n^2(r) - a^2 \cos^2 \beta_A}}, \quad (1)$$

где a — радиус Земли; r_t — высота отражения; β_A — полярный угол выхода луча; $n^2 = 1 - \frac{4\pi N e^2}{m \omega^2}$ — квадрат коэффициента

преломления среды (e , m — заряд и масса электрона); ω — рабочая частота; D — расстояние по поверхности Земли между точкой излучения и точкой прихода луча.

Трудность вычисления (1) на ЭВМ связана с тем, что подынтегральная функция стремится к бесконечности при верхнем пределе [3].

В данной работе предлагается способ вычисления (1) для $N(z)$ в виде отрезков парабол.

Запишем $N(r)$ в произвольном слое в виде

$$N(r) = N_M \left(1 - \frac{(r - r_M)^2}{H} \right). \quad (2)$$

Вспомогательная функция $\varphi(r) = r^2 n^2(r)$ [4] имеет экстремальные точки:

$$r_{1,2} = 0, \quad r_{3,4} = r_M + \frac{1}{4} r_M \left[\pm \sqrt{1 - 8 \frac{H}{r_M^2 B} (1 - B) - 1} \right], \quad (3)$$

где

$$B = \frac{4\pi N_M e^2}{m \omega^2}.$$

Анализ $\varphi(r)$ и (3) показал, что для лучей в ионосфере интерес представляет лишь точка, соответствующая минимуму $\varphi(r)$:

$$r_{\min} = r_M + \frac{r_M}{4} \left(\sqrt{1 - 8 \frac{H}{r_M^2 B} (1 - B)} - 1 \right). \quad (4)$$

Определим слой, в котором происходит отражение луча. Если $r_{\min}$ действительное для j -го слоя, то при условии, что

$$r_{\min} \in [r_{j-1}, r_j], \quad (5)$$

где r_j — высота верхней границы j -го слоя; число границ на единицу больше числа слоев, проверяется неравенство

$$\varphi(r_{\min}) < a^2 \cos^2 \beta_A. \quad (6)$$

Если $r_{\min}$ комплексное или не выполняется (5) или (6), то проверяется неравенство

$$\varphi(r_j) < a^2 \cos^2 \beta_A. \quad (7)$$

При выполнении (6) или (7) в j -м слое происходит отражение. Высота отражения r_t определяется из уравнения

$$r^2 n^2(r) - a^2 \cos^2 \beta_A = 0. \quad (8)$$

Решение (8) в аналитическом виде громоздко. Предположив, что ионосфера имеет малую кривизну слоев и, следовательно, известно приближенное решение (8), достаточно близкое к точному, определим r_t методом итерации

$$r_t^{(i)} = r_M - \sqrt{\frac{H}{B}} \sqrt{\left(\frac{a \cos \beta_A}{r_t^{(i-1)}} \right)^2 + B - 1} \quad (i = 1, 2, \dots), \quad (9)$$

где $r_t^{(0)} = r_{j-1}$.

В неотражающих слоях (1) вычисляется обычными методами численного интегрирования. В отражающем слое для вычисления (1) воспользуемся методом вычисления интегралов со степенными особенностями [5]. Выделим в (1) весовую функцию $\left(\frac{r_t - r}{r_t - r_{i-1}} \right)^{-0,5}$ и, заменив переменную $x = \frac{r_t - r}{r_t - r_{i-1}}$, представим его в стандартном виде

$$\int_0^1 x^{-0,5} g(x) dx, \quad (10)$$

где $g(x) = \frac{1}{\sqrt{Ar^3 + Cr^2 + Fr + G}}$ — гладкая функция $r = r_t -$

$$-x(r_t - r_{j-1}), A = \frac{B}{H}, C = A(r_t - 2r_M), F = A(r_t - r_M)^2 + \\ + B - 1, G = Fr_t.$$

Интеграл (10) вычисляется по квадратурным формулам Гаусса

$$\text{с весовой функцией } x^{-0.5} \text{ на интервале } [0,1] \quad I = \sum_{i=1}^M D_i g(x_i),$$

где при заданном количестве узлов M веса D_j и абсциссы x_j определяются по таблицам [6].

Список литературы: 1. Альперт Я. Л. Распространение электромагнитных волн и ионосфера. М., «Наука», 1970. 563 с. 2. Месячный прогноз распространения радиоволн. М., «Наука», 1968—1973. 3. Керблай Т. С., Ковалевская Е. М. О траекториях коротких радиоволн в ионосфере. М., «Наука», 1974. 160 с. 4. Келсо Дж. М. Траектории лучей в ионосфере. — В кн.: Лучевое приближение и вопросы распространения радиоволн. М., «Наука», 1971, с. 9—35. 5. Бахвалов Н. С. Численные методы. Т. 1. М., «Наука», 1975. 631 с. 6. Крылов В. И. Приближенное вычисление интегралов. М., «Наука», 1967. 500 с.

УДК 621.396.671

В. Б. КАЗАНСКИЙ, канд. физ.-мат. наук

ОБ ОДНОМ МЕТОДЕ РАСЧЕТА ЭФФЕКТИВНОГО ПОКАЗАТЕЛЯ ПРЕЛОМЛЕНИЯ

Строгие и приближенные методы расчета эффективного показателя преломления дискретных структур в большинстве случаев требуют решения не всегда простой краевой задачи и сложного алгоритма вычислений. В работе предлагается метод, основанный на использовании эквивалентных граничных условий. Его применение оказывается эффективным для регулярных структур из бесконечного набора совокупностей рассеивателей, для которых известно решение задачи дифракции.

Примером может быть искусственный металлодиэлектрик, образованный параллельно расположенными на расстоянии z периодическими решетками из идеально проводящих брусьев прямоугольного поперечного сечения. Период каждой решетки — l , высота — h ($\delta = h/l$), щель между брусьями — d ($\theta = d/l$).

В структуре распространяется перпендикулярно к решеткам (ось z) плоская монохроматическая волна, длина которой равна λ ($\kappa = l/\lambda$), и вектор напряженности магнитного поля ориентирован вдоль образующих брусьев. Исключая из рассмотрения дифракционные гармоники и отождествляя решетку с однородным изотропным диэлектрическим слоем толщины h , поля в со-

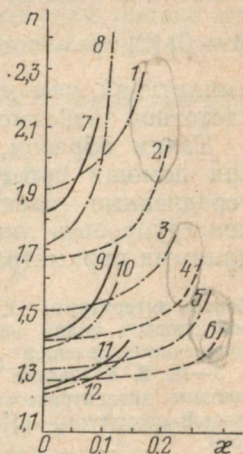
седних областях, разделенных решеткой, можно представить в виде

$$H_x^{(1)} = Ae^{-ik(z-s)} + Be^{ikz}; \quad H_x^{(2)} = \bar{A}e^{-ikz} + Be^{ik(z+s)}; \quad (1)$$

$$E_y^{(1)} = Ae^{-ik(z-s)} - Be^{ikz}; \quad E_y^{(2)} = \bar{A}e^{-ikz} - Be^{ik(z+s)}.$$

Такое представление физически оправдано только в том случае, когда частота достаточно низкая ($\kappa \ll 1$) и решетки расположены на расстоянии, на котором можно пренебречь взаимодействием их по нераспространяющимся дифракционным гармоникам. Периодичность системы вдоль оси z позволяет с помощью теоремы Флоке найти связь между коэффициентами отражения и прохождения через усредненное значение искомой постоянной распространения γ ($\bar{A} = Ae^{-i\gamma s}$, $\bar{B} = Be^{-i\gamma s}$).

Эквивалентные граничные условия для решетки с $\kappa \ll 1$ и $\theta \ll 1$ [1]:



Дисперсионная зависимость эффективного показателя преломления для структуры с $\delta=0,1$ (— — —), $0,5$ (— · —), $1,0$ (— —), $l/s=1,0$, $\theta=0,1$, (7,8), (1,2), 02, (3,4), $0,3$ (5,6); $l/s=2,0$, $\theta=0,1$, (7,8), $0,2$ (9,10), $0,3$ (11,12).

$$E_y^+ - E_y^- = \frac{-i\theta \operatorname{tg} \pi x \delta}{1 + 2x\theta \ln \sin \frac{\pi\theta}{2} \cdot \operatorname{tg} \pi x \delta} (H_x^+ + H_x^-), \quad (2)$$

$$H_x^+ - H_x^- = \frac{1 - 2x\theta \ln \sin \frac{\pi\theta}{2} \operatorname{ctg} \pi x \delta}{i\theta \operatorname{ctg} \pi x \delta} (E_y^+ + E_y^-)$$

определяют однородную алгебраическую систему уравнений относительно коэффициента рассеяния A и B . Из равенства нулю определителя системы находим постоянную распространения (или эффективный показатель преломления $n = \gamma/k$, $k = 2\pi/\lambda$)

$$\gamma s = \arccos \left\{ \cos ks + 2x \ln \sin \frac{\pi\theta}{2} \cdot \sin ks + \frac{\sin 2\pi x \delta}{2\theta} [(a \sin 2\pi x \delta - b \cos 2\pi x \delta) \cos ks - (a \cos 2\pi x \delta + b \sin 2\pi x \delta) \sin ks] \right\}, \quad (3)$$

где

$$a = (1 - \theta)^2 - \left(2x\theta \ln \sin \frac{\pi\theta}{2} \right)^2,$$

$b = 4\pi\theta(1 - \theta) \ln \sin \frac{\pi\theta}{2}$. На рисунке показаны типичные зависимости показателя преломления от частоты, обрыв графиков соответствует верхней границе первой частотной зоны прозрачности.

Из рисунка и формулы (3) следует: 1) существование зон прозрачности, когда выражение в фигурных скобках по модулю больше единицы; 2) периодическая зависимость γs от высоты решетки δ относительно его значения для ленточной решетки ($\delta \rightarrow 0$) [2] $\gamma s = \arccos \left(\cos ks + 2\pi \ln \sin \frac{\pi\theta}{2} \right)$ с тем большей амплитудой, чем меньше ширина щели; 3) большая крутизна частотной зависимости $n(\kappa)$.

Таким образом, используя предлагаемую методику, можно при помощи простых инженерных формул прогнозировать усредненные электродинамические характеристики, а также конструировать линзовые коллиматоры для антенн СВЧ с заданными параметрами.

Список литературы: 1. Сологуб В. Г. Наклонное падение H -поляризованной плоской волны на периодическую решетку из брусьев прямоугольного поперечного сечения. — В кн.: «Радиотехника». Вып. 4. Харьков, 1967, с. 3—10. 2. Казанский В. Б., Литвиненко Л. Н., Шестопалов В. П. Эквивалентные диэлектрические свойства бесконечной двумернопериодической ленточной структуры. — Изв. вузов. Радиофизика, 1973, т. 14, № 10, с. 1554—1569.

УДК 537.533.73

Л. А. СКАЛЬКО, Н. А. ХИЖНЯК, *д-р физ.-мат. наук*

К ВОПРОСУ О ДИФРАКЦИИ ПЛАЗМЕННОЙ ВОЛНЫ НА РЕШЕТКЕ

Известно много способов раскачки интенсивных продольных волн в плазме, однако вывод энергии этих колебаний в свободное пространство встречает трудности. Вопросам трансформации волн посвящено много работ (см., например, [1—2]), но в частности установлено, что для более гибкого управления механизмом трансформации продольных колебаний в поперечные требуются

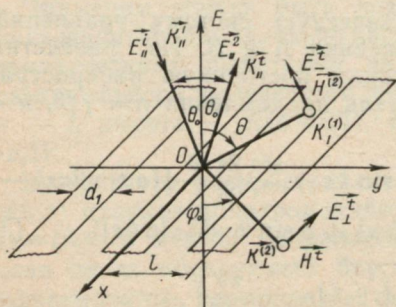


Рис. 1. Наклонное падение плазменной волны на решетку при H -поляризации.

дополнительные параметры. Такие параметры можно получить, располагая на границе плазма—вакуум решетку из идеально проводящих проводников. При этом происходит трансформация и рассеяние волн.

Рассмотрим дифракцию плазменной волны при Н-поляризации. Квазинейтральная плазма с диэлектрической проницаемостью ϵ заполняет верхнее полупространство ($z > 0$). Периодическая решетка расположена в плоскости ХОУ. Ширина металлических лент — d_1 , а период решетки — l . Плазменная волна падает под углом θ_0 . Для простоты решения начало координат выберем в середине одной из металлических лент (рис. 1).

Для этого случая падающая и отраженная плазменные волны опишутся уравнениями [2]

$$\vec{E}'_{||} = \vec{A} \cdot \exp \cdot i k_{||} (\sin \theta_0 y - \cos \theta_0 z); \quad (1)$$

$$\vec{E}^r_{||} = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \vec{R}_n \exp i (h_n^{(1)} y + \gamma_n^{(1)} z), \quad (2)$$

где
$$h_n^{(1)} = \frac{2\pi n}{l} + k_{||} \cdot \sin \theta_0; \quad \gamma_n^{(1)} = \sqrt{k_{||}^2 - h_n^{(1)2}}.$$

Составляющие магнитного поля (отраженной и прошедшей) электромагнитных волн представим соответственно так:

$$H^r_x = \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n \cdot \exp i (h_n^{(2)} y + \gamma_n^{(2)} \cdot z); \quad (3)$$

$$H^t_x = \sum_{n=-\infty}^{\infty} C_n \exp i (h_n^{(3)} y - \gamma_n^{(3)} z), \quad (4)$$

где
$$h_n^{(2)} = \frac{2\pi n}{l} + k_{\perp}^{(1)} \sin \theta; \quad \gamma_n^{(2)} = \sqrt{k_{\perp}^{(1)2} - h_n^{(2)2}}; \quad h_n^{(3)} = 2\pi n/l + k_{\perp}^{(2)} \sin \varphi_0; \quad \gamma_n^{(3)} = \sqrt{k_{\perp}^{(2)2} - h_n^{(3)2}}.$$

Из уравнений Максвелла определяем составляющие электрических полей

$$E^r_{\perp y} = -\frac{1}{k_{\perp}^{(1)} \sqrt{\epsilon}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n \gamma_n^{(2)} \exp i (h_n^{(2)} y + \gamma_n^{(2)} z); \quad (5)$$

$$E^r_{\perp z} = \frac{1}{k_{\perp}^{(1)} \sqrt{\epsilon}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n h_n^{(2)} \exp i (h_n^{(2)} y + \gamma_n^{(2)} z); \quad (6)$$

$$E_{\perp y}^t = \frac{1}{k_{\perp}^{(2)}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \gamma_n^{(3)} \exp i(h_n^{(3)} y - \gamma_n^{(3)} z); \quad (7)$$

$$E_{\perp z}^t = -\frac{1}{k_{\perp}^{(2)}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n h_n^{(3)} \exp i(h_n^{(3)} y - \gamma_n^{(3)} z). \quad (8)$$

Из граничных условий, с учетом законов Снеллиуса, получим соотношения

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n \exp i n \varphi = \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \exp i n \varphi; \quad \frac{\pi d_1}{l} < |\varphi| \leq \pi; \quad (9)$$

$$\cos \theta_0 \left(-A + \sum_{n=-\infty}^{\infty} R_n \exp i n \varphi \right) = \frac{\varepsilon - 1}{k_{\perp}^{(1)} \sqrt{\varepsilon}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n h_n^{(2)} \exp i n \varphi; \quad (10)$$

$$\begin{aligned} \sin \theta_0 \left(A + \sum_{n=-\infty}^{\infty} R_n \exp i n \varphi \right) - \frac{1}{k_{\perp}^{(1)} \sqrt{\varepsilon}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n \gamma_n^{(2)} \exp i n \varphi = \\ = \frac{1}{k_{\perp}^{(2)}} \sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \gamma_n^{(3)} \exp i n \varphi; \end{aligned} \quad (11)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n \gamma_n^{(3)} \exp i n \varphi = 0; \quad |\varphi| < \pi d_1/l, \quad (12)$$

где $\varphi = 2\pi y/l$.

Решая (9) — (11), находим

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} c_n (1 - \alpha_n) \exp i n \varphi = A \beta_0, \quad (13)$$

где

$$\begin{aligned} \alpha_n = -\frac{\gamma_n^{(3)} \varepsilon \cos \theta_0}{\gamma_n^{(2)} \cos \theta_0 + (1 - \varepsilon) h_n^{(2)} \sin \theta_0}; \quad \beta_0 = \sqrt{\varepsilon} \sin 2\theta_0/a; \\ a = \cos \theta \cos \theta_0 + (1 - \varepsilon) \sin \theta \sin \theta_0. \end{aligned}$$

Сделаем замену $c_n (1 - \alpha_n) = B_n$. Тогда (12) и (13) можно записать соответственно

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} B_n |n + \kappa^{(2)} \sin \varphi_0| (1 - \chi_n) \exp i n \varphi = 0; \quad (14)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} B_n \exp in \varphi = A \beta_0, \quad (15)$$

где

$$\begin{aligned} \frac{\gamma_n^{(3)}}{1 - \alpha_n} &= H_0 \frac{2\pi}{l} i |n + \chi^{(2)} \sin \varphi_0| (1 - \chi_n); \quad H_0 = \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{1}{1 - \alpha_n} = \\ &= \frac{i \cos \theta_0 \pm (1 - \varepsilon) \sin \theta_0}{i \cos \theta_0 (1 + \varepsilon) \pm (1 - \varepsilon) \sin \theta_0} \end{aligned}$$

(знак + соответствует случаю $n + \chi^{(1)} \sin \theta > 0$, а знак — случаю, когда $n + \chi^{(1)} \sin \theta < 0$).

Выражение (15) можно преобразовать к виду

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} B_n (n + \chi^{(2)} \sin \varphi_0) \exp in \varphi = A \beta_0 \chi^{(2)} \sin \varphi_0. \quad (16)$$

Делая замену $B_n (n + \chi^{(2)} \sin \varphi_0) = B_n^{(1)}; \chi^{(2)} \sin \varphi_0 A \beta_0 = D; B_n^{(1)} - \delta_{n0} D = Y_n; \delta_{n0} = \begin{cases} 1, & n = 0; \\ 0, & n \neq 0; \end{cases}$

получаем

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} Y_n \exp in \varphi = 0; \quad \frac{\pi d_1}{l} < |\varphi| \leq \pi, \quad (17)$$

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} Y_n \frac{|n + \nu|}{n + \nu} \exp in \varphi = i \chi^{(2)} \cos \varphi_0 A \beta_0 + \sum_{n=-\infty}^{\infty} Y_n \chi_n \frac{|n + \nu|}{n + \nu} \exp in \varphi, \quad (18)$$

где

$\nu = \chi^{(2)} \sin \varphi_0; \chi_0 = 1 + i \operatorname{ctg} \varphi_0; \chi^{(2)} = k_{\perp}^{(2)} l / 2\pi = l / \lambda_0^{(2)}; \lambda_0^{(2)}$ — длина трансформированной волны.

К уравнениям (17) и (18) необходимо добавить уравнение

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} (-1)^n \frac{Y_n}{n + \nu} = 0, \quad (19)$$

которое получается из (15) при подстановке $\varphi = \pi$.

Таким образом, мы получили задачу Римана—Гильберта, решение которой можно записать

$$Y_m = i \chi^{(2)} \cos \varphi_0 A \beta_0 V_m^0 + 2 \sum_{n=0}^i Y_n V_m^n +$$

$$+ \sum_{n=-\infty}^{\infty} Y_n \frac{|n + \nu|}{n + \nu} \chi_n V_m^n + 2CR_m; \quad (m = 0; \pm 1; \pm 2; \dots), \quad (20)$$

где j — целое число, определяемое из условия $j < -\nu < j+1$, R_m , V_m^n определяются формулами (А.5), (А.10) [3]. Теперь необходимо учесть еще дополнительное условие (19). Подставляя (20) в (19), находим

$$0 = ix^{(2)} \cos \varphi_0 A\beta_0 V_\sigma^{01} + 2 \sum_{n=0}^j Y_n V_\sigma^{n1} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} Y_n \frac{|n + \nu|}{n + \nu} \chi_n V_\sigma^{n1} + 2CR_\sigma^1, \quad (21)$$

где R_σ^1 , V_σ^{n1} представлены в следующем виде: $R_\sigma^1 =$

$$= \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-1)^m \frac{R_m}{m + \nu}; \quad V_\sigma^{n1} = \sum_{m=-\infty}^{\infty} (-1)^m \frac{V_m^n}{m + \nu}.$$

Вычисление R_σ^1 , V_σ^{n1} приведено в работе [3].

Уравнения (20), (21) удобны для проведения вычислений на ЭВМ. Для исследования длинноволнового приближения запишем несколько иную форму бесконечной системы линейных уравнений:

$$\sum_{s=-\infty}^{\infty} (\Phi_s - \delta_{sm_0} A\beta_0) \exp is\varphi = 0; \quad (22)$$

$$\sum_{s=-\infty}^{\infty} (\Phi_s - \delta_{sm_0} A\beta_0) |s|/s \exp is\varphi = - \frac{|m_0|}{m_0} A\beta_0 \exp im_0\varphi + \Phi_0 \chi_0 + \sum_{s \neq 0} \Phi_s |s|/s \chi_s \exp is\varphi, \quad (23)$$

где

$$\Phi_s = \frac{B_s(s + \nu_1)}{m_0 + \nu_1}; \quad |\nu_1| < \frac{1}{2}; \quad s = n + m_0; \quad m_0 + \nu_1 = x^{(2)} \sin \varphi_0;$$

$$h_n^{(3)} = 2\pi/l(s + \nu_1); \quad \chi_s = 1 + ils\gamma_s^{(3)}/2\pi|s|(s + \nu_1)H_0; \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \gamma_n^{(3)}/1 - \alpha_n = H_0 2\pi/l i(s + \nu_1) |s|/s.$$

Уравнение (23) можно переписать в виде

$$\Phi_s = \frac{1}{1 - \chi_s \frac{|s|}{s} V_{s-1}^{s-1}} \left[\sum_{\substack{n \neq 0 \\ s \neq 0}} \Phi_n \frac{|n|}{n} \chi_n V_{s-1}^{n-1} - A\beta_0 \left(\frac{|m_0|}{m_0} V_{s-1}^{m_0-1} - \delta_{sm_0} + \delta_{0m_0} P_s \right) + \Phi_0 (P_s + \chi_0 V_{s-1}^{s-1}) \right]. \quad (24)$$

Применяя для решения метод последовательных приближений, находим в длинноволновом приближении с оценкой погрешности

$$\Phi_s = A\beta_0 \left(\delta_{sm_0} - \frac{|m_0|}{m_0} V_{s-1}^{m_0-1} - \delta_{0m_0} \bar{P}_s \right) + \omega_{sm_0} + \Phi_0(P_s + \chi_0 V_{s-1}^{-1} + \omega_s); \quad (25)$$

где

$$\begin{aligned} \left| \omega_{sm_0} \right|_{\substack{s \neq 0 \\ m_0 \neq 0}} &< \frac{A\beta_0 q}{1-q} \max_s \left[\delta_{sm_0} - \frac{|m_0|}{m_0} V_{s-1}^{m_0-1} - \delta_{0m_0} P_s \right] < \\ &< \frac{A\beta_0 q}{1-q} [1 - c \sqrt{1-u^2} \ln(1 + |m_0|)]; \end{aligned}$$

$$u = \cos \frac{\pi d_1}{l}; \quad q = \max_s \sum_{n \neq 0} \frac{|\chi_n| |V_{s-1}^{n-1}|}{\left| 1 - \chi_n \frac{|s|}{s} V_{s-1}^{n-1} \right|}.$$

Из полученных формул можно найти более простые выражения для амплитуд волн дифракционных спектров.

Если учесть, что при $x^{(2)} < 1$; $m_0 = 0$ и при $|v_1| < \frac{1}{2}$ справедливо равенство $P_{v_1}(u) = 1 + v_1 \ln 1 + u/2$, то в нулевом приближении получим

$$B_0 = \frac{A\beta_0}{1 + ix^{(2)} \cos \varphi_0 \ln \frac{1+u}{2}}. \quad (26)$$

Учитывая ранее сделанную замену, определим амплитуду трансформированной волны через решетку в нулевом приближении при $A=1$

$$c_0 = \frac{V \varepsilon \sin 2\theta_0}{\left(1 + ix^{(2)} \cos \varphi_0 \ln \frac{1+u}{2} \right) (a + V \varepsilon \cos \varphi_0 \cos \theta_0)}. \quad (27)$$

Относительное изменение плотности потока энергии дифрагированной волны для случая полной трансформации ($\theta = \pi/2$; $V \varepsilon = v/c$) при $A=1$ будет иметь вид

$$\frac{S_{\perp z}^t}{S_{||}^t} = \frac{1}{1 + \frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}} x^{(1)2} \ln^2 \frac{1+u}{2}; \quad (28)$$

где $x^{(1)} = \frac{k_{\perp}^{(1)} l}{2\pi} = \frac{l}{\lambda_0^{(1)}}$; $\lambda_0^{(1)}$ — длина электромагнитной волны в плазме.

На рис. 2 показано изменение относительного потока дифракционной волны от изменения отношения периода решетки к длине поперечной волны в плазме при различных ε и u .

Из рисунка видно, что лучше проходят более длинные волны. Изменение периода решетки l , а также изменение состоя-

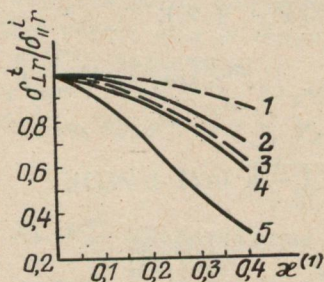


Рис. 2. Зависимость относительного потока дифрагированной волны от частоты при $\varepsilon=0,1$; $u_1=0$; 0,4; $-0,4$ (кривые 4, 2, 5); $\varepsilon=0,3$; $u_1=0$; $-0,4$ (кривые 1, 3).

ния плазмы ε позволяют регулировать вывод высококачественной энергии. Часть энергии трансформированных волн, которая не проходит через решетку, направляется решеткой в плоскости ее расположения. Необходимо отметить, что при предельном переходе ($d_1 \rightarrow 0$, $u \rightarrow 1$) формула (27) принимает вид формулы (7) работы [2].

Список литературы: 1. Ерохин Н. С., Моисеев С. С. Волновые процессы в неоднородной плазме. В кн. Вопросы теории плазмы. Вып. 7. М., 1973, с. 146—204. 2. Говорун Е. Я., Скалько Л. А. О преобразовании плазменной волны на границе плазма—вакуум, т. XLV, вып. 7, 1975, с. 1388—1393. 3. Шестопалов В. П. Метод задачи Римана—Гильберта в теории дифракции и распространения электромагнитных волн. Харьков, изд-во Харьк. ун-та, 1971. 400 с.

УДК 621.371.16

Е. А. СКИРТА

РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА СИСТЕМЕ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИХ ЭЛЛИпсоИДОВ

Прикладное значение задач рассеяния электромагнитных волн на системе фигур вращения велико: теория антенн, техника СВЧ, радиолокация [1, 2].

Различные методы подхода к решению задач взаимодействия нескольких рассеивающих тел описаны в работе [3]. Нами использован метод интегральных уравнений макроскопической электродинамики [4]. Рассеивающие тела представляют собой эллипсоиды с произвольными значениями тензоров диэлектрической $\hat{\varepsilon}$ и магнитной $\hat{\mu}$ проницаемостей, находящиеся в однородной изотропной среде с параметрами ε_1 , μ_1 . Предполагает-

ся, что размеры тел и расстояния между ними меньше длины падающей плоской электромагнитной волны λ .

Определим внутренние и рассеянные поля с учетом взаимного влияния эллипсоидов системы.

Внутреннее поле n -го эллипсоида записывается в виде

$$\begin{aligned} \vec{E}_n(\vec{r}) = & E_0(\vec{r}) + \frac{1}{4\pi} (\text{grad div} + k^2 \epsilon_1 \mu_1) \int_{V_n} \left(\frac{\hat{\epsilon}}{\epsilon_1} - 1 \right) \vec{E}_n \times \\ & \times (\vec{r}_n) \frac{e^{-ik\sqrt{\epsilon_1 \mu_1} |\vec{r}_n - \vec{r}|}}{|\vec{r}_n - \vec{r}|} d\vec{r}_n; \\ & \frac{ik\mu_1}{4\pi} \text{rot} \int_{V_n} \left(\frac{\hat{\mu}}{\mu_1} - 1 \right) \vec{H}_n(\vec{r}_n) \frac{e^{-ik\sqrt{\epsilon_1 \mu_1} |\vec{r}_n - \vec{r}|}}{|\vec{r}_n - \vec{r}|} d\vec{r}_n + \\ & + \sum_m \vec{E}_{mn}(\vec{r}). \end{aligned} \quad (1)$$

Вторичные электрические поля, определяющие взаимодействие m и n -го эллипсоидов, вводим следующим образом:

$$\begin{aligned} \vec{E}_{mn}(\vec{r}) = & \frac{1}{4\pi} (\text{grad div} + k^2 \epsilon_1 \mu_1) \int_{V_m} \left(\frac{\hat{\epsilon}}{\epsilon_1} - 1 \right) \vec{E}_m(\vec{r}_m) \times \\ & \times \frac{e^{ik\sqrt{\epsilon_1 \mu_1} |\vec{r}_m - \vec{r}_n|}}{|\vec{r}_m - \vec{r}_n|} d\vec{r}_m - \frac{ik\mu_1}{4\pi} \text{rot} \int_{V_m} \left(\frac{\hat{\mu}}{\mu_1} - 1 \right) \times \\ & \times \vec{H}_m(\vec{r}_m) \frac{e^{ik\sqrt{\epsilon_1 \mu_1} |\vec{r}_m - \vec{r}_n|}}{|\vec{r}_m - \vec{r}_n|} d\vec{r}_m. \end{aligned} \quad (2)$$

Магнитные поля записываются аналогично с заменой $\hat{\epsilon}$ на $\hat{\mu}$, $\vec{E}$ на $\vec{H}$.

В данных выражениях: $\vec{E}_0$ — амплитуда электрического поля падающей волны; $\vec{r}$ — радиус-вектор точки наблюдения; $\vec{r}_n$ — вектор точки, принадлежащей n -му эллипсоиду; $n = 1, \dots, l$, l — количество рассеивающих тел; $m = 1, \dots, n$, $m \neq n$; V_n —

объем n -го эллипсоида, $V_n = \frac{4}{3} \pi a_n b_n C_n$, a_n, b_n, C_n — полуоси эллипсоидов.

Электрические поля (падающие, вторичные и внутренние), а также функцию источника представим низкочастотным разложением по малому параметру вплоть до $(a/\lambda)^3$. Подставляя полученные ряды в уравнение (1) и сравнивая члены при одинаковых степенях параметра разложения, получаем систему уравнений квазиэлектростатики, определяющих последующие члены разложений через предыдущие.

Приведем выражение для вектора электрического поля в третьем приближении:

$$\begin{aligned}
 E_n^{(3)}(\vec{r}) = & \vec{E}_0^{(3)} + \frac{1}{4\pi} \text{grad div} \int_{V_n} \left(\frac{\hat{\epsilon}}{\epsilon_1} - 1 \right) \frac{\vec{E}_n^{(3)} d\vec{r}}{|\vec{r}_n - \vec{r}|} + \\
 & + \frac{\epsilon_1 \mu_1}{8\pi} \text{grad div} \int_{V_n} \left(\frac{\hat{\epsilon}}{\epsilon_1} - 1 \right) \vec{E}_n^{(1)} |\vec{r}_n - \vec{r}| d\vec{r}_n - \\
 & - \frac{(\epsilon_1 \mu_1)^{3/2}}{24\pi} \text{grad div} \int_{V_n} \left(\frac{\hat{\epsilon}}{\epsilon_1} - 1 \right) \vec{E}_n^{(0)} |\vec{r}_n - \vec{r}|^2 d\vec{r}_n - \\
 & - \frac{\epsilon_1 \mu_1}{4\pi} \int_{V_n} \left(\frac{\hat{\epsilon}}{\epsilon_1} - 1 \right) \vec{E}_n^{(1)} \frac{d\vec{r}_n}{|\vec{r}_n - \vec{r}|} - \frac{\mu_1}{4\pi} \text{rot} \int_{V_n} \left(\frac{\hat{\mu}}{\mu_1} - 1 \right) \vec{H}_1^{(2)} \frac{d\vec{r}_n}{|\vec{r}_n - \vec{r}|} - \\
 & - \frac{\epsilon_1 \mu_1^2}{8\pi} \text{rot} \int_{V_n} \left(\frac{\hat{\mu}}{\mu_1} - 1 \right) \vec{H}_n^{(0)} |\vec{r}_n - \vec{r}| d\vec{r}_n + \sum_m \vec{E}_{mn}^{(3)}(\vec{r}). \quad (3)
 \end{aligned}$$

Рассеянные поля определяются электрическим и магнитным потенциалами Герца: $\vec{E}_{\text{расс}} = (\text{grad div} + k^2 \epsilon_1 \mu_1) \vec{\Pi}^{(э)} - ik \mu_1 \text{rot} \vec{\Pi}^{(м)}$, $\vec{H}_{\text{расс}} = (\text{grad div} + k^2 \epsilon_1 \mu_1) \vec{\Pi}^{(м)} + ik \epsilon_1 \text{rot} \vec{\Pi}^{(э)}$, где $\vec{\Pi}^{(э)}$ и $\vec{\Pi}^{(м)}$ выражаются через известные внутренние поля системы.

Ближнее поле рассеяния находим, разлагая потенциалы Герца в ряд по малому параметру задачи.

Электрический потенциал Герца выражается следующим квазистатическим рядом:

$$\vec{\Pi}_0^{(э)}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_{V_n} \left(\frac{\hat{\epsilon}}{\epsilon_1} - 1 \right) \vec{E}_n^{(0)} \frac{d\vec{r}_n}{|\vec{r}_n - \vec{r}|} + \frac{1}{4\pi} \sum_m \int_{V_m} \left(\frac{\hat{\epsilon}}{\epsilon_1} - 1 \right) \times$$

$$\vec{E}_m^{(0)} \frac{d\vec{r}_m}{|\vec{r}_m - \vec{r}_n|};$$

$$\vec{\Pi}_1^{(s)}(r) = \frac{1}{4\pi} \int_{\vec{V}_n} \left(\frac{\hat{\varepsilon}}{\varepsilon_1} - 1 \right) \vec{E}_n^{(1)} \frac{d\vec{r}_n}{|\vec{r}_n - \vec{r}|} + \frac{1}{4\pi} \sum_m \int_{\vec{V}_n} \times \\ \times \left(\frac{\hat{\varepsilon}}{\varepsilon_1} - 1 \right) \vec{E}_m^{(1)} \frac{d\vec{r}_m}{|\vec{r}_m - \vec{r}_n|};$$

$$\vec{\Pi}_2^{(s)}(r) = \frac{1}{4\pi} \int_{\vec{V}_n} \left(\frac{\hat{\varepsilon}}{\varepsilon_1} - 1 \right) \vec{E}_n^{(2)} \frac{d\vec{r}_n}{|\vec{r}_n - \vec{r}|} + \\ + \frac{\varepsilon_1 \mu_1}{8\pi} \int_{\vec{V}_n} \left(\frac{\hat{\varepsilon}}{\varepsilon_1} - 1 \right) \vec{E}_n^{(0)} |\vec{r}_n - \vec{r}| d\vec{r}_n + \frac{1}{4\pi} \sum_m \int_{\vec{V}_m} \left(\frac{\hat{\varepsilon}}{\varepsilon_1} - 1 \right) \times \\ \times \vec{E}_m^{(2)} \frac{d\vec{r}_m}{|\vec{r}_m - \vec{r}_n|} + \frac{\varepsilon_1 \mu_1}{8\pi} \sum_m \int_{\vec{V}_m} \left(\frac{\hat{\varepsilon}}{\varepsilon_1} - 1 \right) \vec{E}_m^{(2)} \frac{d\vec{r}_m}{|\vec{r}_m - \vec{r}_n|};$$

$$\vec{\Pi}_3^{(s)}(\vec{r}) = \frac{1}{4\pi} \int_{\vec{V}_n} \left(\frac{\hat{\varepsilon}}{\varepsilon_1} - 1 \right) \vec{E}_n^{(3)} \frac{d\vec{r}_n}{|\vec{r}_n - \vec{r}|} + \frac{\varepsilon_1 \mu_1}{8\pi} \int_{\vec{V}_n} \left(\frac{\hat{\varepsilon}}{\varepsilon_1} - 1 \right) \vec{E}_n^{(1)} \times \\ \times |\vec{r}_n - \vec{r}| d\vec{r}_n - \frac{\varepsilon_1 \mu_1}{24\pi} \int_{\vec{V}_n} \left(\frac{\hat{\varepsilon}}{\varepsilon_1} - 1 \right) \vec{E}_n^{(0)} \times |\vec{r}_n - \vec{r}|^2 d\vec{r}_n + \\ + \frac{1}{4\pi} \sum_m \int_{\vec{V}_m} \left(\frac{\hat{\varepsilon}}{\varepsilon_1} - 1 \right) \vec{E}_m^{(3)} \frac{d\vec{r}_m}{|\vec{r}_m - \vec{r}_n|} + \frac{\varepsilon_1 \mu_1}{8\pi} \sum_m \int_{\vec{V}_m} \left(\frac{\hat{\varepsilon}}{\varepsilon_1} - 1 \right) \times \\ \times \vec{E}_m^{(1)} |\vec{r}_m - \vec{r}_n| d\vec{r}_m - \frac{\varepsilon_1 \mu_1}{24\pi} \sum_m \int_{\vec{V}_m} \left(\frac{\hat{\varepsilon}}{\varepsilon_1} - 1 \right) \vec{E}_m^{(0)} |\vec{r}_m - \vec{r}_n|^2 d\vec{r}_m. \quad (4)$$

Аналогично определяется и магнитный потенциал Герца.

По известному внутреннему полю можно построить рассеянное поле в волновой зоне, представляя $\vec{\Pi}^{(s)}$ и $\vec{\Pi}^{(m)}$ в виде разложения по мультиполям [4].

Определим структуру внутренних полей системы рассеивающих тел. В нулевом приближении поля будем искать в следующем виде:

$$\vec{E}_n(\vec{r}) = \vec{E}_0^{(0)} + \Delta \vec{E}_n(\vec{r}_n), \quad (5)$$

где $\vec{E}_0^{(0)}$ — поле падающей электромагнитной волны, а второе слагаемое определяется влиянием $(n-1)$ эллипсоидов на рассматриваемый. Интегралы по объему в уравнениях (3) и (4) после векторных преобразований можно выразить через внутренние и внешние потенциалы эллипсоидов, определяемые полиномами различных степеней. Поэтому для вычисления поля, описываемого уравнением (5), воспользуемся известным выражением внешнего потенциала:

$$u[r] = 2\pi abc [I_{000}(s) - I_{100}(s)x^2 - I_{010}(s)y^2 - I_{001}(s)z^2],$$

$$I_{000}(s) = \int_s^\infty \frac{du}{R(u)}; \quad I_{100}(s) = \int_s^\infty \frac{du}{(a^2 + u)R(u)};$$

$$I_{010}(s) = \int_s^\infty \frac{du}{(b^2 + u)R(u)}; \quad I_{001}(s) = \int_s^\infty \frac{du}{(c^2 + u)R(u)};$$

$$R^2(u) = (a^2 + u)(b^2 + u)(c^2 + u),$$

s — наибольший корень характеристического уравнения

$$\frac{x^2}{a^2 + s} + \frac{y^2}{b^2 + s} + \frac{z^2}{c^2 + s} = 1.$$

При $s=0$ получаем внутренние потенциалы эллипсоидов.

Подставляя (5) в исходное интегральное уравнение для поля, после векторных преобразований, получим $3 \times n$ уравнений для определения внутренних полей n рассеивающих тел. Эффективность данного метода покажем на примере системы трех эллипсоидов. Проводя вычисления согласно изложенной методике, находим компоненты внутренних полей первого эллипсоида:

$$\begin{aligned} E_{1x}^{(0)} &= \frac{1}{(1 + \epsilon_2 I_{100}^{(1)})} [E_{0x}^{(0)} - \epsilon_2 E_{2x}^{(0)} I_{100}^{(s)} - \\ &- \epsilon_2 E_{3x}^{(0)} I_{100}^{(s)'}], \quad E_{1y}^{(0)} = \frac{1}{(1 + \epsilon_2 I_{010}^{(1)})} [E_{0y}^{(0)} - \epsilon_2 E_{2y}^{(0)} \times \\ &\times I_{010}^{(s)} - \epsilon_2 E_{3y}^{(0)} I_{010}^{(s)'}], \end{aligned} \quad (6)$$

$$E_{1z}^{(0)} = \frac{1}{(1 + \varepsilon_2 I'_{001})} [E_{0z}^{(0)} - \varepsilon_2 E_{2z}^{(0)} I'_{001}(s) - \varepsilon_2 E_{3z}^{(0)} I''_{001}(s)]; \quad (6)$$

второго эллипсоида:

$$E_{2x}^{(0)} = \frac{1}{(1 + \varepsilon_2 I''_{100})} [E_{0x}^{(0)} - \varepsilon_2 E_{1x}^{(0)} I'_{100}(s) - \varepsilon_2 E_{3x}^{(0)} I'''_{100}(s)],$$

$$E_{2y}^{(0)} = \frac{1}{(1 + \varepsilon_2 I'_{010})} [E_{0y}^{(0)} - \varepsilon_2 E_{1y}^{(0)} I'_{010}(s) - \varepsilon_2 E_{3y}^{(0)} I'''_{010}(s)],$$

$$E_{3z}^{(0)} = \frac{1}{(1 + \varepsilon_2 I'_{010})} [E_{0z}^{(0)} - \varepsilon_2 E_{1z}^{(0)} I'_{001}(s) - \varepsilon_2 E_{3z}^{(0)} I'''_{001}(s)]; \quad (7)$$

третьего

$$E_{3x}^{(0)} = \frac{1}{(1 + \varepsilon_2 I'''_{100})} [E_{0x}^{(0)} - \varepsilon_2 E_{1x}^{(0)} I'_{100}(s) - \varepsilon_2 E_{2x}^{(0)} I''_{100}(s)];$$

$$E_{3y}^{(0)} = \frac{1}{(1 + \varepsilon_2 I'''_{010})} [E_{0y}^{(0)} - \varepsilon_2 E_{1y}^{(0)} I'_{010}(s) - \varepsilon_2 E_{2y}^{(0)} I''_{010}(s)];$$

$$E_{3z}^{(0)} = \frac{1}{(1 + \varepsilon_2 I'''_{001})} [E_{0z}^{(0)} - \varepsilon_2 E_{1z}^{(0)} I'_{001}(s) - \varepsilon_2 E_{2z}^{(0)} I''_{001}(s)], \quad (8)$$

где $\varepsilon_2 = \left(\frac{\varepsilon}{\varepsilon_1} - 1 \right)$, количество штрихов у эллиптических ин-

тегралов означает порядковый номер рассеивающего тела. Слагаемые со знаком минус в (6)–(8) определяют влияние двух других эллипсоидов на рассматриваемый. Полагая, например в (6), эти слагаемые равными нулю, получим выражения компонент внутренних полей, приведенные в [5], для одного малого эллипсоида. Если рассеивающими телами являются сфероиды, то эллиптические интегралы определяются через элементарные функции и выражения для компонент полей приобретают простой вид.

Анализ полей более высоких порядков разложения по малому параметру позволит приблизиться к размерам эллипсоидов, сравнимых с λ , что имеет большое практическое значение. Чтобы найти поля в первом приближении, представим поле падающей волны и внутренние поля линейными функциями координат. Для определения неизвестных коэффициентов разложения получим систему $9 \times n$ уравнений. Во втором приближении поля представим квадратичными функциями координат и получим систему $21 \times n$ уравнений, и в третьем

приближении — $39 \times n$ уравнений, полагая поля кубическими функциями координат. Приближения первого и более высоких порядков анализируются численными методами на ЭВМ.

В заключение выражаю благодарность Н. А. Хижняку за постоянное внимание к работе и полезные советы.

Список литературы: 1. *Kominami M. and Rokushima K. A. Simplified vntegral Eguation for Thin—Wire Antenna and Scatterer.* — «The Trans of the nst. of Electr. and Commun. Eng. of Janan», 1976, vol. 59-B, W 5, p. 267—274. 2. *Twersky V. Rayleigh scattering.* — «Appl Optics», 1964. vol. 3, p. 1150—1162. 3. *Иванов Е. А. Дифракция электромагнитных волн на двух телах.* Минск, «Наука и техника», 1966. 584 с. 4. *Хижняк Н. А. Функция Грина уравнений Максвелла для неоднородных сред.* — ЖТФ, 1958, т. 28, вып. 7, с. 1592—1609. 5. *Лысенко О. Е., Хижняк Н. А. Рассеяние электромагнитных волн на малом диэлектрическом эллипсоиде произвольной анизотропии с точностью до величин $(a/\lambda)^2$ включительно.* — «Изв. вузов. Радиофизика», 1968, № 4, с. 559—565.

УДК 621.396.01+517.928

В. А. ПЕТЛЕНКО

АСИМПТОТИЧЕСКОЕ РЕШЕНИЕ ИНТЕГРАЛЬНОГО УРАВНЕНИЯ ТОНКОЙ АНТЕННЫ

Определение функции распределения тока вдоль электрически тонкой проволочной антенны сводится, как известно, к решению интегрального уравнения тонкой антенны

$$\left(\frac{d^2}{ds^2} + k^2 \right) \int_{-L}^L J(s') \frac{e^{-ikR}}{R} ds' = -i\omega E_{0s}(s), \quad (1)$$

в котором $E_{0s}(s)$ — касательная составляющая стороннего электрического поля вблизи поверхности антенны; $R = \sqrt{(s-s')^2 + r_e^2}$, r_e — эквивалентный радиус антенны ($kr_e \ll$

1); $2L$ — длина антенны; s — продольная координата, а $J(s')$ — ток в антенне, удовлетворяющий условиям

$$J(L) = J(-L) = 0. \quad (2)$$

Несмотря на то, что за последние годы уравнение (1) решено численными методами на ЭВМ, приближенные аналитические решения, которые продолжают искать и до настоящего времени, представляют несомненный интерес. Среди различных методов, применявшихся для решения уравнения тонкой антенны, отметим лишь те, которые предполагают наличие малого параметра [1—3].

В данной работе, интегральное уравнение (1) приведено к интегро-дифференциальному уравнению с малым параметром,

которое исследовано методом усреднения [4]. Это позволило получить асимптотическое выражение для тока, справедливое для настроенной и ненастроенной антенн при произвольном возбуждении.

Представим интеграл в уравнении (1) следующим образом:

$$\int_{-L}^L J(s') \frac{e^{-ikR}}{R} ds' = \Omega(s) J(s) + \int_{-L}^L \frac{J(s') e^{-ikR} - J(s)}{R} ds',$$

где $\Omega(s) \equiv \int_{-L}^L \frac{ds'}{R}$. Функция $\Omega(s)$ существенно отличается от

своего максимального значения в центре антенны $\Omega_0 = 2 \ln \frac{L}{r_e}$ лишь вблизи ее концов [5], где ток равен нулю. Поэтому, полагая $\Omega(s) \approx \Omega_0$, уравнение (1) запишем в виде

$$\frac{d^2 J(s)}{ds^2} + k^2 J(s) = -\frac{1}{\Omega_0} \{i\omega E_{0s}(s) + F_0[J(s)]\}, \quad (3)$$

где $F_0[J(s)]$ — интегро-дифференциальный оператор, равный собственному полю антенны за вычетом квазистационарного члена. Учитывая (2), его можно представить в виде

$$F_0[J(s)] = \left[J(s) \frac{d}{ds} \left(\frac{1}{R} \right) + 2 \frac{dJ(s)}{ds} \frac{1}{R} - \frac{dJ(s')}{ds'} \frac{e^{-ikR}}{R} \right]_{-L}^L + \\ + \int_{-L}^L \left\{ \left[\frac{d^2 J(s')}{ds'^2} + k^2 J(s') \right] e^{-ikR} - \left[\frac{d^2 J(s)}{ds^2} + k^2 J(s) \right] \right\} \frac{ds'}{R}.$$

Чтобы воспользоваться методом усреднения, необходимо уравнение (3) привести к стандартному виду. Для этого выполним следующую замену переменных:

$$J(s) = A(s) \cos ks + B(s) \sin ks, \quad \frac{dJ(s)}{ds} = -A(s) k \sin ks + \\ + B(s) k \cos ks. \quad (4)$$

Подставляя (4) в (3), найдем уравнения для определения $A(s)$ и $B(s)$

$$\frac{dA(s)}{ds} = -\frac{\alpha}{k} \{i\omega E_{0s}(s) + F_0[A(s) \cos ks + B(s) \sin ks]\} \sin ks, \\ \frac{dB(s)}{ds} = +\frac{\alpha}{k} \{i\omega E_{0s}(s) + F_0[A(s) \cos ks + B(s) \sin ks]\} \cos ks, \quad (5)$$

где $\alpha = -\frac{1}{\Omega_0}$ — малый параметр. Система уравнений (5)

полностью эквивалентна уравнению (3) и является, очевидно, системой интегро-дифференциальных уравнений, не разрешенных относительно производной. Согласно [4] системе (5) поставим в соответствие систему дифференциальных уравнений, которую подвергнем частичному усреднению по явно входящей переменной s . В результате получим усредненную систему в виде

$$\begin{aligned}\frac{d\bar{A}(s)}{ds} &= -\alpha \left\{ \frac{i\omega}{k} E_{0s} + F_0[\bar{A}, \bar{B}] \right\} \sin ks, \\ \frac{d\bar{B}(s)}{ds} &= +\alpha \left\{ \frac{i\omega}{k} E_{0s}(s) + F_0[\bar{A}, \bar{B}] \right\} \cos ks,\end{aligned}\quad (6)$$

$$\begin{aligned}F_0[\bar{A}, \bar{B}] [\bar{A}(L) \sin kL - \bar{B}(L) \cos kL] \frac{e^{-ik\sqrt{(s-L)^2 + r_e^2}}}{\sqrt{(s-L)^2 + r_e^2}} + \\ + [\bar{A}(-L) \sin kL + \bar{B}(-L) \cos kL] \frac{e^{-ik\sqrt{(s+L)^2 + r_e^2}}}{\sqrt{(s+L)^2 + r_e^2}}\end{aligned}$$

представляет собой в первом приближении собственное поле антенны. Решая уравнения (6) и подставляя найденные значения $\bar{A}(s)$ и $\bar{B}(s)$ в (4), получим ток в антенне:

$$\begin{aligned}J(s) = \bar{A}(-L) \cos ks + \bar{B}(-L) \sin ks + \alpha \int_{-L}^L \left\{ \frac{i\omega}{k} E_{0s}(s') + \right. \\ \left. + F_0[\bar{A}, \bar{B}] \right\} \sin k(s-s') ds'.\end{aligned}\quad (7)$$

Для определения постоянных $\bar{A}(L)$, $\bar{B}(L)$, $\bar{A}(-L)$, $\bar{B}(-L)$ необходимо кроме краевых условий (2) использовать условия симметрии [5], которые однозначно связаны со способом возбуждения антенны.

В качестве примера рассмотрим симметричное возбуждение: $J(s) = J(-s)$. Тогда ток в антенне с точностью до членов порядка α^2 получим в виде

$$\begin{aligned}J(s) = -\alpha \frac{i\omega/k}{\sin 2kL + \alpha P_s(kr_e, 2kL)} \left\{ \sin k(L-s) \int_{-L}^L E_{0s}(s') \times \right. \\ \left. \times \sin k(L+s') ds' + \sin k(L+s) \int_s^L E_{0s}(s') \sin k(L-s') ds' \right\},\end{aligned}\quad (8)$$

где $P_s(kr_e, 2kL) = \sin 2kL [C_{ci}(kr_e, 2kL) - iSc(kr_e, 2kL)] + 2 \sin^2 kL [Cs(kr_e, 2kL) - iSs(kr_e, 2kL)];$

C_{ci}, S_{ci}, C_s, S_s — обобщенные интегральные функции, таблицы которых приведены в [5]. Полученное асимптотическое выражение для тока, в отличие от известной формулы Леонтовича и Левина [3], справедливо для настроенной ($\sin 2kL=0$) и не настроенной ($\sin 2kL \neq 0$) антенн. В этом легко убедиться рассматривая сосредоточенное возбуждение антенны в точке $s=0$. Для этого случая $E_{os}(s) = V_0 \delta(s)$ и ток в антенне принимает вид

$$J(s) = -\alpha V_0 \frac{i\omega/2k \sin k(L-|s|)}{\cos kL + \alpha P_s(kr_e, 2kL)}, \quad (9)$$

где $P_s(kr_e, 2kL) = \cos kL [C_{ci}(kr_e, 2kL) - iS_{ci}(kr_e, 2kL)] + \sin kL [C_s(kr_e, 2kL) - iS_s(kr_e, 2kL)]$.

Выражение (9) совпадает с итерационной формулой Халлена первого приближения [2] с тем отличием, что функция $P_s(kr_e, 2kL)$ выражается не через обычные интегральные синусы и косинусы, а через обобщенные, что дает возможность более точно учесть геометрические размеры антенны.

Если антенна возбуждается однородной плоской волной (нормальное падение), то полагая $E_{os}(s) = E_0$, получим вариационную формулу Тая [6]

$$J(s) = \alpha E_0 \frac{i\omega/k (\cos kL - \cos ks)}{\cos kL + \alpha P_s(kr_e, 2kL)} \quad (10)$$

для тока в цилиндрическом проводе.

Таким образом, применение метода усреднения для решения интегрального уравнения тонкой антенны позволило уже в первом приближении учесть собственное поле антенны (функция $P_s(kr_e, 2kL)$), которое оказывает существенное влияние на распределение тока вдоль антенны, особенно при резонансе. Вычисление дальнейших приближений приводит к довольно сложным и громоздким выражениям, которые, однако, не дают заметного вклада в (8) для не слишком длинных антенн.

В заключение автор выражает благодарность проф. Н. А. Хижняку за постоянный интерес к работе и ценные указания.

Список литературы: 1. Hallen E. Theoretical investigation into transmitting and receiving antennae. — Nova Acta (Ups), 1938, ser. 4, vol. 11, p. 1—44. 2. King R. W. P., Harrison C. W. The distribution of current along a symmetrical center-driven antenna. — Proc. IRE, 1943, vol. 31, № 10, p. 548—567. 3. Леонтович М. А., Левин М. Л. К теории возбуждения колебаний в вибраторах антенн. — «Журн. тех. физики», 1944, т. 14, № 9, с. 481—506. 4. Филатов А. Н. Асимптотические методы в теории дифференциальных и интегро-дифференциальных уравнений. ФАН, 1974. 216 с. 5. King R. W. P. Theory of Liner antennas. Cambr—Mass, 1956. 912 p. 6. Tai C. T. Electromagnetic back-scattering from cylindrical wires. — J. Appl. Phys., 1952, vol. 23, № 8, p. 909—916.

К ТЕОРИИ ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ВИБРАТОРНОЙ АНТЕННЫ

Рассматривается задача о возбуждении цилиндрической антенны, представляющей собой два соосных полубесконечных закритических волновода одного и того же диаметра, разделенных зазором. Эта задача представляет интерес для исследования антенных вибраторов. Возбуждение производится продольным электрическим диполем, расположенным на оси волноводов, с моментом, гармонически меняющимся во времени (по закону $e^{-i\omega t}$).

Задача обладает аксиальной симметрией. Введем цилиндрическую систему координат ρ, φ, z с осью Oz , совпадающей с осью волноводов и центром O , равноудаленным от кромок. Пусть d — ширина щели, $2a$ — диаметр волновода, p — величина момента диполя, и диполь помещен на оси Oz в точке $z=z_0$, $\rho=0$. Электрический диполь возбуждает в свободном пространстве электромагнитное поле $\vec{E}^0, \vec{H}^0$, которое может быть определено через его электрический вектор Герца $\vec{P}^0 = p \vec{e}_z \frac{e^{ikR}}{R}$ по формулам:

$$\vec{E}^0 = \text{grad div } \vec{P}^0 + k^2 \vec{P}^0, \quad (1)$$

$$\vec{H}^0 = ik \text{ rot } \vec{P}^0.$$

Здесь $R = \sqrt{\rho^2 + (z - z_0)^2}$ — расстояние от источника до точки наблюдения. При таком возбуждении дифрагированное поле $\vec{E}^1, \vec{H}^1$, обусловленное присутствием в пространстве двух идеально проводящих волноводов, может быть определено по формулам (1), если известен его электрический вектор Герца $\vec{P}^1$, имеющий отличную от нуля составляющую P^1 только по оси Oz .

При этом функция P^1 в любой области пространства, не содержащей волноводов, должна удовлетворять однородному уравнению Гельмгольца $\Delta P + k^2 P = 0$ и следующим условиям: 1) граничному условию обращения в нуль тангенциальной составляющей вектора полного электрического поля $\vec{E} = \vec{E}^0 + \vec{E}^1$ на стенках волноводов; 2) условию конечности энергии в любой ограниченной области пространства; 3) условию излучения в форме принципа предельного поглощения.

Электродинамическая задача в такой постановке имеет единственное решение. Искать его будем с помощью преобра-

зования Фурье по продольной координате. Функцию $\Pi^1(\rho, z)$ можно тогда представить в виде

$$\vec{\Pi}^1(\rho, z) = \frac{p}{a} \vec{e}_z \int_{-\infty}^{\infty} x(s) \begin{Bmatrix} H_0^{(1)}(g) I_0\left(g \frac{\rho}{a}\right) \\ I_0(g) H_0^{(1)}\left(g \frac{\rho}{a}\right) \end{Bmatrix} e^{is \frac{z}{a}} ds.$$

Здесь и далее в фигурные скобки следует заключить верхнюю строчку при $\rho \leq a$ и нижнюю при $\rho \geq a$; $I_0(g)$, $H_0^{(1)}(g)$ — функции Бесселя 1 и 3-го рода соответственно; $g = \sqrt{\kappa^2 - s^2}$,

причем взята та ветвь корня, для которой $\text{Im}g > 0$ при $|s| \rightarrow \infty$ вдоль вещественной оси; $\kappa = ka$; k — волновое число.

Неизвестная функция $x(s)$ в этом представлении с точностью до постоянного множителя есть преобразование Фурье плотности поверхностного тока на металле:

$$j_z = -\frac{c\chi p}{2\pi^2 a^3} \int_{-\infty}^{\infty} x(s) e^{is \frac{z}{a}} ds \quad (2)$$

и, следовательно, полностью определяет все характеристики рассеянного поля.

Обращение в нуль тангенциальной составляющей полного электрического поля на поверхности волноводов и отсутствие токов на щели приводят к следующей системе парных интегральных уравнений, которой должна удовлетворять искомая функция $x(s)$:

$$\int_{-\infty}^{\infty} x(s) g^2 I_0(g) H_0^{(1)}(g) e^{is \frac{z}{a}} ds = -\frac{ip}{2} \int_{-\infty}^{\infty} g^2 H_0^{(1)}(g) e^{i \frac{s}{a}(z-z_0)} ds, \quad (3)$$

$$|z| > \frac{d}{2} \int_{-\infty}^{\infty} x(s) e^{is \frac{z}{a}} ds = 0, \quad |z| < \frac{d}{2}.$$

Для нахождения решения системы (3) удобно свести ее на основе метода, предложенного в работах [1, 2], к эквивалентному интегральному уравнению Фредгольма 2-го рода. С этой целью, полагая

$$x(s) = \frac{y(s)}{g^2 I_0(g) H_0^{(1)}(g)} - \frac{i p e^{-is \frac{z_0}{a}}}{2 I_0(g)} \quad (4)$$

и учитывая, что

$$\frac{1}{g^2 I_0(g) H_0^{(1)}(g)} = \frac{\pi}{i|s|} [1 - \varepsilon(s)], \quad \varepsilon(s) = O(s^{-2}),$$

$$|s| \rightarrow \infty$$

из (3) приходим к следующему эквивалентному интегральному уравнению Фредгольма 2-го рода:

$$y(s) = \eta \int_{-\infty}^{\infty} y(t) \frac{|t|}{t} \varepsilon(t) V_{\eta s}^{\eta t} dt - \frac{\eta p}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{te^{-\frac{t}{a} z_0}}{I_0(g)} V_{\eta s}^{\eta t} dt + C I_0(\eta s)$$

с дополнительным условием

$$\int_{-\infty}^{\infty} \frac{y(s) ds}{g^2 I_0(g) H_0^{(1)}(g)} = -\frac{ip}{2} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{e^{-is \frac{z_0}{a}}}{I_0(g)} ds = 2C_1.$$

Здесь $\eta = \frac{d}{2a}$, $V_{\lambda}^{\mu} = \frac{\lambda}{2(\mu - \lambda)} [I_0(\lambda) I_1(\mu) - I_0(\mu) I_1(\lambda)]$.

Зная функцию $y(s)$, поле на щели можно найти по формуле

$$E_z = \frac{p}{a^3} \int_{-\infty}^{\infty} y(s) e^{is \frac{z}{a}} ds. \quad (5)$$

Соответственно распределение излученной из щели энергии по углам наблюдения θ будет определяться функцией

$$F(\theta) = \frac{|y(x \cos \theta)|^2}{\sin^2 \theta |H_0^{(1)}(x \sin \theta)|^2}, \quad (6)$$

при этом выражение для сопротивления излучения имеет вид

$$K = \frac{3}{x^4} \int_0^{\pi} \frac{|y(x \cos \theta)|^2 d\theta}{\sin \theta |H_0^{(1)}(x \sin \theta)|^2}. \quad (7)$$

Анализ полученного уравнения показывает, что если ширина щели мала по сравнению с длиной волны ($x\eta \ll 1$) и диаметром волновода ($\eta \ll 1$), его решение можно получить методом последовательных приближений.

Ограничиваясь первым приближением, получаем для функции $y(s)$ следующее представление:

$$y(s) = \frac{C_1}{M(\eta)} I_0(\eta s) + C_2 \eta I_1(\eta s) + O\left(\frac{\eta^2}{\ln \eta}\right), \quad (8)$$

где $M(\eta) = \pi \ln \frac{\gamma \kappa \eta}{4i} + O(\eta^2 \ln \eta),$

$$C_2 = -\frac{i}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} \frac{t \sin \frac{tz_0}{a}}{I_0(g)} dt, \quad \gamma - \text{постоянная Эйлера.}$$

Зная функцию $y(s)$ или соответственно $x(s)$, по формулам (2), (5), (6), (7) легко находим основные характеристики дифрагированного поля.

В частности, функция $F(\theta)$, определяющая диаграмму направленности излучения из щели, с погрешностью $O(\eta^2)$ имеет вид $F(\theta) = \frac{1}{\sin^2 \theta |H_0^{(1)}(\kappa \sin \theta)|^2}.$ Это выражение обра-

щается в бесконечность в направлении стенок волноводов, что вполне согласуется с результатами для бесконечных проволочных антенн [3].

Соответствующее выражение для сопротивления излучения диполя в присутствии волноводов

$$K = \frac{6|C_1|^2}{\kappa^4 |M(\eta)|^2} \int_0^{\pi/2} \frac{d\theta}{\sin \theta |H_0^{(1)}(\kappa \sin \theta)|^2} [1 + O(\eta^2 \ln \eta)]$$

показывает, что излученная из щели энергия логарифмически убывает (как $O(\ln^{-2} \eta)$) с уменьшением ширины щели и растет по закону $\kappa^{-4} \ln^{-4} \eta$ при уменьшении частоты.

Используя (4) и (8), из формулы (2) находим, что плотность поверхностного тока вдали от щели $\left(\frac{z}{a} \gg 1\right)$ определяется выражением

$$j_z = \frac{cpC_1 e^{ix \frac{z}{a}}}{2\pi^4 a^3 M(\eta) \ln \frac{|z|}{a}} \left[1 + O\left(\ln^{-1} \frac{|z|}{a}\right) \right], \quad (9)$$

из которого видно, что j_z убывает с удалением от щели как $(\ln z)^{-1}$. Аналогичный результат отмечен Л. А. Вайнштейном при исследовании задачи о рассеянии волн E_{on} открытым концом полубесконечного волновода [4]. Функция $M(\eta)$ в (9), очевидно, описывает дифракционное взаимодействие токов, наводимых возбуждающим полем на полубесконечных отрезках волновода.

Подставляя (8) в (5), приходим к следующему приближенному выражению для распределения поля на щели:

$$E_z = \frac{2C_1 p}{M(\eta) \eta a^3 \sqrt{1 - \frac{4z^2}{d^2}}} [1 + O(\eta \ln \eta)],$$

которое имеет тот же характер, что и в случае узкой щели в бесконечном плоском экране [5]. Это выражение позволяет оценить погрешность и обосновать выбор распределения поля в щели, на котором основаны расчеты волноводно-щелевых узлов с помощью эвристического метода заданного поля [6].

Отметим в заключение, что используемый в данной работе метод исследования может быть обобщен, опираясь на результаты [7], на случай двух конечных отрезков круглого волновода.

Список литературы: 1. Сологуб В. Г. О решении одного интегрального уравнения типа свертки с конечными пределами интегрирования. — «Журн. вычисл. математики и мат. физики», 1971, 11, 4, с. 837—854. 2. Ланта С. И., Сологуб В. Г. Рассеяние поля диполя коротким отрезком круглого волновода. — «Изв. вузов. Радиофизика», 1973, т. 16, № 10, с. 1588—1598. 3. Владимирский В. В. — «Изв. АН СССР. Сер. физ.», 1944, № 8, с. 139—141. 4. Вайнштейн Л. А. Теория дифракции и метод факторизации. М., «Сов. радио», 1966. 428 с. 5. Хенл Х., Мауэ А., Вестфаль К. Теория дифракции. М., «Мир», 1964. 428 с. 6. Sheingold L. S., Storer J. E. Circumferential Gap in a Circular Waveguide Excited by a Dominant Circular—Electric Wave. — «J. of Appl. Physics», 1954, vol. 25, № 5, p. 545—555. 7. Борзенков А. В., Сологуб В. Г. О рассеянии плоской волны двумя ленточными резонаторами. — «Радиофизика и электроника», 1975, т. 20, № 5, с. 925—935.

УДК 621.396.677.715

В. А. ЛЯЩЕНКО, канд. физ.-мат. наук, Н. Н. ГОРОБЕЦ, канд. физ.-мат. наук, Н. А. МАЙТА

ЩЕЛЕВЫЕ ИЗЛУЧАТЕЛИ С КРУГОВОЙ ПОЛЯРИЗАЦИЕЙ НА ЭКРАНИРОВАННОЙ ПОЛОСКОВОЙ ЛИНИИ

Получившие широкое применение полосковые линии являются системами более широкополосными, чем волноводы; к тому же они дешевле и проще в изготовлении, имеют малую массу и габаритные размеры. Последнее позволяет успешно их использовать в летательных аппаратах. Система узких щелей, прорезанных определенным образом в заземленной пластине экранированной полосковой линии, образует многощелевую антенную решетку. Параметры одиночного излучателя и характеристики многоэлементарной антенны на полосковой линии исследованы недостаточно [1, 2].

Нами были изготовлены и исследованы два макета экранированной полосковой линии (рис. 1) с размерами, мм:

- 1) $b=50$, $w=6$, $h=6$, $d=2$;
- 2) $b=30$, $w=3$, $h=6$, $d=2$.

В качестве подложки использовали фторопласт с относительной диэлектрической проницаемостью $\epsilon_1=2,4$, а $\epsilon_2=1$.

В верхней заземленной пластине под углом 45° к оси полосковой линии прорезали наклонные щели, длина которых изменялась от 24 до 46 мм на первом макете и от 24 до 38 мм на втором. Ширина щели 2 мм. Центры излучателя располагались на оси полосковой линии. Энергетические коэффициенты щели измеряли в диапазоне длин волн от 6,5 до 9,46 см.

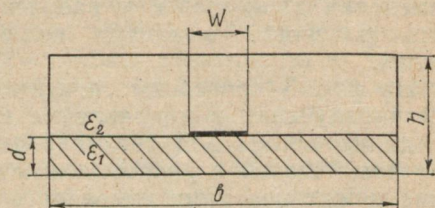


Рис. 1.

Исследование коэффициентов излучения $|\Gamma_\Sigma|^2$ и коэффициентов отражения (по полю) $|\Gamma_1|$ для щелей, прорезанных на первом макете полосковой линии, показало следующее. С изменением длины щели от 24 до 46 мм изменяется значение коэффициентов $|\Gamma_\Sigma|^2$ от 0,25 до 0,4, а $|\Gamma_1|=0,2 \div 0,41$. Рабочая длина волны, при которой коэффициент излучения достигает наибольшего значения $|\Gamma_\Sigma|_{\max}^2$, изменяется в пределах 10%, а электрическая длина щели с максимальным значением ко-

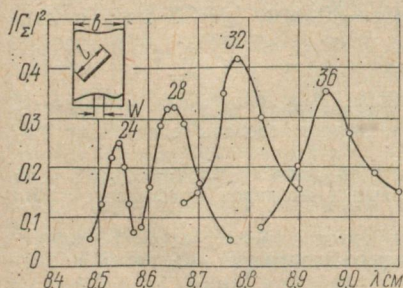


Рис. 2.

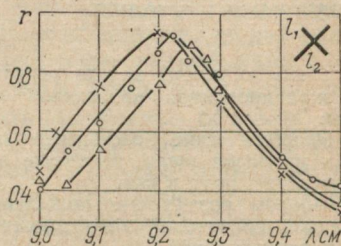


Рис. 3.

эффициента излучения изменяется от 0,3 до 0,5. При фиксированном размере излучателя полоса длин волн, в пределах которой коэффициент излучения составляет не менее $0,5|\Gamma_\Sigma|_{\max}^2$, не выше 2% (рис. 2).

Полученные результаты исследования одиночной щели использовали для синтеза кругополяризованного щелевого излучателя. Как показано в [3], для круговой поляризации на заданной частоте длина одной щели должна быть меньше

резонансной, другой больше, а отношение длин щелей необходимо выбирать из условия равенства амплитуд излучаемых ими полей.

Излучатели представляли собой две ортогональные щели, длины которых l_1 и l_2 при измерениях изменяли. Исследовали щели с совмещенными и с разнесенными фазовыми центрами. Для щелей с $l_{1,2}=24-46$ мм коэффициент эллиптичности r не превышал 0,5 для крестообразной щели с совмещенными фазовыми центрами, поскольку в рассматриваемом диапазоне изменения длин щелей и рабочей частоты не удается обеспечить равенство амплитуд полей излучения ортогональных щелей.

На рис. 3 приведены зависимости коэффициента эллиптичности излучения в направлении нормали к поверхности щели от длины волны для трех вариантов несимметричных крестообразных щелей с разнесенными фазовыми центрами. Расстояние между центрами изменялось от 12 мм (T -образная щель) до 3 мм. Максимальное значение коэффициента эллиптичности равно 0,94.

Изучение характеристик одиночной и крестообразной щелей, прорезанных в верхней заземленной пластине полосковой линии второго макета, показало, что резонансная длина волны $\lambda_{\text{рез}}$, при которой достигается максимум коэффициента излучения одиночной наклонной щели, сильно изменяется с изменением длины щели. Однако при всех значениях l и λ отношение $l/\lambda_{\text{рез}}$ оставалось в пределах 0,49—0,51. В системах из двух ортогональных несимметричных щелей. Наибольшее значение коэффициента эллиптичности, равное 0,9, получено для несимметричной крестообразной щели ($l_1=30$ мм, $l_2=38$ мм) с совмещенными центрами.

Таким образом, анализ результатов исследований щелевых излучателей на экранированной полосковой линии позволяет сделать следующие выводы:

Энергетические коэффициенты излучателей зависят не только от формы и размеров щели, но также от поперечных размеров полосковой линии и структуры поля в ней.

Выбором размеров и положения двух ортогональных щелей в экранированной полосковой линии можно обеспечить излучение с близкой к круговой поляризацией.

Список литературы: 1. Oliner A. A. The radiation conductance of a series slot in strip transmission line. Convent. Rec.—IRE, 1954, vol. 2, № 8, p. 89—90. 2. Анищенко Т. Н., Контева Е. Ф. Щелевой излучатель с эллиптической поляризацией на полосковой линии. — В кн.: Самолетостроение и техника воздушного флота. Вып. 30. Харьков, 1973, с. 44—46. 3. Горобец Н. Н. Щелевой излучатель. Авт. свид. № 502567, кл. H01Q 13/18, 25.06.1973. — «Открытия. Изобретения. Пром. образцы. Товарные знаки», 1977, № 21, с. 220.

ЩЕЛИ С ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ЗАПОЛНЕНИЕМ В ПРЯМОУГОЛЬНОМ ВОЛНОВОДЕ

Узкополосные волноводно-щелевые излучатели и отверстия связи могут быть использованы в электродинамических системах СВЧ, работающих в режиме электромагнитной совместимости. При необходимости уменьшить размеры щели можно заполнить ее диэлектриком. Согласно экспериментальным данным частотные характеристики отверстий связи сужаются без ухудшения их излучательной способности и согласования с волноводным трактом в момент резонанса. Немалый интерес вызывает теоретическое исследование таких излучателей.

Рассчитывая полые щелевые излучатели сложной формы (наклонных, Х-образных, Λ -образных), как правило, функцию распределения тангенциальной составляющей электрического поля вдоль щелей аппроксимируют полуволной синусоиды.

Чтобы выяснить, в какой степени допустима аппроксимация поля полуволной синусоиды при полном заполнении полости щели сложной формы определяли диэлектриком энергетические параметры Х-образной щели методом Галеркина. При этом функция распределения поля вдоль каждого плеча крестообразной щели определяется набором координатных функций (гармоник) вида $\sin [r\pi(u+l)/2l]$, где $2l$ — длина щели; u — координата, отсчитываемая вдоль оси каждой щели от ее центра; $r=1, 2, 3, \dots$, а распределение поля поперек щелей ввиду из узости считается постоянным. При этом потребовалось решить задачи возбуждения магнитными токами, распределенными по поверхностям щелей, электродинамических объемов, связываемых щелью, а также объема, образованного полостью щели. Процедура Галеркина приводит к системе уравнений метода наведенных магнитодвижущих сил относительно неизвестных амплитуд гармоник функции распределения поля вдоль щелей на их поверхностях, прилегающих к связываемым объемам. Коэффициентами системы являются собственные и взаимные внутренние и внешние частичные проводимости щелей по гармоникам. Наибольшую трудность представляет определение внутренних собственных и взаимных проводимостей наклонных щелей в бесконечном волноводе, а также взаимных проводимостей пересекающихся щелей в бесконечном экране, когда предполагается, что щель излучает в свободное полупространство. Применение методики решения задачи возбуждения волновода произвольно расположенной щелью [1] позволяет определить внутренние проводимости, внешние взаимные проводимости щелей получены в [2]. Ввиду громозкости

выражений для проводимостей в настоящем сообщении они не приводятся.

Рассмотрим роль высших гармоник функции распределения при расчете параметров щелей, заполненных диэлектриком.

В случае продольных полых щелей длиной $2l/\lambda = 0,35-0,6$, прорезанных в бесконечно тонкой стенке волновода, учет высших гармоник изменяет энергетические параметры на 8—10% [3].

Согласно нашим расчетам для аналогичных Х-образных щелей это изменение составляет не более 6—7%. С увеличением толщины стенки волновода влияние высших гармоник на параметры излучателя становится еще меньше и при толщине стенки волновода 1 мм применение полуволновой аппроксимации приводит к ошибке не более 5%.

При заполнении щелей диэлектриком характеристики излучателя сужаются и роль высших гармоник в области резонанса первой гармоники уменьшается. Значения коэффициента излучения $|S_{\Sigma}|^2$ Х-образных щелей, заполненных диэлектриком, с диэлектрической проницаемостью $\epsilon = 2-7$, рассчитанные в диапазоне частот волновода в учетом одной и четырех гармоник функции распределения, отличаются не более чем на 1—6%, а резонансные частоты практически одинаковы. Таким образом, при расчете энергетических параметров, заполненных диэлектриком крестообразных щелей в области резонанса первой гармоники функции распределения (например, там, где $|S_{\Sigma}|^2 \geq 0,1|S_{\Sigma}|_{\max}^2$), остальные гармоники можно не учитывать.

Расчет параметров крестообразной щели в предположении полуволновой аппроксимации поля вдоль щелей можно проводить по формулам, полученным в [4], подставляя значение ϵ диэлектрика, заполняющего щель, в выражения для Y_0^v и Y_{12}^v . Из результатов расчета в приближении синусоидального распределения поля вдоль щелей следует, что заполнение щели диэлектриком приводит к уменьшению ее резонансной частоты и сужению рабочей полосы частот излучателя тем существеннее, чем выше ϵ диэлектрика. Так, для крестообразной щели, прорезанной в стенке волновода 1 мм и заполненной диэлектриком с $\epsilon = 3$, полоса частот, в которой $|S_{\Sigma}|^2 \geq 0,5|S_{\Sigma}|_{\max}^2$ в 3,5 раза меньше, чем для поллой щели, резонирующей на той же частоте, что и щель с диэлектриком.

С увеличением толщины стенки волновода резонансные зависимости становятся еще уже, резонансная частота щели уменьшается, стремясь к пределу, определяемому соотношением $2l/\lambda_{\text{рез}} \approx 0,5/\sqrt{\epsilon}$ (рис. 1, пунктирная кривая). На рис. 1 приведены кривые зависимостей резонансной длины Х-образной щели от ϵ диэлектрика, заполняющего ее, при различной толщине стенки волновода. Цифрами на кривых указаны значения толщины стенки волновода в миллиметрах, $\lambda_{\text{рез}}$ — резонансная

длина волны щели, заполненной диэлектриком. Щели исследовались в стандартном прямоугольном волноводе сечением $23 \times 10 \text{ мм}^2$.

Уменьшение полосы частот, в которой щель хорошо излучает, обусловлено достаточно острой зависимостью энергетических параметров щели от величины ϵ заполняющего ее диэлектрика. Так, при толщине стенки волновода 3 мм изменение на 90% излучаемой мощности щели, резонирующей при $\epsilon=2,5$,

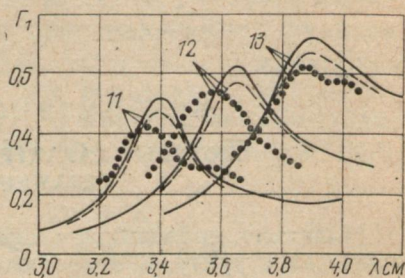
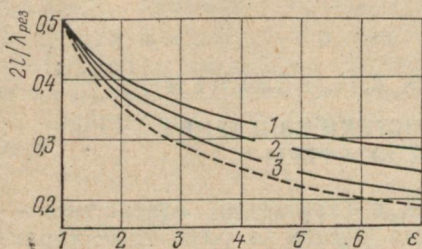


Рис. 1.

Рис. 2.

происходит с изменением примерно на 20%. С увеличением ϵ диэлектрика этот эффект усиливается. Его можно использовать для управления амплитудой излучаемого щелью поля.

С целью выяснить влияние потерь в диэлектрике, заполняющем щель, на коэффициенты отражения и излучения проведены численные расчеты этих параметров для конкретных случаев продольных щелей длиной $2l$, равной 11, 12 и 13 мм, заполненных диэлектриком с $\epsilon=5$ и предполагаемым тангенсом угла потерь $\text{tg} \delta = \epsilon''/\epsilon' = 10^{-2}$. Щели прорезаны в широкой стенке волновода на расстоянии 2,5 мм от узкой стенки, толщина стенки волновода 1 мм. Результаты расчета коэффициента отражения представлены на рис. 2. Сплошные линии соответствуют коэффициентам отражения, рассчитанным для случая идеального диэлектрика, штриховыми линиями нанесены зависимости, рассчитанные с учетом потерь, точками представлены экспериментальные значения коэффициентов отражения.

Расчетные и экспериментальные значения резонансных частот крестообразных щелей, заполненных диэлектриком, отличаются не более чем на 1—5%, наблюдается достаточно хорошее совпадение хода расчетных и экспериментальных зависимостей. Все это подтверждает возможность расчета в указанном приближении параметров щелей с диэлектриком и достоверность полученных расчетных результатов.

Список литературы: 1. Яцук Л. П., Катрич В. А., Кононенко С. А. Возбуждение волновода с гребенчатой структурой поверхностным магнитным током. — Вестн. Харьк. ун-та № 151. «Радиофизика и электроника», 1977, вып. 6, с. 42—44. 2. Катрич В. А., Кононенко С. А., Яцук Л. П. Взаимные частичные проводимости пересекающихся ортогональных щелей в бесконечном экране. — Вестн. Харьк. ун-та № 163. «Радиофизика и электроника», 1978, вып. 7, с. 41—46. 3. Лященко В. А., Яцук Л. П., Булгаков А. А. Распределение поля в волноводно-щелевых излучателях. — Вестн. Харьк. ун-та № 138. «Радиофизика и электроника», 1976, вып. 5, с. 44—49. 4. Яцук Л. П., Катрич В. А. Учет конечной толщины стенки волновода при расчете параметров крестообразной щели. — Вестн. Харьк. ун-та № 126. «Радиофизика и электроника», 1975, вып. 4, с. 52—56.

УДК 517.9:535.4

И. А. ВЯЗЬМИТИНОВ, В. А. РЕЗУНЕНКО

НЕКОТОРЫЕ ХАРАКТЕРИСТИКИ ИЗЛУЧЕНИЯ НЕЗАМКНУТОЙ СФЕРЫ

Идеально проводящая сфера с круговым отверстием — открытая структура, позволяющая влиять на различные характеристики излучаемых полей. Это обуславливает ее широкое применение во многих областях физики и техники СВЧ (например, в антенной технике, для связи с искусственными спутниками Земли, в дифракционной электронике) и требует систематического анализа рассеянных полей. Расчет сферического резонатора проводился приближенными методами физической и геометрической оптики, геометрической теории дифракции, которые эффективны в ограниченном диапазоне длин волн. В работах [1, 2] описан строгий и эффективный метод полуобращения для решения задач дифракции волн на незамкнутой сфере. Нами на основе строгого [1, 2] решения задач рассеяния полей осесимметричных электрического и магнитного диполей на сфере с круговым отверстием рассмотрены сопротивление излучения диполя при наличии сферического отражателя, ДН, КНД и другие числовые характеристики [3] антенны со сферическим зеркалом, экранировка поля диполя сферой с отверстием.

Пусть вертикальный электрический или магнитный диполь размещен в центре идеально проводящей сферы (радиуса a) с круговым отверстием, полярный угол которого равен θ_0 . Момент диполя ориентируем перпендикулярно плоскости отверстия (и полагаем равным единице). Требуется найти электромагнитное поле излучения сферической антенны и его числовые характеристики, в частности ДН, КНД, ширину главного лепестка ДН, уровень боковых лепестков ДН.

Поле вертикального электрического (магнитного) диполя является полем электрического (магнитного) типа и в сферической системе координат выражается через компоненту $H_\varphi(E_\varphi)$, которую можно определить так: $H_\varphi(E_\varphi) = h_1^{(1)}(kr) \sin \theta$.

Рассеянные сферой с отверстием поля остаются полями исходного типа. Учитывая аксиальную симметрию структуры и полей источников, рассеянные поля будем искать в виде рядов Фурье

$$\left. \begin{matrix} H_{\varphi} \\ E_{\varphi} \end{matrix} \right\} = \sum_{n=1}^{\infty} \begin{Bmatrix} a_n \\ b_n \end{Bmatrix} h_n^{(1)}(kr) P_n^1(\cos \Theta), \quad r > a,$$

где a_n, b_n — искомые коэффициенты; $h_n^{(1)}(kr)$ — сферические функции Ханкеля, $P_n^1(\cos \Theta)$ — присоединенные функции Лежандра; $k = 2\pi/\lambda$; λ — длина падающей волны.

Используя граничные условия, для определения коэффициентов a_n, b_n , получаем согласно [1, 2] две независимые системы бесконечных линейных алгебраических уравнений второго рода:

$$\pi(1 - \varepsilon_n) x_n = - \sum_{m=1}^{\infty} x_m \varepsilon_m \alpha_{n,m} + \frac{2\alpha_{n,1}}{3[kaj_1(ka)]'}; \quad (1)$$

$$\pi(1 - \mu_n) y_n = - \sum_{m=1}^{\infty} y_m \mu_m \beta_{n,m} - \beta_{n,1}/j_1(ka), \quad (2)$$

где

$$x_n = \frac{n(n+1)}{2n+1} \cdot \frac{a_n}{[kaj_n(ka)]'}, \quad y_n = b_n/j_n(ka);$$

$$\varepsilon_n = 1 + ika \frac{2n+1}{n(n+1)} [kaj_n(ka)]' [kah_n^{(1)}(ka)]'; \quad (3)$$

$$\mu_n = 1 - 4ika \frac{n(n+1)}{2n+1} j_n(ka) h_n^{(1)}(ka), \quad (4)$$

$$\alpha_{n,m} = \gamma_{n,m} + \frac{\gamma_{n,0} \gamma_{m,0}}{\pi - \gamma_{0,0}}, \quad \beta_{n,m} = \delta_{n,m} - \frac{\delta_{n,0} \delta_{m,0}}{\delta_{0,0}},$$

$$\gamma_{n,m} = \frac{\sin(n-m)\Theta_0}{n-m} - \frac{\sin(n+m+1)\Theta_0}{n+m+1}, \quad n \neq m,$$

$$\delta_{n,m} = \frac{\sin(n-m)\Theta_0}{n-m} + \frac{\sin(n+m+1)\Theta_0}{n+m+1}, \quad n \neq m,$$

$$\gamma_{n,n} = \Theta_0 - \frac{\sin(2n+1)\Theta_0}{2n+1}, \quad \delta_{n,n} = \Theta_0 + \frac{\sin(2n+1)\Theta_0}{2n+1},$$

$j_n(ka)$ — сферическая функция Бесселя, штрих обозначает дифференцирование по ka .

Оценивая ϵ_n (3), μ_n (4) и нормы матричных операторов систем (1), (2), находим, что системы (1), (2) имеют вполне непрерывные матричные операторы и разрешимы методом редукции для произвольных параметров задачи и методом последовательных приближений для малых ($\Theta_0 \ll 1$) и больших ($\pi - \Theta_0 \ll 1$) углов Θ_0 среза сферы. Сходимость обоих методов высокая. Так, погрешность метода усечения, примененного к системе (1), убывает как N^{-3} , где N — порядок усечения системы. Найденные с помощью систем (1), (2) решения задач корректны, так как удовлетворяют всем условиям строгой постановки задачи и имеют требуемое поведение в окрестности ребра.

Анализируя полученное решение и результаты счета, отмечаем следующее.

Антенна с рефлектором, представляющим собой сферический сегмент, и облучателем в виде осесимметричного диполя, размещенного в центре сферы, имеет фазовый центр. Он расположен на оси симметрии между точкой размещения облучателя и точкой пересечения плоскости раскрыва с осью OZ . При малых углах среза Θ_0 фазовый центр сдвигается к плоскости раскрыва, а при больших — к источнику. Таким образом, при $\Theta_0 \ll 1$ выполняется физический предельный переход к излучению малой кольцевой площадки, а при $\Theta_0 \rightarrow \pi$ — к излучению уединенного диполя.

Излученное поле линейно поляризовано, как и поле источника, поскольку структура и облучатель аксиально симметричны.

Диаграмма направленности антенны имеет сложную воронкообразную форму и симметрична относительно оси OZ . В сечении плоскостью $\varphi = \text{const}$, $0 \leq \Theta \leq \pi$ она является многолепестковой, причем ее изрезанность в меридиональной плоскости сильно возрастает при значениях ka , соответствующих частотам, близким к резонансным частотам рефлектора.

Анализируя ДН, обнаруживаем существование углов Бриллюэна [4, 5]. Например, при $\Theta_0 = 90^\circ$ и $ka = 2$ эти углы равны 0 и 63° , при $\Theta_0 = 80^\circ$ и $ka = 9$ — 0 и 53° (рис. 1). Характерно, что при любых значениях Θ_0 и ka угол $\Theta = 0$ представляет собой угол Бриллюэна. Данную особенность можно объяснить, используя свойства аксиальной симметрии рефлектора и облучателя и учитывая, что источник не излучает вдоль своей оси. Отсюда амплитудное распределение в раскрыве зеркала также будет аксиально симметричным и имеет минимум один ноль в центре апертуры. По этой же причине в точках раскрыва с координатами (r, Θ, φ) и $(r_1 - \Theta, \varphi + \pi)$ поля имеют фазовый сдвиг, равный 180° .

В результате интерференции полей, излученных диаметрально противоположными элементарными площадками апертуры, в любой точке оси OZ мы получим значение поля, равное нулю. Поскольку свойства симметрии структуры и источника сохраняются при произвольных ka и Θ_0 , то угол $\Theta = 0$ всегда является углом Бриллюэна.

Существование углов Бриллюэна указывает на возможность экранировки поля диполя, рассматриваемого в качестве приемной антенны, окружающей его незамкнутой металлической сферой, от сигналов помех, приходящих из различных направлений. В некоторых случаях сфера с большим отверстием лучше экранирует поле диполя, чем сфера с меньшим отверстием. Так, в интервале частот, соответствующих почти всем ka от 3

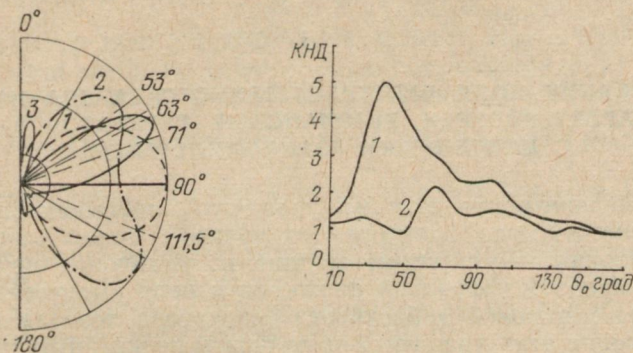


Рис. 1. Сравнение ДН антенны со сферическим зеркалом и ДН уединенного диполя: 1 — ДН уединенного диполя; 2 — $\theta_0 = 90^\circ$, $ka = 2$; 3 — $\theta_0 = 80^\circ$, $ka = 9$.

Рис. 2. Зависимость нормированного КНД от угла θ_0 среза сферы при различных ka : 1—7; 2—5.

до 11, сфера с углом среза $\theta_0 = 40^\circ$ лучше экранирует поле диполя в направлениях $\theta > \pi/2$, чем сфера с углом $\theta_0 = 10^\circ$.

При фиксированных углах θ_0 с ростом частоты улучшаются направленные свойства антенны. Например, для $\theta_0 = 60^\circ$ значения КНД, нормированные на КНД₀ уединенного диполя, увеличиваются от 0,947 при $ka = 2$ до 4,343 при $ka = 9$, а ширина главного лепестка ДН на уровне половинной мощности уменьшается от 128° при $ka = 2$ до 17° при $ka = 10$. Для некоторых ka и θ появляются острые боковые лепестки. Так, для $ka = 9$ и $\theta_0 = 80^\circ$ боковой лепесток достигает уровня 0,48, расположен под углом $\theta = 11^\circ$ и его ширина на уровне 0,3 равна 12° . Типичные зависимости нормированного КНД от θ_0 при фиксированных ka даны на рис. 2.

Нормированное сопротивление излучения P_2 диполя при металлической незамкнутой сфере колеблется в широких пределах, достигает 10^{+5} , носит резонансный характер и наибольшее для основных типов колебаний сферы при θ_0 от 3° до 30° , 40° . Так, при $\theta_0 = 10^\circ$ для $ka = 6,1172$, что соответствует E_{102} типу колебаний $P_2 = 0,3456 \cdot 10^{+5}$, а для $ka = 7,4442$ (E_{202} тип колебаний) $P_2 = 0,1694 \cdot 10^{-2}$.

Список литературы: 1. Радин А. М., Шестопалов В. П. Дифракция волн на сфере с отверстием. — ДАН СССР, 1973, т. 212, № 4, с. 838—845. 2. Радин А. М., Резуненко В. А., Шестопалов В. П. Излучение волн сферой с круговым отверстием. — «Журн. вычисл. математики и мат. физики», 1977, 2, с. 394—406. 3. Марков Г. Т., Сазонов Д. М. Антенны. М., «Энергия», 1975, с. 528. 4. Вайштейн Л. А. Открытые резонаторы и открытые волноводы. М., «Сов. радио», 1966. 475 с. 5. Brillouin L. Propagation des ondes electromagnetiques un tuyau. — «Res. Gen. del'Electricite», 1936, 40, p. 227.

УДК 538.561

Д. М. ВАВРИВ

ВЛИЯНИЕ ПОЛЯ ПРОСТРАНСТВЕННОГО ЗАРЯДА НА ХАРАКТЕРИСТИКИ РЕЗОНАНСНЫХ ГЕНЕРАТОРОВ С ДЛИТЕЛЬНЫМ ВЗАИМОДЕЙСТВИЕМ

Самосогласованная система уравнений, описывающая процесс взаимодействия электронного пучка с полем медленной волны резонансной системы, состоит из уравнения возбуждения резонатора и уравнений движения и непрерывности. Предположение о высокой добротности резонатора позволяет упростить решение этих уравнений и получить нелинейную нестационарную систему уравнений непосредственно относительно основных характеристик генератора: электронного к. п. д. η амплитуды поля F и электронного смещения частоты δ

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 \theta}{\partial \xi^2} = & \left(1 + \frac{1}{\Phi_0} \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \right)^3 \left\{ F \frac{\Phi_0}{4} f(\xi) \cos(\varphi + \Phi_s \xi + \theta) - \right. \\ & \left. - p^2 \operatorname{Im} [I_\omega e^{-i(\varphi + \theta)}] \right\}; \quad I_\omega = \frac{1}{\pi} \int_0^{2\pi} e^{i(\varphi + \theta)} d\varphi; \quad \eta = 1 - \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \left[1 + \right. \\ & \left. + \frac{1}{\Phi_0} \frac{\partial \theta}{\partial \xi} \Big|_{\xi=1} \right]^{-2} d\varphi; \quad \frac{dF}{d\tau} + d_r F = \frac{d_r G \eta}{F}; \quad (1) \\ \delta = & \frac{G}{4\pi F} \int_0^1 f(\xi) \int_0^{2\pi} \sin(\varphi + \Phi_0 \xi + \theta) d\varphi d\xi. \end{aligned}$$

Здесь F — безразмерная амплитуда, нормированная на напряженность ускоряющего поля; $\theta(\xi, \varphi) = \omega t(\xi, \varphi) - \varphi - \Phi_0 \xi$; $\xi = y/L$; $\Phi_0 = \omega L/v_0$; $\Phi_s = \Phi_0(1 - v_0/v_\phi)$, $d_r = 1/2 Q$; L — длина пространства взаимодействия; v_0 — начальная скорость пучка; v_ϕ — фазовая скорость синхронной с пучком волны; φ — фаза влета частицы; $\tau = \omega' t$ — безразмерное время; Q — нагруженная добротность резонатора; $f(\xi)$ — пространственная огибающая синхронной с пучком волны, удовлетворяет

условию нормировки $\int_0^1 f^2(\xi) d\xi = 1$; $G = \frac{2QL^2I_0}{\omega'_r U_0 N_r}$ — безразмерный параметр, определяющий эффективность взаимодействия пучка с полем резонатора; I_0 — постоянный ток пучка; N_r — норма колебаний; U_0 — ускоряющее напряжение; ω'_r — собственная частота резонатора; $p^2 = \frac{\Gamma^2 I_0 L \Phi_0}{2U_0 S_{\text{эфф}} \varepsilon_0 \omega}$ — безразмерный параметр пространственного заряда; $S_{\text{эфф}}$ — эффективная площадь поперечного сечения электронного пучка; Γ^2 — коэффициент депрессии; $\varepsilon_0 = 8,854 \cdot 10^{-12} \text{ Ф/М}$.

Для немодулированного на входе электронного пучка начальные условия запишутся следующим образом: $\theta = \frac{\partial \theta}{\partial \xi} = 0|_{\xi=0}$.

На основе решения системы уравнений (1) можно показать, что на начальном этапе установления колебаний ($F^2 \ll 1$) амплитуда поля изменяется по экспоненциальному закону $\exp(\alpha \tau)$ с безразмерным инкрементом нарастания

$$\alpha = (G\Phi_0\psi_1(p, \Phi_s) - 1) \cdot d_r, \quad (2)$$

$$\text{где } \psi_1 = \frac{1}{32p} \int_0^1 f(\xi) \int_0^\xi f(\xi') [\cos(\xi' - \xi)(p + \Phi_s) - \cos(\xi' - \xi) \times \\ \times (p - \Phi_s)] d\xi' d\xi.$$

Для электронного смещения частоты можно получить выражение

$$\delta = \Phi_0 G \psi_2(p, \Phi_s), \quad (3)$$

$$\text{где } \psi_2 = \frac{1}{32p} \int_0^1 f(\xi) \int_0^\xi f(\xi') [\sin(\xi' - \xi)(p - \Phi_s) + \sin(\xi' - \xi) \times \\ \times (p + \Phi_s)] d\xi' d\xi.$$

Как показывает анализ этих соотношений, характер зависимости α и δ от параметра пространственного заряда p слабо зависит от конкретного вида распределения амплитуды синхронной волны $f(\xi)$, по длине пространства взаимодействия, поэтому для наглядности рассмотрим случай $f(\xi) = 1$. Для данного случая имеем

$$\psi_1 = [2\Phi_s(\cos p \cos \Phi_s - 1) + (p^2 + \Phi_s^2) S_p \sin \Phi_s] / 16(p^2 - \Phi_s^2)^2; \\ \psi_2 = [S_p \cos \Phi_s(p^2 + \Phi_s^2) + \Phi_s^2 - p^2 - 2\Phi_s \sin \Phi_s \cos p] / 16(p^2 - \Phi_s^2)^2, \\ \text{где } S_p = \sin p/p.$$

Для значений $p \geq \pi$ наиболее эффективное взаимодействие осуществляется с полем медленной волны поля пространственного заряда, что достигается при $\Phi_s = -p$. В этом случае получим простое выражение для максимального значения инкремента нарастания

$$\alpha = (6\Phi_0/G4p - 1) d_r, \quad (4)$$

т. е. α убывает пропорционально $1/p$ с увеличением параметра пространственного заряда. Поскольку время нарастания колебаний в резонаторе пропорционально $1/\alpha$, то из выражения (4) следует, что пропорционально величине p увеличивается время установления колебаний в резонаторе. В случае работы генератора в импульсном режиме это приводит к увеличению времени запаздывания выходного импульса относительно возбуждающего и уменьшению крутизны переднего фронта импульса генерации.

Для значений Φ_s , при которых достигается максимальное значение инкремента нарастания α , получаем следующее выражение для электронного смещения частоты: $\delta = G\Phi_0/64p^2$. По сравнению с зависимостью α от p , значение δ в большей степени зависит от параметра пространственного заряда и убывает с увеличением последнего как $1/p^2$. Из соотношения (4), положив $\alpha = 0$, получим выражение для минимального пускового тока в случае больших значений параметра пространственного заряда

$$I_{\text{пуск}} = 724 \sqrt{\frac{|e|}{m}} \frac{U_0^{3/2} N_r^2 \Gamma^2}{\epsilon_0 S_{\text{эфф}} Q^2 L^4}. \quad (5)$$

Здесь полагаем, что частота генерирования на линейном этапе взаимодействия пучка с полем $\omega \approx \omega_r$.

Из формулы (5) обнаруживается большая зависимость пускового тока от добротности резонатора ($\sim 1/Q^2$) по сравнению со случаем слабого пространственного заряда ($p \approx 0$), когда $I_{\text{пуск}} \sim 1/Q$. Зависимость от длины пространства взаимодействия не изменяется, $I_{\text{пуск}} \sim 1/L^2$, поскольку $N_r \sim L$. Рассмотрим влияние поля пространственного заряда на взаимодействие

пучка с полем резонатора в стационарном режиме $\frac{\partial}{\partial \tau} = 0$.

Используя разложения θ в ряд по углу влета φ , систему нелинейных уравнений можем преобразовать к более простому виду*

$$\frac{d^2 a_0}{d\xi^2} = -\frac{\Phi_0}{2} FJ_1(A) f(\xi) \cos(u + \Phi_s \xi); \quad \frac{d^2 A}{d\xi^2} = \frac{1}{A^3} \left(\frac{da_0}{d\xi} \right)^2 -$$

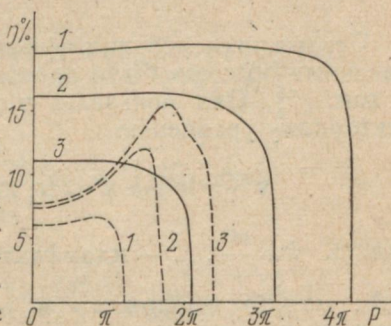
* Shmat'ko A. A., Tretijkov O. A., Vavriv D. M. Nonlinear theory of long-range-interaction resonant generators. — «Electronics Letters», 1977, vol. 13, № 16, p. 480.

$$-J_1'(A) \left[\frac{\Phi_0}{2} F f(\xi) \sin(u + \Phi_s \xi) + 4p^2 J_1(A) \right]; \quad \frac{du}{d\xi} = \left(\frac{1}{A^2} + \frac{1}{2} \right) \frac{da_0}{d\xi};$$

$$\eta = \frac{1}{\Phi_0} \frac{da_0}{d\xi} \Big|_{\xi=1}; \quad F^2 = G\eta; \quad \delta = \frac{F}{2\eta} \int_0^1 J_1(A) f(\xi) \sin(u + \Phi_s \xi) d\xi.$$

Здесь $J_1(A)$ и $J_1'(A)$ — функция Бесселя первого рода и ее производная. Результаты численного решения этой системы уравнений представлены на рисунке. Здесь приводится зависимость к. п. д. от параметра пространственного заряда для гауссового

$f(\xi) = 1,79 \exp[-16(\xi - 0,5)^2]$ (сплошная линия) и однородного $f(\xi) = 1$ (пунктир) распределений амплитуды при оптимальных значениях относительного угла пролета Φ_s . Каждая кривая соответствует различным значениям $I_0/I_{\text{пуск}}$, где $I_{\text{пуск}}$ — пусковой ток при $p=0$.



С изменением параметра $I_0/I_{\text{пуск}}$ характер зависимости к. п. д. от параметра пространственного заряда изменяется, что особенно заметно в случае однородного распределения амплитуды $f(\xi) = 1$. При небольших токах пучка ($I_0 \lesssim 1,5 I_{\text{пуск}}$) с увеличением параметра p значения электронного к. п. д. монотонно убывает и при $p \gtrsim 1,8 I_0/I_{\text{пуск}}$ колебания в резонаторе не возбуждаются. С увеличением параметра $I_0/I_{\text{пуск}}$ зависимость $\eta(p)$ в случае $f(\xi) = 1$ носит явно выраженный резонансный характер — существует оптимальное значение параметра p , при котором происходит наиболее эффективный отбор энергии от электронного пучка и достигается максимальное значение к. п. д.

Для гауссового распределения амплитуды поля увеличение параметра пространственного заряда не приводит к заметному увеличению к. п. д. даже при достаточно больших значениях $I_0/I_{\text{пуск}}$. В этом случае значение η остается практически постоянным в достаточно широком диапазоне изменения p и по сравнению со случаем $f(\xi) = 1$ колебания в резонаторе можно возбудить при больших значениях параметра пространственного заряда при одинаковых значениях $I_0/I_{\text{пуск}}$.

Как следует из результатов нелинейной теории, для резонансных генераторов с длительным взаимодействием можно достичь значений электронного к. п. д. 20% и более даже с учетом влияния пространственного заряда. На основании

последнего получены также соотношения для инкремента нарастания поля и электронного смещения частоты.

УДК 621.384.643

А. И. ЕЛИСЕЕВ, Н. А. ХИЖНЯК, *д-р физ.-мат. наук*

АФФИНОРНАЯ ФУНКЦИЯ ГРИНА В ОБЛАСТИ ИСТОЧНИКА ДЛЯ НАГРУЖЕННОГО РЕЗОНАТОРА

Первые исследования аффинорных функций Грина для ограниченных объемов были произведены Ф. М. Морсом и Г. Фешбахом [1]. Они показали, что функцию, удовлетворяющую векторному уравнению

$$\nabla^2 \hat{G}(\vec{r}/\vec{r}') + k^2 \hat{G}(\vec{r}/\vec{r}') = -4\pi \hat{I} \delta(|\vec{r} - \vec{r}'|) \quad (1)$$

(здесь $k = \frac{\omega}{c}$, $\hat{I}$ — идемфактор, аффинорный аналог единицы), можно разложить в ряды по системе собственных функций однородного векторного уравнения Гельмгольца. Компоненты аффинора Грина отличаются друг от друга характером граничных условий, которым они удовлетворяют на границе области.

Для исследования нагруженных резонаторов с использованием аффинорных функций Грина наиболее удобными являются интегро-дифференциальные уравнения макроскопической электродинамики, которые полностью эквивалентны уравнениям Максвелла и граничным условиям на поверхности возмущающего элемента [2, 3]. Однако функция Грина в том виде, в каком она применяется в указанных работах, позволяет построить точные решения во всем объеме резонатора только в том случае, если размеры неоднородности малы по сравнению с длинами волн электромагнитных колебаний λ_N . При таком условии аффинорную функцию $\hat{G}(\vec{r}/\vec{r}')$ в области источника возмущающего поля можно заменить функцией Грина для свободного пространства в квазистатическом приближении. Если же возмущающее тело имеет размеры, сравнимые с λ_N , то такой подход является приближенным, так как не учитывается влияние стенок резонатора на распределение поля вблизи источника. В данной работе функцию Грина для нагруженного резонатора, полученную в [1—3], представим в таком виде, чтобы можно было в строгой постановке получить и проанализировать выражения для возмущенных полей в области источника.

Рассмотрим электрическую функцию Грина $\hat{G}_e(\vec{r}/\vec{r}')$. В выражении для $\hat{G}_e(\vec{r}/\vec{r}')$ [2, 3] выделим слагаемое, соответ-

ствующее статическому полю, которое отлично от нуля только лишь в области источника [4]. Другими словами, представим функцию Грина в виде суммы волновой резонаторной и статической δ -образной функций. Это можно сделать по аналогии с [5], учитывая, что $\widehat{G}_e(\vec{r}/\vec{r}')$ является решением уравнения (1):

$$\widehat{G}^E(\vec{r}/\vec{r}') = \widehat{G}_0^E(\vec{r}/\vec{r}') - \frac{4\pi}{k^2} \widehat{I} \delta(|\vec{r} - \vec{r}'|), \quad (2)$$

где волновая часть

$$\begin{aligned} \widehat{G}_0^E(\vec{r}/\vec{r}') = & -\frac{1}{k^2} \nabla^2 \widehat{G}_e(\vec{r}/\vec{r}') = \frac{4\pi}{z_0} \sum_{m,n} \left\{ \frac{\nabla \chi_{mn}(\vec{r}_\perp) * \nabla \bar{\chi}_{mn}(\vec{r}'_\perp)}{\Lambda_{mn}^{TH} (k_{mn}^{TH})^2} \times \right. \\ & \times g_{mn}^{TH}(z, z') + \frac{\vec{e}_z \chi_{mn}(\vec{r}_\perp) * \vec{e}_z \bar{\chi}_{mn}(\vec{r}'_\perp)}{\Lambda_{mn}^{TH}} f_{mn}^{TH}(z, z') + \\ & \left. + \frac{[\vec{e}_z \times \nabla \psi_{mn}(\vec{r}_\perp)] * [\vec{e}_z \times \nabla \bar{\psi}_{mn}(\vec{r}'_\perp)]}{\Lambda_{mn}^{TE} (k_{mn}^{TE})^2} g_{mn}^{TE}(z, z') \right\}; \quad (3) \end{aligned}$$

χ_{mn}, ψ_{mn} — взаимно ортогональные поперечные собственные функции ненагруженного резонатора [2, 3]; k_{mn}^{TH}, k_{mn}^{TE} — поперечные волновые числа; z_0 — длина резонатора; $\Lambda_{mn}^{TH}, \Lambda_{mn}^{TE}$ — нормировочные константы; $\vec{e}_z$ — единичный вектор вдоль оси резонатора; символ $*$ означает аффинорное умножение двух векторов; функции $g_{mn}(z, z'), f_{mn}(z, z')$ определяются следующими выражениями:

при $z = z'$

$$g_{mn}(z, z') = \sum_{l=1}^{\infty} \frac{k_N^2}{k^2} \frac{\sin k_{3l} z \sin k_{3l} z'}{(k^2 - k_N^2)}; \quad (4)$$

$$f_{mn}(z, z') = \sum_{l=0}^{\infty} \frac{k_N^2}{k^2} \frac{\cos k_{3l} z \cos k_{3l} z'}{(k^2 - k_N^2)}; \quad (5)$$

при $z \neq z'$

$$g_{mn}(z, z') = \begin{cases} -\frac{z_0}{2} \frac{\sin k_3 z \sin k_3 (z_0 - z')}{k_3 \sin k_3 z_0}, & z < z'; \\ -\frac{z_0}{2} \frac{\sin k_3 z' \sin k_3 (z_0 - z)}{k_3 \sin k_3 z_0}, & z > z'; \end{cases} \quad (6)$$

$$f_{mn}(z, z') = \begin{cases} \frac{z_0}{2} \frac{\cos k_3 z \cos k_3 (z_0 - z')}{k_3 \sin k_3 z_0}, & z < z'; \\ \frac{z_0}{2} \frac{\cos k_3 z' \cos k_3 (z_0 - z)}{k_3 \sin k_3 z_0}, & z > z'; \end{cases} \quad (7)$$

$k_3^2 = k^2 - k_{mn}^2$, $k_{3l} = \frac{\pi l}{z_0}$ — продольные волновые числа соответственно нагруженного и ненагруженного резонатора.

Магнитная функция Грина может быть получена из (2) взаимными заменами: $\chi_{mn} \leftrightarrow \psi_{mn}$; $\sin k_{3l} z \leftrightarrow \cos k_{3l} z$; $k_{mn}^{TE} \leftrightarrow k_{mn}^{TH}$, $\Lambda_{mn}^{TE} \leftrightarrow \Lambda_{mn}^{TH}$.

Несложно проверить, воспользовавшись соотношением (3), что функция Грина, представленная в виде (2), удовлетворяет уравнению Гельмгольца (1), всем граничным условиям на стенках резонатора и условию сингулярности в точке источника. При $z \neq z'$ функция $\hat{G}^E(\vec{r}/\vec{r}')$ совпадает по виду с функцией $\hat{G}_e(\vec{r}/\vec{r}')$, полученной в работах [1—3]. В области источника, когда $\vec{r} \in V_i$ (V_i — объем источника), статическая δ -образная часть функции Грина отлична от нуля. Это позволяет записать поля внутри и на поверхности возмущающего элемента произвольных размеров, не пользуясь при этом известными в литературе приближениями.

Изложенный в данной работе метод представления аффинорных функций Грина может быть эффективно использован и при теоретическом исследовании нагруженных волноводов.

Список литературы: 1. Морс Ф. М., Фешбах Г. Методы теоретической физики. Т II. М., ИЛ, 1960. 886 с. 2. Попов В. А., Хижняк Н. А. Теория цилиндрических резонаторов, несимметрично нагруженных диэлектрическим резонансным возмущением. — «Изв. вузов. Радиофизика», 1975, т. 18, № 11, с. 1678—1688. 3. Елисеев А. И., Хижняк Н. А. Теория резонаторов, нагруженных плоскими резонансными элементами произвольной длины. — «Вопросы атомной науки и техники. Сер. Физика высоких энергий и атомного ядра». Вып. 1(13). Харьков, 1975, с. 56—61. 4. Collin R. E. On the incompleteness of E and H modes in wave guides. — «Can. J. Phys.», 1973, vol. 51, p. 1135—1140. 5. Tai C. T., Rozenfeld P. Different representations of dyadic Green's functions for a rectangular cavity. — «IEEE Trans. Microwave Theory and Techn.», 1976, vol. 24, № 9, p. 597—601.

А. В. БЕЛОБРОВ, Л. Н. ЛИТВИНЕНКО, д-р физ.-мат. наук,
С. Л. ПРОСВИРНИН, канд. физ.-мат. наук

ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ЗАРЯЖЕННОЙ ЧАСТИЦЫ, ПРОЛЕТАЮЩЕЙ СКВОЗЬ ОТВЕРСТИЕ В МЕТАЛЛИЧЕСКОМ ЭКРАНЕ КОНЕЧНОЙ ТОЛЩИНЫ

Излучение электромагнитных волн зарядами, движущимися вблизи неоднородностей среды (эффект дифракционного излучения), играет важную роль в работе электронных приборов СВЧ и требует учета при проектировании ускорителей заряженных частиц. В настоящее время подробно исследованы свойства дифракционного излучения модулированных по плотности электронных пучков и отдельных зарядов, движущихся возле периодических структур [1, 2] и металлических полуограниченных препятствий с геометрией, позволяющей применить для решения граничной задачи метод Винера-Хопфа [3]. Дифракционное излучение модулированного электронного пучка, движущегося возле локальной неоднородности в виде металлической ленты, описано в [4].

В работе [5] впервые рассмотрено дифракционное излучение синусоидально модулированного по плотности электронного пучка, движущегося по оси кругового отверстия в бесконечно тонком металлическом экране. Представляет интерес исследование эффекта в случае движения заряда через отверстие в металлическом экране конечной толщины, в частности спектральные характеристики излучения и временные: зависимость поля излучения и рассеянной мощности от времени.

Радиус отверстия равен d , толщина экрана $2d$. Заряд движется по оси отверстия со скоростью v . Задача решена в приближении заданного тока, т. е. скорость заряда всюду постоянная. Цилиндрическая система координат r, φ, z расположена в середине волновода, образованного стенками отверстия, таким образом, что ось отверстия совпадает с осью oz .

Спектральные составляющие компоненты поля дифракционного излучения $H_{\varphi\omega}$ в цилиндрическом канале представим в виде

$$H_{\varphi\omega} = -ika \sum_{n=1}^{\infty} \frac{I_1\left(\frac{\nu_n}{a} r\right)}{\nu_n} [A_n e^{iq_n(z+d)} + B_n e^{-iq_n(z-d)}], \quad |z| < d, \quad (1)$$

где $q_n = \sqrt{k^2 - (\nu_n/a)^2}$, $I_0(\nu_n) = 0$, A_n и B_n — неизвестные комплексные коэффициенты, пропорциональные амплитудам волноводных волн, распространяющихся соответственно в положительном и отрицательном направлении оси oz .

Поле дифракционного излучения по обе стороны от экрана имеет вид

$$H_{\varphi\omega}^{\pm} = ik \int_0^{\infty} \psi^{\pm}(\xi) \frac{\xi^2}{\sqrt{\xi^2 - k^2}} I_1(\xi r) e^{\pm i\sqrt{k^2 - \xi^2}z} d\xi, \quad (2)$$

где $\psi^{\pm}\xi$ — неизвестные функции, определяющие излучение соответственно в полупространства $z > d$ и $z < -d$.

Выражения для собственного поля заряда, движущегося прямолинейно в свободном пространстве и по оси бесконечного волновода, можно найти как описано в [6, 7].

Сшивая компоненты поля на границах $z = \mp d$ частичных областей и применяя метод переразложений, получаем две независимые бесконечные системы линейных алгебраических уравнений относительно величин, связанных с коэффициентами A_n и B_n в (1). Эти системы пригодны для численного исследования и решены нами на ЭВМ-М222.

Зависимость магнитной компоненты рассеянного поля от времени находится с помощью обратного преобразования Фурье

$$H_{\varphi}^{\pm}(t) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} H_{\varphi\omega}^{\pm} e^{-i\omega t} d\omega. \quad (3)$$

Будем искать $H_{\varphi}^{\pm}(t)$ в волновой зоне, при этом можно избежать интегрирования в (2) по ξ и воспользоваться асимптотической формулой, полученной с помощью метода перевала

$$H_{\varphi\omega}^{\pm} = \frac{q}{\omega R} (ka)^2 \cos\vartheta \cdot \psi^{\pm}(k \cos\vartheta) e^{ikR}, \quad \vartheta < \arccos \frac{1}{\sqrt{kR}}, \quad (4)$$

где ϑ — отсчитывается от плоскости экрана; R — расстояние от начала координат до точки наблюдения; q — величина заряда.

Подставляя (4) в (3) и используя теорему свертки, получим после несложных преобразований формулу для $H_{\varphi}^{\pm}(\mu)$

$$H_{\varphi}^{\pm}(\mu) = \frac{q}{2\pi R a \beta} \cos\vartheta \int_{-\infty}^{\infty} h^{\pm}(x) e^{-ix\mu} dx, \quad (5)$$

где $x = ka$, $\mu = \frac{ct - R}{a}$, $h^{\pm}(x) = x^2 \psi^{\pm}(x \cos\vartheta)$,

$$h^{\pm}(0) = 2/(\gamma^2 + \cos^2\vartheta), \quad h^{\pm}(-x) = [h^{\pm}(x)]^*.$$

Интеграл в формуле (5) вычисляется с помощью стандартной процедуры быстрого преобразования Фурье.

На рис. 1 показана зависимость магнитной компоненты поля излучения в различных направлениях от параметра $(ct-R)/a$ при $\beta=0,4$, $d/a=0,02$. Значение $(ct-R)/a=0$ соответствует положению заряда в начале координат. Двигаясь со скоростью $\beta=0,4$, заряд будет находиться в точке $z=-d$ в момент времени $t_1=-d/v$. Практически с этого момента времени собственное

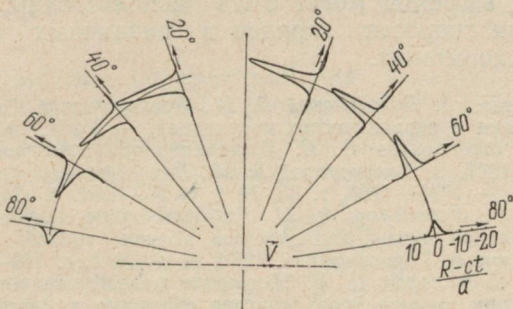


Рис. 1.

поле заряда, локализованное вблизи него, дифрагирует на экране.

Импульс излучения распространяется со скоростью света и достигает сферы радиуса R за время $t_2=R/c$, где $R'=\sqrt{R^2+d^2-2dR\cos(90^\circ-\vartheta)}$. Следовательно, время регистрации импульса на сфере близко к $t=-d/v+R'/c$.

Двигаясь по оси отверстия, заряд возбуждит второй импульс излучения в момент $t'_1=d/v$. Этот импульс пройдет путь до сферы радиуса R за время $t'_2=R'/c$, поэтому время регистрации второго импульса близко к $t'=-d/v+R'/c$.

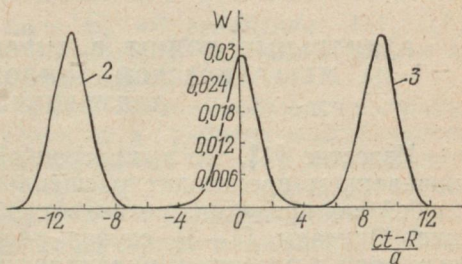


Рис. 2.

Мощность дифракционного излучения в зависимости от времени может быть вычислена интегрированием вектора Умова-Пойнтинга S_R по поверхности произвольного радиуса $R \gg d$

$$W^\pm(\mu) = \int_0^{2\pi} d\varphi \int_0^\pi S_R R^2 \sin \vartheta d\vartheta = cR^2 \int_0^{\pi/2} [H_\varphi^\pm(\mu)]^2 d\vartheta.$$

На рис. 2 представлены зависимости $W^\pm(\mu)$ при $\beta=0,4$, $d/a=0,02$ (кривая 1); $\beta=0,4$, $d/a=4$ (кривая 2 — W^+), (кривая 3 — W^-). Зависимости построены при $cq^2/a^2=1$. Расстоя-

ние между максимумами зависимостей 2 и 3 равно $\frac{ct-R}{a} \approx 20$, что соответствует значению $\frac{ct-R}{a} = \frac{2d}{\beta a}$, где t — время пролета заряда через отверстие.

Изученные эффекты могут быть использованы, например, для измерения скорости зарядов в различных электронных приборах и ускорителях.

Список литературы: 1. Болотовский Б. М., Воскресенский Г. В. Излучение заряженных частиц в периодических структурах. — УФН, 1968, т. 94, № 3, с. 337—416. 2. Шестопалов В. П. Дифракционная электроника. Харьков, «Вища школа», 1976. 3. Болотовский Б. М., Воскресенский Г. В. Дифракционное излучение. — УФН, 1966, т. 88, № 2, с. 209—251. 4. Литвиненко Л. Н., Просвиригин С. Л., Титаренко А. Ю. Дифракционное излучение модулированного электронного пучка, движущегося вблизи тонкой металлической ленты. — «Изв. вузов. Радиофизика», 1976, т. 19, № 1, с. 149—155. 5. Днестровский Ю. Н., Костомаров Д. П. Излучение модулированного пучка заряженных частиц при пролете через круглое отверстие в плоском экране. — ДАН СССР, 1959, т. 124, № 4, с. 792—795. 6. Иваненко Д. И., Соколов А. В. Классическая теория поля. М., Гостехтеоретиздат, 1951. 168 с. 7. Ситенко А. Г. Излучение заряда движущегося по оси канала в ферродизэлектрике. — ЖТФ, 1953, т. 23, № 12, с. 2200—2204.

УДК 621.372.823

Ю. И. ГРЕБЕНЮК, К. П. ЯЦУК канд. физ.-мат. наук, В. Н. ХАЛИН

РАДИАЛЬНЫЕ ВОЛНЫ В ГИРОТРОПНОМ СЛОЕ ФЕРРИТА НА МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ ПОДЛОЖКЕ ПРИ ПОПЕРЕЧНОМ ПОДМАГНИЧИВАНИИ

Известно [1], что в гиротропной среде с поперечным подмагничиванием происходит расщепление электромагнитной волны любой поляризации, возникает эффект невязимного поглощения. Описаны [1—3] случаи распространения электромагнитных волн в плоских и цилиндрических волноводах в приближении малых потерь, что не позволяет исследовать непосредственно область ферромагнитного резонанса. Представляет интерес исследовать эффекты в этой области при радиальном распространении волн.

Предполагается, что в слое феррита толщиной a , расположенного на идеально проводящем металлическом экране при $z=0$, распространяются радиальные симметричные $\left(\frac{\partial}{\partial \varphi} = 0\right)$ волны, возбуждаемые в начале цилиндрической системы координат r, φ, z . Решение уравнений Максвелла для областей феррита и свободного пространства с использованием

обычных граничных условий приводит к следующим дисперсионным уравнениям для разделяющихся H и E волн:

а) для H волн

$$pa = - \frac{\chi a \mu \operatorname{ctg} \chi a \pm \gamma a \mu_a}{\mu^2 - \mu_a^2}, \quad (1)$$

где
$$p = \sqrt{\gamma^2 - k^2}, \quad \chi = \sqrt{\frac{k^2 \varepsilon}{\mu} (\mu^2 - \mu_a^2) - \gamma^2},$$

γ и k — постоянные распространения в радиальном направлении и в свободном пространстве: $\mu = \mu' + i\mu''$, $\mu_a = \mu'_a + i\mu''_a$, $\mu_{II} = \mu'_{II} + i\mu''_{II}$ — компоненты тензора магнитной проницаемости азимутально подмагниченного ферритового слоя

$$\mu = \begin{pmatrix} \mu & 0 & i\mu_a \\ 0 & \mu_{II} & 0 \\ -i\mu_a & 0 & \mu \end{pmatrix},$$

$\varepsilon = \varepsilon' + i\varepsilon''$ — диэлектрическая проницаемость ферритового слоя, знак $+$ соответствует прямым волнам, знак $-$ обратным, б) для E волн

$$pa = \frac{\eta a}{\varepsilon} \operatorname{tg} \eta a, \quad (2)$$

где
$$\eta = \sqrt{k^2 \varepsilon \mu_{II} - \gamma^2}.$$

При отсутствии магнитного поля $H_p = 0$ уравнения (1), (2) переходят в уравнения (64.07), (64.12) из [3] для нечетных H и четных E волн диэлектрического слоя на металле.

Из (1) и (2) следует, что эффект невзаимного распространения возникает для H волн. Поэтому в работе исследовалось поведение H волн. Проведены численные расчеты комплексной постоянной распространения $\gamma = \gamma' + i\gamma''$ без ограничений на соотношение между параметрами γ' и γ'' . Была создана программа, по которой γ' и γ'' определялись путем минимизации функции, представляющей собой сумму действительной и мнимой частей дисперсионного уравнения, методом покоординатной релаксации. Аргументами минимизируемой функции служили γ' и γ'' — точность вычисления минимума была $< 10^{-6}$ по аргументам и $< 10^{-9}$ — по функции.

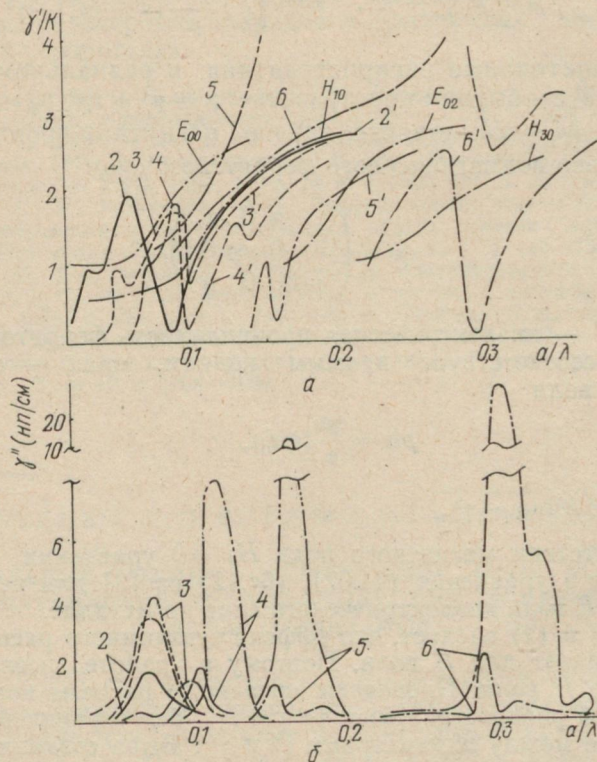
Результаты расчета замедления γ'/k и γ'' для слоя ($a = 0,5$ см) феррита марки 40СЧ от приведенной частоты a/λ для различных значений подмагничивающего поля представлены на рисунке.

Кривые E_{00} , H_{10} , E_{02} , H_{30} волн изотропного диэлектрика с $\varepsilon = 10,0$ и $\operatorname{tg} \delta = 2,9 \cdot 10^{-3}$, кривые 2—6 соответствуют подмагничивающим полям 0,55; 1; 2; 3 и 6 кэрст соответственно (см. рисунок, поз. а). Дисперсионные характеристики приведены

только для прямых волн. Сплошные линии — γ'' для прямых волн, пунктирные — для обратных (рисунок, поз. б).

На основе расчетов можно проследить закон трансформации волн с ростом величины подмагничивающего поля.

1. Если частота ферромагнитного резонанса f_0 меньше критической частоты диэлектрического слоя $f_{кр}$, возникает ветвь



дисперсионной характеристики, лежащая в докритической области H -волны, продолжение ее идет по дисперсионной характеристике изотропного слоя (рисунок, поз. а, кривая 2). Потери, соответствующие ветви дисперсионной характеристике в докритической области, для прямой и обратной волн больше на порядок потерь ветви, соответствующей характеристике изотропного слоя (рисунок, поз. б, кривая 2).

2. С приближением f_0 и $f_{кр}$ волны H_{10} происходит незначительное изменение в поведении дисперсионной характеристики регулярной диэлектрической ветви при сохранении малого значения вентиляющего отношения $B \frac{\gamma''_{обр}}{\gamma''_{пр}}$ и малых потерь. В закри-

тической области можно найти интервал частот $\sim 10\%$, в пределах которого γ'' прямой волны мала (порядка потерь диэлектрической волны), а B увеличивается до 5.

3. При $f_0 > f'_{кр}$ возникает разрыв дисперсионной характеристики волны H_{10} . С ростом подмагничивающего поля H_ϕ происходит удаление правой ветви от дисперсионной характеристики и приближение левой к дисперсионной характеристике диэлектрической волны H_{10} (кривые 3, 4, 5). При этом у левой ветви потери и вентильное отношение невелики, а у правой ферромагнитный резонанс существует на разных частотах для прямой и обратной волн, что и вызывает увеличение B до значений $\simeq 40$ в полосе частот $\sim 10\%$.

4. На частотах $f_0 > f''_{кр}$ волны H_{30} возникает расщепление волн H_{10} и H_{30} со значением $B \simeq 40$ и прямыми потерями, большими, чем при расщеплении в интервале $f'_{кр} < f_0 < f''_{кр}$. В области существования одной волны при $f_0 > f''_{кр}$ дисперсионные характеристики совпадают с дисперсионными характеристиками изотропного диэлектрика.

5. Обнаружены области частот (рисунок, поз. а, кривые 3, 6) с аномальной дисперсией у докритических ветвей дисперсионных характеристик и области быстрых волн.

6. Анализ результатов численного счета показал, что дифференциальный фазовый сдвиг в данной системе может превышать значения, полученные в работе [2] для круглого волновода с азимутально намагниченным ферритом.

7. Исследования, проведенные на более толстых слоях ($a=1$ см, $a=2$ см), показали, что расщепление дисперсионных характеристик наступает при меньших, по сравнению с тонкими слоями, полях подмагничивания, т. к. $f_{кр}$ при этом уменьшается. Вентильное отношение $B \simeq 40$ существует в полосе 30% , а в более узкой полосе частот можно получить $B \sim 100$.

Таким образом, использованный метод численного счета позволил установить основные закономерности поведения γ' и γ'' непосредственно в районе ферромагнитного резонанса для радиальных волн в слое феррита на металлическом экране.

Полученные результаты могут быть полезными при разработке интегральных СВЧ схем на ферритовых подложках и при выборе параметров одноמודового режима работы плоских невзаимных устройств СВЧ диапазона.

Список литературы: 1. Микаэлян А. А. Теория и применение ферритов на сверхвысоких частотах. М.—Л., Госэнергоиздат, 1963. 240 с. 2. Потехин А. И., Юргенсон Р. Р. Расчет некоторых линий СВЧ с азимутально намагниченным ферритом. — «Радиотехника и электроника», 1970, т. 15, № 3, с. 456—465. 3. Веселов Г. И., Алехин Ю. Н., Семенов С. Г. Дисперсионные характеристики волновода с азимутально намагниченной ферритовой средой. — «Электронная техника. Сер. 1. Электроника СВЧ», 1976, вып. 6, с. 61—68. 4. Вайнштейн Л. А. Электромагнитные волны. М., «Сов. радио», 1957.