

К-14038

МИНИСТЕРСТВО

ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ УССР

**ВЕСТНИК  
ХАРЬКОВСКОГО  
УНИВЕРСИТЕТА**

**№ 34**

**СЕРИЯ АСТРОНОМИЧЕСКАЯ**

**ВЫПУСК 4**

**ИЗДАТЕЛЬСТВО ХАРЬКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА**



Цена 83 коп.









МИНИСТЕРСТВО  
ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ УССР

---

# ВЕСТНИК ХАРЬКОВСКОГО УНИВЕРСИТЕТА

№ 34

СЕРИЯ АСТРОНОМИЧЕСКАЯ

ВЫПУСК 4

*K-14038*



ИЗДАТЕЛЬСТВО  
ХАРЬКОВСКОГО ОРДЕНА ТРУДОВОГО КРАСНОГО ЗНАМЕНИ  
ГОСУДАРСТВЕННОГО УНИВЕРСИТЕТА имени А. М. ГОРЬКОГО  
Харьков 1969



Редакционная коллегия:

акад. АН УССР *Н. П. Барабашов* (ответственный редактор), доц.  
*В. И. Езерский*, доц. *К. Н. Кузьменко* (секретарь), доц. *В. Х. Плуж-*  
*ников*, канд. физ.-матем. наук *А. Т. Чекирда*.

Редактор *Л. Ф. Кизилова*  
Техредактор *Л. Т. Момот*  
Корректор *В. И. Цатурова*

---

Сдано в набор 17/IX 1968 г. Подписано к печати 10/III 1969 г. БЦ 50098.  
Формат 70×108<sup>1/16</sup>. Объем: 7 физ. печ. л., 9,8 усл. печ. л., 8,3 уч.-изд. л.  
Заказ 8-1503. Тираж 500. Цена 83 коп.

---

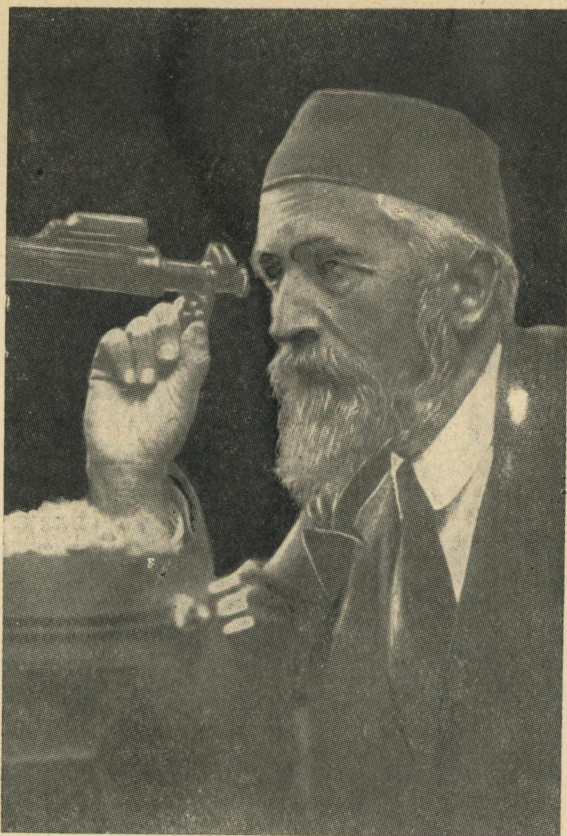
Типоофсетная фабрика комитета по печати при Совете Министров УССР.  
Харьков, ул. Энгельса, 11.



**НИКОЛАЙ НИКОЛАЕВИЧ ЕВДОКИМОВ.  
К 100-ЛЕТИЮ СО ДНЯ РОЖДЕНИЯ**

*Н. П. Барабашов, К. Н. Кузьменко, В. Х. Плужников.*

Николай Николаевич Евдокимов родился 6 апреля 1868 г. в Харькове в семье торгового служащего. В 1886 г. он окончил с золотой



медалью 3-ю Харьковскую гимназию и поступил на физико-математический факультет Харьковского университета. Получив в 1890 г. диплом I степени по специальности астрономия и геодезия, он был оставлен стипендиатом для приготовления к профессорскому званию по астрономии.

В 1891 г. директор Пулковской обсерватории академик Ф. А. Бредихин в отчете, представленном комитету ГАО, писал: «При университетских обсерваториях я нашел несколько молодых людей, блестяще



окончивших курс по математическому факультету и с похвальным усердием продолжающих заниматься астрономией и по окончании курса. Эти лица суть: ... в Харькове — Евдокимов. Из знакомства с ними и из отзывов об их занятиях я вынес полное убеждение, что как Пулковская обсерватория, так и университетские обсерватории наши совершенно обеспечены свежими силами, если только этим последним будет оказана в той или другой форме поддержка для продолжения ими начатой деятельности.

Пулковская обсерватория должна принять в этом деле посильное участие, ясно сознавая, что комплектование ее самой выпиской из-за границы следует и можно навсегда вывести из употребления».

Посещение академиком Бредихиным Харьковского университета оказало положительное влияние на развитие астрономической обсерватории университета.

Уже в 1893 г. Н. Н. Евдокимов был зачислен внештатным ассистентом Астрономической обсерватории, а в 1894 г. на летние месяцы был командирован для усовершенствования в Пулковскую обсерваторию. Находясь на стажировке, он ознакомился с употреблением фотогелиографа и измерениями положений пятен на фотографиях Солнца, наблюдал пассажным инструментом в первом вертикале, меридианным кругом, большим вертикальным кругом и 15-дюймовым рефрактором. Кроме того, занимался измерениями фотографий спектров, работал с астрографом и на одной из пластинок измерял положения некоторых звезд, чтобы познакомиться главным образом со способом ориентации пластинок. Из этого видно, насколько широк был круг вопросов, интересовавших в это время Николая Николаевича, и с какой энергией он старался использовать представленное ему короткое время пребывания в Пулковской обсерватории.

В 1894 г. Н. Н. Евдокимов успешно выдержал магистерский экзамен и в 1895 г. начал читать лекции в Харьковском университете в звании приват-доцента.

Нужно отметить, что материальное положение Николая Николаевича в это время было довольно тяжелым. После смерти его отца (в 1892 г.) семья осталась почти без всяких средств к существованию. Заработная плата его как приват-доцента была очень низкой и получал он ее крайне нерегулярно, так как выдавалась зарплата не из бюджетных ассигнований, а из особого фонда университета, зависевшего от взносов студентов за слушание лекций, частных пожертвований и других случайных поступлений. За пять лет работы в должности ассистента, а затем приват-доцента заработная плата Николая Николаевича выразилась всего в сумме 300 рублей, т. е. около 5 рублей в месяц. Поэтому Н. Н. Евдокимов вынужден был в эти годы совмещать работу приват-доцента с работой преподавателя математики в женских гимназиях г. Харькова.

В 1898 г. Н. Н. Евдокимов был утвержден в должности штатного астронома-наблюдателя Астрономической обсерватории Харьковского университета. С этого времени он принимает непосредственное активное участие во всех астрономических работах обсерватории, преимущественно на меридианном круге.

В период с 1898 по 1902 гг. Н. Н. Евдокимов вместе с Л. О. Струве определял на меридианном круге обсерватории склонения 779 зодиакальных звезд из каталога 834 лунных звезд Downing'a (NA 1897).

Следует отметить, что Николай Николаевич прежде всего включался в работы актуальные в данный момент.

В 1898 г. Густавом Винтом была открыта малая планета Эрос. Так как орбита этой планеты имеет большой эксцентриситет, то она прони-



кает внутрь орбиты Марса и в противостоянии 1900—1901 гг. Эрос должен был подойти к Земле на расстояние 0,27 астрономических единиц (в 1930, 1931 г. на 0,17 а. е.). Точные определения координат Эроса в это время имели большое значение для уточнения параллакса Солнца. Исходя из этого, начиная с 1900 г., Н. Н. Евдокимов и Л. О. Струве провели большую работу по определению опорных звезд (звезд-репер) для определения координат планеты Эрос.

В 1889 г. Репсольд ввел в употребление контактный микрометр, который позволил резко снизить ошибки при определении прямых восхождений звезд меридианным кругом.

В 1900 г. механик Харьковской обсерватории В. Н. Деревянко изготовил контактный микрометр для меридианного круга в Харькове. Учитывая возросшие после этого возможности повышения точности определения прямых восхождений звезд, Николай Николаевич решил приступить к одной из наиболее важных и трудных задач астрометрии — определению параллаксов звезд меридианным кругом. Он выбрал звезды с прямым восхождением в пределах от  $17^h43^m$  до  $5^h53^m$  и со склонением от  $-7^\circ48'$  до  $+63^\circ24'$ , которые имели большое собственное движение по  $\alpha$ . В период 1906—1908 гг. он определил параллаксы 59 звезд новым тогда методом, предложенным в 90-х годах XIX века Каптейном.

Работа Н. Н. Евдокимова «Определение параллаксов неподвижных звезд по наблюдениям меридианным кругом астрономической обсерватории Харьковского университета» опубликована отдельным изданием в 1912 г. Она для своего времени явилась значительным вкладом в астрометрию и стала его диссертацией на степень магистра астрономии и геодезии, которую он успешно защитил в 1912 г. Л. О. Струве в своем отзыве о работе Н. Н. Евдокимова писал: «На основании всего изложенного я прихожу к заключению, что работа Н. Н. Евдокимова весьма содержательна и имеет большой научный интерес. В заключение я могу только выразить свое удовольствие, что мне приходится давать факультету отзыв о таком достойном труде, и свою радость, что такая ценная научная работа произведена на маленькой астрономической обсерватории Харьковского университета. Эта работа Н. Н. Евдокимова удостоена премии Русского Астрономического Общества».

В период 1909—1915 гг. Н. Н. Евдокимов вместе с Л. О. Струве и Б. И. Кудревичем выполнил большие ряды наблюдений по определению  $\alpha$  и  $\delta$  1407 близполюсных звезд. Получено по каждой координате около 11 000 наблюдений.

С самого начала Великой Октябрьской социалистической революции Н. Н. Евдокимов стал в ряды той передовой интеллигенции, которая без колебаний пошла в советские вузы и научно-исследовательские учреждения.

В 1917 г. просьба Л. О. Струве об освобождении его от обязанностей директора Харьковской астрономической обсерватории в связи с ухудшением здоровья была удовлетворена и на это место был назначен Николай Николаевич Евдокимов. За время пребывания его на этом посту значительно обогатилось научное оборудование обсерватории, а главное, она пополнилась новыми молодыми талантливыми кадрами астрономов.

В первые годы революции обсерватория испытывала большие материальные затруднения и вести систематические наблюдения было трудно. Сразу же после гражданской войны Николай Николаевич приступил к всестороннему исследованию меридианного круга, а в 1924 г. вместе с Б. П. Осташенко-Кудрявцевым начинает наблюдения 270 звезд для определения их склонений абсолютным методом.



В период 1924—1927 гг. Евдокимов выполнил также первую большую серию наблюдений по определению склонений больших планет.

В 1929 г. в связи с ухудшением здоровья Николай Николаевич подал заявление об освобождении его от обязанностей директора обсерватории. В 1930 г. просьба его была удовлетворена, но он продолжал работать в должности старшего астронома.

В автобиографии в конце 30-х годов Николай Николаевич писал: «При соблюдении предписанного врачами режима я сохраняю работоспособность, могу вести педагогическую и научную работу. По научной работе мне желательнее всего вести обработку большого накопленного материала». Но он не мог не участвовать и в наблюдениях и до самой смерти продолжал наблюдения на меридианном круге.

В 30-х годах Евдокимов выполнил новые серии наблюдений по определению координат больших планет. В период 1935—1937 гг. вместе с В. А. Михайловым он вел наблюдения для определения склонений звезд по способу Сандерса — Раймонда, при этом Н. Н. Евдокимов определял суммы зенитных расстояний звезд на меридианном круге, а разности их на пассажном инструменте определял В. А. Михайлов.

Николай Николаевич был выдающимся наблюдателем. Он не пропускал ни одного ясного вечера для наблюдения. Будучи убежденным последователем Пулковской астрономической школы, он отличался исключительной дисциплинированностью и аккуратностью, не переносил небрежного отношения к инструменту. Во время наблюдений он не допускал ничего, что могло бы отвлечь внимание наблюдателя или привести к изменению постоянных инструмента. Поэтому во время наблюдений никто не осмеливался открыть дверь павильона меридианного круга или громко разговаривать вблизи павильона, он не любил частых чисток инструмента, а тем более покрасок и других ремонтных работ, опасаясь как бы при этих работах не был поврежден инструмент. Даже перекладки инструмента вызывали у него большое беспокойство, входная дверь павильона закрывалась на ключ, чтобы кто-нибудь своим неожиданным появлением не привел к несчастью. Этим можно объяснить, что меридианный круг, установленный в XIX веке, до конца жизни Николая Николаевича всегда находился в отличном состоянии.

Трудовая деятельность Н. Н. Евдокимова не ограничивалась научными работами в области меридианной астрометрии. Как и большинство русских астрономов он много времени посвящал геодезическим работам.

В конце прошлого века Харьков не был связан с русской нивелирной сетью. В период 1896—1899 гг. Л. О. Струве и Н. Н. Евдокимов произвели большую трудоемкую работу по привязке обсерватории с русской нивелирной сетью посредством точной нивелировки между станциями Коренная—Пустынь и Синельниково.

Николай Николаевич Евдокимов длительное время был членом Украинского геодезического управления, членом Бюро долгот и принимал самое активное участие в обширных геодезических работах, проводившихся в 1924—1926 гг., особенно по определению разностей долгот. Им выполнена большая работа по организации службы времени на Украине.

В 1926 г. в Харькове проходил съезд работников метрологии, на котором было решено организовать лабораторию времени при Харьковской палате мер и весов. Под руководством Н. Н. Евдокимова лаборатория была организована в 1927 г. и он оставался ее руководителем до 1936 г., когда под его руководством была организована Харьковская служба времени астрономической обсерватории и института стандартизации и метрологии.



Н. Н. Евдокимов принимал участие в экспедициях по наблюдению полных солнечных затмений. Так, при подготовке к наблюдению затмения 8(21) августа 1914 г. Николай Николаевич был командирован в Таврическую губернию, чтобы выбрать место для наблюдения. Он также участвовал в экспедиции, направленной в Геническ в составе Л. О. Струве, В. Г. Фесенкова, Б. П. Герасимовича, М. И. Сахарова, И. А. Божко, К. Г. Гинце и механика В. Н. Деревянко. Программа наблюдений была выполнена, были получены фотографии внутренней и внешней короны Солнца, фотографии серпов, проведены фотометрические наблюдения над яркостью короны и др.

Николай Николаевич был участником экспедиции и по наблюдению полного солнечного затмения 19 июля 1936 г. (наблюдения были организованы и успешно выполнены в станице Белореченской Азово-Черноморского края).

Наряду с большой научной работой Н. Н. Евдокимов около 50 лет жизни отдал подготовке квалифицированных кадров астрономов и геодезистов. Уже в 1893 г. в должности ассистента, а с 1895 по 1914 г. в звании приват-доцента он вел практические занятия и читал лекции по математике и астрономии в университете. После блестящей защиты диссертации на степень магистра он был избран советом университета на должность профессора астрономии и геодезии и в этой должности оставался в университете до конца своей жизни.

До Великой Октябрьской социалистической революции, начиная с 1901 г., он преподавал также в Харьковском технологическом институте.

С первых же дней Октябрьской революции Николай Николаевич принимает самое активное участие в восстановлении и развитии высшего образования на Украине. В 1921 г. он участвовал в организации Межевого техникума и был одним из первых преподавателей этого техникума, преобразованного вскоре в Геодезический институт. После слияния этого института с Инженерно-строительным институтом Н. Н. Евдокимов в течение многих лет возглавлял здесь кафедру геодезии. Являясь высококвалифицированным и разносторонне образованным профессором, хорошо эрудированным в области математики, Николай Николаевич за время своей работы в университете и Инженерно-строительном институте читал курсы лекций по сферической и практической астрономии, небесной механике, теории вероятностей, математической обработке наблюдений, геодезии, включая и высшую геодезию, общей астрономии и др.

Отличаясь исключительной аккуратностью вообще, он был особенно аккуратным во всем, что касалось его работы как ученого и педагога. Он всегда тщательно готовился к каждому наблюдению, к каждому публичному выступлению, а тем более к лекции. Поэтому его лекции излагались в строго научной форме, но в то же время понятно и увлекательно. Слушатели уносили с собой воспоминание о нем как о лекторе с широким научным кругозором, хорошо владеющим математическим аппаратом и в то же время скромном и обаятельном человеке.

В конце 20-х и особенно начале 30-х годов в связи с бурным развитием высшего образования в СССР ощущался большой недостаток учебников, особенно на украинском языке. Несмотря на загруженность научной и педагогической работой в это время ученый выполнил большую и трудоемкую работу, подготовив обстоятельный «Курс практической астрономии», изданный на украинском языке в 1934 г.

В связи с 70-летием со дня рождения Николая Николаевича Евдокимова в приветственном адресе Пулковской астрономической обсерватории отмечалось: «К числу немногих старых профессоров Харьковского



университета, еще плодотворно работающих на пользу советской науки и университета, принадлежит Н. Н. Евдокимов, отдавший Харьковскому университету и обсерватории 47 лет своей творческой жизни. За это время Николай Николаевич воспитал поколение астрономов и геодезистов; среди учеников Николая Николаевича имеется три директора астрономических обсерваторий и один академик, не говоря уже о ряде профессоров и доцентов».

Много времени уделял Н. Н. Евдокимов и общественной работе. В дореволюционные годы он состоял членом Харьковского общества распространения грамотности, около 15 лет работал в аудитории Комиссии народных чтений и др.

С первых же лет Советской власти он организует экскурсии рабочих и красноармейцев в обсерваторию, в течение ряда лет ведет занятия по астрономии и топографии на курсах для рабочих, созданных группой преподавателей вузов Харькова, выступал с лекциями перед трудящимися.

Н. Н. Евдокимов написал две научно-популярные брошюры, предназначенные для широкого круга читателей. Он был членом Международного астрономического общества и принимал участие в съездах этого общества: в 1904 г. в Лунде, в 1908 г. в Вене, в 1913 г. в Гамбурге.

В 1928 г. Николай Николаевич принимал участие в съезде Международного астрономического союза.

За выдающиеся заслуги в области науки и подготовки квалифицированных кадров 16 декабря 1935 Николаю Николаевичу Евдокимову Постановлением Президиума Центрального Исполнительного Комитета УССР было присвоено звание Заслуженного деятеля науки.

В 1936 г. Николаю Николаевичу Евдокимову была присвоена ученая степень доктора астрономических наук без защиты диссертации.

5 апреля 1941 г. смерть прервала плодотворную жизнь ученого.

Комиссия АН СССР по наименованию образований на обратной стороне Луны утвердила списки предлагаемых наименований и биографических справок к ним (см. АЖТ 43 № 5, 1966 г., стр. 1111). Один из кратеров обратной стороны Луны под номером 35 назван именем Евдокимова.

Н. Н. Евдокимову по праву принадлежит почетное место среди крупных ученых астрономов и геодезистов нашей страны.

---



## О МОИХ ВСТРЕЧАХ С Н. Н. ЕВДОКИМОВЫМ

*В. Г. Фесенков*

В 1907 г. после окончания Новочеркасского реального училища я был принят в число студентов Харьковского университета и впервые приехал в Харьков. Однако было еще неизвестно, начнутся ли занятия в университете, который фактически не функционировал два предшествующих года 1905 и 1906. На общей студенческой сходке в сентябре 1907 г., где выступал и ректор университета проф. Д. И. Багалея, было решено приступить к слушанию лекций. Не ожидая начала лекций по астрономии, которые читались лишь со второго курса (предмет общей астрономии), я решил сразу отправиться на обсерваторию, помещавшуюся в университетском саду, и обратиться к профессору астрономии и директору обсерватории Л. О. Струве. Струве немедленно вышел на мой звонок у калитки дома, выслушал мою просьбу разрешить мне вести наблюдения и сейчас же повел меня к малому павильону обсерватории, где тогда находился универсальный инструмент Эртеля. Там он показал на нониус разделенного круга и предложил сделать отчет. Получив и проверив ответ, Струве сказал, что я могу наблюдать, и ушел. Каких-либо конкретных указаний он не дал. Скоро наступил вечер, и я впервые увидел Н. Н. Евдокимова, который, как обычно, пришел на обсерваторию вести наблюдения с меридианным кругом — главным инструментом обсерватории. Он сразу заинтересовался мною, спросил, что я собираюсь делать, и дал указания, касающиеся моих будущих наблюдений. Таким образом он стал моим фактическим руководителем. Это меня ободрило, и через некоторое время я принес ему на обсерваторию изложение изобретенного мною способа определения солнечного параллакса из наблюдений отдельных деталей лунного рельефа в моменты их исчезновения за терминатором. Рукопись сопровождалась несколькими рисунками отдельных лунных деталей, сделанных мною в небольшой телескоп. Николай Николаевич воздержался от какой-либо оценки этого способа, но предложил мне заняться наблюдениями на шестидюймовом рефракторе Мерца, находившемся в большом павильоне обсерватории и снабженном нитяным и кольцевым микрометрами. С этим прибором связана моя основная работа на обсерватории — главным образом наблюдения над планетами и кометами. Некоторые наблюдения проводились мною затем совместно с Н. Н. Евдокимовым. Так, например, в октябре 1909 г. мы обнаружили комету Галлея, когда она, постепенно приближаясь к Солнцу, оставалась еще очень слабым телескопическим объектом, примерно 9 — 10 зв. величин.

Вместе с Евдокимовым мы наблюдали с помощью того же рефрактора прохождение Меркурия по солнечному диску. Однажды все сотрудники обсерватории участвовали в наблюдении лунного затмения.

Деятельность Н. Н. Евдокимова на обсерватории связана, прежде всего, с определением точных положений всех звезд ВД в околополюсной области неба, от полюса до 79,5° отклонения, согласно международной



программе, в которой принимала участие и Харьковская обсерватория. Когда я был на четвертом курсе университета, Евдокимов на основе обширного полученного им наблюдательного материала готовил свою докторскую диссертацию. К этому времени я уже полностью сжился с интересами обсерватории и был очень доволен, когда Николай Николаевич обратился ко мне с просьбой помочь ему в вычислениях. Вычислителей на обсерватории тогда еще не было. В благодарность за помощь Николай Николаевич подарил мне на память книгу Симона Ньюкомба «*A compendium of spherical astronomy*», которая хранится у меня до сих пор.

Заметим, что до 1894 г. штат Харьковской обсерватории состоял только из директора, он же профессор астрономии, и сторожа, механик же обсерватории проходил по штатам университета. С 1894 г. была разрешена внештатная должность астронома-наблюдателя без оплаты, которую занял Н. Н. Евдокимов, тогда еще совсем молодой человек.

Чтобы получить средства к существованию, ему пришлось вести преподавание в средней школе. Квартира Евдокимова была расположена далеко от обсерватории — на Нетеченской улице. После дневной работы он снова возвращался на обсерваторию, чтобы вести ответственные наблюдения на меридианном круге, и все это из бескорыстной любви к науке. Только через десять лет, в 1904 г., министерство разрешило, наконец, штатную должность астронома-наблюдателя, и положение Николая Николаевича существенно улучшилось. Однако лекционная нагрузка его как приват-доцента оставалась ничтожно малой — на осеннем семестре первого курса в неделю два часа лекций по сферической тригонометрии, предмету обязательному для всех студентов, и по специальному предмету (например, определение орбит, теория частных возмущений, высшая геодезия) для студентов-астрономов. Нужно отметить, что, например, в 1907—1908 учебном году на всей астрономической секции физмата Харьковского университета числилось только два студента — я на первом курсе и Б. И. Кудревич — на четвертом; на втором же и третьем курсах не было ни одного студента-астронома. Прежде чем готовиться к чтению лекции по какому-либо факультативному предмету, Евдокимов предварительно спрашивал меня, буду ли я его слушать, так как я долго был его единственным слушателем.

Таковы были мои отношения с Николаем Николаевичем в студенческий период моей жизни, в 1907—1911 гг. Они прервались вследствие моего отъезда в Париж, так как я был направлен университетом слушать лекции в Сорбонне и проходить стажировку на обсерваториях в Париже, Медоне и Ницце. По возвращению в Харьков во второй половине 1914 г. я нашел значительные перемены. Штат обсерватории пополнился ассистентом (К. Г. Гинце), вычислителем (И. А. Божко) и несколькими механиками. Л. О. Струве за выслугу лет перешел в заслуженные профессора, Н. Н. Евдокимов занял его место как директор обсерватории и заведующий кафедрой астрономии. Мне же предложили занять должность астронома-наблюдателя и читать лекции в качестве приват-доцента. Таким образом я снова вернулся в родной для меня коллектив и еще до формального зачисления в штат приступил к работе. Так, например, уже в августе 1914 г., когда уже началась первая мировая война, мы вместе с Н. Н. Евдокимовым, Л. О. Струве и другими сотрудниками с участием Б. П. Герасимовича проводили в Геническе наблюдения над полным солнечным затмением. Вернувшись в Харьков, я включился в работу по исследованию околополюсной области неба, взяв на себя определение звездных величин с помощью фотометра Цельнера.



Деятельность обсерватории при Евдокимове значительно оживилась, несмотря на трудные условия военного времени. Проводились научные собрания, в которых, кроме сотрудников обсерватории, принимали участие также некоторые студенты в том числе Отто Струве, старший сын Л. О. Струве, уже тогда проявивший свои большие способности. Темы выступлений были довольно разнообразны.

При непосредственном участии Н. Н. Евдокимова значительно расширился объем преподавания в университете. Впервые был введен факультативный курс астрофизики, первым слушателем которого стал тот же О. Струве. Научному общению с представителями других специальностей способствовали встречи с профессорами и преподавателями университета на квартире у Н. Н. Евдокимова, которого я часто посещал. Продуктивности научной работы обсерватории способствовало то, что здесь можно было чувствовать себя, как в родной семье, где не было никаких личных недоразумений. Мне это казалось тогда вполне естественным и необходимым, и лишь позднее, ознакомившись с другими научными учреждениями, я увидел, насколько редко это бывает.

В конце 1919 г., в связи с переездом в Новочеркасск, я снова оставил Харьковскую обсерваторию, и моя непосредственная связь с Николаем Николаевичем прервалась.

В 1920 и затем в 1921 г. я лишь на короткое время приезжал в Харьков. В последний раз мы встретились с Н. Н. Евдокимовым на третьем астрономическом съезде в сентябре 1924 г. в Москве, куда я к этому времени переехал на постоянную работу. С тех пор прошли годы, но я навсегда сохранил чувство глубокой благодарности к моим первым учителям — Л. О. Струве и Н. Н. Евдокимову. Струве был первоклассный наблюдатель и замечательный вычислитель, у которого многому можно было поучиться. Евдокимов же был не только выдающимся ученым, но и прекрасным организатором, человеком, умеющим создавать вокруг себя обстановку полной слаженности и товарищеской взаимопомощи, необходимую для плодотворной научной работы.

---



## О СВОЙСТВАХ РЕЛЬЕФА ЛУННОЙ ПОВЕРХНОСТИ В ОКРЕСТНОСТИ СТАНЦИИ ЛУНА-13

*Н. П. Барабашов, Л. А. Акимов, Д. Ф. Лупишко*

Многочисленные фотометрические исследования Н. П. Барабашова, как известно, показали, что верхний слой лунного грунта чрезвычайно изрыт, порист и шероховат. Дальнейшие наблюдения полностью подтвердили этот вывод, но не дали возможности однозначно определить пористая ли это, подобная губке поверхность, или сильно раздробленная субстанция, у которой зерна тесно прилегают друг к другу или даже спаяны между собой.

Во всяком случае упомянутые выше фотометрические наблюдения выявили, что пористость вещества, составляющего поверхность Луны, значительно больше пористости земных вулканических лав. Если пористость измерять отношением сумм площадей отверстий пор к сумме площадей, разделяющих стенок, то она должна быть больше 0,8.

Изучая распределение мощности отраженного излучения в зависимости от длины волны при различных углах падения, отражения, а также угла фазы, мы можем составить представление о верхней границе диапазона раздробленности (пористости) лунной поверхности. Фотометрические исследования Н. П. Барабашова [1, 2, 3] свидетельствуют о том, что вероятнее всего размеры неровностей микрорельефа поверхностного слоя Луны заключены в пределах 1—6 мм.

В работе [4] на основании измерения фотографий 3-й панорамы, переданной на Землю с автоматической станции Луна-9, показано, что в измеренной области наиболее часто встречающимися являются микрократеры диаметром 50—60 мм. Далее можно заключить, что на том же измеренном участке, начиная с размеров 2—3 см, преобладают линейные структуры, такие, что протяженность их в одном направлении в 2—3 раза больше, чем в другом. По-видимому, это образования типа валов микрократеров, накладывающихся друг на друга, когда уже сам кратер проследить трудно, а различаемые части валов проявляют себя подобным образом. Конечно, это лишь одна из возможных причин такого поведения функции корреляции.

В настоящей работе исследование величины и формы деталей микрорельефа на панорамах, переданных Луной-13, было произведено путем подсчета количества образований разного типа.

Определялось количество кратеров-лунок (воронок) различного диаметра в пределах от 25 мм до 700 мм. Всего измерено 93 образования подобного типа на площади 4,8 м<sup>2</sup> поверхности Луны.

Измерены размеры отдельно лежащих камней. Всего измерениям подвергались 48 камней на 4,8 м<sup>2</sup>.

Измерения на панораме производились вдоль строк и перпендикулярно к ним.

Если  $\Delta\beta$  и  $\Delta\gamma$  — угловой размер достаточно малого лунного образо-



вания, на панораме соответственно вдоль строк и в плоскости панорамирования,  $\Delta\varphi$  и  $\Delta\lambda$  — угловые размеры этого образования в горизонтальной системе координат (рис. 1), а  $\Delta r$  и  $\Delta a$  — линейный размер этого образования в полярной системе координат, то соотношения между ними следующие:

$$\Delta r = -\frac{h}{\sin^2 \varphi} \Delta\varphi, \quad (1)$$

$$\Delta a = h \operatorname{ctg} \varphi \Delta\lambda. \quad (2)$$

При этом

$$\Delta\varphi = \Delta\beta \cos \delta, \quad (3)$$

$$\Delta\lambda = \Delta\gamma \cos \delta, \quad (4)$$

$$\cos \delta = \frac{\cos \alpha - \sin \varphi \sin \beta}{\cos \varphi \cos \beta}, \quad (5)$$

$$\sin \varphi = \cos \alpha \sin \beta + \sin \alpha \cos \beta \sin \gamma, \quad (6)$$

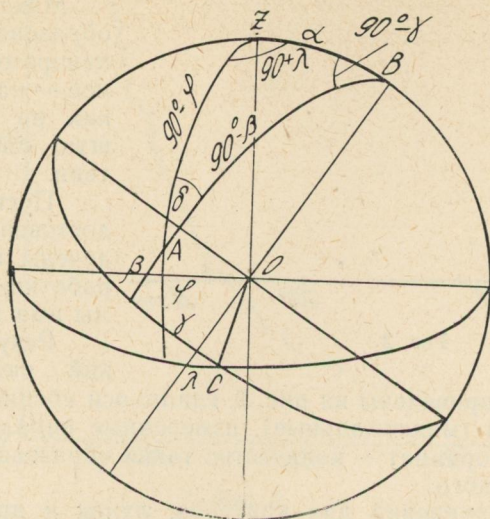


Рис. 1.

где  $h$  — расстояние приемной головки станции от лунной поверхности.

Далее здесь в соответствии с рис. 1  $\beta$  и  $\gamma$  — высота и азимут некоторой точки  $A$  в системе координат панорамы;  $\beta$  отсчитывается от плоскости, перпендикулярной к оси панорамирования  $OB$ ,  $\gamma$  отсчитывается от линии  $OC$  пересечения этой плоскости с горизонтальной;  $\lambda$  и  $\varphi$  — азимут и высота этой точки  $A$  в горизонтальной системе координат, при этом  $\lambda$  отсчитывается от той же линии  $OC$ , от которой отсчитывается и  $\gamma$ ;  $\alpha$  — угол между направлением на зенит  $Z$  и осью панорамирования  $OB$ . Он определяется как максимальный угол наклона линии горизонта на панораме к плоскости панорамирования и равен  $14^\circ$ .

При этом линия, от которой отсчитывается угол  $\beta$ , лежит на расстоянии  $\alpha$  от самой нижней точки линии горизонта на панораме. Точка  $C$ , от которой отсчитываются оба азимута  $\gamma$  и  $\lambda$ , лежит на пересечении этой линии с линией горизонта. Эту точку  $C$  можно определить и другим способом, так как она отстоит на  $90^\circ$  от плоскости  $OZB$  (рис. 1), которую можно найти, разделив пополам отрезок, соединяющий две точки линии горизонта с одинаковой высотой  $\beta$ .



Далее, зная геометрические размеры фотоэлектрической головки станции, по ее тени на панораме можем определить линейный масштаб панорам. Откуда, в частности, получается, что  $h = 445$  мм.

Измерения образований на лунной поверхности велись на расстояниях, не превышающих 3 м от основания станции. Номер панорам и интервал азимутов в панорамической системе координат тех областей, где проводились измерения, указаны в табл. 1.

Таблица 1

| Панорама | Разность азимутов |
|----------|-------------------|
| II       | 150°—183°5        |
| II       | 183,5—219         |
| III      | 150—183,5         |
| III      | 183,5—215         |
| IV       | 150—183,5         |
| IV       | 183,6—212         |

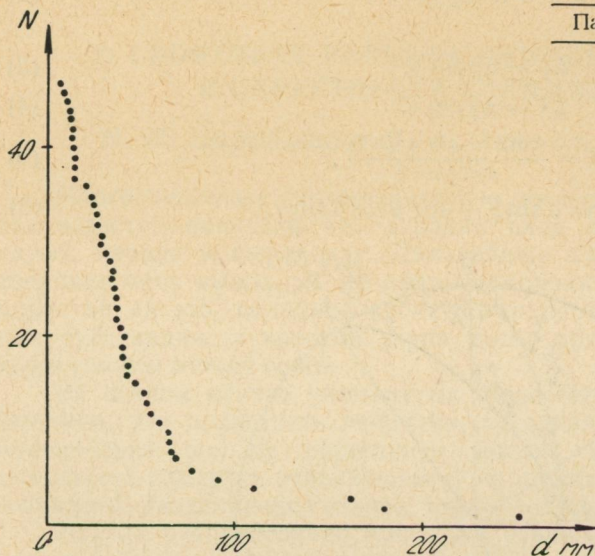


Рис. 2.

Максимальное число образований измерено на панораме IV, минимальное — на панораме II, так как на ней очень большую площадь занимают тени.

Поскольку наиболее достоверные данные получены на основании обработки панорамы IV, то мы ими и пользуемся.

Результаты измерений размеров отдельных лежащих камней приведены на рис. 2, где по оси абсцисс отложены размеры образований (максимальные), измеренные параллельно линии горизонта, а по оси ординат — количество таких образований, размеры которых больше данного.

Результаты измерений для кратеров, лунок и других углублений представлены в табл. 2, на рис. 3 и эмпирической формулой типа

$$N = Cd^{-n}, \quad (7)$$

где  $N$  — количество образований, диаметр которых больше  $d$ .

На рис. 3 представлена кривая распределения кратеров и лунок по размерам, где по оси абсцисс отложен диаметр  $d$  в мм, а по оси ординат — количество образований, размер которых больше  $d$ .

На этом же рисунке крестиками нанесены значения, вычисленные по формуле

$$N = 1,52 \cdot 10^5 \cdot d^{-1,774}. \quad (8)$$

При этом  $d$  выражено в мм, а площадь, к которой относятся эти измерения, равна  $4,8$  м<sup>2</sup>.

Вычисления велись методом наименьших квадратов для интервала  $d$  от 80 мм до 360 мм, так как кратеров больших размеров на измеренном участке мало, а начиная с 80 мм в сторону меньших диаметров, наблюдается относительное уменьшение количества видимых кратеров. По-видимому, это есть следствие, во-первых, того, что их трудно отождествить на дальних участках панорамы ввиду сокращения масштаба,



и во-вторых, начиная с этого размера, образования подобного типа прекращают свое существование, растворяясь на фоне беспорядочно раздробленной поверхности и даже, возможно, превращаясь в этот фон, беспорядочно накладываясь друг на друга.

Измеренное количество кратеров, вычисленное по формуле (8), представлено в табл. 2 для указанного выше интервала диаметров  $d$ .

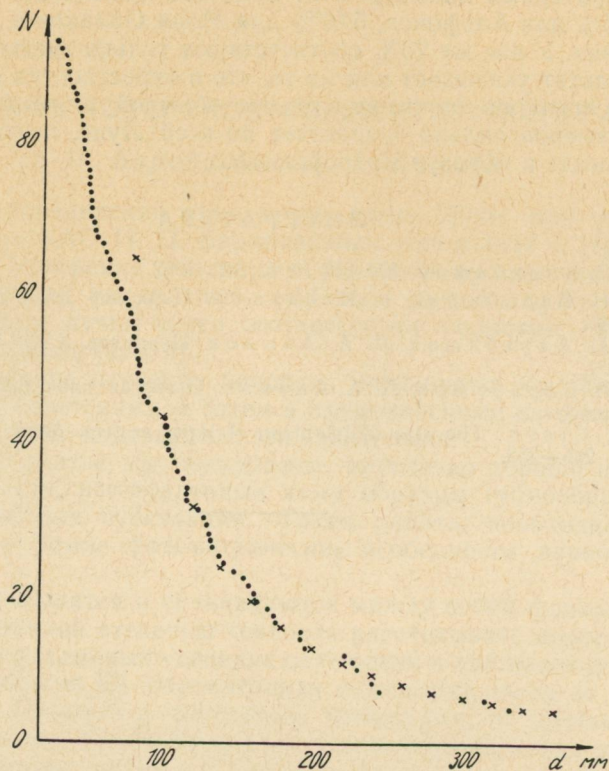


Рис. 3.

Таблица 2

| $d$ мм | $N$ измеренное | $N$ вычисленное |
|--------|----------------|-----------------|
| 80     | 54             | 64              |
| 100    | 43             | 43              |
| 120    | 32,0           | 31,2            |
| 140    | 24,0           | 23,7            |
| 160    | 20,0           | 18,7            |
| 180    | 15,0           | 15,2            |
| 200    | 13,0           | 12,6            |
| 220    | 12,0           | 10,6            |
| 240    | 8,0            | 9,1             |
| 260    | 7,0            | 7,9             |
| 280    | 6,0            | 6,9             |
| 300    | 6,0            | 6,1             |
| 320    | 5,0            | 5,5             |
| 340    | 5,0            | 4,9             |
| 360    | 4,0            | 4,4             |

Если  $d$  выразить в метрах и пересчитать на  $10^{12}$   $m^2$  лунной поверхности, то будем иметь для  $N$

$$N = 1,9 \cdot 10^{11} = d^{-1,774}. \quad (9)$$



В связи с этим интересно отметить, что кратеры размеров от 100 мм до 300 мм, т. е. те, которые промерены наиболее уверенно, занимают около 20% площади. Если сравнить этот результат с данными К. А. Кросса [5], то мы получим площадь, занятую кратерами, почти на порядок большую. У Кросса результаты получены по снимкам Ренжер 7, 8 и 9 и измерены кратеры, начиная с размеров в 1 м на площади, занятой кратерами диаметром от  $d$  до  $10d$  (декадой), получились значения 9,05% для Альфонса, 5,07% для Моря Облаков и 3,62% для Моря Спокойствия. У нас же 20% соответствуют только третьей части декады. Этот результат указывает или на то, что в окрестностях станции Луна-13 плотность кратеров значительно выше обычной, или плотность кратеров малых размеров сильно возрастает по всей Луне, постепенно заполняя ее поверхность и образуя микрорельеф.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Н. П. Барабашов. АН 217, № 5, 207, 1922.
  2. Н. П. Барабашов, В. И. Гаража. Циркуляр ХАО, № 21, Изд-во ХГУ, Харьков, 1960.
  3. Н. П. Барабашов, Л. А. Акимов. Циркуляр ХАО, № 26, Изд-во ХГУ, Харьков, 1963.
  4. Н. П. Барабашов, Л. А. Акимов. Известия планетной комиссии, вып. 6, 1968. (В печати).
  5. C. A Cross. The size distribution of lunar craters. Mont. Not. R. Astr. Soc. 134. (1966), 245—252.
-



# О МИКРОРЕЛЬЕФЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ, ИМИТИРУЮЩИХ ЛУННУЮ

*Н. П. Барабашов, Л. А. Акимов*

Изучение распределения яркости на диске Луны при различных фазах, начатое на ХАО Н. П. Барабашовым еще в 1918 г. [1], а также многочисленные измерения различных образцов вулканических пород как в раздробленном, так и в губкообразном состоянии, показало, что лунной поверхности лучше всего соответствуют пористые, сильно раздробленные материалы [2, 3, 4].

Непосредственное изучение панорам, переданных на Землю мягко прилунившимися советскими, а затем и американскими автоматическими станциями, полностью подтвердило эти заключения.

В настоящей статье мы показываем, насколько хорошо имитируют лунную поверхность, изготовленные нами образцы губкообразных, пористых и дробленных субстанций. Такая работа необходима, чтобы моделировать на Земле фотометрические особенности лунной поверхности.

Здесь же приводятся и сравниваются между собой формулы, позволяющие с достаточной степенью точности рассчитывать яркость лунных образований при различных условиях освещения и наблюдения.

Н. П. Барабашов [5], рассматривая отражение света от поверхностей, покрытых бесконечно глубокими трещинами, со стенками, отражающими по закону Ламберта и с отношением расстояния между трещинами  $m$  к ширине трещин  $n$ , равным 0,2, нашел хорошее согласие теории с наблюдениями для областей на лунном крае.

Предполагая далее, что поверхность, покрытая трещинами, не гладкая и отражает свет по закону, найденному экспериментально для остроконечных неровностей, имеющих форму призм размером 8—10 мм при относительной площади, занятой призмами около 0,30. Н. П. Барабашов нашел, что согласие теоретических и наблюдаемых значений яркости оказывается удовлетворительным и, примерно, одинаковым для участков, расположенных на различных расстояниях от центра диска. Этим же автором была выявлена и другая возможность согласования модели вертикальных трещин с наблюдениями, если считать трещины не бесконечно глубокими, тогда и центральные точки дают удовлетворительное согласие с наблюдениями [5]. Далее он предположил, что при конечной глубине трещин грани их не гладкие и, в свою очередь, покрыты подобными же трещинами, отражающими по закону Ламберта, образуя референц-поверхность второго или более высокого порядка. Тогда для областей, расположенных в центре Луны, для трещин каждого порядка с высотой, равной основанию, ход яркости при малых значениях угла фазы  $\alpha$  будет иметь вид:

$$B(\alpha) \sim \left(1 - \frac{\tan \alpha}{2}\right)^h, \quad (1)$$

где  $h$  — порядок референц-поверхности.





Таким образом, исходя из градиента яркости центральных областей Луны, можно оценить порядок референц-поверхностей. Он оказывается близким к 3.

Н. П. Барабашовым были произведены расчеты также и для поверхностей, покрытых следующими геометрическими фигурами.

1. Призматическими валами, перпендикулярными к экватору интенсивностей (что эквивалентно вертикальным трещинам, имеющим дно).

2. Пирамидальными валами, также перпендикулярными к экватору интенсивности.

3. Призмами, расположенными в шахматном порядке.

4. Пирамидами, образующими замкнутые ячейки.

5. Шестигранными призмами.

Были также рассмотрены.

6. Площадки, покрытые замкнутыми призматическими ячейками, ширина стенок которых меньше, чем расстояние между ними.

В этом случае рассматривались ячейки, расположенные в шахматном порядке и друг против друга как в направлении падающего луча, так и в перпендикулярном к нему направлении. Предполагалось, что все эти фигуры покрыты туфом, закон отражения от которого найден экспериментально.

Сходство и различие оценивалось путем сравнения отношений наблюдаемых и теоретических величин

$$\frac{B(i = 60^\circ, \varepsilon = 60^\circ, A = 0^\circ)}{B(i = 60^\circ, \varepsilon = 60^\circ, A = 180^\circ)},$$

характеризующих вытянутость индикатрисы.

Расчеты показали, что такое наблюдаемое для Луны соотношение соответствует призматическим валам с параметрами: высотой  $h = 0,93 \text{ м}$ ,  $n = 1,613$  для морей;  $h = 1,15 \text{ м}$ ,  $n = 2,00$  для материков [5].

Для пирамидальных валов угол при вершине  $\approx 40^\circ$ . Поверхность, покрытая квадратными призматическими ячейками, имеет ширину стенок  $\chi = 0,28 \text{ м}$  ( $m$  — размер ячейки) и высоту  $h \approx 0,6 \div 1,0 \text{ м}$ .

В общем можно сказать, что рассмотренные модели с углублениями и возвышениями правильной геометрической формы удовлетворительно согласуются с тем, что мы наблюдаем на Луне в некотором диапазоне углов падения, отражения и азимута, однако на лимбе, терминаторе и при больших значениях углов фаз часто имеются значительные расхождения. Лучшими оказываются модели губчатых и дробленных субстанций с низкой отражательной способностью и с хаотической ориентацией отражающих свет элементов, к рассмотрению которых мы и перейдем.

Здесь с самого начала нужно отметить, что фотометрия не дает полного представления об абсолютном размере частиц микрорельефа лунной поверхности. Существенно, что достаточное количество частиц имеет размеры, большие длины световой волны, и тогда фотометрические законы останутся неизменными, будь то метровые или миллиметровые неровности, лишь бы размер их был больше длины волны освещающего света, поверхности подобны, а наблюдатель далеко, чтобы поверхность казалась гладкой.

На вопрос о верхней вероятной границе размеров неровностей микрорельефа лунной поверхности дают ответ лунные панорамы и радиолокация. Из этих источников мы получаем, что верхний размер не превышает нескольких сантиметров. Для нижнего предела подобную оценку можно получить пока что только из термометрии (десятки микрон) и очень неуверенно.



Однако фотометрические законы очень чувствительны к насыщенности микрорельефа, диапазону раздробленности, к порядку референциальных поверхностей, к тому, как насыщенно одни неровности покрывают другие, образуя конгломераты причудливой формы, такие, что, в некоторых случаях, грубо, эту поверхность можно рассматривать как состоящую из взвешенных, независимых друг от друга частиц.



Рис. 1.



Рис. 2.

На рис. 3 и 4 — профиль туфа и губки, изображенных на рис. 1 и 2, законы отражения от которых, а также сравнение их с Луной и другими менее раздробленными субстанциями рассматриваются ниже.

Таблица 1

| $i = \epsilon, \alpha = 0^\circ$      |           |           |      |          |
|---------------------------------------|-----------|-----------|------|----------|
| $\epsilon^\circ$                      | Образец 1 | Образец 2 | Моря | Материки |
| 0                                     | 1,00      | 1,00      | 1,00 | 1,00     |
| 10                                    | 1,00      | 1,00      | 0,99 | 0,99     |
| 20                                    | 0,99      | 1,00      | 0,99 | 0,97     |
| 30                                    | 0,99      | 1,02      | 0,99 | 0,96     |
| 40                                    | 1,00      | 1,03      | 0,99 | 0,95     |
| 50                                    | 1,01      | 1,03      | 0,98 | 0,96     |
| 60                                    | 1,01      | 1,06      | 0,97 | 0,99     |
| 70                                    | 1,02      | 1,05      | 0,96 | 1,04     |
| $i = \epsilon, i + \epsilon = \alpha$ |           |           |      |          |
| 0                                     | 1,00      | 1,00      | 1,00 | 1,00     |
| 10                                    | 0,67      | 0,71      | 0,63 | 0,62     |
| 20                                    | 0,43      | 0,54      | 0,49 | 0,48     |
| 30                                    | 0,39      | 0,41      | 0,32 | 0,32     |
| 40                                    | 0,29      | 0,30      | 0,22 | 0,22     |
| 50                                    | 0,19      | 0,22      | 0,14 | 0,14     |
| 60                                    | 0,10      | 0,19      | 0,08 | 0,10     |
| 70                                    | 0,08      | 0,14      | 0,05 | 0,06     |

В табл. 1 и на рис. 5 и 6 представлен ход яркости образца 1, изображенного на рис. 1 и 3, изготовленного из раздробленного туфа, и образ-





Рис. 3.



Рис. 4.

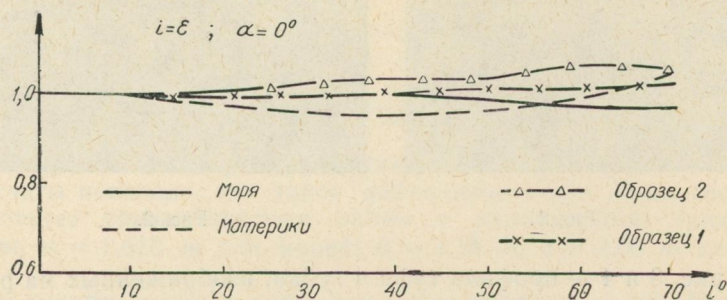


Рис. 5.

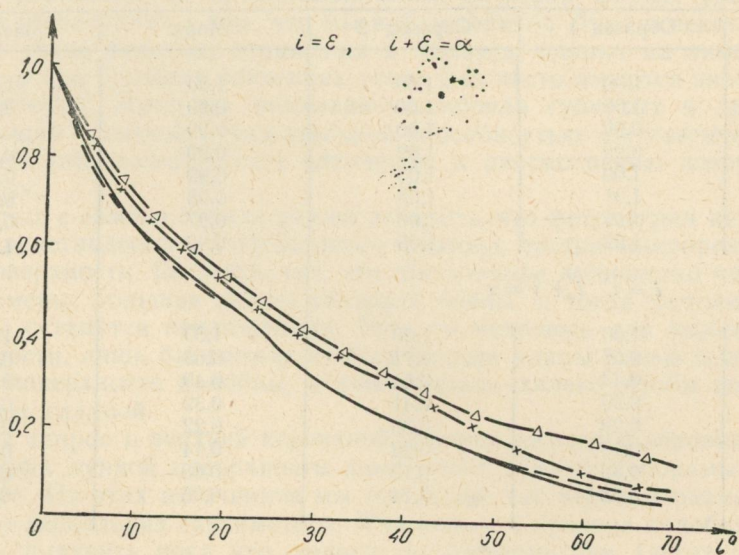


Рис. 6.



ца 2 (рис. 2 и 4) из губки, для двух случаев: 1)  $i = \varepsilon$  и  $\alpha = 0^\circ$ , т. е. распределение яркости по диску планеты, состоящей из такого материала и 2)  $i = \varepsilon$ ,  $i + \varepsilon = \alpha$ , т. е. когда лучи, падающий и отраженный, расположены по разные стороны от нормали.

Там же приведен подобный ход яркости для лунных морей и материков, найденный Н. П. Барабашовым по каталогу В. А. Федорец.

Для построения кривых было использовано 28 областей в морях и 22 в материках для  $i = \varepsilon$  и  $\alpha = 0^\circ$  и 37 и 25 соответственно для случая  $i = \varepsilon$  и  $i + \varepsilon = \alpha$ .

Таблица 2

| A°  | $i = \varepsilon = 20^\circ$ |          |           |           | $i = \varepsilon = 30^\circ$ |          |           |           |
|-----|------------------------------|----------|-----------|-----------|------------------------------|----------|-----------|-----------|
|     | Моря                         | Материки | Образец 1 | Образец 2 | Моря                         | Материки | Образец 1 | Образец 2 |
| 0   | 1,000                        | 1,000    | 1,000     | 1,000     | 1,000                        | 1,000    | 1,000     | 1,000     |
| 20  | 0,80                         | 0,91     | 0,76      | 0,79      | 0,73                         | 0,85     | 0,82      | 0,81      |
| 40  | 0,68                         | 0,84     | 0,66      | 0,73      | 0,68                         | 0,74     | 0,71      | 0,69      |
| 60  | 0,62                         | 0,76     | 0,59      | 0,60      | 0,49                         | 0,64     | 0,62      | 0,60      |
| 80  | 0,58                         | 0,70     | 0,52      | 0,57      | 0,44                         | 0,56     | 0,53      | 0,53      |
| 100 | 0,55                         | 0,64     | 0,47      | 0,55      | 0,40                         | 0,49     | 0,47      | 0,48      |
| 120 | 0,53                         | 0,58     | 0,44      | 0,54      | 0,36                         | 0,43     | 0,43      | 0,44      |
| 140 | 0,51                         | 0,54     | 0,43      | 0,54      | 0,34                         | 0,37     | 0,40      | 0,42      |
| 160 | 0,49                         | 0,50     | 0,43      | 0,53      | 0,33                         | 0,38     | 0,39      | 0,42      |
| 180 | 0,49                         | 0,48     | 0,43      | 0,53      | 0,32                         | 0,32     | 0,39      | 0,41      |

| $i = \varepsilon = 40^\circ$ |       |       |       |       | $i = \varepsilon = 50^\circ$ |       |       |       |
|------------------------------|-------|-------|-------|-------|------------------------------|-------|-------|-------|
| 0                            | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000                        | 1,000 | 1,000 | 1,000 |
| 20                           | 0,69  | 0,81  | 0,79  | 0,76  | 0,66                         | 0,73  | 0,76  | 0,75  |
| 40                           | 0,63  | 0,63  | 0,66  | 0,63  | 0,47                         | 0,55  | 0,59  | 0,58  |
| 60                           | 0,44  | 0,51  | 0,55  | 0,52  | 0,36                         | 0,43  | 0,48  | 0,46  |
| 80                           | 0,42  | 0,41  | 0,46  | 0,44  | 0,28                         | 0,33  | 0,36  | 0,38  |
| 100                          | 0,36  | 0,35  | 0,39  | 0,38  | 0,22                         | 0,25  | 0,30  | 0,30  |
| 120                          | 0,26  | 0,29  | 0,34  | 0,34  | 0,18                         | 0,21  | 0,24  | 0,26  |
| 140                          | 0,24  | 0,24  | 0,32  | 0,31  | 0,16                         | 0,17  | 0,20  | 0,23  |
| 160                          | 0,23  | 0,22  | 0,30  | 0,30  | 0,15                         | 0,15  | 0,19  | 0,22  |
| 180                          | 0,22  | 0,22  | 0,29  | 0,30  | 0,14                         | 0,14  | 0,19  | 0,22  |

| $i = \varepsilon = 60^\circ$ |      |      |      |      | $i = \varepsilon = 70^\circ$ |      |      |      |
|------------------------------|------|------|------|------|------------------------------|------|------|------|
| 0                            | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00 | 1,00                         | 1,00 | 1,00 | 1,00 |
| 20                           | 0,62 | 0,66 | 0,70 | 0,69 | 0,63                         | 0,62 | 0,65 | 0,79 |
| 40                           | 0,42 | 0,49 | 0,50 | 0,55 | 0,41                         | 0,45 | 0,43 | 0,48 |
| 60                           | 0,31 | 0,36 | 0,38 | 0,42 | 0,28                         | 0,33 | 0,26 | 0,36 |
| 80                           | 0,24 | 0,26 | 0,27 | 0,29 | 0,19                         | 0,22 | 0,17 | 0,27 |
| 100                          | 0,18 | 0,18 | 0,19 | 0,23 | 0,14                         | 0,16 | 0,12 | 0,18 |
| 120                          | 0,14 | 0,15 | 0,14 | 0,21 | 0,10                         | 0,12 | 0,09 | 0,17 |
| 140                          | 0,11 | 0,12 | 0,11 | 0,19 | 0,08                         | 0,09 | 0,08 | 0,15 |
| 160                          | 0,09 | 0,10 | 0,10 | 0,18 | 0,05                         | 0,07 | 0,07 | 0,14 |
| 180                          | 0,08 | 0,10 | 0,10 | 0,19 | 0,05                         | 0,06 | 0,08 | 0,14 |

В табл. 2 представлен ход яркости для этих образцов и для лунных морей и материков в зависимости от разности азимутов падающего и отраженного луча при  $i = \varepsilon$ . Разность азимутов равна нулю, когда лучи падающий и отраженный лежат в одной плоскости по одну сторону от нормали. Эти же зависимости представлены в виде графиков на рис. 7—12. Там же представлены и кривые для образцов 3 и 4. Образец 3 представляет собой мелкораздробленный туф с величиной зерен, не превышающей 0,7 мм, зерна вплотную прилегают друг к другу. Образец 1 по сравнению с ним обладает более насыщенным микрорельефом,



так как его частицы, в свою очередь, состоят из зерен образца 3, поэтому, имея референц-поверхности более высокого порядка, образец 1 дает более крутой спад кривой по сравнению с образцом 3.

На этих же графиках представлен и вулканический пепел (образец 4), зерна которого порядка десятка микронов насыпаны на черную плоскую подложку. Подобно выглядят и кривые отражения от сплошной гладкой поверхности туфа.

Эти графики наглядно иллюстрируют влияние раздробленности пород на их закон отражения света. Чем более богат микрорельеф поверхности, тем выше степень раздробленности, тем кривые более круто спадают с увеличением разности азимутов падающего и отраженного лучей. То же самое, конечно, можно сказать и относительно индикатрис.

В табл. 3 даны значения индикатрис, определенных по каталогу В. А. Федорец, Н. П. Барабашовым в среднем для всей Луны, а также средние по Н. П. Барабашову и Н. С. Орловой [6] и для образца из дробленного туфа для углов падения  $i = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ .

Таблица 3

| $\varepsilon$ | $i = 0^\circ$ |                         |         | $i = 30^\circ$ |                         |         | $i = 60^\circ$ |                         |         |
|---------------|---------------|-------------------------|---------|----------------|-------------------------|---------|----------------|-------------------------|---------|
|               | Н. Барабашов  | Н. Барабашов, Н. Орлова | Образец | Н. Барабашов   | Н. Барабашов, Н. Орлова | Образец | Н. Барабашов   | Н. Барабашов, Н. Орлова | Образец |
| 80            | 0,317         | 0,270                   | —       | 0,534          | 0,40                    | —       | 0,688          | 0,65                    | 0,66    |
| 70            | 0,370         | 0,340                   | 0,32    | 0,592          | 0,48                    | 0,48    | 0,820          | 0,77                    | 0,80    |
| 60            | 0,396         | 0,390                   | 0,37    | 0,606          | 0,56                    | 0,56    | 1,000          | 1,00                    | 1,00    |
| 50            | 0,456         | 0,440                   | 0,42    | 0,676          | 0,68                    | 0,66    | 0,636          | 0,74                    | 0,77    |
| 40            | 0,521         | 0,510                   | 0,48    | 0,804          | 0,84                    | 0,80    | 0,443          | 0,54                    | 0,60    |
| 30            | 0,558         | 0,580                   | 0,55    | 1,000          | 1,000                   | 1,00    | 0,350          | 0,41                    | 0,48    |
| 20            | 0,664         | 0,680                   | 0,66    | 0,738          | 0,80                    | 0,80    | 0,303          | 0,32                    | 0,41    |
| 10            | 0,792         | 0,830                   | 0,81    | 0,575          | 0,64                    | 0,70    | 0,249          | 0,26                    | 0,35    |
| 0             | 1,000         | 1,000                   | 1,000   | 0,470          | 0,51                    | 0,61    | 0,198          | 0,22                    | 0,32    |
| 10            | 0,792         | 0,830                   | 0,81    | 0,431          | 0,43                    | 0,53    | 0,170          | 0,19                    | 0,27    |
| 20            | 0,644         | 0,680                   | 0,66    | 0,363          | 0,38                    | 0,47    | 0,138          | 0,17                    | 0,24    |
| 30            | 0,558         | 0,580                   | 0,55    | 0,310          | 0,33                    | 0,40    | 0,112          | 0,15                    | 0,21    |
| 40            | 0,521         | 0,510                   | 0,48    | 0,276          | 0,30                    | 0,34    | 0,103          | 0,13                    | 0,20    |
| 50            | 0,456         | 0,440                   | 0,42    | 0,230          | 0,32                    | 0,32    | 0,102          | 0,12                    | 0,18    |
| 60            | 0,396         | 0,390                   | 0,37    | 0,194          | 0,24                    | 0,28    | 0,103          | 0,11                    | 0,16    |
| 70            | 0,370         | 0,340                   | 0,32    | 0,190          | 0,22                    | 0,25    | 0,098          | —                       | —       |
| 80            | 0,317         | 0,270                   | —       | 0,189          | —                       | —       | 0,112          | —                       | —       |

Эти индикатрисы для образца и для средней по Н. Барабашову и Н. Орловой Луны приведены на рис. 13.

Следует заметить, что среднее отклонение образца в процентах для индикатрис при  $i = 0^\circ$  и  $i = 30^\circ$  не превышает 12%. То же имеет место и для  $i = 60^\circ$ , но только до  $\varepsilon = 20^\circ$ . Дальше отклонение значительно возрастает.

Приведем теперь несколько формул, по которым с достаточной степенью точности можно вычислять яркость участков лунной поверхности при различных условиях освещения и наблюдения.

В 1960 г. В. Фесенковым [7], а в 1963 г. Б. Хапке [8] и Л. Акимовым [9] были предложены формулы, которые, как нам кажется, можно применять для вычисления яркости образований на Луне. Все их можно представить, следуя В. Фесенкову, в виде

$$B(\alpha) = B(0) \varphi(\lambda, \alpha) F(\alpha), \quad (2)$$



где  $B(0)$  — яркость точки в полнолуние;  $\varphi(\lambda, \alpha)$  — распределение яркости по диску однородной Луны при данной фазе  $\alpha$ ;  $F(\alpha)$  — функция, зависящая только от угла фазы  $\alpha$ , вообще говоря, хоть и в малой степени, различная для различных образований на Луне.

В формуле В. Фесенкова  $\varphi(\lambda, \alpha)$  представляет собой несколько видоизмененный закон Ломмеля — Зеелигера

$$\varphi(\lambda, \alpha) = \frac{1}{1 + \gamma \frac{\cos \lambda}{\cos(\alpha - \lambda)}}, \quad (3)$$

а  $F(\alpha) = f(\alpha)(1 + \gamma)$ ; здесь  $F(\alpha)$  — яркость лимба, а  $f(\alpha)$  — яркость зеркальной точки на Луне (где  $i = \varepsilon$ ). Эти функции определяются из наблюдений или могут быть представлены какой-либо другой эмпирической зависимостью.

В формуле Б. Хапке  $\varphi(\lambda, \alpha)$ , как и в формуле В. Фесенкова, при  $\gamma = 1$  представляется законом Ломмеля — Зеелигера, а  $F(\alpha)$  представляется в виде произведения двух функций

$$F(\alpha) = \Psi(\alpha) b(\alpha, g), \quad (4)$$

где  $\Psi(\alpha)$  — интегральная яркость ортотропного шара

$$\Psi(\alpha) = \frac{1}{\pi} [\sin \alpha + (\pi - \alpha) \cos \alpha], \quad (5)$$

$$b(\alpha, g) = \begin{cases} 2 - \frac{\operatorname{tg} \alpha}{2} (1 - e^{-\frac{g}{\operatorname{tg} \alpha}}) (3 - e^{-\frac{g}{\operatorname{tg} \alpha}}) & \text{для } \alpha \leq 90^\circ \\ 1 & \text{для } \alpha \geq 90^\circ \end{cases}. \quad (6)$$

Эта функция зависит от параметра  $g$ , связанного с относительной плотностью  $\frac{\rho}{\rho_0}$  соотношением  $g \approx 2 \left( \frac{\rho}{\rho_0} \right)^{\frac{2}{3}}$ . Формулы В. Фесенкова и Б. Хапке хорошо согласуются с наблюдениями для большей части Луны, но дают большие расхождения при  $\lambda > 70^\circ$  из-за Ломмель—Зеелигеровской зависимости  $\varphi(\lambda, \alpha)$  при  $\gamma = 1$ , или не удовлетворяют закону зависимости, если  $\gamma \neq 1$ . Кроме того, в формуле Б. Хапке большие расхождения получаются при углах фазы, больших  $90^\circ$ , где параметр  $g$ , до некоторой степени характеризующий пористость, перестает играть роль.

В формуле Л. Акимова  $\varphi(\lambda, \alpha)$ , представляется в виде

$$\varphi(\lambda, \alpha) = \cos^{\theta_1}(\alpha - \lambda) \cos^{\theta_2 - 1} \lambda,$$

где

$$\begin{aligned} \theta_1 &= \theta(-\lambda) \theta\left(\frac{\pi}{2} - \alpha + \lambda\right) + \theta(\alpha - \lambda) \theta(\lambda), \\ \theta_2 &= \theta(\lambda - \alpha) \theta\left(\frac{\pi}{2} - \lambda\right) + \theta(\alpha - \lambda) \theta(\lambda). \end{aligned} \quad (7)$$

Функция  $\theta = 1$  при положительном значении аргумента и 0 при отрицательном. Долгота  $\lambda$  считается положительной в ближайшем направлении к Солнцу.

Другими словами

$$\varphi(\lambda, \alpha) = \begin{cases} 1 & \text{между лимбом и подсолнечным меридианом} \\ \cos(\alpha - \lambda) & \text{между подсолнечным и центральным меридианом} \\ \frac{\cos(\alpha - \lambda)}{\cos \lambda} & \text{между центральным меридианом и терминатором} \end{cases}$$



В формуле Л. Акимова  $F(\alpha)$  представляется в виде произведения двух функций

$$F(\alpha) = f(\alpha) \left[ 1 + k(\alpha) \left( \frac{B(0)}{B(0)} - 1 \right) \right], \quad (8)$$

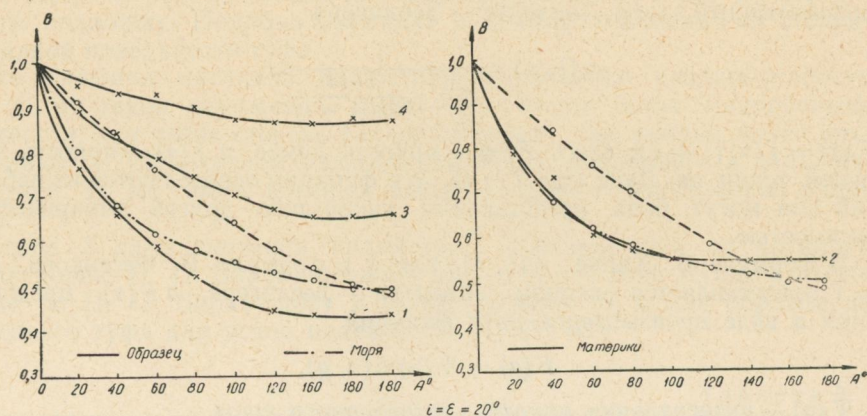


Рис. 7.

где  $f(\alpha)$  — яркость подсолнечной точки, а множитель  $1 + k(\alpha) \left( \frac{B(0)}{B(0)} - 1 \right)$  характеризует квадратичную зависимость функции  $F(\alpha)$  от яркости,  $B(0)$  — средняя яркость лунного диска в полнолуние. Для морей и материков этот множитель не отличается более чем на 12%, и потому его в большинстве задач можно считать равным 1.

Согласно работе [10] яркость лимба представляется достаточно точно формулой

$$F(\alpha) = \left( 1 + H \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \right)^{-1}. \quad (9)$$

Тогда в соответствии с (7) яркость подсолнечной точки можно представить в виде

$$f_1(\alpha) = \begin{cases} \left( 1 + H \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \right)^{-1} & \text{для } \alpha \leq 90', \\ \left[ \left( 1 + H \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \right) \sin \alpha \right]^{-1} & \text{для } \alpha \geq 90'. \end{cases} \quad (10)$$

Для функции  $f(\alpha)$  можно представить и другую более простую эмпирическую зависимость

$$f_2(\alpha) = \left( 1 + \frac{H}{2} \alpha \right)^{-1} \quad (11)$$

или несколько усовершенствованную

$$f_3(\alpha) = f_2(\alpha) \left( 1 + \frac{H}{8\pi} \sin \frac{3}{2} \alpha \right). \quad (12)$$

Здесь параметр  $H$  характеризует раздробленность лунной поверхности. Согласно работе [10]

$$H = \frac{l}{l_0} - \frac{\pi}{2},$$

где  $l$  — общая длина ломаной, соединяющей последовательно все освещенные точки сечения раздробленной поверхности плоскостью падения, если поверхность освещена нормально;  $l_0$  — та же величина для гладкой поверхности.



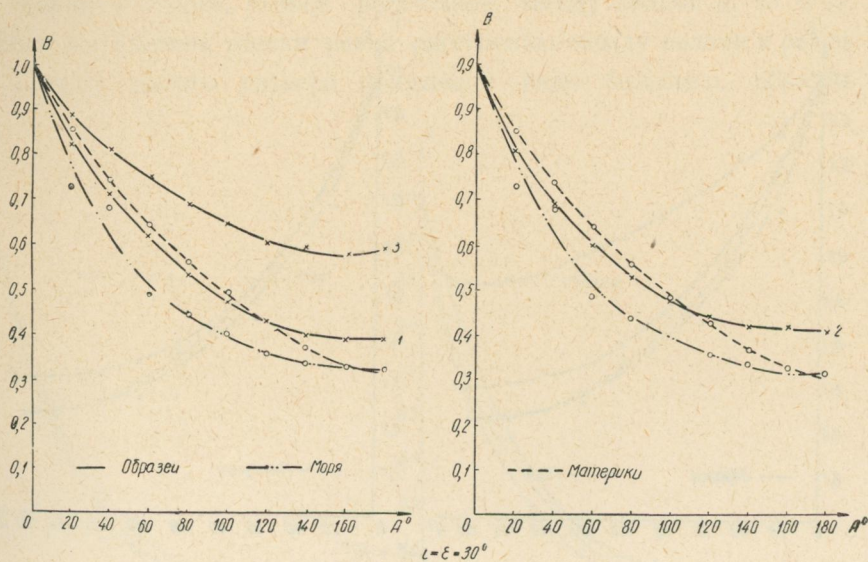


Рис. 8.

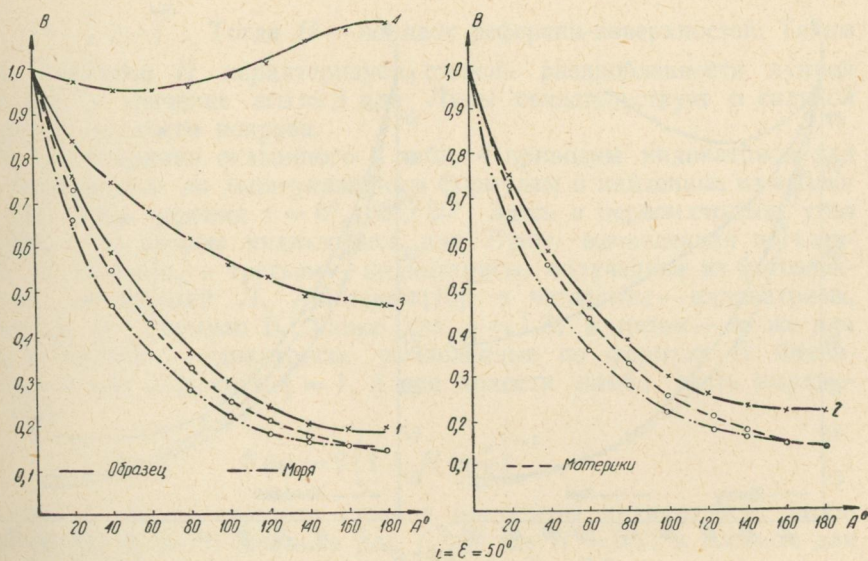


Рис. 9.



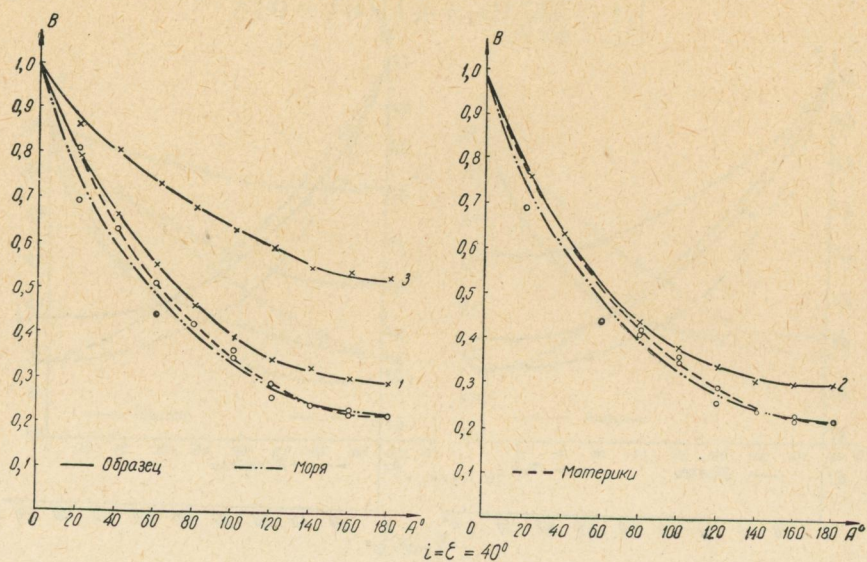


Рис. 10.

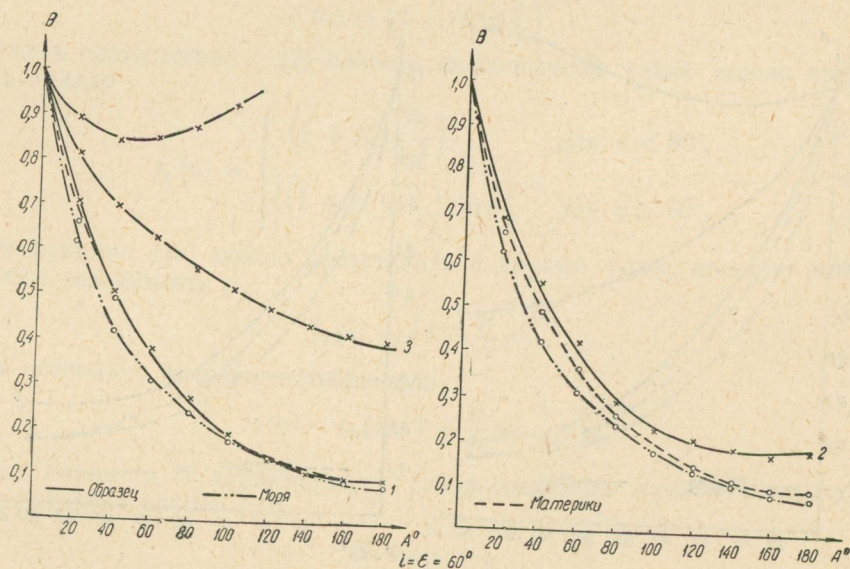


Рис. 11.



Если в центре лунного диска поверхность моделировать в виде призматических валов, перпендикулярных экватору интенсивности высотой  $h$  и шириной стенки, равной расстоянию между валами  $a$ , то  $H = \frac{h}{a}$ . Если же ширина стенки равна расстоянию между валами и равна высоте, а валы малого размера покрывают валы большего, образуя

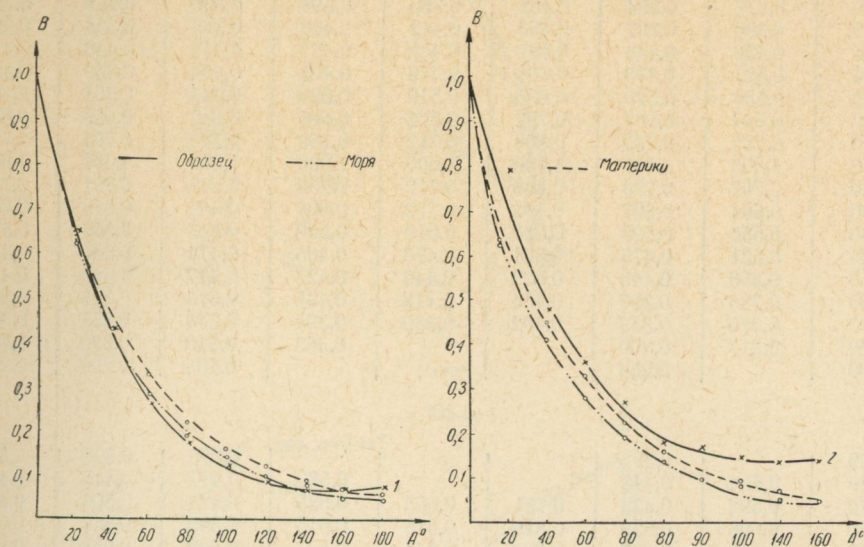


Рис. 12.

референц-поверхности второго, третьего и т. д. порядков, то согласно Н. П. Барабашову  $f(\alpha)$  при малых значениях  $\alpha$  можно представить в виде  $(1 - \frac{1}{2} \operatorname{tg} \alpha)^H$ . Тогда  $H$  — порядок референц-поверхностей. Таким образом, параметр  $H$  характеризует степень раздробленности лунной поверхности и значение его  $\approx 3$  для Луны свидетельствует о сильной изрытости ее верхнего покрова.

Для иллюстрации сказанного в табл. 4 приводим индикатрисы для Луны, вычисленные по вышеуказанным формулам и найденные из наблюдений для углов падения  $i = 0^\circ, 30^\circ, 60^\circ$ . Здесь в первом столбце угол отражения  $\epsilon$ ; во втором индикатриса для Луны, вычисленная по каталогу В. А. Федорца, в третьем — индикатрисы, полученные из фотоэлектрических наблюдений Л. Акимова [10]; в четвертом — индикатрисы, вычисленные по формуле Б. Хапке для  $g = 1,4$ ; в пятом — то же для  $g = 0,4$ ; в шестом — индикатрисы, вычисленные по формуле В. Фесенкова, если в ней положить  $\gamma = 1$ , а для яркости лимба взять выражение из [10]

$$F(\alpha) = 2 \left( 1 + H \operatorname{tg} \frac{\alpha}{2} \right)^{-1}$$

и положить  $H = 4$ . В седьмом столбце приведены индикатрисы, вычисленные по формуле Л. Акимова для  $f_2(\alpha)$ , где  $H = 3,2$ ; в восьмом для  $f_3(\alpha)$ , где  $H = 3,6$  и в девятом для  $f_1(\alpha)$ , где  $H = 3,0$ .

Приведенные таблицы свидетельствуют о том, что с помощью предложенных формул можно с достаточной степенью точности вычислять яркость лунной поверхности при различных условиях освещения и на-



Таблица 4

| $i = 0^\circ$  |       |       |       |       |       |       |       |       |
|----------------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 1              | 2     | 3     | 4     | 5     | 6     | 7     | 8     | 9     |
| 90             |       | 0,264 |       |       |       | 0,284 | 0,290 | 0,250 |
| 80             | 0,317 | 0,300 |       |       | 0,384 | 0,310 | 0,320 | 0,284 |
| 70             | 0,370 | 0,354 | 0,402 | 0,380 | 0,394 | 0,340 | 0,355 | 0,322 |
| 60             | 0,396 | 0,397 | 0,453 | 0,412 | 0,405 | 0,375 | 0,398 | 0,366 |
| 50             | 0,456 | 0,443 | 0,529 | 0,449 | 0,427 | 0,417 | 0,445 | 0,416 |
| 40             | 0,521 | 0,475 | 0,601 | 0,476 | 0,465 | 0,474 | 0,500 | 0,478 |
| 30             | 0,558 | 0,520 | 0,688 | 0,519 | 0,520 | 0,543 | 0,566 | 0,554 |
| 20             | 0,644 | 0,607 | 0,792 | 0,572 | 0,606 | 0,642 | 0,658 | 0,654 |
| 10             | 0,792 | 0,773 | 0,888 | 0,712 | 0,750 | 0,782 | 0,791 | 0,792 |
| 0              | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 |
| 10             | 0,792 | 0,773 | 0,888 | 0,712 | 0,750 | 0,782 | 0,791 | 0,792 |
| 20             | 0,664 | 0,607 | 0,792 | 0,572 | 0,606 | 0,642 | 0,658 | 0,654 |
| 30             | 0,558 | 0,520 | 0,688 | 0,519 | 0,520 | 0,543 | 0,566 | 0,554 |
| 40             | 0,521 | 0,475 | 0,601 | 0,476 | 0,465 | 0,474 | 0,500 | 0,478 |
| 50             | 0,456 | 0,443 | 0,529 | 0,449 | 0,427 | 0,417 | 0,445 | 0,416 |
| 60             | 0,396 | 0,397 | 0,453 | 0,412 | 0,405 | 0,375 | 0,398 | 0,366 |
| 70             | 0,370 | 0,353 | 0,402 | 0,380 | 0,394 | 0,340 | 0,355 | 0,322 |
| 80             | 0,317 | 0,300 |       |       | 0,383 | 0,310 | 0,320 | 0,284 |
| 90             |       | 0,264 |       |       |       | 0,284 | 0,290 | 0,250 |
| $i = 30^\circ$ |       |       |       |       |       |       |       |       |
| 90             |       | 0,397 |       |       |       | 0,375 | 0,398 | 0,366 |
| 80             | 0,534 | 0,443 |       |       | 0,580 | 0,417 | 0,445 | 0,416 |
| 70             | 0,592 | 0,475 | 0,761 | 0,603 | 0,585 | 0,474 | 0,500 | 0,478 |
| 60             | 0,606 | 0,520 | 0,815 | 0,615 | 0,615 | 0,543 | 0,566 | 0,554 |
| 50             | 0,676 | 0,607 | 0,880 | 0,645 | 0,677 | 0,642 | 0,658 | 0,654 |
| 40             | 0,804 | 0,773 | 0,934 | 0,749 | 0,786 | 0,792 | 0,791 | 0,792 |
| 30             | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 |
| 20             | 0,738 | 0,713 | 0,845 | 0,677 | 0,712 | 0,720 | 0,729 | 0,730 |
| 10             | 0,575 | 0,534 | 0,716 | 0,525 | 0,552 | 0,565 | 0,578 | 1,575 |
| 0              | 0,470 | 0,450 | 0,596 | 0,449 | 0,450 | 0,470 | 0,490 | 0,480 |
| 10             | 0,431 | 0,410 | 0,496 | 0,393 | 0,385 | 0,410 | 0,433 | 0,414 |
| 20             | 0,363 | 0,383 | 0,416 | 0,354 | 0,336 | 0,361 | 0,385 | 0,360 |
| 30             | 0,310 | 0,345 | 0,340 | 0,309 | 0,304 | 0,325 | 0,345 | 0,316 |
| 40             | 0,276 | 0,307 | 0,286 | 0,270 | 0,280 | 0,294 | 0,307 | 0,278 |
| 50             | 0,230 | 0,260 | 0,234 | 0,234 | 0,264 | 0,268 | 0,277 | 0,256 |
| 60             | 0,194 | 0,230 | 0,202 | 0,202 | 0,254 | 0,246 | 0,251 | 0,216 |
| 70             | 0,190 | 0,195 | 0,169 | 0,169 | 0,248 | 0,228 | 0,224 | 0,189 |
| 80             | 0,189 | 0,173 |       |       | 0,248 | 0,213 | 0,201 | 0,163 |
| 90             |       | 0,159 |       |       |       | 0,198 | 0,182 | 0,140 |
| $i = 60^\circ$ |       |       |       |       |       |       |       |       |
| 90             |       | 0,520 |       |       |       | 0,543 | 0,556 | 0,554 |
| 80             | 0,688 | 0,607 |       |       | 0,870 | 0,642 | 0,658 | 0,654 |
| 70             | 0,820 | 0,773 |       | 0,840 | 0,880 | 0,782 | 0,791 | 0,792 |
| 60             | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 | 1,000 |
| 50             | 0,636 | 0,600 | 0,772 | 0,619 | 0,650 | 0,610 | 0,616 | 0,608 |
| 40             | 0,443 | 0,398 | 0,605 | 0,443 | 0,465 | 0,419 | 0,428 | 0,427 |
| 30             | 0,350 | 0,302 | 0,471 | 0,355 | 0,318 | 0,313 | 0,327 | 0,320 |
| 20             | 0,303 | 0,253 | 0,369 | 0,292 | 0,274 | 0,252 | 0,266 | 0,254 |
| 10             | 0,249 | 0,225 | 0,293 | 0,249 | 0,236 | 0,212 | 0,226 | 0,212 |
| 0              | 0,198 | 0,198 | 0,227 | 0,206 | 0,203 | 0,188 | 0,199 | 0,183 |
| 10             | 0,170 | 0,177 | 0,182 | 0,172 | 0,177 | 0,170 | 0,178 | 0,161 |
| 20             | 0,138 | 0,150 | 0,146 | 0,143 | 0,159 | 0,155 | 0,160 | 0,142 |
| 30             | 0,112 | 0,133 | 0,117 | 0,117 | 0,146 | 0,142 | 0,145 | 0,125 |
| 40             | 0,103 | 0,112 | 0,093 | 0,093 | 0,138 | 0,132 | 0,130 | 0,111 |
| 50             | 0,102 | 0,100 | 0,073 | 0,073 | 0,130 | 0,123 | 0,116 | 0,101 |
| 60             | 0,103 | 0,092 | 0,055 | 0,055 | 0,126 | 0,115 | 0,105 | 0,093 |
| 70             | 0,098 | 0,086 | 0,039 | 0,039 | 0,123 | 0,110 | 0,095 | 0,090 |
| 80             | 0,112 | 0,084 |       |       | 0,123 | 0,102 | 0,086 | 0,082 |
| 90             |       | 0,080 |       |       |       | 0,096 | 0,078 | 0,082 |



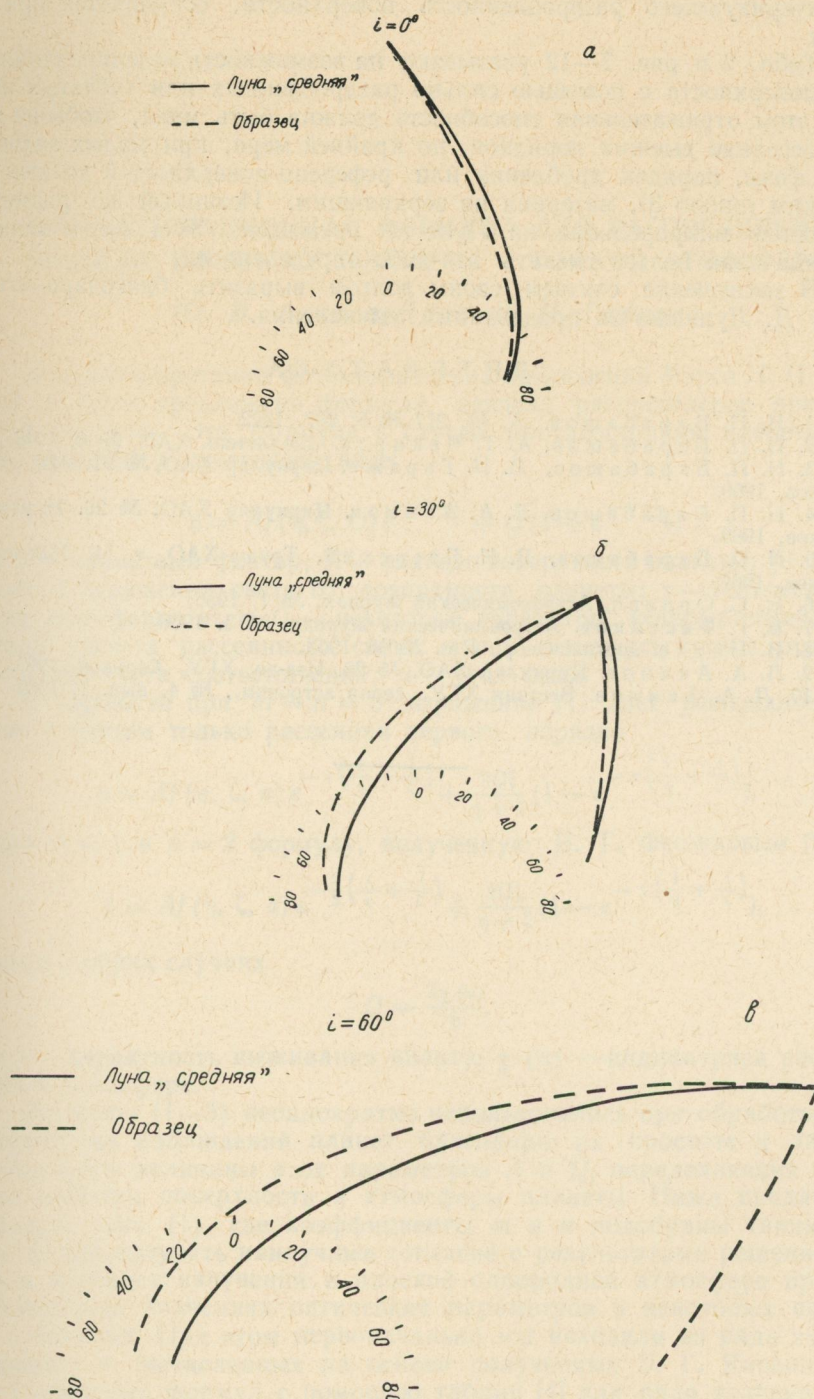


Рис. 13.



блюдения. Формулы Л. Акимова при этом дают хорошее согласие вплоть до  $\epsilon = 90^\circ$  и при больших фазах, при этом зависимость от параметра  $H$ , характеризующего раздробленность поверхности, сохраняется при всех фазах.

Табл. 2 и рис. 7—12 указывают на возможность моделирования лунной поверхности с помощью сильно раздробленных или губчатых пород. При этом отражательная способность должна быть мала, чтобы не влияло рассеяние высших порядков, по крайней мере, при малых значениях угла фазы, порядок дробления или референц-поверхностей должен быть высоким (около 3), материал не зеркалящим. Истинный же размер неровностей микрорельефа на Луне не превышает 3—4 см, а о нижней границе пока нельзя сказать что-либо определенное.

В заключение считаем своим долгом выразить благодарность студенту Д. Лупишко за проделанные вычисления.

#### ЛИТЕРАТУРА

1. Н. П. Барабашов. А. №, 217 № 5, 207, 1922.
  2. Н. П. Барабашов, А. Т. Чекирда. Бюллетень ХАО, № 8, 1948.
  3. Н. П. Барабашов, В. И. Гаража. Циркуляр ХАО, № 21, Изд-во ХГУ, Харьков, 1960.
  4. Н. П. Барабашов, Л. А. Акимов. Циркуляр ХАО, № 26. Изд-во ХГУ, Харьков, 1963.
  5. Н. П. Барабашов, В. И. Езерский. Труды ХАО, т. 14. Изд-во ХГУ, Харьков, 1962.
  6. Н. С. Орлова. Астрономический журнал, № 1, 1956.
  7. В. Г. Фесенков. Астрономический журнал, № 3, 1960.
  8. В. Нарке. Journal Geoph. Res. № 68. 1963.
  9. Л. А. Акимов. Циркуляр ХАО, № 26. Изд-во ХГУ, Харьков, 1963.
  10. Л. А. Акимов. Вестник ХГУ, серия астроном., № 4, вып. 1, 1965.
-



# АППРОКСИМАЦИОННАЯ ФОРМУЛА ДЛЯ РАСПРЕДЕЛЕНИЯ ЯРКОСТИ ПО ДИСКУ ПЛАНЕТЫ С ТОНКОЙ АТМОСФЕРОЙ

Ю. В. Александров, В. И. Гаража

Для интерпретации фотометрических наблюдений Марса Н. Н. Сытинской [1] была предложена формула, дающая распределение яркости по диску планеты. Эта формула в случае противостояния планеты может быть записана в следующем виде:

$$\rho = Af(\eta, \zeta, \alpha) e^{-m \frac{\tau}{\eta}} + Q(1 - e^{-n \frac{\tau}{\eta}}), \quad (1)$$

где  $\rho$  — яркостный фактор;  $A$  — альбеда поверхности планеты;  $f(\eta, \zeta, \alpha)$  — закон отражения света от поверхности планеты;  $\tau$  — оптическая толщина атмосферы;  $m, n, Q$  — некоторые параметры, которые определяются схемой расчета рассеянного света;  $\eta$  и  $\zeta$  — косинусы углов отражения и падения света соответственно;  $\alpha$  — угол фазы.

В частности при  $m = n = 2$  выражение (1) дает распределение яркости с учетом только рассеяния первого порядка

$$\rho = Af(\eta, \zeta, \alpha) e^{-\tau(\frac{1}{\eta} + \frac{1}{\zeta})} + \frac{2Q\zeta}{\eta + \zeta}(1 - e^{-\tau(\frac{1}{\eta} + \frac{1}{\zeta})}), \quad (2)$$

а при  $m = 1$  и  $n = 2$  формулу, полученную В. Г. Фесенковым [2],

$$\rho = Af(\eta, \zeta, \alpha) e^{-\frac{\tau}{2}(\frac{1}{\eta} + \frac{1}{\zeta})} + \frac{2Q\zeta}{\eta + \zeta}(1 - e^{-\tau(\frac{1}{\eta} + \frac{1}{\zeta})}), \quad (3)$$

причем в обоих случаях

$$Q = \frac{\lambda \chi(\alpha)}{8}, \quad (4)$$

где  $\lambda$  — вероятность выживания кванта;  $\chi(\alpha)$  — индикатриса рассеяния света в атмосфере.

Формулы (1—3) неоднократно использовались при обработке фотометрических наблюдений планет благодаря их простоте и линейной зависимости величины  $\rho$  от параметров  $A$  и  $Q$ , определяющих оптические свойства поверхности и атмосферы планеты. Ниже предлагается формула типа (1), где коэффициенты  $m$  и  $n$  подобраны таким образом, чтобы получить наилучшее согласие с результатами решения уравнения переноса излучения в плоской однородной атмосфере при соответствующих значениях оптических параметров в некоторых пределах их изменения. При этом первоначально мы исходили из ряда значений величины  $\rho$ , вычисленных на основе полученных Э. Г. Яновицким [3] приближенных формул с помощью таблиц [4] для ряда значений  $\lambda$ ,  $x_1$ ,  $\tau$ ,  $\eta$  и  $\zeta$  ( $x_1$  — параметр, характеризующий вытянутость индикатрисы рассеяния). Окончательное уточнение вида предлагаемой формулы и оценка ее точности были сделаны путем сопоставления ее с точными реше-



ниями задачи, приведенными в работах [5—7, 11]. Полученная таким образом аппроксимационная формула, имеет вид

$$\rho = Af(\eta, \xi, \alpha) e^{-\frac{\tau}{3}(\frac{1}{\eta} + \frac{1}{\xi})} + \frac{2Q\xi}{\eta + \xi} \left[ 1 + \frac{3}{4}\tau(2 - \eta\xi) - e^{-\frac{3}{4}\tau(\frac{1}{\eta} + \frac{1}{\xi})} \right]. \quad (5)$$

Введение второго слагаемого в квадратной скобке связано с тем, что зависящий от  $\tau$  множитель в атмосферном члене с ростом  $\tau$  в случае  $Q$ , определяемого выражением (4), принимает значения больше 1 (за счет рассеяния высших порядков).

В табл. 1 приведены точные и вычисленные по формулам (2), (3) и (5) значения яркостного фактора  $\rho$  для ряда значений  $\tau$ ,  $\lambda$ ,  $A$ ,  $\eta$ ,  $\xi$  и  $\varphi$  в случае сферической и релеевской индикатрис рассеяния ( $\varphi$  — разность азимутов отраженного и падающего лучей). Данные этой таблицы показывают, что формула (2), учитывающая только рассеяние первого порядка, уже при  $\tau \approx 0,25$  дает погрешность порядка 20—30%. Происходит это главным образом за счет заниженного значения поверхностной составляющей яркости вследствие того, что не учитывается освещение поверхности атмосферой.

Формула В. Г. Фесенкова (3), где коэффициент  $m$  уменьшен в два раза по сравнению с формулой (2), оказывается уже значительно точнее, однако при  $\tau \approx 0,5$ , ее погрешность также зачастую превышает 20%. Погрешность предлагаемой в данной статье формулы (5) нигде при рассмотренных значениях параметров ( $0,8 \leq \lambda \leq 1$ ;  $0 \leq \tau \leq 0,5$ ;  $0 \leq \frac{r}{R} < 0,93$ ) не превышает 20% и оказывается больше 10% лишь в отдельных точках, а в некоторых случаях ее погрешность не превосходит 5% при всех рассмотренных значениях  $\tau$ . Данные табл. 1 получены в предположении, что поверхность планеты отражает свет по закону Ламберта. Для оценки точности формулы (5) при других законах отражения была вычислена с помощью формул для коэффициента пропускания [3] яркость поверхности, освещаемой атмосферой при условии, что поверхность отражает свет по закону, предложенному для Луны в [8]. Сделанные оценки показывают, что погрешность и в этом случае оказывается порядка 10—15%. Сделаем еще два замечания в связи с приведенными оценками точности. Во-первых, если иметь в виду задачу об определении оптических параметров планеты по данным наблюдений, то нас должны интересовать не столько ошибки в представлении самой наблюдаемой величины, в данном случае яркостного фактора  $\rho$ , сколько соответствующие им ошибки определяемых параметров. Подходя к вопросу с этой точки зрения, можно отметить, что ошибки в определении оптической толщины атмосферы  $\tau$  должны быть невелики в силу экспоненциальной зависимости  $\rho$  от  $\tau$ , а ошибки параметров  $A$  и  $Q$  зависят от  $\tau$ , и при данном значении  $\tau$  легко могут быть оценены благодаря линейной зависимости  $\rho$  от  $A$  и  $Q$ .

Во-вторых, выше шла речь о полной ошибке в определении величины  $\rho$ , ошибки же для поверхностной составляющей в отдельных случаях могут оказаться существенно иными. Это следует иметь в виду, например, при интерпретации наблюдаемых на диске планеты контрастов. Соответствующие оценки нетрудно сделать по данным табл. 1.

Формула (5) может быть проинтегрирована по диску планеты при  $\alpha = 0$  и при этом геометрическое альbedo

$$A_G = 2 \int_0^1 \rho(\eta, \eta, 0) \eta d\eta = AF_1(\tau) + QF_2(\tau), \quad (6)$$



## Сферическая индикатриса

| $\tau$                            | $A = 0,00$ |        |     |     | $A = 0,05$                       |        |     |     | $A = 0,25$ |        |     |     |
|-----------------------------------|------------|--------|-----|-----|----------------------------------|--------|-----|-----|------------|--------|-----|-----|
|                                   |            |        |     |     | $\lambda = 0,8; \mu = \xi = 1,0$ |        |     |     |            |        |     |     |
|                                   | P1         | $\Phi$ | A   | T   | P1                               | $\Phi$ | A   | T   | P1         | $\Phi$ | A   | T   |
| 0,05                              | 9          | 9      | 11  | 10  | 54                               | 57     | 60  | 58  | 236        | 248    | 252 | 249 |
| 0,10                              | 18         | 18     | 22  | 21  | 59                               | 63     | 68  | 65  | 223        | 245    | 255 | 246 |
| 0,25                              | 40         | 40     | 50  | 52  | 70                               | 88     | 93  | 89  | 191        | 234    | 262 | 242 |
| 0,50                              | 63         | 63     | 90  | 97  | 82                               | 102    | 126 | 124 | 155        | 215    | 269 | 241 |
| $\lambda = 0,8; \eta = \xi = 0,4$ |            |        |     |     |                                  |        |     |     |            |        |     |     |
| 0,05                              | 22         | 22     | 24  | 24  | 38                               | 40     | 42  | 41  | 100        | 110    | 116 | 110 |
| 0,10                              | 39         | 39     | 45  | 45  | 52                               | 55     | 62  | 60  | 100        | 117    | 130 | 121 |
| 0,25                              | 71         | 71     | 95  | 93  | 77                               | 82     | 108 | 103 | 100        | 125    | 161 | 144 |
| 0,50                              | 92         | 92     | 154 | 137 | 93                               | 98     | 162 | 142 | 100        | 120    | 197 | 165 |
| $\lambda = 1,0; \eta = \xi = 1,0$ |            |        |     |     |                                  |        |     |     |            |        |     |     |
| 0,05                              | 12         | 12     | 14  | 13  | 57                               | 59     | 62  | 61  | 238        | 250    | 255 | 254 |
| 0,10                              | 23         | 23     | 27  | 27  | 64                               | 68     | 74  | 73  | 227        | 249    | 259 | 259 |
| 0,25                              | 49         | 49     | 63  | 70  | 80                               | 88     | 105 | 110 | 201        | 244    | 274 | 277 |
| 0,50                              | 79         | 79     | 113 | 141 | 97                               | 118    | 149 | 174 | 171        | 231    | 292 | 313 |
| $\lambda = 1,0; \eta = \xi = 0,4$ |            |        |     |     |                                  |        |     |     |            |        |     |     |
| 0,05                              | 28         | 28     | 30  | 31  | 43                               | 45     | 48  | 48  | 106        | 116    | 122 | 120 |
| 0,10                              | 49         | 49     | 56  | 59  | 61                               | 65     | 73  | 75  | 110        | 127    | 141 | 139 |
| 0,25                              | 89         | 89     | 119 | 126 | 95                               | 100    | 132 | 138 | 118        | 143    | 185 | 187 |
| 0,50                              | 115        | 115    | 192 | 198 | 116                              | 120    | 201 | 206 | 123        | 143    | 236 | 239 |



Релеевская индикатриса  $\lambda = 1$ 

| $\tau$                                  | $A = 0,00$ |        |     |     | $A = 0,05$         |        |     |     | $A = 0,25$ |        |     |     |
|-----------------------------------------|------------|--------|-----|-----|--------------------|--------|-----|-----|------------|--------|-----|-----|
|                                         |            |        |     |     | $\eta = \xi = 1,0$ |        |     |     |            |        |     |     |
|                                         | P1         | $\Phi$ | A   | T   | P1                 | $\Phi$ | A   | T   | P1         | $\Phi$ | A   | T   |
| 0,05                                    | 63         | 65     | 69  | 67  | 244                | 256    | 262 | 260 | 18         | 18     | 21  | 20  |
| 0,10                                    | 75         | 79     | 87  | 85  | 239                | 260    | 272 | 271 | 34         | 34     | 40  | 39  |
| 0,25                                    | 104        | 113    | 146 | 138 | 225                | 268    | 306 | 304 | 74         | 74     | 94  | 98  |
| 0,50                                    | 137        | 149    | 205 | 221 | 210                | 270    | 348 | 360 | 118        | 118    | 169 | 188 |
| $\eta = \xi = 0,4; \varphi = 0^\circ$   |            |        |     |     |                    |        |     |     |            |        |     |     |
| 0,05                                    | 30         | 30     | 33  | 34  | 46                 | 48     | 51  | 52  | 108        | 118    | 125 | 123 |
| 0,10                                    | 54         | 54     | 62  | 64  | 66                 | 70     | 79  | 80  | 115        | 132    | 146 | 145 |
| 0,25                                    | 98         | 98     | 131 | 139 | 104                | 108    | 144 | 151 | 126        | 151    | 197 | 200 |
| 0,50                                    | 126        | 126    | 211 | 219 | 128                | 132    | 219 | 226 | 134        | 154    | 254 | 260 |
| $\eta = \xi = 0,4; \varphi = 90^\circ$  |            |        |     |     |                    |        |     |     |            |        |     |     |
| 0,05                                    | 21         | 21     | 23  | 24  | 37                 | 39     | 42  | 42  | 99         | 110    | 115 | 114 |
| 0,10                                    | 38         | 38     | 43  | 47  | 50                 | 53     | 60  | 63  | 98         | 116    | 128 | 128 |
| 0,25                                    | 69         | 69     | 92  | 106 | 74                 | 79     | 105 | 118 | 97         | 122    | 158 | 167 |
| 0,50                                    | 88         | 88     | 148 | 172 | 90                 | 94     | 157 | 180 | 96         | 117    | 191 | 213 |
| $\eta = \xi = 0,4; \varphi = 180^\circ$ |            |        |     |     |                    |        |     |     |            |        |     |     |
| 0,05                                    | 42         | 42     | 45  | 46  | 57                 | 59     | 63  | 64  | 119        | 130    | 137 | 135 |
| 0,10                                    | 74         | 74     | 84  | 87  | 86                 | 89     | 101 | 103 | 134        | 152    | 169 | 168 |
| 0,25                                    | 134        | 134    | 179 | 185 | 140                | 144    | 192 | 197 | 162        | 187    | 245 | 246 |
| 0,50                                    | 172        | 172    | 288 | 286 | 174                | 178    | 297 | 293 | 180        | 201    | 332 | 327 |



Индикатриса VI [11]  $x_1 = 0,87$ ,  $\lambda = 1$ 

| $\tau$ | $A = 0,0$                                                  |        |       |       | $A = 0,1$ |        |       |       | $A = 0,2$ |        |       |       |
|--------|------------------------------------------------------------|--------|-------|-------|-----------|--------|-------|-------|-----------|--------|-------|-------|
|        | P1                                                         | $\Phi$ | A     | T     | P1        | $\Phi$ | A     | T     | P1        | $\Phi$ | A     | T     |
|        | $\xi = 0,866 \quad \eta = 1,0$                             |        |       |       |           |        |       |       |           |        |       |       |
| 0,1    | 0,017                                                      | 0,017  | 0,021 | 0,020 | —         | —      | —     | —     | —         | —      | —     | —     |
| 0,2    | 0,032                                                      | 0,032  | 0,040 | 0,040 | 0,088     | 0,102  | 0,112 | 0,116 | 0,145     | 0,172  | 0,190 | 0,189 |
| 0,4    | 0,052                                                      | 0,052  | 0,074 | 0,076 | 0,088     | 0,108  | 0,139 | 0,142 | 0,125     | 0,145  | 0,204 | 0,213 |
|        | $\xi = 0,866; \quad \eta = 0,5; \quad \varphi = 0^\circ$   |        |       |       |           |        |       |       |           |        |       |       |
| 0,1    | 0,022                                                      | 0,022  | 0,027 | 0,025 | —         | —      | —     | —     | —         | —      | —     | —     |
| 0,2    | 0,039                                                      | 0,039  | 0,051 | 0,052 | 0,084     | 0,102  | 0,121 | 0,122 | 0,130     | 0,165  | 0,191 | 0,189 |
| 0,4    | 0,060                                                      | 0,060  | 0,090 | 0,102 | 0,085     | 0,116  | 0,147 | 0,159 | 0,109     | 0,151  | 0,204 | 0,220 |
|        | $\xi = 0,866; \quad \eta = 0,5; \quad \varphi = 90^\circ$  |        |       |       |           |        |       |       |           |        |       |       |
| 0,1    | 0,026                                                      | 0,026  | 0,032 | 0,029 | —         | —      | —     | —     | —         | —      | —     | —     |
| 0,2    | 0,046                                                      | 0,046  | 0,060 | 0,058 | 0,091     | 0,109  | 0,130 | 0,128 | 0,137     | 0,172  | 0,200 | 0,201 |
| 0,4    | 0,070                                                      | 0,070  | 0,106 | 0,111 | 0,094     | 0,126  | 0,163 | 0,168 | 0,119     | 0,161  | 0,222 | 0,228 |
|        | $\xi = 0,866; \quad \eta = 0,5; \quad \varphi = 180^\circ$ |        |       |       |           |        |       |       |           |        |       |       |
| 0,1    | 0,033                                                      | 0,033  | 0,041 | 0,041 | —         | —      | —     | —     | —         | —      | —     | —     |
| 0,2    | 0,058                                                      | 0,058  | 0,076 | 0,077 | 0,103     | 0,121  | 0,146 | 0,147 | 0,149     | 0,184  | 0,216 | 0,219 |
| 0,4    | 0,089                                                      | 0,089  | 0,134 | 0,141 | 0,159     | 0,145  | 0,191 | 0,198 | 0,138     | 0,180  | 0,248 | 0,258 |



где

$$F_1(\tau) = 2 \int_0^1 f(\eta, \eta, 0) \eta e^{-\frac{2}{3}\frac{\tau}{\eta}} d\eta; \quad F_2(\tau) = 2 \int_0^1 \left[ 1 + \frac{3}{4}\tau(2 - \eta^2) - e^{-\frac{3}{2}\frac{\tau}{\eta}} \right] \eta d\eta = 1 + \frac{9}{8}\tau + \left(\frac{3}{2}\tau\right)^2 Ei\left(-\frac{3}{2}\tau\right) - e^{-\frac{3}{2}\tau} \left(1 - \frac{3}{2}\tau\right). \quad (7)$$

В случае  $f(\eta, \eta, 0) = \eta^q$  (обобщенный закон Ламберта, предложенный Н. Н. Сытинской)

$$F_1(\tau, q) = \left(\frac{2}{3}\tau\right)^{-\frac{5+q}{2}} e^{-\frac{\tau}{3}} W_{-\frac{3+q}{2}, \frac{2+q}{2}}\left(\frac{2}{3}\tau\right), \quad (8)$$

где  $W_{\mu, \nu}(x)$  — функция Уиттекера [9].

Если  $q = 0$ , то

$$F_1(\tau, 0) = -\left(\frac{2}{3}\tau\right)^2 Ei\left(-\frac{2}{3}\tau\right) + e^{-\frac{2}{3}\tau} \left(1 - \frac{2}{3}\tau\right), \quad (9)$$

если же  $q = 1$ , то

$$F_1(\tau, 1) = \frac{1}{3} \left\{ \left(\frac{2}{3}\tau\right)^3 Ei\left(-\frac{2}{3}\tau\right) + e^{-\frac{2}{3}\tau} \left[ 2 - \frac{2}{3}\tau + \left(\frac{2}{3}\tau\right)^2 \right] \right\}. \quad (10)$$

В табл. 2 приведены значения функций  $F_1(\tau, 0)$ ,  $F_2(\tau, 1)$  и  $F_2(\tau)$  при  $0 \leq \tau \leq 0,5$ .

Таблица 2

| $\tau$ | $F_1(\tau, 0)$ | $F_1(\tau, 1)$ | $F_2(\tau)$ |
|--------|----------------|----------------|-------------|
| 0,00   | 1,0000         | 0,6667         | 0,0000      |
| 0,02   | 0,9741         | 0,6536         | 0,0785      |
| 0,05   | 0,9381         | 0,6344         | 0,1864      |
| 0,10   | 0,8822         | 0,6040         | 0,3480      |
| 0,15   | 0,8323         | 0,5755         | 0,4972      |
| 0,20   | 0,7862         | 0,5485         | 0,6249      |
| 0,25   | 0,7436         | 0,5230         | 0,7467      |
| 0,30   | 0,7039         | 0,4989         | 0,8602      |
| 0,40   | 0,6323         | 0,4544         | 1,0669      |
| 0,50   | 0,5698         | 0,4144         | 1,2530      |

В заключение рассмотрим вопрос о вычислении фазового коэффициента планеты, под которым в данном случае будем понимать величину

$$\Gamma = \frac{d\Phi(\alpha)}{d\alpha} \Big|_{\alpha=0},$$

где  $\Phi(\alpha)$  — фазовая функция планеты, нормированная по условию  $\Phi(0) = A_r$ . В этом случае

$$\Phi(\alpha) = \frac{2}{\pi} \int_{\alpha - \frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \rho(\eta, \xi, \alpha) \eta dS, \quad (11)$$

причем

$$\begin{aligned} \eta &= \cos \omega \cos \psi \\ \xi &= \cos(\alpha - \omega) \cos \psi \\ dS &= \cos \psi d\psi d\omega, \end{aligned} \quad (12)$$

$\omega$  и  $\psi$  — планетоцентрические координаты.



Дифференцируя (11) по  $\alpha$ , имеем

$$\frac{d\Phi(\alpha)}{d\alpha} = \frac{2}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \left( \frac{\partial \rho}{\partial \alpha} + \frac{\partial \rho}{\partial \xi} \frac{d\xi}{d\alpha} \right) \eta dS - \frac{2}{\pi} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \rho(\eta, \xi, \alpha) \eta \cos \psi d\psi \Bigg|_{\omega=\alpha-\frac{\pi}{2}}$$

При  $\alpha = 0$  получим\* с учетом (5) и (12)

$$\Gamma = \frac{2A}{\pi} \int_{-\frac{\pi}{2}}^{\frac{\pi}{2}} \int_0^{\frac{\pi}{2}} \frac{\partial f(\eta, \eta, \alpha)}{\partial \alpha} \Bigg|_{\alpha=0} e^{-\frac{2}{3} \frac{\tau}{\eta}} \eta dS = 2A \int_0^1 \frac{\partial f(\eta, \eta, \alpha)}{\partial \alpha} \Bigg|_{\alpha=0} e^{-\frac{2}{3} \frac{\tau}{\eta}} \eta d\eta. \quad (13)$$

Таким образом, при рассматриваемой модели атмосферы фазовый коэффициент (так как он определен выше) зависит прежде всего от поведения закона отражения света от поверхности планеты вблизи  $\alpha = 0$ . Если поверхность отражает свет по закону Ламберта, то  $\frac{\partial f}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha=0} = 0$  и  $\Gamma = 0$ .

В случае закона отражения, предложенного для Луны Хапке [10], который имеет вид

$$f(\eta, \xi, \alpha) = \frac{\xi}{\eta + \xi} \psi(\alpha) b(\alpha, g), \quad (14)$$

имеем

$$\frac{\partial f}{\partial \alpha} \Big|_{\alpha=0} = \frac{3}{2g}$$

и

$$\Gamma = \frac{3A}{2g} F_1(\tau, 0), \quad (15)$$

где  $g$  — параметр, связанный с относительной плотностью отражающей субстанции.

Если  $m(\alpha)$  — звездная величина планеты, то обычно рассматриваемый фазовый коэффициент  $\gamma = \frac{dm(\alpha)}{d\alpha} \Big|_{\alpha=0}$  связан с величиной  $\Gamma$  соотношением

$$\Gamma = \frac{A_\gamma \gamma}{\ln 2.512}. \quad (16)$$

Полученные формулы, соединяя достаточно простой вид с относительной небольшой погрешностью, могут быть использованы при интерпретации поверхностных и интегральных фотометрических наблюдений планет, по крайней мере, для получения грубых оценок, используемых как начальное приближение при дальнейшем уточнении вычисляемых величин.

---

Имеется ввиду, что  $\frac{d\lambda(\alpha)}{d\alpha} \Big|_{\alpha=0} = 0$ , это, во всяком случае, так при релеевском рассеянии и рассеянии на сферических частицах любых размеров.



## ЛИТЕРАТУРА

1. Н. Н. Сытинская. Труды юбилейн. научн. сессии ЛГУ. Изд-во ЛГУ, Л., 1948, стр. 33.
2. В. Г. Фесенков. АЖ. т. 21, стр. 257—275.
3. Э. Г. Яновицкий. Физика Луны и планет. Изд-во «Наукова думка», К., 1964.
4. А. В. Мороженко, Е. Г. Яновицкий. Таблицы для розрахунку інтенсивностей випромінювання атмосфер планет. Вид-во «Наукова Думка», К., 1964.
5. K. Coulson, J. Dave, Sekera. Tables Related to Radiation Emerging from a Planetary Atmosphere with Rayleigh Scattering, 1960 University of California Press, Los Angeles.
6. Chandrasakhar, D. Elbert, A. Franklin. The Astrophysical Journal v. 115, № 2, 1952, p. 244.
7. S. Chandrasakhar, D. Elbert. The Astrophysical Journal, v. 115, № 2, 1952, p. 269.
8. А. А. Акимов. Вестник ХГУ, вып. 4. Изд-во ХГУ, Харьков, 1965, стр. 43.
9. И. С. Градштейн, И. М. Рыжик. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. Физматгиз, М., 1963.
10. Harke. Journ. Geophys. Res. 68. 1963.
11. В. С. Атрошенко и др. Труды института физики атмосферы АН СССР, № 3, 1962.

Статья поступила 29 февраля 1968 г.



## О КАЧЕСТВЕ ИЗОБРАЖЕНИЙ ПЛАНЕТ, ПОЛУЧАЕМЫХ ПРИ ПОМОЩИ ТЕЛЕСКОПА АЗТ-8 ХАРЬКОВСКОЙ АСТРОНОМИЧЕСКОЙ ОБСЕРВАТОРИИ

*В. Н. Дудинов*

В конце 1966 г. на ХАО вступил в строй планетный телескоп АЗТ-8 с главным зеркалом диаметром 70 см. Оптическая схема телескопа является классической — в качестве главного зеркала используется параболическое зеркало, а кассегреновские зеркала являются гиперболическими. Телескоп имеет светосилу  $\frac{1}{4}$  — система Ньютона и  $\frac{1}{16}$  и  $\frac{1}{40}$  — система Кассегрена. С помощью дополнительной камеры можно получить светосилу  $\frac{1}{80}$ , т. е. эквивалентный фокус 56 м.

Одной из первых работ, выполненных на данном инструменте, являлось исследование качества получаемых изображений планет. Была разработана в применении к данному телескопу методика юстировки всех систем при помощи автоколлиматора. Методика оказалась настолько эффективной, а оптика настолько совершенной, что при исследовании качества изображения планет оказалось возможным полностью пренебречь всеми аберрациями вблизи оптической оси инструмента, где обычно наблюдаются планеты.

Для исследуемого инструмента качество изображения планеты определялось только состоянием земной атмосферы. Поэтому настоящая работа полностью посвящена изучению влияния земной атмосферы на качество изображения планеты и разработке методики эксперимента, дающей возможность извлечь максимальную информацию о контрастах и средних характеристиках атмосферы и поверхности планеты из фотометрических данных об относительном распределении яркости по диску.

### 1. Построение оптического изображения в телескопе

К исследованию качества изображения, полученного при помощи телескопа, наиболее естественно подойти с точки зрения общей теории связи. В настоящее время имеется большое количество работ, демонстрирующих плодотворность такого подхода, из которых особо следует отметить монографии Марешаля и Франсона [1] и О'Нейла [2]. В этих же работах можно найти ссылки на оригинальные работы большинства зарубежных и отечественных авторов.

С точки зрения общей теории связи оптическую систему можно рассматривать как низкочастотный пространственный фильтр, а изображение — как двумерный сигнал, высшие частоты спектра которого ограничены. Свойства оптической системы полностью характеризуются либо импульсной реакцией, либо ее преобразованием Фурье.



В оптике импульс представляет собой точечный источник в пространстве объектов, а импульсная реакция дается распределением яркости в изображении точки. Распределение яркости в изображении предмета представляет собой свертку истинного распределения яркости по предмету  $f(x, y)$  с импульсной реакцией прибора  $g(x, y)$ :

$$F(x, y) = \iint_{-\infty}^{+\infty} f(x', y') g(x - x', y - y') dx' dy'. \quad (1)$$

Это же уравнение будет справедливо [1, 2, 3] и для распределения средней яркости в фокальной плоскости объектива, создаваемой плоской волной, прошедшей через турбулентную атмосферу. В этом случае, как и в предыдущем,  $g(x, y)$  представляет собой импульсную реакцию прибора, которая для круглого объектива радиуса  $\rho_0$  равна

$$g(r) = \left[ \frac{J_1\left(\frac{2\pi\rho_0}{\lambda f} r\right)}{\frac{2\pi\rho_0}{\lambda f} r} \right]^2,$$

где  $f$  — фокус объектива,  $\lambda$  — длина волны, а  $f(x, y)$  определяется статистическими свойствами турбулентной атмосферы и ее преобразование Фурье  $F(\xi, \eta)$ , как и при формировании изображения, представляет собой корреляционную функцию комплексного поля волны, упавшей на объектив.

Амплитудные и фазовые искажения плоской волны, прошедшей через турбулентную атмосферу, обычно удовлетворяют условию нормального распределения величины флуктуации фазы волны и логарифма ее амплитуды.

В этом случае [2, 4], корреляционная функция комплексного поля волны имеет вид

$$\tilde{f}(\xi, \eta) = e^{-\frac{1}{2}D_\varphi(\xi, \eta)} = e^{-\frac{1}{2}[D_s(\xi, \eta) + D_A(\xi, \eta)]},$$

где  $D_\varphi(\xi, \eta)$  — структурная функция комплексной фазы  $\Phi = i(s - s_0) + \ln A/A_0$  ( $A_0$  — амплитуда, а  $s_0$  — фаза невозмущенной волны).

Структурная функция  $D_\varphi(\xi, \eta)$  зависит от длины волны падающего излучения и от атмосферных условий. Для локально однородной турбулентной атмосферы [5] структурная функция  $D_\varphi(\rho) \sim \rho^2$  при  $\rho \ll l_0$  и  $D_\varphi(\rho) \sim \rho^{5/3}$  при  $l_0 \ll \rho \ll L_0$ , где  $l_0$  и  $L_0$  соответственно внутренний и внешний масштабы турбулентности.

Предполагая для простоты квадратичную зависимость структурной функции от  $\rho$ , имеем  $\tilde{f}(\rho) = e^{-\frac{\sigma^2 \rho^2}{2}}$ , и среднее распределение яркости по изображению звезды примет вид

$$G(\mathbf{r}) = \iint_{-\infty}^{+\infty} e^{-\frac{r'^2}{2\sigma^2}} g(\mathbf{r} - \mathbf{r}') d\mathbf{r}', \quad (2)$$

где  $\mathbf{r}$  — радиус-вектор, отсчитанный в плоскости изображения, а  $\rho$  — в плоскости объектива.

В случае малых флуктуаций, т. е. когда

$$D_\varphi(2\rho_0) \ll 1,$$

где  $\rho_0$  — радиус объектива, уравнение (2) приближенно можно представить в виде [6],

$$G(\mathbf{r}) \approx g(\mathbf{r}) + \frac{\sigma^2}{2} \nabla^2 g(\mathbf{r}). \quad (3)$$



Из (3) следует, что при малых флуктуациях среднее распределение яркости по изображению звезды будет отличаться от дифракционного менее четко выраженным нулевым максимумом и появлением на месте темных колец слабого фона, т. е. малые флуктуации фазы приводят не столько к ухудшению разрешения телескопа, сколько к уменьшению его проницающей силы [7].

В случае больших флуктуаций, т. е. когда  $D \varphi(2\rho_0) \gg 1$ , угол дифракции на объективе будет значительно меньше угловой расходимости возмущенной волны и дифракционная картина полностью замоеется. Поскольку в этом случае гаусова функция в (2) мало меняется в пределах, где  $g(r-r')$  существенно отлично от нуля, ее можно вынести за знак интеграла и среднее распределение освещенности по изображению звезды будет гаусовым.

Если сделать обычное в таких случаях предположение о выполнении для статистических свойств атмосферы условия эргодичности, то можно утверждать, что при достаточно большом времени усреднения распределение яркости по изображению звезды стремится к своему среднему по ансамблю значению  $G(x, y)$ , а измеренное значение яркости по изображению планеты при большом времени усреднения будет иметь вид

$$F(x, y) = \iint_{-\infty}^{+\infty} f(x', y') g(x-x', y-y') dx' dy' + N(x, y), \quad (4)$$

где  $f(x', y')$  — истинное распределение яркости;  
 $g(x-x', y-y')$  — среднее за данный промежуток времени распределение яркости по изображению звезды;

$N(x, y)$  — представляет собой абсолютную погрешность измерения яркости  $F(x, y)$  в точке с координатами  $(x, y)$ .

При малом времени усреднения распределение яркости по изображению звезды  $g(x, y)$  является случайной функцией со средним значением  $G(x, y)$ , которое можно считать гаусовым и при очень малом времени усреднения  $g(x, y)$  в (4) может оказаться не разностным, поскольку фазы плоских волн, пришедших даже под малым углом друг к другу, не обязательно скоррелированы. Хотя полученные через турбулентную атмосферу изображения планеты с малым временем усреднения могут иногда иметь разрешение значительно лучше среднего, в этом случае, к сожалению, почти полностью будет отсутствовать какой-либо объективный критерий качества изображения, поскольку распределение яркости по изображению точки оказывается неизвестным и даже различным для разных точек диска планеты.

Разработкой методики наблюдения с малым временем усреднения в настоящее время занимается Купревич [8, 9].

Однако возможно и другое решение вопроса об улучшении качества изображения планеты. Предположим, что существует такое время усреднения, при котором из предварительного эксперимента можно получить достаточно надежные оценки функции  $g(x, y)$  и шума  $N(x, y)$ . В этом случае по измерениям  $F(x, y)$  из (4) можно найти наиболее вероятное значение  $f(x, y)$ . При этом, как мы показали в [10], восстановление изображения приводит к некоторому улучшению разрешения деталей изображения и восстановленное изображение (средняя яркость по диску предполагается постоянной) представляет собой свертку истинной яркости на диске планеты с некоторой функцией  $H_0(x, y)$ , зависящей от вида  $g(x, y)$  и отношения сигнал — шум.

Вид этой функции в случае, когда  $g(x, y) = \frac{1}{2\pi\sigma^2} e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$  приведен на рис. 1 для различных отношений сигнал/шум.



Восстановленное изображение описывается функцией:

$$\bar{f}(\rho) = \iint f(\rho - \rho') H_0(\rho') d(\rho').$$

в то время как замытое

$$F(\rho) = \int f(\rho - \rho') e^{-\rho'^2/2\sigma^2} d\rho'$$

( $f(\rho)$  — истинное распределение яркости по изображению).

Из приведенных графиков видно, что требования к времени усреднения являются довольно жесткими, поскольку при недостаточном времени усреднения шум  $N(x, y) \sim [g(x, y) - G(x, y)]^2$  определится неточностью знания ядра  $g(x, y)$  и восстановление изображения окажется неэффективным.

Обычно фотометрические данные используются не столько для изучения распределения контрастов на планете, сколько для получения ее средних оптических характеристик. В этом случае можно поставить задачу нахождения наиболее правдоподобных значений параметров атмосферы и поверхности планеты, удовлетворяющих измеренному распределению яркости [10].

При этом можно воспользоваться тем обстоятельством, что ввиду наличия шума истинное распределение яркости по планете можно всегда считать аналитической функцией на всей плоскости  $x, y$ . Считая, что  $g(x - x', y - y')$  зависит только от  $(x - x')^2 + (y - y')^2$  и существенно отличается от нуля только при малых значениях аргумента, разложим  $f(x', y')$  в ряд Тейлора [6] вблизи

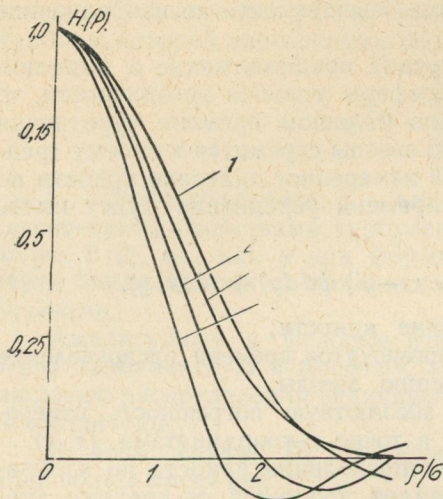


Рис. 1. Ограничивающее ядро  $H_0(\rho)$ :

1 — отношение шум/сигнал — 0,1; 2. — отношение шум/сигнал — 0,03; 3 — отношение шум/сигнал — 0,01; 4. —  $H_0(\rho) = e^{-\frac{\rho^2}{2}}$ .

( $x, y$ ) и тогда уравнение (4) можно переписать с точностью до членов порядка  $\sigma^4$  в виде

$$F(x, y) = f(x, y) + \frac{\sigma^2}{2} \nabla^2 f(x, y) + N(x, y), \quad (5)$$

где

$$\sigma^2 = \sigma_x^2 + \sigma_y^2,$$

а

$$\sigma_x^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} dy \int_{-\infty}^{+\infty} x^2 g(x, y) dx; \quad \sigma_y^2 = \int_{-\infty}^{+\infty} dx \int_{-\infty}^{+\infty} y^2 g(x, y) dy.$$

Если  $N(x, y)$  имеет гаусово распределение и  $f(x, y) = f(x, y; q_1 q_2 \dots q_m)$  задана из теоретических соображений как функция  $m$  параметров, то наиболее вероятными значениями параметров будут те из них, которые удовлетворяют условию минимума среднеквадратичного отклонения

$$\delta^2 = \left[ F(x, y) - f(x, y; q_1 q_2 \dots q_m) - \frac{\sigma^2}{2} \nabla^2 f(x, y; q_1 q_2 \dots q_m) \right]^2.$$

В этом случае  $\sigma$  можно не определять заранее, а искать как дополнительный параметр. При таком подходе к определению средних по дис-



ку параметров атмосферы и поверхности планеты требования к времени усреднения будут менее жесткими, чем при восстановлении контрастов.

## 2. Экспериментальные оценки среднего распространения яркости по изображению звезды

Для измерения распределения яркости по изображению звезды применялся специально изготовленный для данного телескопа фотометр, основанный на принципе счета фотонов. Приемником излучения служил фотоумножитель ФЭУ-51 с мультищелочным катодом. Максимальный квантовый выход ФЭУ достигал 10% в сине-зеленой области спектра и 1% на длине волны 700 мμ. В случае необходимости имелась возможность охлаждать фотоумножитель сухим льдом, что уменьшало собственный шум ФЭУ при почти неизменном квантовом выходе до 100 импульсов в секунду, тогда как при нормальной температуре темновой ток ФЭУ достигал 1500  $\frac{\text{имп}}{\text{сек}}$ .

Ниже мы приводим краткое описание блок-схемы фотометра. Импульсы с фотоумножителя поступают на катодный повторитель. Коэффициент усиления ФЭУ может меняться по желанию от  $10^6$  до  $5 \cdot 10^7$  так, что один электрон, вылетевший из фотокатода, выбивает на последнем диноде не менее  $10^6$  электронов, что создает заряд на выходной емкости ФЭУ около  $2 \cdot 10^{-13}$  кулона. Поскольку выходная емкость ФЭУ порядка 20 пф, то наименьшая амплитуда импульса, пришедшего с фотокатода, 1 mv. Анодное сопротивление ФЭУ обеспечивает длительность импульса порядка 0,2 мксек.

Катодный повторитель, собранный на лампе 6СЗП, конструктивно вместе с ФЭУ-51 находится на телескопе и является согласующим звеном между ФЭУ, коаксиальным кабелем и широкополосным усилителем пересчетного устройства. Усиленный в 1000 раз сигнал поступает на формирователь с переменным уровнем отсечки и разрешающим временем 1 мксек. Сформированные импульсы поступают на вход четырех пересчетных декад. Каждые  $10^4$  импульсов наполняют счетчик и выходной импульс поступает на печатающий хронограф. Имеется возможность получить выходной импульс для печатающего хронографа с любой из четырех декад. Интенсивность принимаемого сигнала обратно пропорциональна промежуткам времени между отпечатками на ленте хронографа.

Как легко видеть, возможности счетчика фотонов при измерении распределения яркости по изображению звезды ограничены сравнительно малой скоростью печати хронографа  $\Delta t \sim 0^s,1$  и невозможностью фотометрии световых потоков, больших чем  $10^6$  фотонов в секунду. Поэтому для более быстрого измерения распределения яркости по изображению звезды применялся электрофотометр с усилителем постоянного тока, собранным по балансной схеме. Приемником излучения служил фотоумножитель Р-5 с сурьмяноцезиевым катодом. Постоянная времени усилителя могла изменяться от  $0^s,01$  до  $1^s$ . Запись велась на шлейфом осциллографе Н-10 и на самописце ЭПП-09, время пробега шкалы которого не превосходило  $0^s,8$ .

Юстировка и отладка телескопа и подготовка аппаратуры к наблюдениям были закончены к началу июня 1967 г.

Работы по изучению влияния земной атмосферы на качество изображения планет были начаты в середине июня и велись до конца октября 1967 г. Задача заключалась в оценке величины замытия изображения, в установлении зависимости величины замытия от зенитного расстояния, длины волны, полосы пропускания фильтра, а также в оценке



минимально необходимого времени усреднения, в течение которого измененное распределение яркости по изображению звезды хотя бы приближенно можно считать средним по ансамблю.

Мгновенное распределение яркости по изображению звезды, в силу случайного характера фазовых искажений фронта волны, является случайной функцией координат. На рис. 2 в качестве примера приведено несколько разрезов по изображению звезды, полученных за время порядка  $1^s$  с постоянной времени  $0,^s05$ .

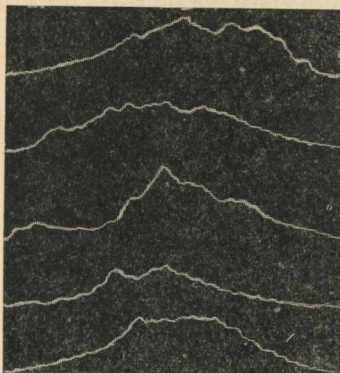


Рис. 2. Типичный вид разрезов изображения звезды с диафрагмой  $d \approx 0,^s12$  за время  $t \approx 1^s$  с  $r = 0,^s05$ .

Диафрагма выреза на небесной сфере кружок диаметром  $0,^s12$ , запись велась на шлейфовом осциллографе.

Для получения среднего распределения яркости по изображению звезды применялась следующая методика.

Перпендикулярно к краю ножевой диафрагмы, помещенной в фокальной плоскости телескопа ( $f = 28$  м), с постоянной скоростью  $V$  перемещается изображение звезды. Сменные светофильтры помещаются сразу же за диафрагмой. Световой поток, прошедший через диафрагму, попадает на фотоумножитель и, как легко видеть, меняется в зависимости от времени по закону

$$F(t) = \int_{-\infty}^{vt} dx \int_{-\infty}^{+\infty} g(x, y) dy,$$

где  $g(x, y)$  — распределение яркости по изображению звезды, а оси координат выбраны так, что ось  $y$  параллельна краю ножевой диафрагмы, а ось  $x$  перпендикулярна к нему и отсчитывается от края.

В случае, когда  $g(x, y) \sim e^{-\frac{x^2+y^2}{2\sigma^2}}$ ,  $F(t)$  при соответствующей нормировке является интегралом вероятности и параметр  $\sigma$ , характеризующий распределение яркости по изображению звезды, можно найти из  $F(t)$  со значительно большей точностью, чем из одиночных разрезов.

При определении  $F(t)$  скорость движения звезды задавалась часовым ведением телескопа по среднему времени. Выбор звезд с различным склонением позволял менять скорость от сколь угодно малой до  $2'',5$  за минуту. Более быстрые движения звезды, порядка  $15''$  за минуту, осуществлялись наблюдением Полярной при остановленном часовом механизме.

Характерный вид функции  $F(t)$ , полученной при помощи счетчика фотонов, приведен на рис. 3 и запись этой функции при помощи усилителя постоянного тока с  $\tau = 0,^s1$  на рис. 4. Сплошные кривые представляют собой интеграл вероятности с параметром  $\sigma$ , при котором средний квадрат отклонения от экспериментальных точек минимален. На некоторых кривых (рис. 4, а, б) видны значительные систематические отклонения экспериментальных точек от интеграла вероятности. Обычно эти отклонения, как и следовало ожидать, тем больше, чем меньше величина  $\sigma$ .

Из приведенных экспериментов по определению параметра  $\sigma$  были выявлены некоторые закономерности, которые попытаемся сформулировать ниже.

1. Оценки величины  $\sigma$  для большинства ночей заключены в пределах от  $0'',5$  до  $1''$ . Для некоторых ночей величина  $\sigma$  значительно превосходила  $1''$ , но это, как правило, связано либо с резким изменением погоды



(например, наблюдения сразу же после дождя), либо с завихрениями воздуха вблизи створок купола при неблагоприятном обтекании их ветром.

2. При изменении зенитного расстояния от  $z = 0^\circ$  до  $z = 60^\circ$  величина  $\sigma$  меняется не более чем в 1,5 раза, т. е.  $\sigma$  с ростом  $z$  растет не быстрее, чем  $\sqrt{\sec z}$ , и часто зависимость от азимута (направления ветра) оказывается существеннее. Значительно более сильный рост величины  $\sigma$  с ростом  $z$  наблюдается при  $z > 60^\circ \div 70^\circ$  особенно перед восходом и сразу же после захода Солнца.

3. Величина  $\sigma$  в разных участках спектра различна и при переходе от красного фильтра ( $\lambda = 650 \text{ м}\mu$ ) к ультрафиолетовому ( $\lambda = 380 \text{ м}\mu$ )  $\sigma$  возрастает примерно в 1,5 раза.

4. Флуктуации яркости звезды (полный поток от звезды) при времени усреднения  $0,3$  составляют  $3 \div 5\%$  от средней яркости и почти не уменьшаются с расширением полосы пропускания фильтра от  $100 \text{ \AA}$  до  $500 \text{ \AA}$ .

Отметим, что одиночное измерение  $F(t)$  в нашем случае занимало около  $5^m$  и этот интервал времени, по всей вероятности, мал для достаточно хорошего усреднения случайной функции, описывающей распределение яркости по изображению звезды. Отличие повторных, следующих один за другим разрезов давало разброс в величине  $\sigma \approx 10\%$ , а иногда и больше. Это особенно отчетливо видно на рис. 4, 5, 6, где время усреднения около  $40^s$ . Проводить измерения за больший  $5^m$  промежуток времени мы считали нецелесообразным, поскольку это могло привести к погрешностям, обусловленным неравномерностью часового ведения телескопа, а также возможным изменением прозрачности атмосферы и ее средних статистических свойств.

На рис. 5 приведены три цикла фотографий двойных звезд, полученных с разными экспозициями. Фотографирование проводилось в 56-метровом фокусе телескопа. В верхнем ряду помещены изображения двойной звезды  $\epsilon$  Овна, расстояние между компонентами которой несколько больше  $1'',5$  ( $r'' = 1'',8$  по нашим измерениям), полученные 24 октября 1967 г. на зенитном расстоянии  $z = 42^\circ$  с экспозицией  $30^s$ . В среднем и нижнем ряду помещены изображения двойной звезды  $\xi$  Водолея, расстояние между компонентами которой  $2'',9$ , полученные 23 октября на зенитном расстоянии  $56^\circ$  с экспозицией  $3^s$  (средний ряд) и  $4^s$  (нижний).

Приведенные фотографии отчетливо демонстрируют тот факт, что получение из предварительного эксперимента среднего распределения яркости по изображению звезды с необходимой для восстановления деталей точностью (лучше  $1\%$ ) является задачей практически неразре-

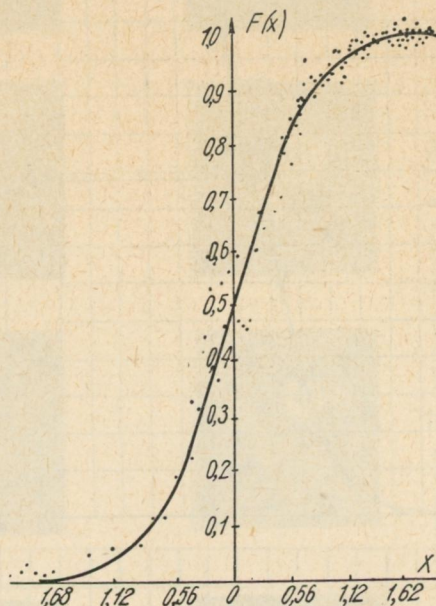


Рис. 3. Типичный вид функции

$$F(t) = \int_{-\infty}^{vt} dx \int_{-\infty}^{+\infty} g(x, y) dy,$$
 измеренной при помощи счетчика фотонов ( $g(x, y)$  — распределение яркости по изображению звезды).



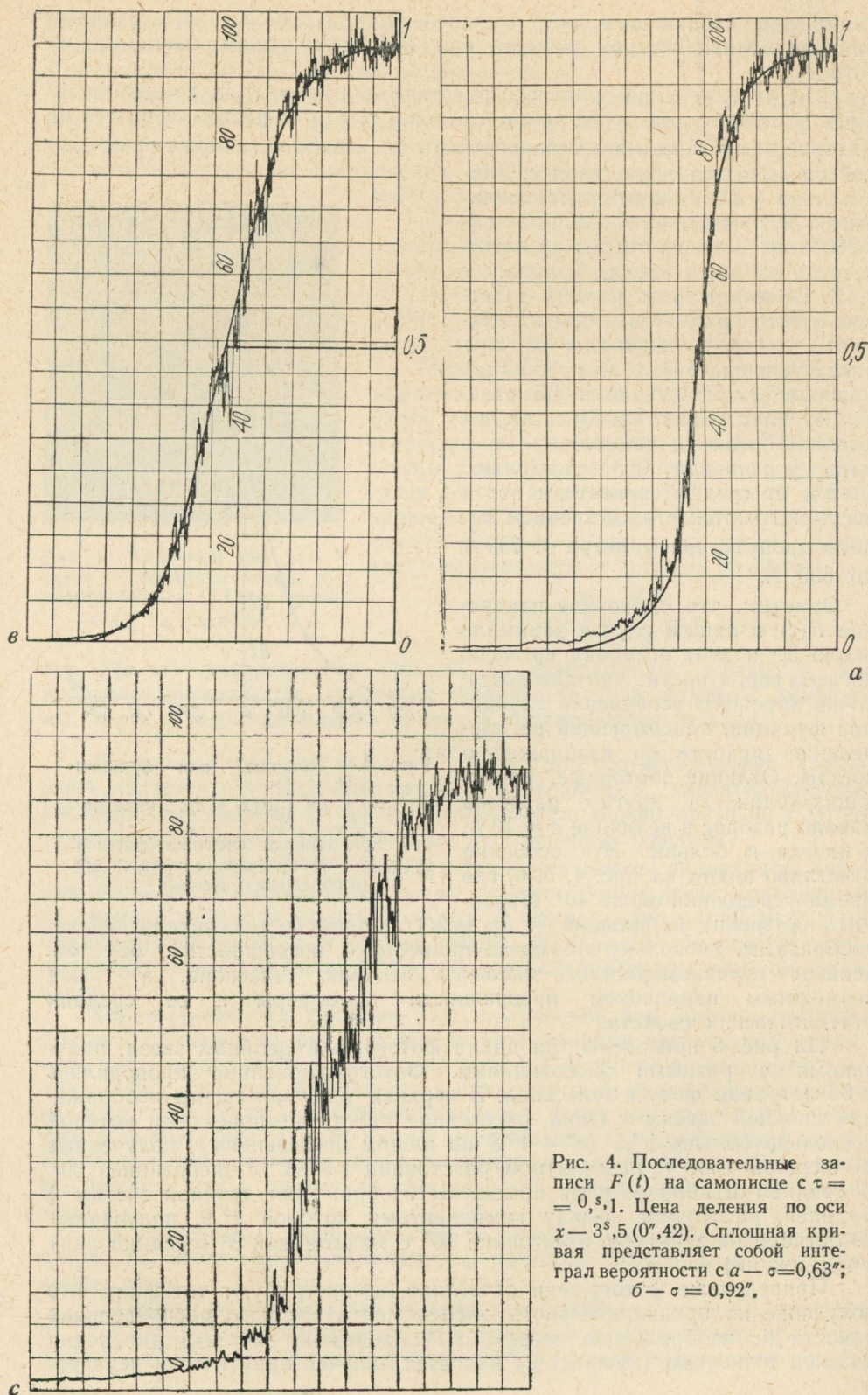


Рис. 4. Последовательные записи  $F(t)$  на самописце с  $\tau = 0,^s, 1$ . Цена деления по оси  $x - 3^s, 5 (0^{\circ}, 42)$ . Сплошная кривая представляет собой интеграл вероятности с  $a - \sigma = 0,63^{\circ}$ ;  $b - \sigma = 0,92^{\circ}$ .



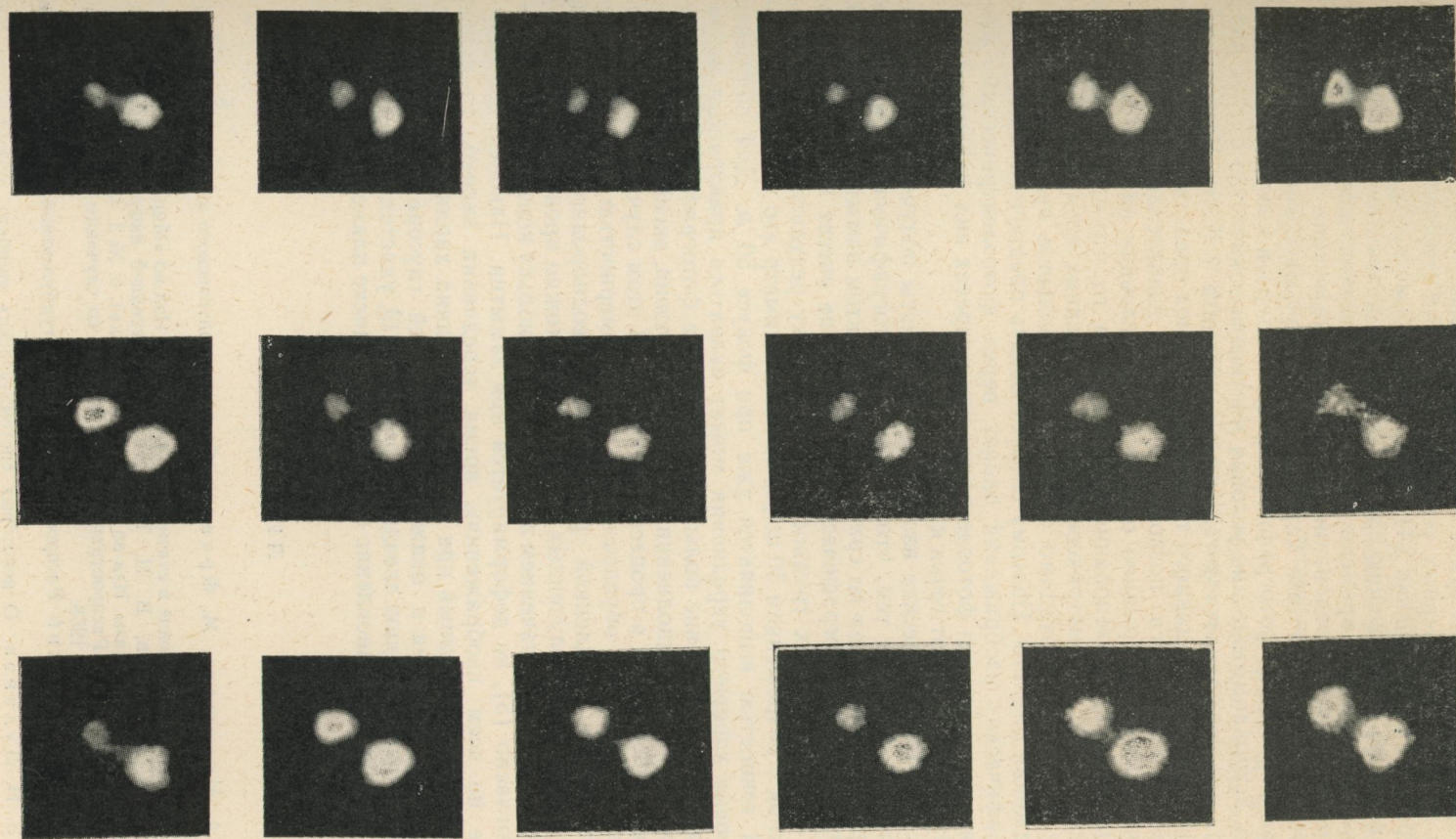


Рис. 5. Изображения двойных звезд, полученные в 56-метровом фокусе АЗТ-8:  
верхний ряд —  $\xi$  Овна,  $r'' = 1'',8$ , экспозиция  $30^s$ ,  $z = 42^\circ$ , 24 октября 1967 г.; средний ряд  $\xi$  — Водолея,  $r'' = 2,9$ , экспозиция  $3^s$ ,  $z = 56^\circ$ , 23 октября 1967 г.; нижний ряд  $\xi$  — Водолея,  $r'' = 2,9$ , экспозиция  $4^s$ ,  $z = 56^\circ$ , 23 октября 1967 г.



шимой. Причем точность определения среднего распределения яркости по изображению звезды будет тем хуже, чем выше разрешение телескопа при данных атмосферных условиях. С другой стороны, условие того, что ядро  $g(x, y)$  уравнения (4) (среднее за промежуток  $\Delta t$  распределение яркости по изображению звезды) является разностным и симметричным, выполняется при времени усреднения  $\Delta t$  порядка нескольких минут.

Проведенные исследования разрешения телескопа АЗТ-8, установленного на загородной базе Харьковской астрономической обсерватории, а также полученные фотографии Марса, Юпитера и Сатурна позволяют считать астроклиматические условия местности и качество оптики инструмента вполне удовлетворительными (сравните с [11]). Можно ожидать, что применение данного телескопа в период предстоящего великого противостояния Марса позволит получить значительное количество дополнительной информации о физических условиях на планете.

Проведенные исследования указывают на то, что при оптимальном определении из фотометрических данных средних оптических характеристик планеты, необходимо сравнительно большое время усреднения изображения планеты. Поэтому следует отдать предпочтение получению фотографических изображений планет перед фотоэлектрическими разрезами, поскольку при фотоэлектрических разрезах вид функции  $g(x, y)$  в (4) будет меняться от точки к точке.

Если фотографические изображения планеты получены в достаточно большом фокусе с тем, чтобы эффект фотографической иррадиации был пренебрежимо мал по сравнению с эффектом замытия атмосферой, то нелинейность фотографического процесса не внесет практически никаких дополнительных трудностей в обработку результатов. Для фотопластинок с разрешением 50 штрихов на миллиметр это условие с достаточной точностью выполняется уже при фокусе 50 м. Для получения достаточно хорошего усреднения может оказаться практически наиболее выгодным получение большого количества фотографий с минимально возможной, при выполнении указанного условия, экспозиций, с последующим усреднением в процессе обработки. В этом случае будут исключаться погрешности, обусловленные неравномерностью часового ведения телескопа, медленной рефракцией, неоднородностью эмульсии и т. д. Наложение полученных изображений можно проводить совмещая контуры с нулевым значением лапласиана, поскольку контур  $\Delta^2 f(x, y) = 0$ , согласно (5), не деформируется при замытии. Наконец, если суммарное по всем изображениям время усреднения велико, то можно надеяться, что найденный при отыскании средних характеристик планеты параметр замытия  $\sigma$  окажется дисперсией гаусова распределения яркости по изображению звезды и, согласно [10], удастся провести достаточно хорошее восстановление контрастов на диске планеты.

## ЛИТЕРАТУРА

1. А. Марешаль, М. Франсон. Структура оптического изображения. Изд-во «Мир», 1964.
2. Э. О'Нейл. Введение в статистическую оптику. Изд-во «Мир», 1966.
3. Н. Г. Денисов, В. И. Татарский. О средней дифракционной картине в фокальной плоскости линзы. Изд-во вузов (Радиофизика), 6, № 3, 488, 1963.
4. Л. А. Чернов. Распространение волн в среде со случайными неоднородностями. Изд-во АН СССР, М., 1958.
5. В. И. Татарский. Распространение волн в турбулентной атмосфере. Изд-во «Наука», М., 1967.
6. В. Н. Дудинов. О некоторых систематических ошибках, возникающих при



фотометрии планетных дисков. Вестник ХГУ, № 28, серия астрономическая, вып. 3. Изд-во ХГУ, Харьков, 1967.

7. И. Г. Колчинский. Оптическая нестабильность земной атмосферы по наблюдениям звезд. Изд-во «Наукова думка», К., 1967.

8. Н. Ф. Купревич. Экспериментальный телевизионный телескоп Пулковской обсерватории. Изд-во ГАО в Пулкове, т. XXI, вып. 4, № 163, 1960.

9. Н. Ф. Купревич. Одновременная телевизионная регистрация светового потока и формы изображения звезды при ее сцинтилляции. Изд-во ГАО в Пулкове, т. XXII, вып. 4, № 169, 1961.

10. В. Н. Дудинов. О возможности учета погрешностей, вызванных замытием изображения планет. Астроном. журн. В печати.

11. Л. А. Бугаенко, О. И. Бугаенко, И. К. Коваль, А. В. Мороженко. Электрофотометрические разрезы диска Марса в участках спектра интервала 355—600. Сб. «Физика Луны и планеты». Изд-во «Наукова думка», 1966.

*Статья поступила 3 марта 1968 г.*



## ИЗМЕРЕНИЕ ЛЮМИНЕСЦЕНЦИИ ЛУННОЙ ПОВЕРХНОСТИ В ЛИНИЯХ Н И К Ca II

*В. С. Цветкова*

Нами рассмотрена методика исследования люминесценции лунной поверхности по контурам спектральных линий и приведены некоторые результаты наблюдений на 70-сантиметровом рефлекторе АЗТ-8 Астрономической обсерватории ХГУ.

Среди существующих методов измерения люминесценции метод фотометрии контуров фраунгоферовых линий является, как известно, наилучшим. Основные преимущества его, по сравнению со спектрофотометрией или фотометрией со светофильтрами, заключается не только в большей точности, но и в том, что это единственный метод, позволяющий однозначно отличить люминесценцию от любых особенностей спектральной отражательной способности.

Идея этого метода, как известно [1—4], заключается в следующем. Пусть  $F(x)$  есть контур линии в лунном спектре при отсутствии люминесценции. В пределах одной линии люминесцентное излучение, накладывающееся на отраженный спектр, можно считать постоянным. Обозначим его через  $L$ . Тогда измеренная на фотопластинке интенсивность в  $i$ -й точке контура  $I_i$  с точностью до постоянного множителя будет равна

$$I_i = k [F(x_i) + L]. \quad (1)$$

Для некоторого опорного контура с нулевой люминесценцией имеем

$$I_i^0 = k_0 F(x_i) \quad (2)$$

(здесь и везде в дальнейшем имеются в виду относительные фотометрические измерения).

Если выражения (1) и (2) относятся к точке в крыле линии, то для дна линии соответственно будем иметь

$$I_0 = k [F(x_0) + L],$$

$$I_0^0 = k_0 F(x_0).$$

Тогда относительная люминесценция  $p_i$  в долях интенсивности  $i$ -й точки непрерывного спектра выразится через глубины линий  $\frac{I_i}{I_0} = \gamma$  исследуемого объекта и  $\frac{I_i^0}{I_0^0} = \gamma_0$  объекта сравнения следующим образом:

$$p_i = \frac{\gamma - \gamma_0}{\gamma_0 (1 - \gamma)}.$$



В силу некоторых причин, которые станут ясны из дальнейшего, в данной работе величина люминесценции  $p_i$  оценивалась не этим способом.

Исключив из (1) и (2)  $F(x_i)$  и введя обозначения  $\frac{k}{k_0} = q_1$  и  $kL = q_2$ , получим уравнение

$$I_i - q_1 I_i^0 - q_2 = 0, \quad (3)$$

которое, однако, справедливо лишь в случае абсолютно точных измерений  $I_i$  и  $I_i^0$ . Вследствие же ошибок правая часть (3) отлична от нуля и представляет собой взаимные отклонения величин  $I_i$  и  $I_i^0$ , сведенных к одному масштабу множителем  $q_1$ .

Естественно предположить, что эти отклонения распределены по нормальному закону, т. е. плотность вероятности отклонений

$$P(I_i, I_i^0, q_1, q_2) = (2\pi)^{-n/2} \sigma^{-n} \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} \sum_{i=1}^n (I_i - q_1 I_i^0 - q_2)^2 \right\}, \quad (4)$$

где  $n$  — число точек измерений на контуре,  $\sigma^2$  — дисперсия измерений, которые мы будем считать равноточными, что, по-видимому, справедливо для прямолинейного участка характеристической кривой.

Наиболее вероятными параметрами  $\bar{q}_1$  и  $\bar{q}_2$  будут те, которые соответствуют максимуму плотности вероятности (4) или минимуму суммы квадратов отклонений:

$$\sum_{i=1}^n (I_i - q_1 I_i^0 - q_2)^2 = \min \quad (5)$$

(предписание наименьших квадратов).

Дифференцирование (5) по параметрам  $q_1$  и  $q_2$  приведет к системе уравнений

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^n I_i I_i^0 - q_1 \sum_{i=1}^n (I_i^0)^2 - q_2 \sum_{i=1}^n I_i^0 &= 0, \\ \sum_{i=1}^n I_i - q_1 \sum_{i=1}^n I_i^0 - n q_2 &= 0, \end{aligned} \quad (6)$$

из которой определяются параметры  $\bar{q}_1$  и  $\bar{q}_2$ :

$$\bar{q}_1 = \frac{n \sum_{i=1}^n I_i I_i^0 - \sum_{i=1}^n I_i \sum_{i=1}^n I_i^0}{n \sum_{i=1}^n (I_i^0)^2 - \left( \sum_{i=1}^n I_i^0 \right)^2}; \quad \bar{q}_2 = \frac{\sum_{i=1}^n I_i \sum_{i=1}^n (I_i^0)^2 - \sum_{i=1}^n I_i^0 I_i \sum_{i=1}^n I_i^0}{n \sum_{i=1}^n (I_i^0)^2 - \left( \sum_{i=1}^n I_i^0 \right)^2}. \quad (7)$$

Следует отметить, что параметр  $q_2 = kL$  имеет вполне определенный физический смысл, а именно: величина  $\frac{q_2}{I_i - q_2}$  есть относительная люминесценция, обозначенная выше через  $p_i$ . Смысл же  $q_1 = \frac{k}{k_0}$  ясен из изложенного выше.

Поскольку искомые параметры  $q_1$  и  $q_2$  линейны относительно измерений, которые мы считаем распределенными нормально, то, как извест-



но [5, 6], функция распределения параметров также нормальна со средними значениями  $\bar{q}_1$  и  $\bar{q}_2$ , отвечающими условию (5), т. е.

$$P(q_1, q_2/I) = A \exp \left\{ -\frac{1}{2\sigma^2} [(q_1 - \bar{q}_1)]^2 \sum_{i=1}^n (I_i^0)^2 + 2(q_1 - \bar{q}_1)(q_2 - \bar{q}_2) \times \right. \\ \left. \times \sum_{i=1}^n I_i^0 + n(q_2 - \bar{q}_2)^2 \right\}, \quad (8)$$

где  $\sigma^2$ , как и в (4), — дисперсия измерений.

Следовательно, дисперсионная матрица для параметров  $q_1$  и  $q_2$  есть

$$B = \frac{\sigma^2}{n \sum_{i=1}^n (I_i^0)^2 - \left( \sum_{i=1}^n I_i^0 \right)^2} \begin{vmatrix} n & -\sum_{i=1}^n I_i^0 \\ -\sum_{i=1}^n I_i^0 & \sum_{i=1}^n (I_i^0)^2 \end{vmatrix}. \quad (9)$$

Величину дисперсии измерений  $\sigma^2$  можно оценить, продифференцировав по  $\sigma^2$  логарифм плотности вероятности (4) в точке ее максимума:

$$\frac{\partial \ln P}{\partial \sigma^2} = -\frac{n}{2\sigma^2} - \frac{1}{2\sigma^4} \sum_{i=1}^n (I_i - \bar{q}_1 I_i^0 - \bar{q}_2)^2 = 0.$$

Отсюда получаем очевидный результат

$$\sigma^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (I_i - \bar{q}_1 I_i^0 - \bar{q}_2)^2}{n}. \quad (10)$$

Корреляционные члены (9) отличны от нуля, поэтому диагональные члены не являются мерой неопределенности искомых параметров  $q_1$  и  $q_2$  в отдельности. Будем в дальнейшем понимать под погрешностями параметров величины, равные половинам проекций корреляционного эллипса

$$\frac{1}{\sigma^2} \left[ (q_1 - \bar{q}_1)^2 \sum_{i=1}^n (I_i^0)^2 + 2(q_1 - \bar{q}_1)(q_2 - \bar{q}_2) \sum_{i=1}^n I_i^0 + n(q_2 - \bar{q}_2)^2 \right] = 1$$

на соответствующие оси координат —  $q_1$  или  $q_2$ .

Тогда определенная таким образом погрешность непосредственно интересующего нас параметра  $q_2$  будет

$$\sigma_{q_2} = \frac{\sigma \sum_{i=1}^n I_i^0}{\sqrt{n} \sqrt{n \sum_{i=1}^n (I_i^0)^2 - \left( \sum_{i=1}^n I_i^0 \right)^2}}. \quad (11)$$

Величина  $n \sum_{i=1}^n (I_i^0)^2 - \left( \sum_{i=1}^n I_i^0 \right)^2$  пропорциональна сумме квадратов отклонений величин  $I_i^0$  от их среднего по контуру значения  $\bar{I}^0$ , а именно:

$$\sum_{i=1}^n (I_i^0 - \bar{I}^0)^2 = \frac{n \sum_{i=1}^n (I_i^0)^2 - \left( \sum_{i=1}^n I_i^0 \right)^2}{n}.$$



Следовательно, эта величина всегда неотрицательна и равна нулю ( $\sigma_{q_2} = \infty$ ) лишь в случае, когда линия или вообще перепад яркости в данном месте спектра отсутствуют. С появлением в исследуемом участке спектра деталей и с увеличением их отклонений от среднего значения точность определения параметра  $q_2$  повышается. В этом смысле величина  $n \sum_{i=1}^n (I_i^0)^2 - \left( \sum_{i=1}^n I_i^0 \right)^2$  является критерием пригодности данного участка спектра для измерения люминесценции. Интересно отметить, что с точки зрения такого критерия при одинаковых  $n \sum_{i=1}^n (I_i^0)^2 - \left( \sum_{i=1}^n I_i^0 \right)^2$  принци-

пиально безразлично, исследуется ли одна широкая и глубокая линия или участок спектра такой же протяженности, изрезанный несколькими мелкими линиями. Разумеется, фотометрия широких и глубоких линий удобнее по причинам чисто практического характера, однако уместно отметить, что этим методом можно исследовать полосы люминесценции практически на всем доступном диапазоне длин волн.

К достоинствам метода следует отнести и тот факт, что он основан на использовании всего контура в целом. Поэтому наиболее неточно измеряемые точки вблизи дна линии входят со значительно меньшим весом. В данной работе число точек отсчетов на контуре — 37.

Строго говоря, при таком методе сравнения контуров линий кроме случайных погрешностей будут иметь место некоторые систематические. Это, например, погрешность при сравнении контуров с несколько различной плотностью почернения, вызванная эффектом фотографической иррадиации, или же погрешность, обусловленная ошибкой в наклоне характеристической кривой. Такие эффекты должны приводить к некоторым регулярным, неслучайным отклонениям величин  $I_i$  и  $\dot{I}_i$  друг от друга, что, вообще говоря, лишает метод наименьших квадратов присущей ему несмещенности оценок параметров. Мы не будем оценивать возможную величину смещения параметров, заметив только, что определенная согласно (10) величина дисперсии измерений  $\sigma_2$  чувствительна к таким систематическим отклонениям измеряемых контуров в каждом конкретном случае. Очевидно, что наличие систематических отклонений всегда будет приводить к увеличению вычисляемой согласно (10) дисперсии, по сравнению со случаем, когда имеют место только случайные отклонения.

В данной работе влияние указанных систематических погрешностей на результат было проверено экспериментально. При обработке трех спектрограмм одного и того же участка лунной поверхности (Гримальди), каждая с отдельной шкалой, полученных в одну ночь с различными экспозициями, не обнаружено расхождений в оцениваемой величине  $p_i$ , превосходящих ее погрешность (см. таблицу).

Наблюдения производились на дифракционном спектрографе телескопа АЗТ-8 (решетка 600 штрихов на миллиметр, линейная дисперсия  $32 \text{ \AA/мм}$ ). Максимальное для данного спектрографа разрешение достигается при ширине входной щели  $\approx 0,02 \text{ мм}$  («нормальная» ширина щели для  $\lambda 4000 \text{ \AA}$ ). Однако вследствие низкой светосилы спектрографа наблюдения производились со щелью в 2,5 раза более широкой, что соответствует разрешению у  $\lambda = 4000 \text{ \AA}$  примерно в  $1 \text{ \AA}$ .

Использовались фотопластинки NP22 фирмы ORWO. Выбор фотоматериала был обусловлен стремлением получить оптимальное для данного эксперимента соотношение чувствительности, зернистости и коэффициента контрастности фотослоя. Экспозиция составляла от 18 мин до 1 часа.



Из более чем 90 спектрограмм пригодными к обработке оказались 45 спектрограмм следующих областей лунной поверхности:

1. Гримальди и прилегающие к нему с востока и запада материи.
2. Океан Бурь у кратера Марий.
3. Залив Радуг и материк вблизи кратера Шарп.
4. Море Кризисов.
5. Море Ясности.
6. Материк к востоку от Моря Кризисов у Моря Змеи.

Щель спектрографа, вырезающая на Луне участок  $0'',35 \times 80''$ , всегда ориентировалась параллельно экватору интенсивности. Такая ориентация щели и выбор деталей продиктованы следующими соображениями.

Как было отмечено в предыдущей работе [7], а также в статьях некоторых других авторов, например в [8, 9], возможна термолюминесценция лунной поверхности. В работах [7—9] указывается, что в общем случае при нагревании люминофора наблюдается несколько максимумов термолюминесценции, что возможно и для Луны. Если же на лунной поверхности не достигаются температуры, вызывающие полное высвечивание люминофора, будет наблюдаться монотонное изменение люминесцентных свойств с изменением температуры поверхности. Поэтому имело смысл ориентировать щель так, чтобы одновременно фиксировались участки с различной температурой (с различной долготой), т. е. параллельно экватору интенсивности.

Что касается выбора деталей, то он обусловлен следующим. Согласно предварительным фотоэлектрическим наблюдениям, сделанным в июле 1967 г. автором совместно с Л. А. Акимовым на 200-миллиметровом рефракторе Цейсса Харьковской астрономической обсерватории, для некоторых объектов лунной поверхности отмечаются аномалии специального показателя цвета (измерялся показатель цвета в двух близких участках спектра, например, через пары интерференционных светофильтров с  $\lambda_{\max}$  403 и 427  $m\mu$ , 427 и 443  $m\mu$  и т. д.).

В то время как большинство деталей мало отличается от «средней» Луны, некоторые объекты, например, Залив Радуг, Гримальди и материи к востоку и западу от него обнаруживают аномально высокий специальный показатель цвета (наблюдения производились вблизи полнолуния). Поскольку наблюдения носили лишь качественный характер, представляло интерес исследовать обнаруженное явление спектрофотометрически.

При получении спектрограмм, предназначенных для фотометрии фраунгоферовых линий, естественно, возникает задача получения на том же инструменте некоторых опорных спектрограмм с нулевой люминесценцией. Наиболее подходящие для этой цели спектрограммы Солнца не могли быть использованы, так как, во-первых, затвор спектрографа не обеспечивает слишком коротких экспозиций, а во-вторых, существующая в АСП-21 система калибровки не предусмотрена для экспозиций меньше 15 сек (для данного фотоматериала). Диафрагмировать же объектив или применять светофильтры мы не сочли возможным, так как первое изменяет условия наполнения оптики спектрографа, а второе вызывает дефокусировку спектра, которую трудно устранить с достаточной точностью. В силу указанных причин в качестве объекта сравнения была выбрана Венера.

В таблице приведены вычисленные согласно (7) значения  $q_2$  и соответствующие им значения относительной люминесценции  $p_i = \frac{q_2}{I_i - q_2}$  для ряда лунных деталей по десяти спектрограммам, полученным 20 и 21 сентября 1967 г. Значения  $p_i$  выражены в процентах от уровня непре-



рывного спектра при  $\lambda = 3954 \text{ \AA}$ . Приведенные в таблице величины показывают, что отличия в относительной люминесценции разных деталей можно считать реальными. В то время как в Море Ясности люминесценция отсутствует, для Гримальди и Океана Бурь у кратера Марий она составляет около 3%. Для Залива Радуг  $p_i$  имеет промежуточное значение.

Приведенные результаты носят предварительный характер и в дальнейшем будут дополнены. Они находятся в качественном согласии с фотоэлектрическими измерениями, о которых упоминалось выше.

| Название детали               | Время наблюдения                     | H Ca II |                  | K Ca II |                  |
|-------------------------------|--------------------------------------|---------|------------------|---------|------------------|
|                               |                                      | $q_2$   | $p$              | $q_2$   | $p$              |
| Гримальди                     | 20/IX 3 <sup>h</sup> 12 <sup>m</sup> | 0,30    | 2,5% $\pm$ 0,7%  | 0,33    | 2,6% $\pm$ 0,7%  |
| »                             | 20/IX 3 <sup>h</sup> 36 <sup>m</sup> | 0,35    | 2,8% $\pm$ 0,7%  | 0,37    | 3,0% $\pm$ 0,7%  |
| Материк к западу от Гримальди | 20/IX 3 <sup>h</sup> 12 <sup>m</sup> | 0,25    | 1,1% $\pm$ 0,7%  | 0,19    | 0,9% $\pm$ 0,7%  |
| Залив Радуг                   | 20/IX 4 <sup>h</sup> 12 <sup>m</sup> | 0,18    | 1,3% $\pm$ 0,7%  | 0,13    | 0,9% $\pm$ 0,7%  |
| Море Ясности                  | 20/IX 4 <sup>h</sup> 42 <sup>m</sup> | 0,09    | -0,7% $\pm$ 0,7% | 0,09    | -0,6% $\pm$ 0,7% |
| Гримальди                     | 21/IX 2 <sup>h</sup> 11 <sup>m</sup> | 0,30    | 2,7% $\pm$ 0,7%  | 0,12    | 1,0% $\pm$ 0,7%  |
| »                             | 21/IX 2 <sup>h</sup> 37 <sup>m</sup> | 0,25    | 1,9% $\pm$ 0,7%  | 0,21    | 1,4% $\pm$ 0,7%  |
| »                             | 21/IX 4 <sup>h</sup> 25 <sup>m</sup> | 0,29    | 2,8% $\pm$ 0,7%  | 0,38    | 3,7% $\pm$ 0,7%  |
| Материк к западу от Гримальди | 21/IX 4 <sup>h</sup> 25 <sup>m</sup> | 0,16    | 1,0% $\pm$ 0,7%  | 0,23    | 1,3% $\pm$ 0,7%  |
| Залив Радуг                   | 21/IX 3 <sup>h</sup> 20 <sup>m</sup> | 0,12    | 0,8% $\pm$ 0,7%  | 0,21    | 1,3% $\pm$ 0,7%  |
| Море Ясности                  | 21/IX 1 <sup>h</sup> 25 <sup>m</sup> | 0,05    | -0,4% $\pm$ 0,7% | 0,03    | -0,2% $\pm$ 0,7% |
| Океан Бурь у Мария            | 21/IX 3 <sup>h</sup> 56 <sup>m</sup> | 0,23    | 1,9% $\pm$ 0,7%  | 0,06    | 0,5% $\pm$ 0,7%  |

#### ЛИТЕРАТУРА

1. I. Dubois. Rozprawy Ceskosl. akad. věd, № 6, ч. 69, 1959.
2. I. F. Grainger. Astron. Contribut. Univ. Manchester, ser. III, № 104, 1963.
3. H. Spinrad. Icarus, № 3, № 5—6, 1964.
4. R. L. Wildey. Publ. Astron. Soc. Pacific, № 76, 1964.
5. Ю. В. Линник. Метод наименьших квадратов и основы теории обработки наблюдений. Физматгиз, 1958.
6. Д. Худсон. Статистика для физиков. Изд-во «Мир», 1967.
7. В. С. Опрятова. Вестник ХГУ, № 28, серия астроном., вып. 3, 1967.
8. K. H. Sun, I. L. Gonzalez. Nature, 212, № 5057, 1966.
9. E. P. Ney, N. J. Woolf, R. I. Collins. J. Geophys. Res., 71, № 7, 1966.

Статья поступила 3 марта 1968 г.