

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ В. Н. КАРАЗІНА**

**ПРИЙМАК ОЛЕКСІЙ ВІКТОРОВИЧ**



УДК 519.6

**МАТЕМАТИЧНІ МОДЕЛІ ТА МЕТОДИ ОБЧИСЛЕННЯ ПРОЦЕСІВ  
ЗБУДЖЕННЯ ТА СТІЙКОСТІ ІНТЕНСИВНИХ ХВИЛЬ В ПРИЛАДАХ  
ПЛАЗМОВОЇ ЕЛЕКТРОНІКИ**

01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи

**АВТОРЕФЕРАТ**

дисертації на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук

Харків – 2019

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Харківському національному університеті імені В.Н. Каразіна Міністерства освіти і науки України.

**Науковий керівник:**

доктор фізико-математичних наук, професор  
**Куклін Володимир Михайлович,**  
Харківський національний університет імені  
В.Н.Каразіна,  
завідувач кафедри штучного інтелекту та програмного  
забезпечення факультету комп'ютерних наук

**Офіційні опоненти:**

доктор технічних наук, доцент  
**Гуда Антон Ігорович,**  
Національна металургійна академія України,  
професор кафедри інформаційних технологій і систем

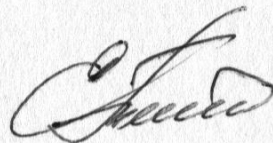
доктор технічних наук, професор  
**Хажмурадов Манап Ахмадович,**  
Національний науковий центр «Харківський фізико-  
технічний інститут» НАН України,  
начальник відділу математичного моделювання та  
дослідження ядерно-фізичних процесів і систем

Захист відбудеться «27» листопада 2019 р. о 15:30 годині на засіданні спеціалізованої вченої ради Д 64.051.09 Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна за адресою: 61022, м. Харків, майдан Свободи, 4, ауд. 6-52.

З дисертацією можна ознайомитись у Центральній науковій бібліотеці Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна за адресою: 61022, м. Харків, майдан Свободи, 4.

Автореферат розісланий «24» жовтня 2019 р.

Вчений секретар  
спеціалізованої вченої ради Д 64.051.09



О. Г. Толстолузька

## ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

**Обґрунтування вибору теми дослідження.** У сучасних умовах виникає потреба в створенні все більш потужних генераторів і підсилювачів надвисокочастотних (НВЧ) коливань. Коливання в них порушуються пучками електронів і у випадку використання плазми в об'ємі цих пристроїв, вони відносяться до пристроїв плазмової електроніки – пучково-плазмових генераторів і підсилювачів. На відміну від вакуумних систем, використання плазми надає можливості змінювати частоту випромінювання в широкому діапазоні, створювати більш компактні пристрої, розганяти пучки до великих енергій на малих дистанціях, транспортувати пучки високої щільності і з великим струмом. Однак створення пристроїв плазмової електроніки пов'язано зі значними проблемами, наприклад, зі складністю вибору робочої точки та визначення ефективності виведення коливань, з забезпеченням стабільності випромінювання коливань, з наявністю шумів і т.д.

Крім того, при інжекції пучків електронів в установках плазмової електроніки і пучкового нагрівання плазми розвивається модуляційна нестійкість збудженої хвилі, що призводить до розширення спектру хвилі, а також до передачі енергії частинкам плазми. Тому важливо з'ясувати, перш за все для іонів плазми, чи є в умовах розвитку нестійкості їх розподіл за швидкостями нормальним і якою є частка енергії швидких іонів, тому що їх наявність зрушує робочу точку пристроїв.

При цьому вивчення фізичних процесів на реальних установках ускладнено високою вартістю проведення експериментів та складністю вимірювання їх результатів. Альтернативою є використання імітаційних установок або математичного і чисельного моделювання. Тому все більш актуальним стає створення нових та удосконалення відомих моделей та обчислювальних методів процесів збудження та модуляційних нестійкостей інтенсивних хвиль. Ці проблеми досліджуються та вирішуються в роботах таких відомих вітчизняних та закордонних вчених як А. Г. Загородній, В. М. Куклін, В. І. Карась, В. Є. Захаров, Р. З. Сагдєєв, М. В. Кузелев, П. Даймонд, Х. Че, М. Голдштейн, С. Іто, К. Іто та інших.

Проведені раніше чисельні розрахунки мають обмеження і недоліки: недостатню кількість моделюючих іонів і електронів частинок плазми, недостатню кількість мод спектру хвильових збурень, неповний аналіз отриманих результатів.

Однак досягти у моделях реальної кількості частинок і мод поки неможливо, що вимагає розвитку різних наближених методів. В роботі використано гібридний метод опису плазми, який об'єднує високу точність опису іонів плазми (опис іонів частинками) і мод спектру, а також наближений опис електронів плазми методами квазігідродинаміки. Використано велику кількість іонів разом зі зниженням розмірності задачі та застосуванням програмно-апаратної технології паралельних обчислень CUDA (Computer Unified Device Architecture), що дозволило не тільки якісно, але й кількісно описати еволюцію функції розподілу іонів плазми та розглянути багатомодовий режим генерації електронним пучком коливань в плазмі. При цьому необхідна відповідність реальним процесам при моделюванні забезпечується коректністю моделей, перевіркою закону збереження енергії, обґрунтуванням значень обраних параметрів, аналізом характеристик процесів.

Таким чином, тема дисертації має важливе наукове й практичне значення і спрямована на вирішення актуального **наукового завдання**. Це завдання полягає у вдосконаленні методів математичного і чисельного моделювання для вибору умов підвищення ефективності генерації НВЧ коливань і нагрівання іонів плазми в пристроях плазмової електроніки (в пучково-плазмових НВЧ генераторах і підсилювачах) і в установках пучкового нагрівання плазми.

**Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами.** Дисертаційна робота виконана на кафедрі штучного інтелекту та програмного забезпечення факультету комп'ютерних наук в Харківському національному університеті імені В. Н. Каразіна відповідно до завдань держбюджетної НДР МОН України «Моделі інформаційних процесів та методи їх обробки» (№ ДР: 0116U003141), а також держбюджетної НДР МОН України «Формування мультимасштабних мікро- та наноструктур у твердих тілах при градієнтному термічному, плазмовому та лазерному впливі» (№ ДР: 0115U000469), де здобувач брав участь як співвиконавець окремих розділів.

**Мета й завдання дослідження.** Основна мета дисертаційного дослідження – підвищення ефективності процесів вибору раціональних параметрів функціонування пучково-плазмових генераторів і підсилювачів НВЧ випромінювання, а також визначення умов та ступеня нагріву іонів для прогнозування впливу на стінки приладів шляхом вдосконалення математичних моделей і методів обчислення розглянутих фізичних процесів.

Для досягнення мети дослідження необхідно вирішити такі **завдання**:

1. Провести аналіз існуючих математичних моделей і обчислювальних методів дослідження пучково-плазмової взаємодії і модуляційної нестійкості плазмових коливань в пристроях плазмової електроніки і пучкового нагрівання плазми.

2. На основі результатів моделювання визначити початкові умови проаналізованих математичних моделей, за яких буде підвищена точність чисельних експериментів з вибору раціональних параметрів пучково-плазмових генераторів та з визначення умов нагріву іонів, а також перевірити коректність моделей і стійкість чисельних методів з отриманими початковими умовами.

3. Розробити алгоритмічні моделі процесів збудження та модуляційних нестійкостей інтенсивного хвильового поля з використанням технології CUDA для прискорення обчислювального процесу.

4. Розвинути обчислювальний метод оцінки температури іонів в установках плазмової електроніки і пучкового нагрівання плазми, виявити ступінь термалізації іонів та оцінити долю енергії швидких іонів.

5. На основі результатів моделювання визначити технічні параметри пучково-плазмових НВЧ генераторів і підсилювачів, за яких можна досягти максимальної ефективності генерації НВЧ коливань.

6. Врахувати у моделі системи «електронний пучок – модуляційно нестійкі плазмові коливання» взаємодію частинок плазми з модуляційно нестійкими коливаннями шляхом створення системної моделі, провести експериментальне дослідження працездатності такого підходу та на основі аналізу отриманих результатів надати практичні рекомендації щодо вибору раціональних параметрів пучково-плазмових НВЧ генераторів і підсилювачів.

**Об'єкт дослідження:** процеси збудження і поглинання коливань в пучково-плазмових НВЧ генераторах і в пристроях пучкового нагрівання плазми.

**Предмет дослідження:** математичні моделі та обчислювальні методи процесів збудження електронними пучками коливань інтенсивних хвиль й процесів модуляційних нестійкостей інтенсивних хвиль в приладах плазмової електроніки.

**Методи дослідження.** Теоретичною основою роботи є принципи і методи математичного моделювання плазми, пучково-плазмової взаємодії та модуляційної нестійкості плазмових коливань, які використані при розробці системної моделі та удосконаленні методу оцінки температури іонів. Принципи паралельного програмування та методи рішення диференціальних рівнянь використані при розробці алгоритмічних моделей. Методом послідовного аналізу варіантів визначена відповідність рівня поглинання енергії пучка електронів значенню релятивістського фактора в системній моделі.

**Наукова новизна одержаних результатів** полягає в такому.

1. *Уперше* побудована системна модель процесу взаємодії пучка електронів та модуляційної нестійкості збуджуваного поля в плазмі, яка на відміну від існуючих поєднує гібридну модель модуляційної нестійкості збуджуваного поля для холодної плазми та модель взаємодії електронного пучка з плазмовими коливаннями з використанням імітації взаємного впливу моделей, спираючись на закони збереження енергії, що дозволяє в подальшому будувати нові розвинуті моделі подібних процесів в умовах виконання законів збереження енергії.

2. *Уперше* побудовані алгоритмічні моделі процесів модуляційної нестійкості збуджуваного поля в плазмі та взаємодії пучка електронів з плазмовими коливаннями, які на відміну від існуючих використовують переваги застосування технології CUDA, що дозволило прискорити процес моделювання від декількох до декількох десятків разів в порівнянні з обчисленнями на центральних процесорах такої ж вартості та енергоспоживання в залежності від обраних початкових умов і від застосування способів оптимізації обчислень.

3. *Удосконалено* обчислювальний метод неперервної оцінки температури іонів за рахунок розробки методу обчислення енергії швидких іонів та використання методу пошуку максимально близького нормального розподілу до розподілу іонів за швидкостями, що важливо для прогнозування впливу плазми на стінки приладів.

**Практичне значення одержаних результатів.** Результати дисертації були впроваджені у Національному науковому центрі «Харківський фізико-технічний інститут» в Науково-виробничому комплексі «Відновлювані джерела енергії та ресурсозберігаючі технології» в дослідженнях нелінійних хвильових процесів і взаємодій «хвиля-частка» в періодичних хвилеводних структурах пристроїв плазмової електроніки і НВЧ-техніки. Це дозволило уточнити значення параметрів пучково-плазмового генератора з метою покращення його технічних характеристик, а саме підібрати узгодження режиму роботи генератора і системи відбору ВЧ енергії. Знайдені раніше не наведені в літературі початкові умови математичних моделей, достатні для точного опису плазми гібридним методом в одновимірному випадку: кількість іонів та мод спектру, часові кроки чисельних методів вирішення диференціальних рівнянь. Знайдено значення рівня поглинання енергії коливань  $\Theta = 0.5 \div 0.7$  для досягнення максимальної ефективності відбору енергії у пучка

електронів. Знайдено, що в гарячій плазмі енергія швидких іонів становить 10-14% їх повної енергії, а в холодній плазмі – 19-25%.

**Особистий внесок здобувача.** Всі викладені в дисертаційній роботі результати отримані автором самостійно. Роботи [1, 2, 4] опубліковані без співавторів. У наукових працях, що опубліковані у співавторстві, здобувачу належать такі результати: на основі результатів моделювання показана подібність процесів, описаних моделями модуляційної нестійкості збуджуваного поля для холодної і гарячої плазми [3]; перевірено виконання закону збереження енергії в математичних моделях холодної і гарячої плазми [5]; визначені початкові умови математичної моделі взаємодії електронного пучка з плазмовими коливаннями [6]; удосконалено обчислювальний метод оцінки температури іонів в пристроях плазмової електроніки і пучкового нагрівання плазми [7]; враховано вплив дебаєвського радіусу екранування в математичних моделях модуляційної нестійкості збуджуваного поля [8]; знайдені початкові умови математичних моделей, достатні для точного опису плазми гібридним методом [14]; на основі результатів моделювання знайдені параметри ефективної генерації НВЧ коливань [15], параметри нагріву іонів [16] та генерації іонно-звукових хвиль [17] в пристроях плазмової електроніки.

**Апробація результатів дисертації.** Основні і окремі положення та результати дисертації апробовано й схвалено на наступних наукових конференціях і семінарах:

- XII міжнародний семінар «Плазмова електроніка і нові методи прискорення». – Харків, ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2013;
- IX міжнародна науково-технічна конференція студентів, аспірантів та молодих вчених. – Донецьк, ДонНТУ, 2013;
- Міжнародна науково-практична інтернет-конференція «Проблеми та перспективи розвитку науки на початку третього тисячоліття в країнах СНД». – Переяслав-Хмельницький, Переяслав-Хмельницький ДПУ імені Г. Сковороди, 2013;
- 68 науково-технічна конференція професорсько-викладацького складу, науковців, аспірантів та студентів. – Одеса, ОНАЗ імені О. С. Попова, 2013;
- Міжнародна науково-практична інтернет-конференція «Проблеми та перспективи розвитку науки на початку третього тисячоліття в країнах СНД». – Переяслав-Хмельницький, Переяслав-Хмельницький ДПУ імені Г. Сковороди, 2015;
- XIII міжнародний семінар «Плазмова електроніка і нові методи прискорення». – Харків, ХНУ імені В. Н. Каразіна, 2015;
- всеукраїнська науково-практична конференція молодих вчених і студентів «Перспективні напрямки сучасної електроніки, інформаційних і комп'ютерних систем». – Дніпро, ДНУ імені Олеса Гончара, 2015.

**Публікації.** За темою дисертації опубліковано 17 наукових праць, серед яких 6 статей у наукових фахових виданнях України з технічних наук, 2 статті у виданнях іноземних держав, 5 тез у збірниках доповідей на наукових конференціях, 4 праці, що додатково відображають результати дисертації. Три статті належать до видань, що входять до міжнародних наукометричних баз «Scopus» [5, 8] та «РІНЦ» [7].

**Структура та обсяг дисертації.** Дисертація складається із вступу, п'ятих розділів, висновків, списку використаних джерел зі 103 найменувань на 12 сторінках і двох додатків. Обсяг загального тексту дисертації складає 138 сторінок, з яких основного тексту 100 сторінок. Робота ілюстрована 53 рисунками та 6 таблицями.

## ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У вступі обґрунтовано актуальність вибраної теми, наведено зв'язок роботи з науковими програмами, сформульовано мету та завдання дослідження, вказані об'єкт, предмет і методи дослідження. Також наведені наукова новизна і практичне значення отриманих результатів, особистий внесок автора в роботи у співавторстві, інформацію щодо публікації результатів та їх апробації на наукових конференціях.

У першому розділі дисертаційної роботи наведено огляд математичних описів модуляційних нестійкостей в гарячій і холодній плазмі та опису пучково-плазмової взаємодії в пристроях плазмової електроніки і пучкового нагрівання плазми.

Генерація і посилення НВЧ коливань в пучково-плазмових генераторах є одним з перспективних застосувань явища пучково-плазмової взаємодії. Принцип роботи пучково-плазмових генераторів полягає в тому, що в області взаємодії, яка являє собою трубу і заповнена плазмою, електронним пучком збуджуються коливання в плазмі, які виводяться з генератора через систему виведення (рис. 1).



Рис. 1 Основні елементи конструкції пучково-плазмового НВЧ генератора

Коливання в плазмі виявляються модуляційно нестійкими, що було вперше показано в роботах В. Є. Захарова і В. П. Силіна для гарячої і холодної плазми відповідно. Захаров показав, що при модуляційній нестійкості хвиля накачування розпадається на спектр збурень, які взаємодіють між собою. Енергія спектру передається частинкам плазми. Модуляційна нестійкість призводить до виникнення каверн – областей зниженої щільності плазми. Силін описав явище параметричного резонансу при розпаді хвилі накачування в холодній плазмі. Пізніше в роботах В. М. Кукліна, І. П. Панченка було показано, що і в випадку параметричного резонансу формуються каверни і енергія спектру передається частинкам плазми.

Для з'ясування умов генерації та вибору раціональних параметрів пучково-плазмових генераторів розглянута система інтегро-диференціальних рівнянь, що описує взаємодію пучка електронів з плазмою. При пучково-плазмовій взаємодії розвивається пучкова нестійкість, відкрита Я. Б. Файнбергом, О. І. Ахієзером, Д. Бомом, Е. Гроссом. При пучковій нестійкості, якщо частинки пучка знаходяться у фазі хвилі, що гальмується, вони віддають енергію хвилі, а в прискорюваній фазі –

відбирають. Для забезпечення генерації необхідно, щоб пучок віддавав свою енергію хвилі, тому багато частинок пучка повинні бути захоплені хвилею.

У другому розділі на основі результатів моделювання визначені раніше не наведені в літературі початкові умови математичних моделей модуляційної нестійкості збуджуваного поля в гарячій і холодній плазмі, достатні для точного опису плазми гібридним методом в одновимірному випадку; визначені деякі раніше не наведені в літературі початкові умови моделі системи «електронний пучок – модуляційно нестійкі плазмові коливання»; перевірена коректність моделей і стійкість чисельних методів з отриманими початковими умовами.

Гібридна модель модуляційної нестійкості збуджуваного поля в холодній плазмі передбачає умови, коли щільність поля перевищує густину теплової енергії плазми  $|E_0|^2 / 4\pi \gg n_0 T_e$ , а в гарячій плазмі навпаки  $|E_0|^2 / 4\pi \ll n_0 T_e$ .

Для моделей модуляційної нестійкості збуджуваного поля шляхом безрозмірювання отримані рівняння руху іонів  $\frac{dv_s}{d\tau}, \frac{d\xi_s}{d\tau}$  та щільності іонів  $M_{nr}, M_{ni}$ , які співпадають для випадків холодної і гарячої плазми:

$$\frac{dv_s}{d\tau} = \frac{1}{2\pi} \left( \frac{m_e}{M} \frac{\omega_p^2}{\delta^2} \right) \sum_{n \neq 0; \pm 1} \frac{1}{|n|} \{ \bar{E}_{nr} \cos(2\pi n \xi_s) - \bar{E}_{ni} \sin(2\pi n \xi_s) \}, \quad (1)$$

$$\frac{d\xi_s}{d\tau} = v_s, \quad (2)$$

$$M_{nr} = \left( \frac{\omega_0}{\delta} \right) \int_{-\pi/k_0}^{\pi/k_0} \cos(2\pi n \cdot \xi_s) \cdot d\xi_{s0}, \quad (3)$$

$$M_{ni} = - \left( \frac{\omega_0}{\delta} \right) \int_{-\pi/k_0}^{\pi/k_0} \sin(2\pi n \cdot \xi_s) \cdot d\xi_{s0}. \quad (4)$$

Також отримані безрозмірні рівняння, що не співпадають для випадків холодної і гарячої плазми. Це рівняння амплітуди і фази хвилі накачування  $\frac{\partial a_0}{\partial \tau}, \frac{\partial \phi}{\partial \tau}$  і спектру НВЧ коливань  $\frac{\partial e_n}{\partial \tau}, \frac{\partial \psi_n}{\partial \tau}$  та рівняння напруженості електричного поля  $\bar{E}_{nr}, \bar{E}_{ni}$ .

Для моделей модуляційної нестійкості обрані наступні початкові умови. Амплітуда хвилі накачування  $a_0|_{\tau=0} = 0.06$  та її фаза  $\phi|_{\tau=0} = 0$ . Амплітуда мод спектру  $e_n|_{\tau=0} = (2+g) \cdot 10^{-3}$  у випадку холодної плазми та  $e_n|_{\tau=0} = (0.5+g) \cdot 10^{-4}$  у випадку гарячої плазми, де  $g \in [0;1]$  – випадкове число. Фаза мод спектру  $\psi_n|_{\tau=0}$  випадковим чином розподілена в інтервалі  $0 \div 2\pi$ . Напруженість електричного поля  $\bar{E}_{nr}|_{\tau=0} = 0; \bar{E}_{ni}|_{\tau=0} = 0$ . Щільність іонів  $M_{nr}|_{\tau=0} = 0; M_{ni}|_{\tau=0} = 0$ . Швидкість іонів  $d\xi_s/d\tau|_{\tau=0} = v_s|_{\tau=0} = 0$ . Іони розподіляються рівномірно на інтервалі  $-1/2 < \xi < 1/2$ . Поглинання енергії спектру коливань  $\theta \cdot n^6 / n_M^6$ , де  $\theta = 0.05; n_M = 20$ . Розглянуті випадки легких  $\frac{M}{m_e} = 2 \cdot 10^3$  і важких іонів  $\frac{M}{m_e} = 1.25 \cdot 10^5$  (відношення мас іона та електрона).

На основі результатів моделювання визначені раніше не наведені в літературі початкові умови моделей модуляційної нестійкості збуджуваного поля в гарячій і холодній плазмі, достатні для точного опису плазми гібридним методом в

одновимірному випадку, а саме кількість іонів  $S = 2 \cdot 10^4$  та мод спектру  $-N < n < N$ ,  $N = S/100$ , часові кроки  $\Delta\tau$  чисельних методів вирішення диференціальних рівнянь (явного методу Ейлера і явного методу Рунге-Кутти 4 порядку точності). За обраним критерієм кількість іонів збільшувалася, а часовий крок зменшувався доки подальша їх зміна призводила до зміни розподілу іонів за  $\xi$  не більше, ніж на 1%. Порівняння розподілів іонів проводилося після стабілізації росту енергії іонів. Таким чином, в моделях обрані початкові умови, які забезпечать більшу точність чисельних експериментів, ніж в раніше описаних в літературі експериментах.

Системи рівнянь моделей модуляційної нестійкості збуджуваного поля в гарячій і холодній плазмі є системами першого порядку; умови безперервності  $e_n \neq 0, n \neq 0, m \neq 0, n \neq m, a_0 \neq 0, n_M \neq 0, \partial\tau \neq 0$  функцій та їх похідних дотримуються. Оцінка похибки обчислень за допомогою правила Рунге показала чисельну збіжність послідовності рішень до точного рішення. Мала зміна початкових умов призводить до малої зміни результатів, що говорить про стійкість моделей. У перші часові кроки на початку чисельного експерименту значення великих номерів мод різко падають до  $e_n < 0$ , що говорить про жорсткість рівнянь, тому для обох моделей значення коригуються до  $e_n = 10^{-10}$ . Для методу Рунге-Кутти додатково коригуються наближення  $e_{nk1}, e_{nk2}, e_{nk3}$ . Змінюючи початковий стан спектру  $e_n, \psi_n|_{\tau=0}$  вибором різної реалізації випадкового розподілу можна побачити, що характер процесу утворення каверн щільності іонів якісно не змінюється. Визначено, що при обраному числі іонів дебаєвський радіус екранування можна не враховувати в моделях.

Процеси розвитку нестійкості для випадків холодної і гарячої плазми подібні внаслідок подібності систем рівнянь. Основна енергія спочатку міститься в основній хвилі, при цьому формується спектр збурень. При розвитку нестійкості енергія спектру збурень в значній мірі передається електронам, в меншій мірі – іонам. Амплітуда основної хвилі, зазнавши кілька осциляцій, стабілізується на низькому рівні. Закон збереження енергії при цьому виконується для легких і важких іонів.

Шляхом обезрозмірювання отримані рівняння моделі системи «електронний пучок – модуляційно нестійкі плазмові коливання» – рівняння амплітуди  $A_{0p}$  і фази  $\varphi_{0p}$  мод, амплітуди  $a_0$  і фази  $\phi_0$  основної хвилі, рівняння руху електронів  $\zeta_b, V_b$ :

$$\left\{ \begin{aligned} & \frac{1}{p} \frac{\partial A_{0p}}{\partial \tau} + \Theta \frac{A_{0p}}{p} = -R_{0p} \int_{-1/2}^{1/2} (1 + V_b / V_{0b}) \sin(2\pi p \zeta_b - \varphi_{0p}) d\zeta_0, \\ & \frac{\partial \varphi_{0p}}{\partial \tau} + \Delta_p = R_{0p} \frac{p}{A_{0p}} \int_{-1/2}^{1/2} (1 + V_b / V_{0b}) \cos(2\pi p \zeta_b - \varphi_{0p}) d\zeta_0, \\ & a_0 = p_0 \left( \frac{\delta}{\omega_{pe}} \right)^2 \sqrt{\left[ \sum_{p_{\min}}^{p_{\max}} \frac{A_{0p}}{p} \cos(\varphi_{0p}) \right]^2 + \left[ \sum_{p_{\min}}^{p_{\max}} \frac{A_{0p}}{p} \sin(\varphi_{0p}) \right]^2}, \\ & \frac{\partial \phi_0}{\partial \tau} = \left\{ \cos(\phi_0) \sum_{p_{\min}}^{p_{\max}} \left[ \frac{\partial A_{0p}}{\partial \tau} \frac{1}{p} \sin(\varphi_{0p}) + \frac{A_{0p}}{p} \cos(\varphi_{0p}) \frac{\partial \varphi_{0p}}{\partial \tau} \right] - \right. \\ & \quad \left. - \sin(\phi_0) \sum_{p_{\min}}^{p_{\max}} \left[ \frac{\partial A_{0p}}{\partial \tau} \frac{1}{p} \cos(\varphi_{0p}) - \frac{A_{0p}}{p} \sin(\varphi_{0p}) \frac{\partial \varphi_{0p}}{\partial \tau} \right] \right\} / \sqrt{\left[ \sum_{p_{\min}}^{p_{\max}} \frac{A_{0p}}{p} \cos(\varphi_{0p}) \right]^2 + \left[ \sum_{p_{\min}}^{p_{\max}} \frac{A_{0p}}{p} \sin(\varphi_{0p}) \right]^2}, \\ & \frac{dV_b}{d\tau} = \frac{1}{2\pi} \frac{1}{\gamma_b^3} \sum_{p=1}^p \frac{A_{0p}}{p} \sin(2\pi p \zeta_b - \varphi_{0p}); \frac{d\zeta_b}{d\tau} = V_b, \end{aligned} \right. \quad (5)$$

$$\text{де } \varphi_{0p}' = \varphi_{0p} + \frac{\omega_{pe}}{\delta} \frac{(p-p_0)\tau}{p_0}, \quad R_{0p} = \frac{2\gamma_{b0}^3}{p_0} \frac{p^2}{p^2+p_0^2} G, \quad G=1, \quad V_{0b} = \frac{\omega_{pe}}{\delta} \frac{1}{2\pi p_0}, \quad \Delta_p = \frac{\omega_{pe}}{\delta} \frac{p}{p_0} \frac{p^2-p_0^2}{p^2+p_0^2}, \quad \frac{\omega_{pe}}{\delta} = 29.4,$$

$$\gamma_b = \gamma_b(\tau) = [1 - V_{0b}^2 (1 + \frac{V_b}{V_{0b}})^2 / C^2]^{-1/2}, \quad C = \frac{1}{2\pi p_0} \frac{\omega_{pe}}{\delta} \frac{1}{\beta_0}, \quad \beta_0 = (1 - \gamma_{b0}^{-2})^{1/2}.$$

Для випадку нерелятивістського пучка обрані значення релятивістського фактора  $\gamma_{b0}=1.6$ , а для релятивістського пучка –  $\gamma_{b0}=10$ . Розглянуті випадки поглинання енергії коливань в системі для нерелятивістського пучка в діапазоні  $\Theta=[0;7]$ , а для релятивістського –  $\Theta=[0;1]$ . При поглинанні  $\Theta>1$  для релятивістського пучка починається неузгодження масштабів зміни змінних, що вимагає, мабуть, іншої форми представлення даних в рівняннях. Частинки пучка рівномірно розподілені в початковий момент часу на інтервалі  $-0.5 < \zeta_b < 0.5$ , швидкості частинок

$$V_b|_{\tau=0}=0, \quad \gamma_b|_{\tau=0}=\gamma_{b0}. \quad \text{Початкові значення } \frac{A_{0p}}{p}|_{\tau=0}=10^{-5}, \quad \varphi_{0p}|_{\tau=0} \in [0;2\pi] - \text{випадкове число,}$$

$$\phi_0|_{\tau=0}=0, \quad a_0|_{\tau=0}=p_0 \left(\frac{\delta}{\omega_{pe}}\right)^2 \sqrt{\left[\sum_{p_{\min}}^{p_{\max}} \frac{A_{0p}}{p} \cos(\varphi_{0p}')\right]^2 + \left[\sum_{p_{\min}}^{p_{\max}} \frac{A_{0p}}{p} \sin(\varphi_{0p}')\right]^2}.$$

Визначені деякі раніше не наведені в літературі початкові умови моделі системи «електронний пучок – модуляційно нестійкі плазмові коливання» для багатомодового режиму нестійкості в одновимірному випадку – кількість мод спектру  $P=150$ , номер нульової моди  $p_0=100$ , номери мод  $p=1..150$ , кількість частинок пучка електронів  $I=50 \cdot P=7500$ , часові кроки  $\Delta\tau$  чисельних методів вирішення диференціальних рівнянь (явного методу Ейлера і явного методу Рунге-Кутти 4 порядку точності). Значення  $p_{\min}, p_{\max}$  симетричні відносно  $p_0$  і визначені як моди спектру пучка  $p_{\min}, p_{\max}$  в межах його півширини для різних значень релятивістського фактора  $\gamma_{b0}$  і поглинання  $\Theta$ .

Система рівнянь моделі є системою першого порядку; функції та їх похідні неперервні, тому що виконуються умови  $A_{0p} \neq 0, p \neq 0, V_{0b} \neq 0, \gamma_b \neq 0, \partial\tau \neq 0$ ,  $[\sum_{p_{\min}}^{p_{\max}} \frac{A_{0p}}{p} \cos(\varphi_{0p}')]^2 > 0, [\sum_{p_{\min}}^{p_{\max}} \frac{A_{0p}}{p} \sin(\varphi_{0p}')]^2 > 0$ . При оцінці похибок за правилом Рунге показано, що послідовність рішень чисельно сходиться до точного рішення. При перевірці стійкості показано, що мала зміна початкових умов призводить до малої зміни результатів.

Наведено характер розподілу енергії пучка електронів на збудження і поглинання енергії коливань. У багатомодовому режимі втрати енергії пучка електронів, які обумовлені поглинанням в системі, досить великі в порівнянні з одномодовим режимом. Закон збереження енергії при цьому виконується для різних рівнів поглинання та значень релятивістського фактора.

Отже, на основі результатів моделювання визначені початкові умови математичних моделей, достатні для точного опису плазми гібридним методом в одновимірному випадку, а також перевірена коректність моделей і стійкість чисельних методів з отриманими початковими умовами.

**У третьому розділі** розроблені алгоритмічні моделі процесів модуляційної нестійкості збуджуваного поля в плазмі та взаємодії пучка електронів з плазмовими

коливаннями з використанням технології CUDA (обчислень на графічних процесорах) для прискорення обчислювального процесу.

У ході роботи проведений ряд чисельних експериментів та аналіз результатів. Математичні моделі в дисертаційній роботі описуються диференційними і інтегродиференційними рівняннями, тому чисельний експеримент відбувається як вирішення задач Коші. Однотипні рівняння математичних моделей можна обчислювати паралельно, тобто паралелізм в даному випадку полягає у використанні однакових обчислювальних операцій до безлічі даних (розпаралелювання обчислень на рівні даних).

Побудовано алгоритмічну модель процесу модуляційної нестійкості збуджуваного поля в плазмі із застосуванням технології CUDA, яка обрана з інших подібних технологій як найбільш підходяща для проведення паралельних обчислень. Розроблено програмне забезпечення, що реалізує розроблену алгоритмічну модель.

На першому етапі чисельного експерименту задаються дані для обчислень; ці дані розташовуються у пам'яті графічного процесора. Також, згідно моделі програмування CUDA, задаються параметри розпаралелювання обчислень – кількість блоків в сітці і кількість потоків у блоці. Далі виконуються паралельні обчислення і через певні проміжки часу зберігаються результати обчислень. На останньому етапі звільняється пам'ять графічного процесора. Підібрано параметри розпаралелювання та інші параметри обчислень на CUDA, за яких швидкість обчислень максимальна.

Отже, алгоритмічна модель включає:

- початкові умови математичної моделі, включаючи часовий крок  $\Delta t$  чисельного методу вирішення диференційних рівнянь;
- чисельний метод розв'язання диференційних рівнянь. Розроблено функції CUDA, які реалізують явний метод Ейлера 1-го порядку точності і явний метод Рунге-Кутти 4-го порядку точності;
- сорт диференційних рівнянь, змінна для зберігання обрахованих значень приросту функції за час  $\Delta t$ , кількість рівнянь та параметри розпаралелювання, наприклад, рівняння амплітуди мод спектру  $e_n$  з приростом  $\Delta e_n$ , кількість рівнянь  $N*2$  (тому що  $-N < n < N; n \neq 0$ ) з параметрами розпаралелювання: 1 сітка потоків, що включає 1 блок, у якому  $N*2$  потоків;
- параметри застосування оптимізації паралельних обчислень через об'єднання сіток потоків в більші сітки, зокрема список сортів диференційних рівнянь, які можна обчислювати одночасно (подібна оптимізація дозволила збільшити швидкість обчислень приблизно на 50% без втрати точності);
- параметри застосування інших способів оптимізації, наприклад, попередній розрахунок функцій Бесселя  $J_0, J_1, J_n$  в моделі для холодної плазми;
- порядок, у якому обчислюються рівняння;
- часові параметри експерименту: 't' – змінний час, 'T' – кінцевий час, 'currentTime' – поточний час, 'saveTime' – час, через який відбувається отримання результатів з пам'яті GPU.

Зв'язок між часовими параметрами та етапами експерименту:

```

<початок – переміщення даних в пам'ять GPU>
for(double t = 0; t < T; t+=saveTime){
    double currentTime = t;
    for(int i = 0; i < (int)(saveTime / Δt); i++){
        <паралельні обчислення>
        currentTime+ = Δt;
    }
    <отримання результатів з пам'яті GPU та їх збереження і графічне відображення>
}
<кінець – звільнення пам'яті GPU>

```

Використання CUDA дозволило прискорити процес моделювання від декількох до декількох десятків разів в залежності від обраних початкових умов і в залежності від застосування способів оптимізації обчислень в порівнянні з центральним процесором такої ж вартості та енергоспоживання, розрахунки на якому виконувалися на мові програмування C.

Для моделі системи «електронний пучок – модуляційно нестійкі плазмові коливання» також проведений ряд чисельних експериментів та побудовано алгоритмічну модель із застосуванням технології CUDA. Розроблено програмне забезпечення, що реалізує розроблену алгоритмічну модель, яка подібна до алгоритмічної моделі процесу модуляційної нестійкості збуджуваного поля в плазмі та включає початкові умови математичної моделі, чисельний метод розв'язання диференціальних рівнянь, сорти диференціальних рівнянь, змінні для зберігання обрахованих значень приросту функцій за час  $\Delta\tau$ , кількість рівнянь та параметри розпаралелювання, параметри застосування оптимізації паралельних обчислень через об'єднання сіток потоків в більші сітки, порядок обчислення рівнянь, часові параметри експерименту.

**У четвертому розділі** удосконалено обчислювальний метод оцінки температури іонів в установках плазмової електроніки і пучкового нагрівання плазми; на основі результатів моделювання обчислена енергія швидких іонів.

Найбільш важливим наслідком розвитку модуляційних нестійкостей ленгмюрівських хвиль в плазмі є передача частини енергії поля іонам плазми, через що відбувається нагрів плазми (в зв'язку з використанням пучків електронів даний процес називають пучковим нагрівом плазми). Пучковий нагрів передбачає, що після порушення ленгмюрівської хвилі вона передає частину енергії частинкам плазми.

В процесі пучкового нагрівання проблемою є визначення енергії, витраченої тільки на іони плазми, тому що саме іони беруть участь в термоядерних реакціях. Також проблемою є розуміння, наскільки рівномірно плазма нагрівається, адже нерівномірність призводить до утворення груп швидких іонів, наявність яких було підтверджено експериментально, які здійснюють вплив на стінки приладів та зрушують робочу точку пристроїв плазмової електроніки. Раніше строгі кількісні оцінки температури іонів і енергії швидких частинок в літературі не було наведено.

Була розглянута ступінь наближення розрахункового розподілу іонів до нормального розподілу. Реалізовано три способи побудови нормального розподілу. Перший спосіб – за правилами побудови нормального розподілу з використанням

функції щільності ймовірності  $f(x) = \frac{1}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}}$ , де  $\sigma = \sqrt{\frac{1}{S} \sum (v_s - \mu)^2}$ ,  $\sigma^2$  – дисперсія,  $\sigma$  – середньоквадратичне відхилення,  $x$  – швидкість іонів, яка змінюється від мінімального значення до максимального значення  $v_s$  з обраним кроком  $1/200$  і відкладається по осі абсцис,  $f(x)$  – щільність ймовірності нормального розподілу. Другий – побудова нормального розподілу при середньоквадратичному відхиленні як значенні поблизу максимуму половини півширини функції розподілу іонів за швидкостями  $\sigma = 0.9 \cdot \max(\bar{v})$ . Третій спосіб (рис. 2) подібний другому, проте коефіцієнт  $k$  підбирається таким, щоб побудований нормальний розподіл був найбільш близьким до розподілу іонів за швидкостями  $\sigma = k \cdot \max(\bar{v})$ .

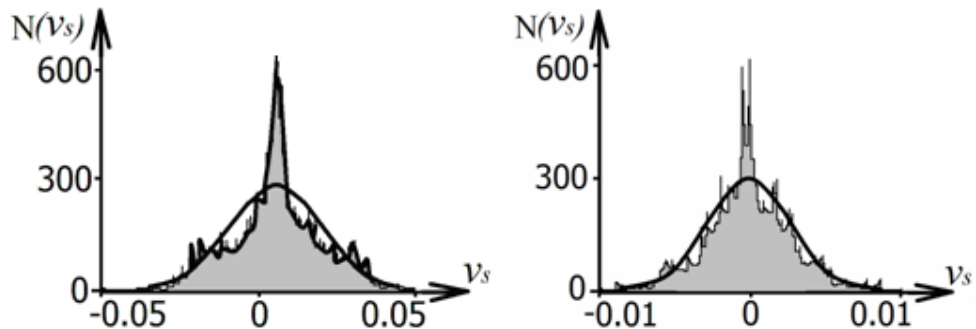


Рис. 2 Побудова нормального розподілу для розподілу іонів за швидкостями в моделі гарячої плазми (ліворуч) і холодної плазми (праворуч) для легких іонів

Відмінність нормального розподілу від розподілу іонів за швидкостями розраховується для кожного способу як частка кількості іонів, які не збігаються у цих двох розподілів, від загальної кількості іонів  $S$ .

Для третього способу побудови нормального розподілу відмінності між двома розподілами вийшли менше, ніж для інших способів. Для третього способу визначена частка енергії швидких частинок (іонів) (табл. 1).

Таблиця 1

**Розрахунок енергії іонів і частки енергії швидких частинок**

| Величини                                                            | Модель гарячої плазми, легкі іони         | Модель гарячої плазми, важкі іони          | Модель холодної плазми, легкі іони           | Модель холодної плазми, важкі іони          |
|---------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------|--------------------------------------------|----------------------------------------------|---------------------------------------------|
| Енергія частинок $I = \sum_s \left( \frac{d\xi_s}{d\tau} \right)^2$ | 4.58                                      | 0.831                                      | 0.0861                                       | 0.0052                                      |
| Енергія частинок поза кривої нормального розподілу                  | 0.655                                     | 0.084                                      | 0.0216                                       | 0.001                                       |
| Частка енергії швидких частинок                                     | $\frac{0.655}{4.58} \cdot 100\% = 14.3\%$ | $\frac{0.084}{0.831} \cdot 100\% = 10.1\%$ | $\frac{0.0216}{0.0861} \cdot 100\% = 25.1\%$ | $\frac{0.001}{0.0052} \cdot 100\% = 19.2\%$ |

Можна переконатися, що в гарячій плазмі розподіл іонів близький до нормального або максвелівського (ці розподіли тотожні через наявність позитивних та негативних швидкостей частинок) і можна говорити про температуру іонів. У випадку холодної плазми у розподілі присутня помітна частка швидких частинок, що спостерігалися в експериментах.

У п'ятому розділі розроблена системна модель, що включає дві розглянуті раніше моделі – 1) модель модуляційної нестійкості збуджуваного поля для холодної плазми і 2) модель взаємодії електронного пучка з плазовими коливаннями; на основі результатів моделювання визначені параметри ефективної генерації коливань та надані практичні рекомендації щодо вибору раціональних параметрів пучково-плазових генераторів і підсилювачів.

Системна модель – це модель системи «електронний пучок – модуляційно нестійкі плазові коливання», яка враховує взаємодію частинок плазми з модуляційно нестійкими коливаннями в холодній плазмі з використанням імітації взаємного впливу електронного пучка та нестійких ленгмюрівських коливань в плазмі один на одного, спираючись на закони збереження енергії.

Вплив моделі холодної плазми на модель взаємодії електронного пучка з плазовими коливаннями здійснюється через використання поглинання  $\Theta \frac{A_{0p}}{p}$  у рівнянні амплітуди  $A_{0p}$ . Вплив моделі взаємодії електронного пучка з плазовими коливаннями на модель холодної плазми здійснюється через використання в останній рівнянь  $a_0, \phi_0$ , а також через використання в рівнянні  $\frac{\partial \psi_n}{\partial \tau}$  величини фазового розлаштування  $\Delta = -\frac{\partial \phi_0}{\partial \tau}$ .

Для моделі взаємодії електронного пучка з плазовими коливаннями закон збереження енергії представлений виразом

$$\sum_{p=1}^P \frac{p^2 + p_0^2}{8\pi p^2} \frac{A_{0p}^2}{p^2} + 2\Theta \sum_{p=1}^P \left( \frac{p^2 + p_0^2}{8\pi p^2} \sum_0^\tau \frac{A_{0p}^2}{p^2} \partial \tau \right) + 2\pi C^2 \gamma_{b0}^3 \frac{\delta}{\omega_{pe}} G \frac{1}{N} \sum_{b=1}^N (\gamma_b - \gamma_{b0}) = const. \quad (6)$$

Закон збереження енергії для моделі холодної плазми має вигляд (7) з помноженням кожного доданка на  $\frac{\omega_{pe}^2}{\delta^2} \frac{1}{2p_0^2}$  для сумісності з розмірністю (6).

$$\frac{\omega_{pe}^4}{\delta^4} \frac{a_0^2}{16\pi p_0^2} + \frac{\omega_{pe}^4}{\delta^4} \frac{1}{16\pi p_0^2} \sum_n \frac{e_n^2}{n^2} + \frac{\omega_{pe}^4}{\delta^4} \frac{\theta}{8\pi p_0^2} \int_0^\tau d\tau' \sum_n \frac{n^6}{n_M^6} \cdot \frac{e_n^2(\tau')}{n^2} + \frac{\omega_{pe}^2}{\delta^2} \frac{\pi}{2p_0^2} \frac{M}{m_{eo}} \int_{-1/2}^{1/2} \left( \frac{d\xi}{d\tau} \right)^2 \cdot d\xi_0 = const. \quad (7)$$

При об'єднанні моделей у системну модель методом послідовного аналізу варіантів знайдено такий рівень поглинання  $\Theta$  в моделі взаємодії електронного пучка з плазовими коливаннями, динаміка процесу якої близька до режиму роботи моделі модуляційної нестійкості ленгмюрівських хвиль для холодної плазми за енергетичними показниками, тобто коли в системній моделі 2-й доданок виразу (6) відповідає сумі 3,4 доданків у виразі (7):

$$2\Theta \sum_{p=1}^P \left( \frac{p^2 + p_0^2}{8\pi p^2} \sum_0^\tau \frac{A_{0p}^2}{p^2} \partial \tau \right) = \frac{\omega_{pe}^4}{\delta^4} \frac{1}{p_0^2} \frac{\theta}{8\pi} \int_0^\tau d\tau' \sum_n \frac{n^6}{n_M^6} \cdot \frac{e_n^2(\tau')}{n^2} + \frac{\omega_{pe}^2}{\delta^2} \frac{\pi}{2p_0^2} \frac{M}{m_{eo}} \int_{-1/2}^{1/2} \left( \frac{d\xi}{d\tau} \right)^2 \cdot d\xi_0. \quad (8)$$

Отже, завдяки системній моделі з (8) знайдено, якому рівню поглинання відповідає нагрів плазми в пучково-плазовому генераторі (рис. 3). Із зростанням

релятивістського фактору рівень поглинання енергії плазмою значно падає, тому не будемо його оцінювати для режиму релятивістського пучка  $\gamma_{b0} = 10$ . Значення параметрів, пов'язаних з поглинанням, обраховуються для системної моделі на півширині імпульсу поля, як це було і в окремій моделі взаємодії електронного пучка з плазовими коливаннями.

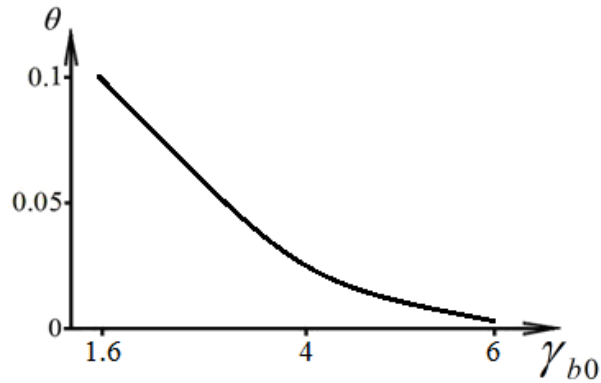


Рис. 3 Відповідність рівня поглинання енергії пучка електронів значенню релятивістського фактора

Крім того, знайдено режим максимального відбору енергії у частинок пучка електронів в пучково-плазовому генераторі. Результати моделювання показали, що розвиток пучкової нестійкості в багатомодовому режимі супроводжується розширенням спектру, сильнішим впливом поглинання енергії коливань на процес, ніж в одномодових випадках, досліджуваних більшістю авторів. Риси процесу, характерні для одномодових дисипативних нестійкостей при  $\Theta > 1$ , в багатомодовому випадку проявляються вже при значеннях  $\Theta > 0.1$ . Максимальний відбір енергії у частинок пучка (3-й доданок виразу (6)) досягається при рівні поглинання енергії коливань  $\Theta = 0.5 \div 0.7$  (рис. 4) на відміну від випадку одномодового режиму, коли для цього необхідно вибрати значення параметра  $\Theta \approx 3$ .

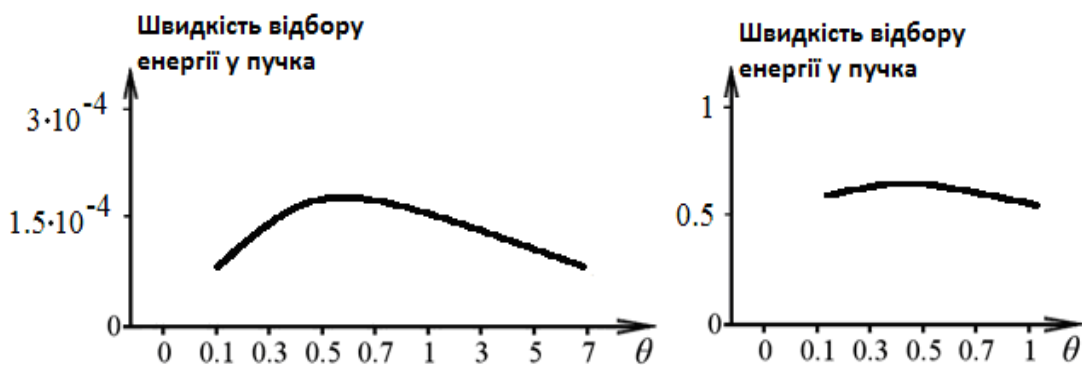


Рис. 4 Швидкість відбору енергії у пучка залежно від поглинання для нерелятивістського пучка  $\gamma_{b0} = 1.6$  (зліва) і релятивістського пучка  $\gamma_{b0} = 10$  (праворуч)

Отримані результати можна використовувати для узгодження параметрів пучково-плазового генератора і системи виведення височастотної енергії в багатомодовому режимі за рахунок визначення параметрів для найкращого відбору енергії у частинок електронного пучка.

**Отже,** на основі результатів моделювання взаємодії електронного пучка з плазовими коливаннями знайдено значення рівня поглинання енергії коливань  $\Theta = 0.5 \div 0.7$  для досягнення максимальної ефективності генерації НВЧ коливань в багатомодовому режимі, що відрізняється від випадку одномодового режиму, коли для цього необхідно вибрати значення  $\Theta \approx 3$ . Але на основі результатів моделювання системної моделі показано, що за рівня поглинання  $\Theta = 0.5 \div 0.7$  неможна підібрати значення релятивістського фактора  $\gamma_0$  у генераторі через невиконання закону збереження енергії. Методом послідовного аналізу варіантів визначена відповідність рівня поглинання енергії пучка електронів значенню  $\gamma_0$ , що дозволяє уточнити параметри пучково-плазового генератора з метою покращення його технічних характеристик. Наприклад, рівень поглинання  $\Theta \approx 0.1$  відповідає значенню  $\gamma_0 = 1.6$ . Для досягнення режиму ефективної генерації за рівня поглинання  $\Theta = 0.5 \div 0.7$  потрібно підбирати не тільки значення  $\gamma_0$  та  $\Theta$ , але й інших параметрів моделі.

## ВИСНОВКИ

В дисертаційній роботі отримано нові наукові й практичні результати, які вирішують актуальне наукове завдання, що полягає у вдосконаленні методів математичного і чисельного моделювання для вибору умов підвищення ефективності генерації НВЧ коливань і нагрівання іонів плазми в пристроях плазової електроніки (в пучково-плазових НВЧ генераторах і підсилювачах) і в установках пучкового нагрівання плазми. Ці результати полягають в наступному:

1. З аналізу джерел встановлено, що існуючі засоби математичного і чисельного моделювання процесів пучково-плазової взаємодії і модуляційної нестійкості плазових коливань в пучково-плазових генераторах і в установках пучкового нагрівання плазми мають недоліки, пов'язані з недостатньою кількістю моделюючих іонів і електронів частинок плазми і недостатньою кількістю мод спектру хвильових збурень, з неповним аналізом результатів моделювання. Для подолання цих недоліків обраний гібридний метод опису плазми, значно підвищена чисельність часток та мод спектру, застосовані технології паралельного програмування, розглянуто і порівняно різні режими роботи моделей, обґрунтовано вибір початкових умов основних характеристик процесів.

2. На основі результатів моделювання були визначені початкові умови математичних моделей, за яких була підвищена точність чисельних експериментів з вибору раціональних параметрів пучково-плазових генераторів та з визначення умов нагріву іонів. Такими початковими умовами є раніше не наведені в літературі достатні для точного опису плазми гібридним методом в одновимірному випадку кількість іонів та мод спектру, часові кроки чисельних методів вирішення диференціальних рівнянь. Показана коректність, існування і єдність розв'язку математичних моделей, стійкість систем рівнянь при зміні вхідних даних, чисельна збіжність послідовності рішень до точного рішення, виконання закону збереження енергії в моделях за визначених початкових умов в різних режимах: для випадків гарячої і холодної плазми, важких і легких іонів, високого і низького рівня відбору енергії електронного пучка, сильно- і слабoreлятивістських пучків.

3. *Уперше* побудовані алгоритмічні моделі процесів модуляційної нестійкості збуджуваного поля в плазмі та взаємодії пучка електронів з плазовими коливаннями, які на відміну від існуючих використовують переваги застосування технології CUDA для прискорення процесу моделювання за рахунок паралельного обчислення систем інтегро-диференціальних рівнянь з використанням чисельних методів вирішення диференціальних рівнянь (явного методу Ейлера і явного методу Рунге-Кутти 4 порядку точності). Процес моделювання вдалося прискорити від декількох до декількох десятків разів в порівнянні з обчисленнями на центральних процесорах такої ж вартості та енергоспоживання в залежності від обраних початкових умов і в залежності від застосування способів оптимізації обчислень.

4. *Удосконалено* обчислювальний метод неперервної оцінки температури іонів за рахунок розробки та застосування методу обчислення енергії швидких іонів, а також за рахунок використання методу пошуку такого нормального розподілу, який є максимально близьким до розрахованого розподілу іонів за швидкостями. Це дозволило показати, що в гарячій плазмі енергія швидких іонів становить 10-14% їх повної енергії, а в холодній плазмі – 19-25%, що важливо для прогнозування впливу плазми на стінки приладів.

5. На основі результатів моделювання для цілей підвищення технічних характеристик пучково-плазових генераторів в багатомодовому режимі оцінено вплив поглинання енергії коливань в плазовому об'ємі. В результаті чисельних експериментів визначено параметри пучково-плазового генератора, які забезпечать найкращий відбір енергії у частинок електронного пучка. Розраховано, що при відносному рівні виведення енергії  $\Theta = 0.5 \div 0.7$  швидкість відбору енергії у пучка найбільша.

6. *Уперше* розроблена системна модель, яка на відміну від існуючих поєднує гібридну модель модуляційної нестійкості збуджуваного поля для холодної плазми та модель взаємодії електронного пучка з плазовими коливаннями з використанням імітації взаємного впливу моделей, спираючись на закони збереження енергії. Системна модель дозволяє в подальшому будувати нові розвинуті моделі подібних процесів за рахунок підбору параметрів в умовах виконання законів збереження енергії. Методом послідовного аналізу варіантів визначена відповідність рівня поглинання енергії пучка електронів значенню релятивістського фактора, що дозволяє уточнити значення параметрів пучково-плазового генератора з метою покращення його технічних характеристик.

Достовірність отриманих в дисертаційній роботі наукових й практичних результатів підтверджено в дослідженнях нелінійних хвильових процесів і взаємодій «хвиля-частка» при розв'язанні задач вдосконалення пристроїв плазової електроніки.

Таким чином, була досягнута мета дослідження, яка полягає у підвищенні ефективності процесів вибору раціональних параметрів функціонування пучково-плазових генераторів і підсилювачів НВЧ випромінювання, а також у визначенні умов та ступеня нагріву іонів для прогнозування впливу на стінки приладів шляхом вдосконалення математичних моделей і методів обчислення розглянутих фізичних процесів.

## СПИСОК ОПУБЛІКОВАНИХ ПРАЦЬ ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

*У наукових фахових виданнях України:*

1. Приймак А. В. Анализ гибридных моделей модуляционной неустойчивости ленгмюровских волн в плазме / А. В. Приймак // Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. – 2013. – Сер. : Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління, вип. 23 (№ 1089). – С. 145–162.

2. Приймак А. В. Оптимизация вычислений на CUDA при моделировании неустойчивости ленгмюровских волн в плазме / А. В. Приймак // Вісник Національного технічного університету України «Київський політехнічний інститут». – Київ : Век+. – 2013. – Інформатика, управління та обчислювальна техніка: Зб. наук. пр., № 58. – С. 125–130.

3. Dynamics of ions during development of parametric instability of langmuir waves / V. M. Kuklin, A. V. Pryjmak, A. G. Zagorodny [et al.] // Problems of Atomic Science and Technology. – 2013. – Series : Plasma Electronics and New Methods of Acceleration, issue 8, N 4 (86). – P. 260–266. (Особистий внесок здобувача: на основі результатів моделювання показана подібність процесів, описаних моделями модуляційної нестійкості збуджуваного поля для холодної і гарячої плазми).

4. Приймак А. В. Имитационное моделирование системы «электронный пучок – модуляционно неустойчивые плазменные колебания» / А. В. Приймак // Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. – 2015. – Сер. : Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління, вип. 27. – С. 137 – 149.

5. Ion kinetics and ion sound generation under the development of a modulation instability of an intense Langmuir wave in a plasma / A. V. Kirichok, V. M. Kuklin, A. V. Pryimak, A. G. Zagorodny // Problems of Atomic Science and Technology. – 2015. – Series : Plasma Electronics and New Methods of Acceleration, issue 9, N 4 (98). – P. 258–263. (Особистий внесок здобувача: перевірено виконання закону збереження енергії в математичних моделях холодної і гарячої плазми). («Scopus»).

6. Приймак А. В. Анализ модели системы «релятивистский электронный пучок-плазма» / В. М. Куклин, А. В. Приймак // Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. – 2015. – Сер. : Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління, вип. 26 (№ 1156). – С. 115–128. (Особистий внесок здобувача: визначені початкові умови математичної моделі взаємодії електронного пучка з плазмовими коливаннями).

*У виданнях іноземних держав:*

7. Особенности нагрева ионов при развитии неустойчивости интенсивных ленгмюровских колебаний в плазме / А. Г. Загородний, А. В. Киричок, В. М. Куклин, А. В. Приймак // Физические основы приборостроения. – 2014. – Т. 3, № 1. – С. 58–69. – Режим доступа: [http://physbi.ru/archive\\_issues/32-fizicheskie-osnovy-priborostroeniya-2014-t3-1.html](http://physbi.ru/archive_issues/32-fizicheskie-osnovy-priborostroeniya-2014-t3-1.html). (Особистий внесок здобувача: удосконалено обчислювальний метод оцінки температури іонів в пристроях плазмової електроніки і пучкового нагрівання плазми). («РИНЦ»).

8. Ion heating, burnout of the high-frequency field, and ion sound generation under

the development of a modulation instability of an intense Langmuir wave in a plasma / A. G. Zagorodny, A. V. Kirichok, V. M. Kuklin, A. V. Pryimak // *Physics of Plasmas*. – 2015. – № 22, 092118. – 8 p. – Режим доступу: <http://scitation.aip.org/content/aip/journal/pop/22/9/10.1063/1.4931058>. (Особистий внесок здобувача: враховано вплив дебаєвського радіусу екранування в математичних моделях модуляційної нестійкості збуджуваного поля). («Scopus»).

*Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації:*

9. Приймак А. В. Использование технологии JCUDA для моделирования динамики ионов при развитии параметрической неустойчивости ленгмюровских волн / А. В. Приймак // *Інформатика і комп'ютерні технології : збірник праць ІХ міжнародної науково-технічної конференції студентів, аспірантів і молодих вчених, 5-6 листопада 2013 р., Донецьк. – Донецьк, 2013. – 1 електрон. опт. диск (CD-ROM). – С. 200–204.*

10. Приймак А. В. Разработка программного обеспечения для гибридных моделей модуляционной неустойчивости ленгмюровских волн в плазме / А. В. Приймак // *Проблеми і перспективи розвитку науки на початку третього тисячоліття в країнах СНД : матеріали XVII Міжнародної науково-практичної інтернет-конференції, 29-30 листопада 2013 р., Переяслав-Хмельницький. – Переяслав-Хмельницький, 2013. – С. 155–159. – Режим доступу: <http://oldconf.neasmo.org.ua/node/2878>.*

11. Приймак А. В. Применение способов оптимизации вычислений на графических процессорах на примере моделирования плазмы / А. В. Приймак // *Матеріали 68-ї науково-технічної конференції професорсько-викладацького складу, науковців, аспірантів та студентів, 4-6 грудня 2013 р., Одеса. – Одеса, 2013. – Частина III, с. 77–80.*

12. Приймак А. В. Оптимизация вычислений на CUDA путем объединения сеток потоков в моделях взаимодействия пучка и плазмы / А. В. Приймак // *Проблеми і перспективи розвитку науки на початку третього тисячоліття в країнах СНД : матеріали XIII Міжнародної науково-практичної інтернет-конференції, 29-30 квітня 2015 р., Переяслав-Хмельницький. – Переяслав-Хмельницький, 2015. – С. 326–329. – Режим доступу: <http://conferences.neasmo.org.ua/uk/conf/16/cat/13>.*

13. Приймак А. В. Моделирование многомодового режима взаимодействия электронного пучка с плазменными колебаниями / А. В. Приймак // *Перспективні напрямки сучасної електроніки, інформаційних і комп'ютерних систем : тези доповідей на Всеукраїнській науково-практичній конференції молодих вчених та студентів, 25-27 листопада 2015 р., Дніпро. – Дніпро, 2015. – 1 електрон. опт. диск (CD-ROM). – С. 208–210.*

*Наукові праці, які додатково відображають наукові результати дисертації:*

14. Pryimak A. V. Comparative kinetics of ions for different modes of parametric instability of intense Langmuir waves in plasma / A. V. Kirichok, V. M. Kuklin, A. V. Pryimak // *East European Journal of Physics*. – Karazin Kharkiv National University, Publisher. – 2014. – Vol. 1, Number 1. – P. 30–36. – Режим доступу: [http://eejp.univer.kharkov.ua/Biblio/2014/EEJP\\_1\\_1/11p30-36.pdf](http://eejp.univer.kharkov.ua/Biblio/2014/EEJP_1_1/11p30-36.pdf). (Особистий внесок здобувача: знайдені початкові умови математичних моделей, достатні для точного опису плазми гібридним методом).

15. Modulation of integral field of multimode beam instabilities in plasma / A. G. Zagorodny, A. V. Kirichok, V. M. Kuklin, A. V. Pryimak // East European Journal of Physics. – Karazin Kharkiv National University, Publisher. – 2014. – Vol. 1, N 2. – P. 53–66. (Особистий внесок здобувача: на основі результатів моделювання знайдені параметри ефективної генерації НВЧ коливань в пристроях плазмової електроніки).

16. Kinetics of ions during the development of parametric instability of intensive Langmuir waves in plasma / A. V. Kirichok, V. M. Kuklin, A. V. Pryimak, A. G. Zagorodny // arXiv preprint. – 2014. – arXiv:1411.3011v2. – 20 p. – Режим доступу: <http://arxiv.org/abs/1411.3011>. (Особистий внесок здобувача: на основі результатів моделювання знайдені параметри нагріву іонів в пристроях плазмової електроніки).

17. Ion heating, burnout of the HF field and ion sound generation under the development of a modulation instability of an intense Langmuir wave in a plasma / A. V. Kirichok, V. M. Kuklin, A. V. Pryimak, A. G. Zagorodny // arXiv preprint. – 2015. – arXiv:1504.04769v1. – 18 p. – Режим доступу: <http://arxiv.org/abs/1504.04769>. (Особистий внесок здобувача: на основі результатів моделювання знайдені параметри генерації іонно-звукових хвиль в пристроях плазмової електроніки).

## АНОТАЦІЯ

**Приймак О. В. Математичні моделі та методи обчислення процесів збудження та стійкості інтенсивних хвиль в приладах плазмової електроніки. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.**

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата технічних наук за спеціальністю 01.05.02 – математичне моделювання та обчислювальні методи. – Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна Міністерства освіти і науки України, Харків, 2019.

Дисертація присвячена розробці та розвитку математичних моделей і обчислювальних методів процесів збудження та стійкості інтенсивних хвиль в приладах плазмової електроніки. Визначені початкові умови математичних моделей для підвищення точності експериментів з вибору параметрів пучково-плазмових генераторів та з визначення умов нагріву іонів. Показана коректність, існування і єдність розв'язку математичних моделей, стійкість систем рівнянь до зміни вхідних даних, збіжність послідовності рішень до точного рішення. Вдосконалено обчислювальний метод оцінки температури іонів в установках плазмової електроніки і пучкового нагрівання плазми для визначення характеру нагріву іонів та енергії швидких іонів. На основі результатів моделювання для цілей підвищення технічних характеристик пучково-плазмових генераторів в багатомодовому режимі визначено параметри ефективної генерації коливань. Вперше побудовані алгоритмічні моделі процесів збудження та стійкості інтенсивних хвиль із застосуванням технології CUDA для прискорення обчислювального процесу. Вперше розроблена системна модель з використанням імітації впливу електронного пучка і плазмових коливань один на одного, спираючись на закони збереження енергії, яка дозволила об'єднати модель модуляційної нестійкості для холодної плазми і модель взаємодії електронного пучка з плазовими коливаннями.

**Ключові слова:** математичне моделювання, прилади плазмової електроніки, гібридні моделі модуляційної нестійкості, модель пучкової нестійкості, паралельні обчислення.

## АННОТАЦИЯ

**Приймак А. В. Математические модели и методы вычисления процессов возбуждения и устойчивости интенсивных волн в приборах плазменной электроники. – Квалификационная научная работа на правах рукописи.**

Диссертация на соискание ученой степени кандидата технических наук по специальности 01.05.02 – математическое моделирование и вычислительные методы. – Харьковский национальный университет имени В. Н. Каразина Министерства образования и науки Украины. – Харьков, 2019.

Диссертация посвящена разработке и развитию математических моделей и вычислительных методов процессов возбуждения и устойчивости интенсивных волн в приборах плазменной электроники. Определены начальные условия математических моделей для повышения точности выбора рациональных параметров пучково-плазменных генераторов и по определению условий нагрева ионов. Показана корректность, существование и единственность решения математических моделей, устойчивость систем уравнений, сходимость последовательности решений к точному решению. Усовершенствован вычислительный метод оценки температуры ионов в установках плазменной электроники и пучкового нагрева плазмы для определения характера нагрева ионов и энергии быстрых ионов. На основе результатов моделирования для целей повышения технических характеристик пучково-плазменных генераторов в многомодовом режиме определены параметры эффективной генерации колебаний. Впервые построены алгоритмические модели процессов возбуждения и устойчивости интенсивных волн с применением технологии CUDA для ускорения вычислительного процесса. Впервые разработана системная модель с использованием имитации воздействия электронного пучка и плазменных колебаний друг на друга, опираясь на законы сохранения энергии, которая позволила объединить модель модуляционной неустойчивости для холодной плазмы и модель взаимодействия электронного пучка с плазменными колебаниями.

**Ключевые слова:** математическое моделирование, устройства плазменной электроники, гибридные модели модуляционной неустойчивости, модель пучковой неустойчивости, параллельные вычисления.

## ABSTRACT

**Oleksii V. Pryimak. The mathematical models and methods of computation of excitation and stability of the intense waves in plasma electronics devices. – Qualification scientific paper, manuscript.**

Thesis for a Candidate Degree in technical sciences, Speciality 01.05.02 – mathematical modeling and computational methods. – V. N. Karazin Kharkiv National University of the Ministry of Education and Science of Ukraine. – Kharkiv, 2019.

The research focuses on development of mathematical models and computational methods of excitation processes and modulation instabilities of the intense wave field in plasma electronics devices. Unlike vacuum systems, the use of plasma electronics devices makes it possible to change the frequency of radiation in a wide range, to create more compact devices, to accelerate beams to high energies at small distances, to transport bunches of high density and high current. However, the creation of plasma electronics devices is associated with significant problems, for example, with the difficulty of choosing an operating mode and determining the efficiency of oscillation output in a multimode mode, ensuring stability of oscillation radiation, with the presence of noise, etc.

On the basis of the simulation results, the initial conditions of mathematical models were determined for enough accuracy of the numerical experiments of work points search for beam-plasma generators and the determination of the conditions for the ions heating. Such conditions not given in the literature are sufficient for the accurate description of the plasma by the hybrid method in the one-dimensional case.

The correctness, existence and uniqueness of the solution of mathematical models, the stability of systems of equations to changes in input data, the convergence of the sequence of solutions to the exact solution are shown for a wide range of initial conditions in various modes: for cases of hot and cold plasma, heavy and light ions, strongly and weakly relativistic beams, high and low absorption levels of oscillations by plasma particles. The fulfillment of the energy conservation law in models has been verified.

A computational method for estimating the temperature of ions in the devices of the plasma electronics and plasma heating by beam is improved. It differs from the known methods in the possibility of determining the fraction of fast particles and in constructing a normal distribution as close as possible to the velocity distribution of ions.

Based on the simulation results for the purpose of improving the technical characteristics of the beam-plasma generators in the multimode mode, the parameters of the beam-plasma generator are determined, which will ensure the best energy extraction from the particles of the electron beam.

For the first time, algorithmic models of excitation processes and modulation instabilities of the intense wave field were built using CUDA technology (computing on graphics processors) to speed up the computational process by parallel computing of the systems of integro-differential equations using numerical methods for solving differential equations. The efficiency of different methods of optimization of parallel computing is investigated.

For the first time, a system model of the interaction of an electron beam and the modulation instability of an excited field in a plasma was proposed using an imitation of the affect of an electron beam and a plasma on each other, based on the energy conservation laws. This made it possible to combine the model of modulation instability of Langmuir waves in a cold plasma and the model of the interaction between the electron beam with plasma oscillations. When combining the models, the values of the relativistic factor and energy absorption were selected, under which the laws of energy conservation are fulfilled simultaneously in both models.

**Key words:** mathematical modeling, plasma electronics devices, hybrid models of modulation instability, model of beam-plasma instability, parallel computing.

Формат 60x84/16. Ум. друк. арк. 0.9. Тир. 100 прим. Зам. № 376-19.  
Підписано до друку 19.06.2019. Папір офсетний.

Надруковано з макету замовника у ФОП Бровін О.В.  
61022, м. Харків, вул. Трінклера, 2, корп.1, к.19. Т. (057) 758-01-08, (066) 822-71-30  
Свідоцтво про внесення суб'єкта до Державного реєстру  
видавців та виготовників видавничої продукції серія ДК 3587 від 23.09.09 р.