МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ХАРКІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ
ІМЕНІ В. Н. КАРАЗІНА

БАРАНЕЦЬ ВІТАЛІЯ ОЛЕКСАНДРІВНА

УДК 532.5, 517.956.35

ЗАДАЧІ МЕХАНІКИ СУСПЕНЗІЙ ЧАСТИНОК, ЩО АГРЕГУЮТЬ

01.02.05 – механіка рідини, газу та плазми

АВТОРЕФЕРАТ
дисертації на здобуття наукового ступеня
кандидата фізико-математичних наук

Харків – 2021

Дисертацією є рукопис.

Робота виконана в Харківському національному університеті імені В. Н. Каразіна МОН України, м. Харків.

Науковий керівник: доктор фізико-математичних наук, професор
Кізілова Наталія Миколаївна,
Харківський національний університет
імені В. Н. Каразіна МОН України,
професор кафедри прикладної математики.

Офіційні опоненти: доктор фізико-математичних наук, професор
Авраменко Ольга Валентинівна,
Центральноукраїнський державний
педагогічний університет
імені Володимира Винниченка
МОН України, м. Кропивницький,
завідувач кафедри прикладної математики,
статистики та економіки;

доктор технічних наук, професор
Стрельнікова Олена Олександрівна,
Інститут проблем машинобудування
ім. А. М. Підгорного НАН України, м. Харків,
провідний науковий співробітник.

.

Захист дисертації відбудеться 23 квітня 2021 р. о 15-20 на засіданні спеціалізованої вченої ради К 64.051.11 Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна за адресою: 61022, м. Харків, майдан Свободи, 4, ауд. 6-49.

З дисертацією можна ознайомитися у Центральній науковій бібліотеці Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна за адресою: 61022, м. Харків, майдан Свободи, 4.

Автореферат розісланий « » березня 2021 р.

Учений секретар спеціалізованої вченої ради Світлана ІГНАТОВИЧ

ЗАГАЛЬНА ХАРАКТЕРИСТИКА РОБОТИ

Актуальність теми. В останній час активно розвивається дослідження моделей агрегації макро- та наночастинок в біологічних і технічних суспензіях. Агрегація частинок відбувається в різних дисперсних системах та описує процес утворення агрегатів внаслідок їх зближення і зіткнення. Вона призводить до зміни в'язкості, тепло- і електропровідності рідини, її оптичних властивостей, тому теоретичне і експериментальне дослідження процесів агрегатоутворення і пов'язаних з ним змін реології має велике значення для цілей медичної діагностики, управління мікробіологічними реакторами, очищення води, оцінки ступеня «старіння» суспензій та ін. Поряд з дискретними моделями, що описують суспензії частинок, є їх континуальні аналоги, які дозволяють розглядати властивості рідин як в'язкопружних суцільних середовищ. Крім того, у зв'язку з великим інтересом до кінетичних процесів і фізичних властивостей суспензій широко використовуються методи молекулярної динаміки.

До біологічних рідин відноситься і кров, яка є суспензією еритроцитів. Однією з властивостей, притаманних даним частинкам, є їх склеювання між собою з подальшим утворенням агрегатів. Швидкість агрегації еритроцитів є важливим діагностичним показником, за яким можна оцінювати стан здоров'я людини.

Дослідженням суспензій займались відомі вчені, серед яких Б. Я. Кантор та Є. Я. Хруслов. Великий вклад у вивчення суспензій частинок крові внесли І. Т. Сєлєзов, І. Я. Сігал, Є. Ю. Таран. Значний внесок у дослідження реології крові зробили С. А. Регірер, В. А. Левтов та Н. Х. Шадріна. Так, С. А. Регірер у своїх роботах побудував континуальну модель крові з урахуванням неоднорідності її структури внаслідок утворення і руйнування агрегатів.

Пізніше задачу для крові як трифазної суспензії частинок, що агрегують, розглядав Є. С. Лосєв. Він отримав рівняння трьох сімейств характеристик та умови на них у випадку однорідного поля сил. Н. М. Кізілова вивчала агрегацію та осідання еритроцитів при наявності зовнішнього магнітного поля. На відміну від існуючих моделей, в даній роботі досліджується квазілінійна модель осідання частинок суспензії, що агрегують, в неоднорідному полі зовнішніх сил, де розв'язок знаходиться в області, яка має дві рухомі границі з різними крайовими умовами на них. Однією з основних є проблема еволюційності (стійкості) сильних розривів, що виникають. Розв'язання цієї проблеми пов'язано з аналізом співвідношень для характеристичних швидкостей і швидкості переміщення поверхні розриву. Також на основі даної моделі доречним є проведення експериментальних досліджень та зіставлення їх результатів з теорією в цілях використання у медичній діагностиці, зокрема для виявлення алергії на медичні препарати та харчові продукти.

Окрім осідання у вертикальних трубках, великий інтерес представляє дослідження агрегації та осідання частинок в похилих трубках у зв'язку з

ефектом Бойкотта та його численними застосуваннями. В даній роботі проводиться узагальнення ефекту Бойкотта на випадок концентрованих суспензій частинок, що агрегують. Актуальною є задача дослідження залежності швидкості осідання від кута нахилу трубки, а також пошук нового методу оцінки суспензійної стійкості на основі отриманих результатів.

Ще однією областю теоретичних та експериментальних досліджень, яка активно розвивається протягом останнього десятиріччя, є нанонауки і нанотехнології, що пов'язано з розробкою нових матеріалів з унікальними фізико-хімічними властивостями, створенням штучних клітин і тканин, лікуванням хвороб на клітинному рівні, нанооптики та інших перспективних нанобіотехнологій. Мікро- та нанофлюїдика займаються створенням та дослідженням течій мікро- та нанорідин, які є розбавленими суспензіями мікро- та наночастинок відповідно. Мікрорідинами є розчини і розплави полімерів, суспензії бактеріальних та інших клітин і мікроорганізмів. Частіше за все досліджуються суспензії природних і штучних наночастинок, які мають унікальні термомеханічні, електричні і магнітні властивості. В багатьох роботах показано невідповідність теоретичних розрахунків, проведених на основі класичних моделей механіки суспензій. Основна причина розбіжностей пов'язана з наявністю дифузного розсіювання частинок мікро- і нанорідин на стінках каналів, розміри шорсткостей поверхні яких не є малими у порівнянні з розмірами частинок та довжиною їх вільного пробігу в базовій рідині. Тому особливості руху мікро- та нанорідин і ступінь їх невідповідності класичній теорії становлять значний теоретичний та практичний інтерес. Актуальним є питання дослідження ламінарних течій частинок суспензій в мікро- та нанотрубках, які використовуються у різних мікроелектромеханічних системах для проведення медичної діагностики, очищення мікрооб'ємів рідин або високооднорідного змішування різних рідин.

Зв'язок роботи з науковими програмами, планами, темами. Дисертацію виконано на кафедрі прикладної математики факультету математики і інформатики Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна у відповідності до тематики пріоритетних досліджень кафедри та в рамках державної науково-дослідної роботи за темою «Оптимальне керування, стійкість і стабілізація динамічних систем складної природи» (номер державної реєстрації: 0119 U002530).

Мета і задачі дослідження. Метою дисертаційної роботи є дослідження квазілінійних моделей осідання частинок суспензії, що агрегують, у вертикальних та похилих трубках в неоднорідному полі зовнішніх сил; отримання аналітичних розв'язків задач про тришарову ламінарну течію незмішуваних мікро- та нанорідин між рухомими пластинами та коаксіальними циліндрами, що обертаються з різною кутовою швидкістю.

Задачі дослідження:

- дослідити квазілінійні системи двох та трьох диференціальних рівнянь гіперболічного типу, які описують осідання частинок суспензії, що

агрегують, у вертикальних трубках в неоднорідному полі зовнішніх сил;

- дослідити умови існування різних типів розв'язків задачі про осідання частинок трифазної суспензії у вертикальних трубках та провести аналіз еволюційності (стійкості) сильних розривів;
- дослідити квазілінійні системи двох та трьох диференціальних рівнянь гіперболічного типу, які описують осідання частинок суспензії, що агрегують, у похилих трубках в неоднорідному полі зовнішніх сил; встановити зв'язок між кутом нахилу трубки та швидкістю осідання;
- отримати розв'язки рівнянь Нав'є-Стокса для ламінарних течій суспензій мікро/наночастинок між паралельними пластинами та коаксіальними циліндрами, що обертаються, з урахуванням граничних умов прослизання першого та другого порядку на шорстких поверхнях;
- отримати розв'язок задачі про тришарову ламінарну течію незмішуваних мікро- та нанорідин між рухомими пластинами; отримати розв'язок задачі про тришарову ламінарну течію незмішуваних мікро- та нанорідин між двома коаксіальними циліндрами, що обертаються з різною кутовою швидкістю;
- проаналізувати експериментальні дані та порівняти з теоретичними результатами, отриманими на основі математичних моделей осідання дво- та трифазних суспензій частинок, що агрегують;
- дослідити і обґрунтувати показник t_{max} часу досягнення максимальної швидкості осідання еритроцитів для виявлення алергії на харчові продукти та лікарські препарати;
- дослідити осідання частинок крові в мікротрубках з метою запропонування нового експрес-методу медичної діагностики на малих об'ємах крові.

Об'єкт дослідження. Об'єктом дослідження є дво- та трифазна моделі суспензії частинок, що агрегують; біологічні рідини, насамперед кров; мікро- і нанорідини.

Предмет дослідження. Предметом дослідження дисертаційної роботи служать властивості суспензії частинок, що агрегують у прямих та похилих трубках; властивості квазілінійних рівнянь та еволюційності; властивості ламінарних течій мікро- та нанорідин з урахуванням умов прослизання першого та другого порядку.

Методи дослідження. В дисертаційній роботі використано загальні методи механіки суцільних середовищ для дослідження осідання концентрованих суспензій частинок, що агрегують. Для отримання результатів другого розділу був використаний метод характеристик для гіперболічної системи двох і трьох рівнянь в частинних похідних і метод динаміки частинок. Крім того, ряд виразів був отриманий методами теорії розмірностей. Для побудови характеристик використано власне програмне забезпечення, яке було написане в середовищі C++. В третьому розділі результати отримані за допомогою методу усереднених значень і методу характеристик. Результати четвертого розділу отримані з використанням

підходу, який був розроблений Neto C., Thompson P.A. У п’ятому розділі експериментальні результати отримані за допомогою методу Панченкова та його модифікації з використанням мікрокапілярів.

Наукова новизна отриманих результатів. Основні результати, які визначають наукову новизну й виносяться на захист, наступні:

1. Досліджено квазілінійні моделі осідання частинок дво- та трифазної суспензій, що агрегують, у вертикальних трубках в неоднорідному полі зовнішніх сил, де розв’язок знаходиться в області, яка має дві рухомі границі з різними крайовими умовами на них. Проаналізовано різні режими процесу осідання та досліджено сильні розриви на еволюційність.

2. Проведено чисельні розрахунки кривих осідання та їх зіставлення з результатами експериментальних вимірювань. Вперше на основі трифазної моделі досліджено розмір та динаміку розмитої границі між зонами чистої плазми крові та агрегатів, що осідають, яка з’являється, наприклад, при алергії на медичні препарати. Отримані результати перевірено чисельними розрахунками методом динаміки частинок.

3. Отримано вирази для швидкості агрегації в рамках континуальної та дискретної моделей кінетики агрегації частинок.

4. Досліджено квазілінійні моделі осідання частинок дво- та трифазної суспензій, що агрегують, у похилих трубках в неоднорідному полі зовнішніх сил. Проведено узагальнення ефекту Бойкотта на випадок суспензій, що агрегують. Отримано оптимальний кут нахилу, при якому частинки осідають з максимальною швидкістю.

5. Отримано розв’язки рівнянь Нав’є-Стокса для ламінарних течій суспензій мікро/наночастинок між паралельними пластинами та коаксіальними циліндрами, що обертаються, з урахуванням граничних умов прослизання першого та другого порядку на шорстких поверхнях. Отримано розв’язки задач про тришарову ламінарну течію незмішуваних мікро- та нанорідин між рухомими пластинами та коаксіальними циліндрами, що обертаються з різними кутовими швидкостями і мають різні шорсткості. Проведено узагальнення розрахункових формул для ротаційного віскозиметра для вимірювання в’язкості мікро- і нанорідин.

6. Вперше запропонований і обґрунтований показник t_{max} часу досягнення максимальної швидкості осідання еритроцитів для виявлення алергії на харчові продукти та лікарські препарати. Досліджено осідання частинок крові в мікротрубках з метою використання його як нового експрес-методу медичної діагностики на малих об’ємах крові.

Практичне значення отриманих результатів. До основних результатів, які мають практичний характер, належать:

- отримання нового показника t_{max} (часу досягнення максимальної швидкості осідання еритроцитів крові) з метою використання в медичній діагностиці для виявлення алергії на медикаменти та харчові продукти. На основі отриманих результатів зареєстрований патент на корисну модель;

- отримання нового експрес-методу на малих об'ємах крові з використанням мікрокапілярів;
- пояснення на основі трифазної моделі крові феномену виникнення та еволюції розмитого стовпця рідини на границі між зоною чистої плазми крові та еритроцитами, що осідають, під час проведення тесту ШОЕ;
- отримання оптимального кута нахилу трубки, при якому частинки суспензії осідають з максимальною швидкістю, з метою використання у медицині, промисловості та на виробництві;
- отримання результатів, за допомогою яких можна проектувати та контролювати роботу мікро- і нанорідинних пристроїв.

Публікації. Всі основні результати роботи опубліковані повною мірою у фахових журналах, пройшли апробацію на семінарах та наукових конференціях. За темою дисертації у фахових виданнях України опубліковано 6 статей автора [1], [2], [3], [4], [5], [6]. Статті [7], [8], [9] є публікаціями у зарубіжних спеціалізованих виданнях. Статті [10], [11], [12], [13], [14], [15], [16], [17] опубліковані у матеріалах фахових вітчизняних і міжнародних наукових конференцій, серед яких статті [10], [11] – у виданнях, що входять до міжнародної наукометричної бази Scopus. Статті [32], [33], [34] додатково відображають наукові результати дисертації. За темою дисертаційної роботи опубліковано 14 тез доповідей на міжнародних наукових конференціях [18], [19], [20], [21], [22], [23], [24], [25], [26], [27], [28], [29], [30], [31]. Крім того, за результатами дослідження зареєстровано патент України на корисну модель [35].

Особистий внесок здобувача. Результати дисертаційної роботи отримані автором самостійно. Зі статей, які опубліковані у співавторстві, у дисертації містяться тільки ті результати, які належать автору. Робота [12] написана без співавторів, роботи [1], [2], [4], [8] написані у співавторстві з науковим керівником, якому належить постановка задач та загальний план дослідження. Результати автора, написані у роботах [1], [3], [6], [11] та [33], представлені у розділі 2, а матеріали робіт [4], [9] – у розділі 3. Особистий внесок здобувача у роботі [14] – це розв'язок та аналіз квазілінійної гіперболічної системи рівнянь, підготовка коду C++ для чисельного розв'язання задачі, а також дослідження картини характеристик. У роботі [6] автору належить дослідження гіперболічності та властивостей розв'язків континуальних моделей агрегації та седиментації частинок у концентрованих суспензіях. Матеріали робіт [2], [7], [8] та [10] увійшли до розділу 4, а в розділі 5 викладені результати робіт [12], [13] і [34]. Зокрема, у статті [34] автору належать результати експериментальних досліджень та отримання залежності швидкості агрегації від швидкості осідання частинок. Результати, які належать співавторам, згадуються за необхідністю для повноти викладу та супроводжуються відповідними посиланнями.

Апробація результатів дисертації. Результати дисертації доповідались та обговорювались на Науковій конференції для студентів та аспірантів «Сучасні проблеми математики та її застосування у природничих

науках та інформаційних технологіях» (Харків, 2007 р.); XV Міжнародній конференції з механіки та сучасним прикладним програмним системам (Москва, Росія, 2007 р.); Міжнародній науковій конференції студентів та молодих вчених «Актуальні питання в сучасній медицині» (Харків, 2007 р.); Міжнародній науковій школі-конференції «Тараповські читання» (Харків, 2008 р.); 24-му симпозіумі з реології, (Москва, Росія, 2008 р.); Міжнародній науковій конференції «Нові математичні моделі механіки суцільних середовищ: побудова і вивчення» (Новосибірськ, Росія, 2009 р.); XIII Міжнародній конференції «Сучасні проблеми механіки суцільних середовищ» (Ростов-на-Дону, Росія, 2009 р.); X Всеросійській конференції «Біомеханіка – 2010» (Саратов, Росія, 2010 р.); наукових конференціях для студентів та аспірантів «Сучасні проблеми математики та її застосування у природничих науках та інформаційних технологіях» (Харків, 2010 р., 2011 р., 2012 р.); семінарі з біомеханіки (Лодзь, Польща, 2012 р.); Всеросійській школі-конференції «Математичне моделювання і біомеханіка у сучасному університеті» (Ростов-на-Дону, Росія, 2013 р.); Міжнародній науково-технічній конференції «Математичне моделювання прикладних задач математики, фізики, механіки» (Харків, 2013 р.); семінарі з прикладних задач механіки суцільних середовищ (Кілі, Німеччина, 2013 р.); III Міжнародній конференції «Сучасні проблеми механіки» (Київ, 2015 р.); Міжнародній конференції «Фізика рідких матеріалів: сучасні проблеми» (Київ, 2016 р.); Міжнародній конференції «Нанотехнології і наноматеріали» (Львів, 2016 р.); Міжнародній конференції «Тараповські читання – 2016» (Харків, 2016 р.); IX Міжнародній конференції для спеціалістів та молодих учених «Фізика низьких температур», присвяченій 100-літтю NASU (Харків, 2018 р.); Міжнародній конференції «Біомеханіка – 2018» (Зелена Гора, Польща, 2018 р.)

Структура дисертації. Дисертаційна робота складається з анотації, змісту, умовних позначень, вступу, п’яти розділів, висновків до дисертації, списку використаних джерел, який налічує 186 найменувань, та одного додатка. Повний обсяг роботи – 188 сторінок. Обсяг основної частини дисертації – 156 сторінок.

ОСНОВНИЙ ЗМІСТ РОБОТИ

У **вступі** обґрунтовано актуальність теми, визначено наукову новизну та наведено зв'язок дисертаційної роботи з науковими темами і програмами. Сформульовано мету, задачі та методи дослідження. Наведено відомості про публікації, особистий внесок здобувача та апробацію результатів дисертації.

Перший розділ присвячений огляду наукових праць та їх аналізу. Описано історію дослідження проблематики та наведено основні результати, отримані у даній області за останній час.

У розділі детально описано механізми агрегації різних суспензій, серед яких технічні і біологічні рідини, мікро- і нанорідини. Велику увагу приділено континуальним аналогам модифікованих рівнянь Смолуховського, в яких описується механізм утворення агрегатів внаслідок розпаду великих утворень і обмінних взаємодій:

$$\frac{dn_k}{dt} = \frac{1}{2}\sum_{p=1}^{k+p-1} L(k,p)n_k n_p - \frac{1}{2}\sum_{p=1}^{k-1} L(k-p,p)n_{k-p}n_p \tag{1}$$

$$\frac{dn_k}{dt} = \sum_{p,m=1}^{\infty} M(k+p,m,k)n_{k+p}n_m - \sum_{\substack{p,m=1\\ m<p}}^{\infty} M(k,p,k+m)n_k n_{k+m} \tag{2}$$

відповідно, де $L(k,p)$ – ймовірність розпаду агрегату з $k+p$ частинок на два агрегати, що складаються з k і p частинок, $M(k+p,m,k)$ – ймовірність злиття агрегатів з $k+p$ і m частинок з подальшим відщепленням агрегату з k частинок.

Наведено математичні моделі, які використовуються при описі процесів агрегації, структуроутворення і розділення фаз в біоколоїдах і суспензіях. Вони досить добре описують процеси, які протікають у суспензіях органічних макромолекул, крові та інших біологічних рідинах. Зокрема, представлено моделі крові з урахуванням агрегації еритроцитів у вертикальних і похилих трубках.

Крім того, наведено огляд дискретних моделей агрегації мікро- та наночастинок з урахуванням парних сил взаємодії, а також зовнішніх об'ємних і масових сил, які діють зі сторони рідини. Дані моделі дають можливість визначити ефективну в'язкість, теплопровідність та інші параметри мікро- та нанорідин.

У **другому розділі** досліджено квазілінійні моделі осідання частинок дво- та трифазної суспензій, що агрегують, у вертикальних трубках в неоднорідному полі зовнішніх сил.

Розглядається трифазна модель суспензії, що складається із базової рідини (фаза 1), частинок (фаза 2) і рідини, захопленої в агрегатах (фаза 3). Основна система квазілінійних рівнянь відносно об'ємної концентрації агрегатів *H*, істинної об'ємної концентрації частинок *C*, а також середнього об'єму агрегату $w = C/N$ має вигляд:

$$\frac{\partial w}{\partial t}+u^2\frac{\partial w}{\partial x}=\varphi\frac{w^2}{C},$$
$$\frac{\partial H}{\partial t}+\gamma_{11}\frac{\partial H}{\partial x}+\gamma_{12}\frac{\partial C}{\partial x}+\gamma_{13}\frac{\partial w}{\partial x}=\theta+k_1\left(1-H\right), \tag{3}$$
$$\frac{\partial C}{\partial t}+\gamma_{21}\frac{\partial H}{\partial x}+\gamma_{22}\frac{\partial C}{\partial x}+\gamma_{23}\frac{\partial w}{\partial x}=-k_2C,$$

$$\gamma_{11}=u^1-(1-H)\frac{\partial u^1}{\partial H},\quad \gamma_{12}=-(1-H)\frac{\partial u^1}{\partial C},\quad \gamma_{13}=-(1-H)\frac{\partial u^1}{\partial w},$$
$$\gamma_{21}=C\frac{\partial u^2}{\partial H},\quad \gamma_{22}=u^2+C\frac{\partial u^2}{\partial C},\quad \gamma_{23}=C\frac{\partial u^2}{\partial w},\quad k_{1,2}=\frac{\partial u^{1,2}}{\partial x}. \tag{4}$$

де φ – швидкість утворення агрегатів, u^1,u^2 – швидкості фаз, $\theta=\theta^3/\rho_f$, θ^3 – швидкість захоплення рідини в агрегаті.

Початкові і граничні умови задачі мають вигляд:

$$t=0:\quad H\left(0,x\right)=H_0,\quad C\left(0,x\right)=C_0,\quad w\left(0,x\right)=w_0$$
$$x=L,\ \mathrm{t}\geq 0:\quad u^{1,2}\left(t,L\right)=0. \tag{5}$$

У матричній формі система (3)–(4) має вигляд:

$$\frac{\partial}{\partial t}\begin{pmatrix} w\\ H\\ C\end{pmatrix}+\begin{pmatrix} u^2 & 0 & 0\\ \gamma_{13} & \gamma_{11} & \gamma_{12}\\ \gamma_{23} & \gamma_{21} & \gamma_{22}\end{pmatrix}\frac{\partial}{\partial x}\begin{pmatrix} w\\ H\\ C\end{pmatrix}=\begin{pmatrix} \dfrac{\varphi w^2}{C}\\ \theta+(1-\mathrm{H})k_1\\ -Ck_2\end{pmatrix}. \tag{6}$$

Швидкості фаз виражаються у явному вигляді через змінні *x*, *w*, *H*, *C*:

$$u^1=\left[-\frac{H(1-H)}{F}+\frac{(H-C)^2}{D}\right]C(\rho_s-\rho_f)4\pi^2\nu^2(x+a),$$
$$u^2=\left[\frac{(1-H)^2}{F}+\frac{(H-C)^2}{D}\right]C(\rho_s-\rho_f)4\pi^2\nu^2(x+a), \tag{7}$$
$$u^3=\left[\frac{(1-H)^2}{F}-\frac{(H-C)\left(1-H+C\right)}{D}\right]C(\rho_s-\rho_f)4\pi^2\nu^2(x+a),$$

де ρ_s,ρ_f – справжні густини частинок і рідини, ν – частота обертання центрифуги, a – відстань від центру диску, через який проходить вісь обертання, до пазів з трубками.

Термодинамічні коефіцієнти F,D мають вигляд:

$$F=\alpha\eta_f H\left(1-H\right)^{-\eta_1}(H/C)^{2/3}w^{-2/3},$$
$$D=\beta\eta_f C(1-C/H)^{-\eta_2}w_0^{-2/3}, \tag{8}$$

де $\alpha,\beta,\eta_1,\eta_2$ – постійні позитивні коефіцієнти, w_0 – об’єм одиничної частинки, η_f – в’язкість рідини.

Дана система гіперболічна, тому для її аналізу і пошуку розв’язку ефективним виявився метод характеристик. Власні значення λ_1, λ_2, λ_3 матриці

в системі (6) є дійсними величинами. Враховуючи це, рівняння характеристик та умови на них набувають вигляду:

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)_1 = u_s + u_f,$$
$$\left(\frac{dx}{dt}\right)_{2,3} = u_s + u_f + \frac{1}{2}A\left(1 \pm \sqrt{1 - B/A^2}\right); \tag{9}$$

$$\left(\frac{dw}{dt}\right)_1 = \varphi\frac{w^2}{C},$$
$$\frac{1}{2}\left[A_1(1 \pm \sqrt{1 - B/A^2}) - A_2(1 \mp \sqrt{1 - B/A^2})\right]\left(\left(\frac{dH}{dt}\right)_{2,3} - \theta - (1-H)k_1\right) + \tag{10}$$
$$+\gamma_{12}\left(Ck_2 + \left(\frac{dC}{dt}\right)_{2,3}\right) = 0,$$

де $u_s = (1-H)^2 C(\rho_s - \rho_f)4\pi^2\nu^2(x+a)/F,\ u_f = \left(H - C\right)^2 C\left(\rho_s - \rho_f\right)4\pi^2\nu^2(x+a)/D,$

$A_1 = H\dfrac{\partial u_s}{\partial H} - \left(1-H\right)\dfrac{\partial u_f}{\partial H},\ A_2 = C\dfrac{\partial u_s}{\partial C} + \dfrac{\partial u_f}{\partial C},\ A = A_1 + A_2,\ B = 4C\left(\dfrac{\partial u_s}{\partial H}\dfrac{\partial u_f}{\partial C} - \dfrac{\partial u_s}{\partial C}\dfrac{\partial u_f}{\partial H}\right).$

Дана гіперболічна задача є нестандартною з границями, що рухаються. Нахил першого сімейства характеристик негативний (крива 1 на рис. 1). Характеристика даного сімейства відокремлює зону чистої рідини (зона I) від зони частинок, що осідають (зона II), та рухається зі швидкістю u^2 тих частинок та агрегатів, які на ній знаходяться (крива 1 на рис. 1). При цьому ефективні густини і швидкості фаз на даній границі зазнають розриву.

Відповідно до системи (3)–(4) умови на розриві мають вигляд:

$$Z_{I-II} = u_{II}^2,\quad \left(1 - H_{II}\right)u_{II}^1 = -H_{II}u_{II}^2, \tag{11}$$

де римські індекси позначають параметри з різних сторін розриву, а Z_{I-II} – швидкість розповсюдження розриву. Умови для w і C не ставимо, оскільки у зоні чистої рідини $w = 0, C = 0$.

У третього сімейства характеристик нахил позитивний (крива 4 на рис. 1). Залежно від співвідношень між характеристичними швидкостями та швидкістю переміщення границі між зоною агрегатів, що ущільнюються (зона III), та компактною зоною (зона IV), можуть бути реалізовані різні режими. Крива 5 на рис. 1, що розділяє зони III та IV, є сильним розривом, на якому виконуються відповідні умови:

$$w_{III} = w_{IV},\quad \left(1 - H_{IV}\right)Z_{III-IV} = \left(1 - H_{III}\right)\left(Z_{III-IV} - u_{III}^1\right)$$
$$Z_{III-IV}C_{IV} = \left(Z_{III-IV} - u_{III}^2\right)\mathrm{C}_{III}, \tag{12}$$

де Z_{III-IV} – швидкість розповсюдження розриву.

Нахил характеристик другого сімейства може бути як позитивним, так і негативним, залежно від значень параметрів системи (криві 2 і 3 на рис. 1). У першому випадку динаміка процесу осідання описується характеристиками 1, 3, 4, у другому – характеристиками 1, 2, 4.

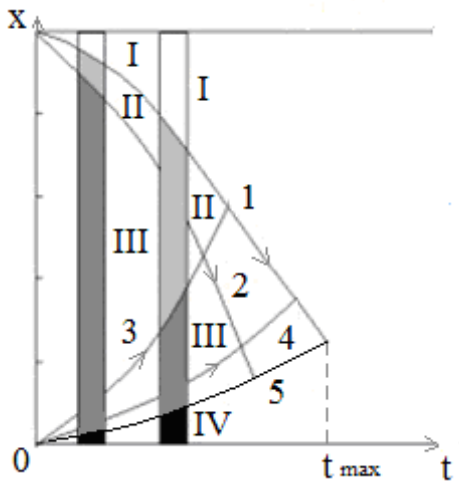

Рис. 1 Різні типи динаміки осідання, 1–4 – номера сімейств характеристик, 5 – лінія сильного розриву, I–IV – номера зон суспензії частинок, що осідають

У дисертаційній роботі проводилось дослідження сильного розриву між зонами III та IV (крива 5) на еволюційність. Для його еволюційності характеристичні швидкості і швидкість розриву z_{III-IV} повинні задовольняти наступним нерівностям:

$$\left(\frac{dx}{dt}\right)_3 < z_{III-IV} < \left(\frac{dx}{dt}\right)_2. \qquad (13)$$

В даній задачі процес осідання, що описується характеристиками 1, 2, 4, задовольняє умові (13), а тому розрив 5 є еволюційним. Своєю чергою у випадку з характеристиками 1, 3, 4 умова (13) не працює.

На основі отриманих результатів проведені чисельні розрахунки при варіації параметрів моделі відповідно до фізіологічних даних. Зокрема, досліджено розмір і динаміку розмитої границі між зонами чистої плазми крові та агрегатів, що осідають, яка з'являється, наприклад, при алергії на медичні препарати. Методами теорії розмірностей отримані набори виразів для різних швидкостей агрегації для лінійної та квадратичної залежностей від кутової швидкості ω. Отримані результати перевірено чисельними розрахунками методом динаміки частинок, який дозволяє проводити комп'ютерні симуляції при будь-якій геометрії і розташуванні трубки, а також розміру і форми частинок, ґрунтуючись тільки на фізичних законах взаємодії частинок і їх геометрії. Перевірка показала хорошу відповідність кривих, розрахованих методом характеристик і методом динаміки частинок.

У **третьому розділі** досліджено квазілінійні моделі осідання частинок дво- та трифазної суспензій, що агрегують, у похилих трубках в неоднорідному полі зовнішніх сил.

Розглядається стаціонарне осідання частинок у вузькому каналі шириною R і довжиною $L\,(R/L \ll 1)$, нахиленому під кутом θ. У випадку двофазної суспензії система рівнянь записується у вигляді:

$$\frac{\partial N}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}Nu_x^1+\frac{\partial}{\partial y}Nu_y^1=\varphi, \tag{14}$$

$$\frac{\partial H}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial x}Hu_x^1+\frac{\partial}{\partial y}Hu_y^1=0, \tag{15}$$

$$\frac{\partial}{\partial x}\left[Hu_x^1+(1-H)u_x^2\right]+\frac{\partial}{\partial y}\left[Hu_y^1+(1-H)u_y^2\right]=0, \tag{16}$$

$$H\frac{\partial p}{\partial y}=-F(u_y^1-u_y^2)+H\rho_s G\cos(\theta), \tag{17}$$

$$(1-H)\frac{\partial p}{\partial y}=F\left(u_y^1-u_y^2\right)+(1-H)\rho_f G\cos(\theta), \tag{18}$$

$$H\frac{\partial p}{\partial x}=-F\left(u_x^1-u_x^2\right)+H\rho_s G\sin(\theta), \tag{19}$$

$$(1-H)\frac{\partial p}{\partial x}=F\left(u_x^1-u_x^2\right)+(1-H)\rho_f G\sin(\theta), \tag{20}$$

де (u_x^1,u_y^1) і (u_x^2,u_y^2) – складові векторів швидкості для частинок (фаза 1) і рідини (фаза 2), (*0xy*) – декартова система координат, ρ_s,ρ_f – густини твердих і рідких матеріалів, p – гідростатичний тиск, H і N – об'ємна і числова концентрації частинок, F – феноменологічний коефіцієнт для сил в'язкого опору, що діють на частинку зі сторони в'язкої рідини, φ – швидкість агрегації, G – масова сила ($G=ng$, де n – коефіцієнт збільшення при осіданні в центрифузі).

Систему (14)–(20) можна розв'язати чисельними методами, але для отримання більш придатних напіваналітичних оцінок в роботі отримана спрощена одновимірна модель шляхом усереднення рівнянь (14)–(20) по поперечній координаті *x*.

З метою усереднення вводимо наступні позначення: $x\in[0;x_s]$, де x_s – координата поверхні поділу між шарами чистої рідини та частинок, що осідають:

$$N(t,x,y)=\begin{cases}N(t,y), x\le x_s\\ 0, \quad x_s<x\le s\end{cases},\ H(t,x,y)=\begin{cases}H(t,y), x\le x_s\\ 0, \quad x_s<x\le s\end{cases}, \tag{21}$$

де *s* – ширина або площина, зайнята частинками і агрегатами.

Усереднені значення вводимо в наступній формі:

$$\langle f\rangle=\frac{1}{x_s}\int_0^{x_s} f dx.$$

Проводячи процедуру усереднення до системи (14)–(20), а також враховуючи (21), отримуємо основну систему квазілінійних рівнянь:

$$\frac{\partial N}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial y}Nu_y^1=-kN^2\Delta+\frac{NH(1-H)^2\delta\rho ng\sin(\theta)}{Fx_s},$$
$$\frac{\partial H}{\partial t}+\frac{\partial}{\partial y}Hu_y^1=\frac{H^2(1-H)^2\delta\rho ng\sin(\theta)}{Fx_s},$$
$$\frac{\partial}{\partial y}\left[Hu_y^1+(1-H)u_y^2\right]=0, \tag{22}$$
$$H\frac{\partial p}{\partial y}+F\left(u_y^1-u_y^2\right)+\rho_s ng\,H\cos(\theta)=0,$$
$$(1-H)\frac{\partial p}{\partial y}-F\left(u_y^1-u_y^2\right)+\rho_f ng\,(1-H)\cos(\theta)=0.$$

При $\theta=0$ система (22) збігається з відповідною системою у випадку осідання частинок суспензії у вертикальних трубках.

З безрозмірними змінними:

$$Y=\frac{y}{L},\quad T=\frac{t}{T^*},\quad T^*=\frac{L}{u_0},\quad u_0=\frac{ng\delta\rho v_0^{2/3}}{\eta_f},\mathrm{W}=\frac{w}{w_0},\quad U_y^1=\frac{u_y^1}{u_0},\quad K=\frac{kL}{u_0w_0},$$

де T^* – характеристичний час, w_0 – об’єм одиничної частинки, рівняння для концентрації і середнього об’єму агрегату мають вигляд:

$$\frac{\partial W}{\partial T}+U_y^1\frac{\partial W}{\partial Y}=KH\Delta,$$
$$\frac{\partial H}{\partial T}+\frac{\partial}{\partial Y}HU_y^1=-\frac{H(1-H)^{4,5}W^{2/3}\sin(\theta)}{Lx_s}, \tag{23}$$
$$U_y^1(H,\mathrm{W},Y)=-(1-H)^{4,5}W^{2/3}\cos(\theta).$$

Початкові та граничні умови записуються наступним чином:

$$H(0,Y)=H_0,\ \mathrm{W}(0,Y)=1,\ U_y^1(T,L)=0\,. \tag{24}$$

Система (23) є гіперболічною, тому її розв’язок може бути отриманий методом характеристик.

Характеристичні рівняння та умови на характеристиках мають вигляд:

$$(I)\quad \frac{dY}{dT}=(1-H)^{4,5}W^{2/3}\cos(\theta),$$
$$(II)\quad \frac{dY}{dT}=-A(5.5H-1)\cos(\theta), \tag{25}$$

$$(I)\quad \frac{dW}{dT}=-KH\Delta,$$
$$(II)\quad \frac{2}{W}\left(\frac{dW}{dT}-KC\Delta\right)=\frac{13.5}{1-H}\left(\frac{dH}{dT}+H(1-H)^{4.5}\cos(\theta)\right)+\frac{H(1-H)A\sin(\theta)}{L}, \tag{26}$$

де $A=(1-H)^{3,5}W^{2/3}$.

В дисертаційній роботі проводяться аналогічні розрахунки і для більш ускладненої трифазної моделі суспензії частинок, що агрегують, яка враховує захоплення частини рідини всередині агрегатів. В цьому випадку маємо гіперболічну систему трьох квазілінійних рівнянь, розв’язок якої знаходиться методом характеристик.

За допомогою чисельних розрахунків виявлено, що збільшення початкової концентрації частинок, їх швидкості агрегації, зовнішньої рівномірної сили і кута нахилу прискорюють осідання, а будь-яке зростання в'язкості рідини сповільнює його, що є фізично доречним. При невеликому збільшенні кута нахилу осідання прискорюється, а при деяких критичних кутах починає сповільнюватися внаслідок вищого зсувного опору в дуже в'язкій масі компактно розташованих агрегатів. Отримані результати можна використовувати для оцінки стійкості суспензій.

У **четвертому розділі** розглянуто течії мікро- і нанорідин та їх властивості. Оскільки класична динаміка рідини, розроблена для макроскопічних систем, не повністю застосовна до суспензій мікро/наночастинок, запропоновано за граничні умови брати умови прослизання на стінці першого (для мікрорідин):

$$\left(u-u_w-\frac{2-\sigma}{\sigma}Kn\frac{\partial u}{\partial n}\right)\Bigg|_{\partial\Omega}=0, \tag{27}$$

і другого (для нанорідин) порядків:

$$\left(u-u_w-\frac{2-\sigma}{\sigma}Kn\left(\frac{\partial u}{\partial n}+\frac{Kn}{2}\frac{\partial^2 u}{\partial n^2}\right)\right)\Bigg|_{\partial\Omega}=0, \tag{28}$$

де u_w – швидкість стінки, $Kn=\lambda/L$ – число Кнудсена, λ – довжина вільного пробігу, L – характерна довжина, σ – безрозмірний імпульс, якого набуває частинка при зіткненні зі стінкою, n – нормаль до поверхні.

В дисертаційній роботі отримано розв'язки рівнянь Нав'є-Стокса для ламінарних течій суспензій мікро/наночастинок між паралельними пластинами та коаксіальними циліндрами, що обертаються, з урахуванням граничних умов прослизання першого та другого порядку на шорстких поверхнях.

Велика увага приділяється розв'язанню задачі про тришарову ламінарну течію мікро- та нанорідин між рухомими пластинами. Три незмішувані рідини з різними в'язкостями $\mu_{1,2,3}$ між двома паралельними пластинами рухаються зі швидкостями U_1 і $U_2>U_1$ (течія Куетта). Товщини шарів h_1, h_2-h_1 і $h-h_2$ вважаються постійними.

Розв'язок рівнянь Нав'є-Стокса в цьому випадку задається лінійною функцією:

$$u^{(j)}=C_1^{(j)}y+C_2^{(j)}, \tag{29}$$

де $j=1,2,3$, $C_{1,2}^{(j)}$ – константи інтегрування, які визначаються з умов прослизання, причому шорсткості верхньої і нижньої пластин вважаємо різними:

$$\begin{aligned}&\left(u^{(1)}-\alpha_1\frac{du^{(1)}}{dy}+\beta_1\frac{d^2u^{(1)}}{dy^2}\right)\Bigg|_{y=0}=U_1,\\&\left(u^{(3)}-\alpha_2\frac{du^{(3)}}{dy}+\beta_2\frac{d^2u^{(3)}}{dy^2}\right)\Bigg|_{y=h}=U_2,\end{aligned} \tag{30}$$

де $\alpha_{1,2} = a_{1,2}Kn$, $\beta_{1,2} = b_{1,2}Kn^2$, і умов неперервності швидкості і зсувного напруження на поверхнях взаємодії:

$$\left(u^{(1)} - u^{(2)}\right)\Big|_{y=h_1} = 0, \qquad \left(\mu_1 \frac{du^{(1)}}{dy} - \mu_2 \frac{du^{(2)}}{dy}\right)\Bigg|_{y=h_1} = 0,$$
$$\left(u^{(2)} - u^{(3)}\right)\Big|_{y=h_2} = 0, \qquad \left(\mu_2 \frac{du^{(2)}}{dy} - \mu_3 \frac{du^{(3)}}{dy}\right)\Bigg|_{y=h_2} = 0, \tag{31}$$

Тоді отримуємо швидкості кожного шару в безрозмірній формі:

$$V_1 = \frac{1}{\Delta_C}\left[\gamma_3 + \gamma_2 - \gamma_1 + \eta_2(u-1)Y\right],$$
$$V_2 = \frac{1}{\Delta_C}\left[\gamma_3 + \gamma_2 u - \gamma_1 u + \eta_1(u-1)Y\right], \tag{32}$$
$$V_3 = \frac{1}{\Delta_C}\left[\gamma_3 + \gamma_2 u - \gamma_1 + \eta_1\eta_2(u-1)Y\right],$$

де $V_{1,2,3} = u^{(1,2,3)}/U_1$, $Y = y/h$ – безрозмірні координати, $\Delta_C = l_1\eta_2(1-\eta_1) - l_2\eta_1(1-\eta_2) + \eta_1 + (a_1\eta_2 - a_2\eta_1)Kn$, $l_{1,2} = h_{1,2}/h$, $\eta_{1,2} = \mu_{1,2}/\mu_3$, $a_{1,2} = \alpha_{1,2}/h$, $u = U_2/U_1 > 1$, $\gamma_1 = \eta_1 l_2(1-\eta_2)$, $\gamma_2 = \eta_2 l_1(1-\eta_1)$, $\gamma_3 = \eta_1(1-a_2Kn) + u\eta_2 a_1$.

Використовуючи (32), знаходимо вираз для безрозмірної об'ємної витрати $q = Q/(U_1 h)$. В роботі проводяться чисельні розрахунки профілю швидкості й об'ємної витрати рідини при значеннях параметрів, які відповідають різним технічним і біологічним суспензіям мікро- та наночастинок.

Крім того, в дисертації розглядається задача про тришарову ламінарну течію незмішуваних мікро- та нанорідин між коаксіальними циліндрами, які обертаються з різними кутовими швидкостями, з урахуванням умови прослизання другого порядку. Два коаксіальних циліндри з віссю *0z* і радіусами R_1 і R_2 обертаються з кутовими швидкостями Ω_1 і Ω_2 ($\Omega_2 > \Omega_1$). Між циліндрами знаходяться три шари нестисливої рідини, різними за вмістом мікро/наночастинок, товщинами h_1, h_2, h_3, причому $h_1 + h_2 + h_3 = R_2 - R_1$, і в'язкостями $\mu_{1,2,3}$. Рух рідин описується стаціонарними рівняннями Нав'є-Стокса в циліндричних координатах з умовами прослизання на поверхнях $r = R_1$ і $r = R_2$, а також умовами неперервності швидкості та напружень:

$$r = R_1: \; v^1 - \Omega_1 R_1 - \alpha_1 \frac{dv^1}{dr} + \beta_1 \frac{d^2 v^1}{dr^2} = 0,$$
$$r = R_1 + h_1: v^1 = v^2, \quad \mu_1 \frac{\partial v^1}{\partial r} = \mu_2 \frac{\partial v^2}{\partial r},$$
$$r = R_1 + h_1 + h_2: \; v^2 = v^3, \quad \mu_2 \frac{\partial v^2}{\partial r} = \mu_3 \frac{\partial v^3}{\partial r}, \tag{33}$$
$$r = R_2: \; v^3 - \Omega_2 R_2 - \alpha_2 \frac{dv^3}{dr} + \beta_2 \frac{d^2 v^3}{dr^2} = 0,$$

де $v^{1,2,3}$ – швидкості течії рідини в шарах.

Розв’язок неоднорідної задачі знаходимо у вигляді:

$$v^j(r) = C_{j1} r + C_{j2} \frac{1}{r}, \tag{34}$$

де C_{j1}, C_{j2} – постійні інтегрування, які отримано з умов (33):

$$C_{21} = \frac{1}{\Delta}\left(B_1 \Delta_{23}^- - B_2 \Delta_{21}^-\right),\ C_{22} = \frac{1}{\Delta}\left(B_2 \Delta_{21}^+ - B_1 \Delta_{23}^-\right),$$

$$C_{11} = \mu_{21}^+ C_{21} + \frac{\mu_{21}^-}{2(R_1^+)^2} C_{22},\ C_{12} = \frac{\mu_{21}^-}{2(R_1^+)^2} C_{21} + \mu_{21}^+ C_{22},$$

$$C_{31} = \mu_{23}^+ C_{21} + \frac{\mu_{23}^-}{2(R_2^+)^2} C_{22},\ C_{32} = \frac{\mu_{23}^-}{2(R_2^+)^2} C_{21} + \mu_{22}^+ C_{22},$$

$$\Delta_{21}^+ = \mu_{21}^+ + \frac{A_1 \mu_{21}^- (R_1^+)^2}{R_1^- R_1^3},\ \Delta_{21}^- = \frac{\mu_{21}^-}{2(R_1^+)^2} + \frac{A_1 \mu_{21}^+}{R_1^- R_1^3},$$

$$\Delta_{23}^+ = \mu_{23}^+ + \frac{A_2 \mu_{23}^- (R_2^+)^2}{R_2^- R_2^3},\ \Delta_{23}^- = \frac{\mu_{23}^-}{2(R_2^+)^2} + \frac{A_2 \mu_{23}^+}{R_2^- R_2^3},$$

$$\Delta = \Delta_{21}^+ \Delta_{23}^- - \Delta_{23}^+ \Delta_{21}^-,\ B_1 = \frac{\Omega_1 R_1}{R_1^-},\ B_2 = \frac{\Omega_2 R_2}{R_2^-},$$

$$\mu_{21}^{\pm} = (1 \pm \mu_2 / \mu_1)/2,\ \mu_{23}^{\pm} = (1 \pm \mu_2 / \mu_3)/2,\ R_{1,2}^- = R_{1,2} - \alpha_{1,2},\ R_1^+ = R_1 + h_1,\ R_2^+ = R_1^+ + h_2.$$

Чисельні розрахунки залежностей $v^{1-3}(r)$ проводились при наборах значень параметрів, які відповідають різним мікро- і нанорідинам. Показано, що внаслідок великої кількості параметрів динамічна поведінка системи є складною і немонотонною. Спостерігаються лінійний, гіперболічній та змішані профілі поля швидкостей, а вплив коефіцієнтів прослизання може викликати зміни монотонності, градієнту швидкості і тертя на стінках. Використовуючи цю закономірність, можуть бути запроектовані ефективні мікро/нанорідинні пристрої з низькими або високими напруженнями тертя на стінках шляхом використання відповідних за властивостями рідин та матеріалів циліндричних поверхонь. Слід зазначити, що за допомогою результатів, отриманих в четвертому розділі, проведено узагальнення розрахункових формул для вимірювання в’язкості мікро- та нанорідин для ротаційного віскозиметра.

П’ятий розділ присвячено вивченню експериментальної частини дисертаційної роботи. Перш за все, розглядаються основні наявні методи діагностики швидкості осідання еритроцитів (ШОЕ), до яких належить і метод Панченкова та його модифікації. Власні експериментальні дослідження проводились на базі лабораторії алергології Державної установи «Інститут дерматології та венерології Національної академії наук України». Використовувались зразки венозної крові пацієнтів, які звертались в лабораторію для проведення тесту на алергію. Одну порцію крові досліджували як контрольний зразок, а в інші додавали невеликі кількості різних препаратів, призначених лікарем. Всі зразки розміщували в стандартні скляні капіляри Панченкова (d = 1 мм, L = 100 мм) і мікрокапіляри (d = 0,5 мм, L = 50 мм), та протягом 3 годин через кожні 10 хв досліджували висоту h прозорого шару плазми крові у верхній частині кожної трубки. В результаті дослідження були отримані седиментаційні криві $h(t)$ для всіх

зразків (Рис. 2). Стандартний показник ШОЕ визначався через 1 годину після початку осідання.

Також були обчислені криві похідних за часом $h^{/}(t)$. Результати досліджень показали, що додавання потенційного алергену впливає на швидкість осідання еритроцитів шляхом деякого прискорення або уповільнення швидкості. Криві $h^{/}(t)$ показують аналогічну динаміку з помітним максимумом при $t = t_{\max}$, який відповідає максимальній швидкості осідання еритроцитів, після чого спостерігається зменшення ШОЕ (Рис. 2). Під час аналізу експериментів було виявлено, що час $t_{\max}$ є надійним діагностичним показником, який майже не залежить від початкової концентрації еритроцитів, в'язкості плазми крові і умов проведення тесту, а отже може використовуватись в медичній практиці.

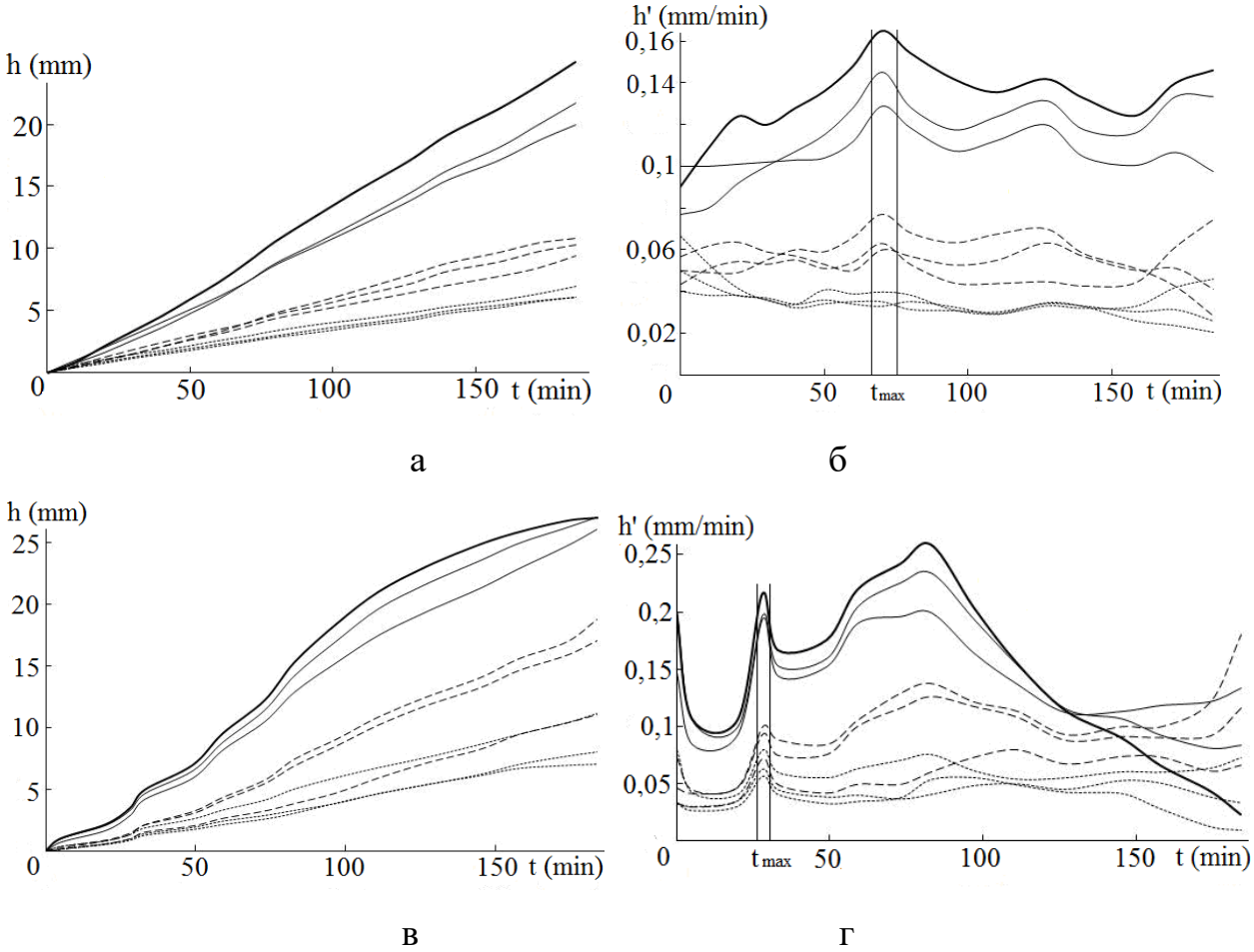

Рис. 2 Експериментальні криві $h(t)$ (а, в) і $h'(t)$ (б, г) тестів ШОЕ в трубках Панченкова (а, б) і мікротрубках (в, г)

Результати досліджень показали, що процеси осідання в трубках Панченкова і мікротрубках однакові для крові однієї й тієї ж людини, однак різниця між контрольним зразком і з алергенами виявилася чіткішою у мікрокапілярах. При цьому максимальна швидкість осідання була досягнута набагато раніше, а розсіювання було меншим, ніж у стандартних трубках.

Крім того, час t_{max} для всіх кривих осідання у мікротрубках знаходився в досить вузьких межах, що забезпечує високу точність в діагностиці алергії. Таким чином, при проведенні тесту в мікрокапілярах діагностична інформація може бути отримана швидше, точніше і з використанням меншої кількості крові. На основі отриманих результатів пропонується використовувати цей метод в медичній діагностиці як новий експрес-метод на малих об'ємах крові.

Слід зазначити, що протягом експериментів в деяких зразках було виявлено утворення розмитої границі між зоною чистої плазми крові та еритроцитів, що осідають. Це явище вперше пояснюється в дисертаційній роботі на основі трифазної моделі суспензії частинок, що агрегують.

ВИСНОВКИ

Дисертаційна робота присвячена дослідженню квазілінійних моделей осідання дво- та трифазних суспензій частинок, що агрегують, у вертикальних та похилих трубках в неоднорідному полі зовнішніх сил. У першому розділі зроблено огляд та аналіз наукових праць. У другому розділі досліджено квазілінійні системи двох та трьох диференціальних рівнянь гіперболічного типу, які описують осідання частинок суспензії, що агрегують, у вертикальних трубках в неоднорідному полі зовнішніх сил. Новим є те, що область, де шукається розв'язок задач, має рухомі границі з різними крайовими умовами на них. Однією з основних розглянутих проблем є еволюційність (стійкість) сильних розривів. Розв'язання цієї проблеми пов'язано з аналізом співвідношень для характеристичних швидкостей та швидкості переміщення поверхні розриву. Проведено детальне дослідження умов існування різних типів розв'язків. Отримані результати були підтверджені за допомогою чисельних розрахунків методом динаміки частинок, який дозволяє проводити комп'ютерні симуляції при будь-якій геометрії та розташуванні трубки, а також розміру і форми частинок. На основі трифазної моделі запропоновано новий апаратно-програмний комплекс для оцінки індексу «старіння» технічних рідин, стану мікробіологічних суспензій або медичної діагностики. Крім того, обговорюється застосування результатів для розв'язування різних прикладних задач. У третьому розділі досліджено математичні моделі дво- та трифазної суспензій частинок, що агрегують, у похилих трубках в неоднорідному полі зовнішніх сил. Проведено узагальнення ефекту Бойкотта на випадок цих суспензій. Встановлено зв'язок між кутом нахилу трубки та швидкістю осідання частинок. У четвертому розділі знайдено розв'язки рівнянь Нав'є-Стокса для ламінарних течій суспензій мікро/наночастинок між паралельними пластинами та коаксіальними циліндрами, що обертаються, з урахуванням граничних умов прослизання першого та другого порядку на шорстких поверхнях. Проведено узагальнення розрахункових формул для ротаційного віскозиметра для вимірювання в'язкості мікро- і нанорідин. У п'ятому розділі проаналізовано експериментальні дослідження

та проведено їх порівняння з теоретичними результатами. Отримано новий показник для використання в медицині, зокрема для виявлення алергії. Проведено дослідження ШОЕ у мікрокапілярах з метою пришвидшення та вдосконалення існуючих методів.

У дисертації отримані наступні нові результати:

- Досліджено та проаналізовано математичні моделі агрегації, основані на рівнянні Смолуховського і його модифікаціях. Досліджено різні механізми агрегації біологічних частинок, зокрема еритроцитів крові.
- Досліджено та проаналізовано континуальні моделі крові з урахуванням агрегації еритроцитів, математичні моделі суспензій частинок, що осідають у похилих трубках, а також дискретні моделі, які описують динаміку мікро- і наночастинок в суспензіях.
- Досліджено квазілінійні моделі осідання частинок дво- та трифазної суспензій, що агрегують, у вертикальних трубках в неоднорідному полі зовнішніх сил, де розв'язок знаходиться в області, яка має дві рухомі границі з різними крайовими умовами на них. Проаналізовано різні режими процесу осідання та досліджено сильні розриви на еволюційність.
- Проведено чисельні розрахунки кривих осідання та їх зіставлення з результатами експериментальних вимірювань. Вперше на основі трифазної моделі досліджено розмір та динаміку розмитої границі між зонами чистої плазми крові та агрегатів, що осідають, яка з'являється, наприклад, при алергії на медичні препарати. Отримані результати перевірено чисельними розрахунками методом динаміки частинок.
- Отримано вирази для швидкості агрегації в рамках континуальної та дискретної моделей кінетики агрегації частинок.
- Досліджено квазілінійні моделі осідання частинок дво- та трифазної суспензій, що агрегують, у похилих трубках в неоднорідному полі зовнішніх сил. Проведено узагальнення ефекту Бойкотта на випадок суспензій, що агрегують. Отримано оптимальний кут нахилу, при якому частинки осідають з максимальною швидкістю.
- Отримано розв'язки рівнянь Нав'є-Стокса для ламінарних течій суспензій мікро/наночастинок між паралельними пластинами та коаксіальними циліндрами, що обертаються, з урахуванням граничних умов прослизання першого та другого порядку на шорстких поверхнях. Отримано розв'язки задач про тришарову ламінарну течію незмішуваних мікро- та нанорідин між рухомими пластинами та коаксіальними циліндрами, що обертаються з різними кутовими швидкостями і мають різні шорсткості.
- Проведено узагальнення розрахункових формул для ротаційного віскозиметра для вимірювання в'язкості мікро- і нанорідин. Показано, що шляхом правильного вибору шорсткості стінки, в'язкості рідини, товщини приграничних шарів та ін. можна

контролювати роботу відповідних мікро/нанорідинних пристроїв, чим підвищувати їх ефективність.

- Вперше запропонований і обґрунтований показник t_{max} часу досягнення максимальної швидкості осідання еритроцитів для виявлення алергії на харчові продукти та лікарські препарати. Досліджено осідання частинок крові в мікротрубках з метою використання його як нового експрес-методу медичної діагностики на малих об'ємах крові.

СПИСОК ПУБЛІКАЦІЙ ЗДОБУВАЧА ЗА ТЕМОЮ ДИСЕРТАЦІЇ

<u>Наукові праці у наукових фахових виданнях України:</u>

1. Кизилова, Н.Н., **Черевко, В.А.**: Гравитационная седиментация эритроцитов: эксперименты и теоретическая модель. Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. Серія «Математика, прикладна математика і механіка». **875**, 80–94 (2009)

2. **Баранець, В.О.**, Кізілова, Н.М.: Дослідження течій мікро/нанорідин між двома рухомими циліндрами. Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Серія «Фізико-математичні науки». **2**, 45–50 (2018)

3. **Баранец, В.А.**, Кизилова, Н.Н.: Дискретное моделирование агрегации и оседания микро- и наночастиц в суспензиях. Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. Серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління». **40**, 4–15 (2018)

4. **Baranets, V.**, Kizilova, N.: Mathematical Modeling of Particle Aggregation and Sedimentation in Inclined Tubes. Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. Серія «Математика, прикладна математика і механіка». **90**, 42–59 (2019)

5. **Баранец, В.А.**, Кизилова, Н.Н., Дацок, О.М.: Аппаратно-программный комплекс для исследования процессов оседания в технических и биологических суспензиях агрегирующих микро- и наночастиц. Вісник Харківського національного університету імені В. Н. Каразіна. Серія «Математичне моделювання. Інформаційні технології. Автоматизовані системи управління». **42**, 4–11 (2019) *Особистий внесок здобувача:* *Створення бази даних та написання програмного коду*.

6. **Baranets, V.O.**, Kizilova, N.M.: On hyperbolicity and solution properties of the continual models of micro/nanoparticle aggregation and sedimentation in

concentrated suspensions**.** Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Серія «Фізико-математичні науки». **4**, 60–63 (2019)

<u>Наукові праці у зарубіжних спеціалізованих виданнях:</u>

7. Кизилова, Н.Н., **Черевко, В.А.**: Математические модели агрегации биологических макро- и наночастиц. Механика. Научные исследования и учебно-методические разработки. **8**, 92–99 (2014)

8. Кизилова, Н.Н., **Черевко, В.А.**: Моделирование ламинарного течения несмешивающихся суспензий микро- и наночастиц в микроканалах. Механика. Исследования и инновации. **1**(9), 47–53 (2016)

9. **Баранец, В.А.**, Дацок, О.М., Кизилова, Н.Н.: Математическое моделирование оседания агрегирующих микрочастиц суспензий во внешнем поле сил. Механика. Исследования и инновации. **12**(12), 5–15 (2019) *Особистий внесок здобувача: Розрахунки та аналіз результатів.*

<u>Наукові праці, які засвідчують апробацію матеріалів дисертації.</u>
<u>Статті в матеріалах конференцій:</u>

10. **Cherevko, V.**, Kizilova, N.: Complex flows of immiscible microfluids and nanofluids with velocity slip bounary conditions. In: Fesenko O., Yatsenko L. (eds.) Nanophysics, Nanomaterials, Interface Studies, and Applications, 4th International Conference on Nanotechnology and Nanomaterials, NANO 2016, Lviv, 24– 27August 2016. Springer Proceedings in Physics, vol. 195, pp. 207–228. Springer, Cham (2017) (Scopus).

11. Kizilova, N., Batyuk, L., **Baranets, V.**: Human Red Blood Cell Properties and Sedimentation Rate: a Biomechanical Study. In: Arkusz K., Bedzinski R., Klekiel T., Piszczatowski S. (eds.) Biomechanics in Medicine and Biology, Proceedings of the International Conference of the Polish Society of Biomechanics, BIOMECHANICS 2018, Zielona Gora, Poland, **5–**7 September 2018. Springer Series “Advances in Intelligent Systems and Computing”, vol. 831, pp. 3–22. Springer, Cham (2019) (Scopus). *Особистий внесок здобувача: Розв’язок задачі та проведення чисельних розрахунків*.

12. Черевко, В.А.: Исследование оседания эритроцитов в трубках разной длины. В: Жолткевич Г. М. (ред.) Сучасні проблеми математики та її застосування у природничих науках та інформаційних технологіях, Харків, 23–25 травня 2007 р. Сборник материалов международной научной конференции для студентов и аспирантов, сс. 152–155. ХНУ, Харків (2007)

13. **Черевко, В.А.**, Кизилова, Н.Н.: Диагностический анализ кривых оседания эритроцитов: экспериментальные данные и теоретическая модель. В: Жолткевич Г. М. (ред.) Тараповські читання, Харків, 21–25 квітня 2008 р. Збірник матеріалів міжнародної наукової школи-конференції, сс. 142–145. ХНУ, Харків (2008)

14. Кизилова, Н.Н., **Черевко, В.А.**: Теоретическое и экспериментальное исследование оседания эритроцитов как агрегирующихся частиц в неоднородном поле сил. В: Александров В. М. и др. (ред.) Современные проблемы механики сплошной среды, Ростов-на-Дону, 12–15 октября 2009 г. Труды XIII Международной конференции, том II, сс. 98–102. Изд-во ЮФУ, Ростов-на-Дону (2009)

15. **Cherevko, V.A.**, Kizilova, N.N.: Particle aggregation and sedimentation in non-uniform fields for evaluation the suspension stability. В: Тропіна А. А. та ін. (ред.) Математичне моделювання прикладних задач математики, фізики, механіки, Харків, 10–25 травня 2013 р. Матеріали Міжнародної науково-практичної інтернет-конференції, pp. 3–6. Екограф, Харків (2013)

16. Kizilova, N., **Cherevko, V.**: Mathematical modeling of particle aggregation and sedimentation in concentrated suspensions. In: Leniowska L., Korzynski M. (eds.) Mechanika w Medycynie 12, Rzeszow, Poland, 25–26 wrzesnia 2014 r. XII Miedzynarodowe Seminarium Naukowe “Mechanika w Medycynie”, pp. 43–52. Wyd. Politechniki Rzeszowskiej, Rzeszow (2014)

17. **Баранец, В.А.**, Кизилова, Н.Н.: Обзор дискретных моделей динамики наночистиц в суспензиях. В: Азарєнков М.О. та ін. (ред.) Методи дискретних особливостей в задачах математичної фізики (МДОЗМФ-2017), Харків, 26–27 червня 2017 р. Праці XVIII Міжнародного симпозіуму, сс. 39–42. ХНУ імені В. Н. Каразіна, Харків (2017)

<u>Тези доповідей на наукових конференціях:</u>

18. Кизилова, Н.Н., **Черевко, В.А.**: Моделирование агрегации и оседания частиц суспензий в трубках в поле гравитационных и центробежных сил. В: Тезисы докладов XV Международной конференции по вычислительной механике и современным прикладным программным системам, Алушта, 25–31 травня 2007 р.

19. Черевко, В.А.: Исследование динамических кривых оседания эритроцитов в трубках разной длины. В: Тези доповідей міжнародної наукової конференції студентів та молодих вчених «Актуальні питання в сучасній медицині», Харків, 26–28 березня 2007 р.

20. Кизилова, Н.Н., **Черевко, В.А.**: Исследование показателей оседания эритроцитов крови в норме и патологии. В: Тезисы докладов 24 симпозиума по реологии, Карачарово, 3–7 июня 2008 г.

21. Кизилова, Н.Н., **Черевко, В.А.**: Моделирование оседания эритроцитов крови. В: Тезисы докладов Всероссийской конференции «Новые математические модели механики сплошных сред: построение и изучение», Новосибирск, 23–28 апреля 2009 г.

22. Кизилова, Н.Н., **Черевко, В.А.**: Исследование оседания эритроцитов в однородном и неоднородном поле сил: эксперименты и трехфазная модель суспензии агрегирующих частиц. В: Тезисы докладов X Всероссийской конференции «Биомеханика-2010», Саратов, 17–22 мая 2010 г.

23. **Черевко, В.А.**, Кизилова, Н.Н.: Исследование оседания и агрегации эритроцитов с учетом влияния неоднородного поля центробежных сил. В: Тези доповідей IV наукової конференції для студентів і аспірантів «Сучасні проблеми математики та її застосування у природничих науках та інформаційних технологіях», Харків, 14–15 травня 2010 р.

24. **Черевко, В.А**., Кизилова, Н.Н.: Механизмы агрегации и их влияние на оседание частиц агрегирующих суспензий в неоднородном внешнем поле. В: Тези доповідей міжнародної конференції, присвяченої 50-річчю механіко-математичного факультету, «Сучасні проблеми математики та її застосування у природничих науках та інформаційних технологіях», Харків, 17–22 квітня 2011 р.

25. **Черевко, В.А.**, Кизилова, Н.Н.: Математическое моделирование суспензий агрегирующих частиц. В: Тези доповідей VI наукової конференції для студентів і аспірантів «Сучасні проблеми математики та її застосування у природничих науках та інформаційних технологіях», Харків, 24–26 квітня 2012 р.

26. **Черевко, В.А.**, Кизилова, Н.Н.: Агрегация и оседание эритроцитов крови в условиях гипер- и гипогравитации. В: Тезисы докладов 8-й Всероссийской школы-семинара «Математическое моделирование и биомеханика в современном университете», Ростов-на-Дону, 27–31 мая 2013 г.

27. **Черевко, В.А.**, Кизилова, Н.Н.: Моделирование кинетики агрегации эритроцитов крови. В: Тези доповідей III Міжнародної наукової конференції «Сучасні проблеми механіки», Київ, 27–29 серпня 2015 р.

28. **Cherevko, V.**, Kizilova, N.: Second order velocity slip boundary conditions and Fahraeus-Lindqvist effect in nanofluids and microfluids. In: Abstracts of the 7th International Conference “Physics of Liquid Matter: Modern Problems”, Київ, 27–31 травня 2016 р.

29. **Cherevko, V.**, Kizilova, N.: Complex flows of immiscible microfluids and nanofluids between coaxial tubes. In: Book of abstracts of the 4-th International research and practice conference «Nanotechnology and Nanomaterials NANO-2016», Львів, 24–27 серпня 2016 р.

30. Черевко, В.А.: Течение несмешивающихся нано и микрожидкостей между вращающимися коаксиальными цилиндрами. В: Тези доповідей 5-ї Міжнародної наукової онлайн-конференції «Тараповські читання», Харків, 1–15 березня 2016 р.

31. Batyuk, L.V., Kizilova, N.N., **Baranets, V.A.**: Dielectric properties of micro/nanoparticle suspensions at low and room temperatures: a thermodynamic approach. In: Abstracts book and Conference program of IX International Conference for Professionals and Young Scientists "Low Temperature Physics" dedicated to 100th anniversary of the National Academy of Sciences of Ukraine, Харків, 4–8 червня 2018 р. *Особистий внесок здобувача**:** Розрахунки та аналіз результатів.*

<u>Наукові праці, які додатково відображають наукові результати дисертації:</u>

32. **Черевко, В.А.**, Кизилова, Н.Н.: Математические модели агрегации частиц в биоколлоидах и суспезниях. В: Ефименко А. В. (ред.) Ученый, Учитель, Человек. К 85-летию со дня рождения И. Е. Тарапова, сс. 299–320. Новое слово, Харьков, (2011)

33. **Cherevko, V.A.**, Kizilova, N.N.: Particle aggregations and sedimentation in non-uniform fields for evaluation of the suspension stability. В: Тропіна А.А. (ред.) Математичне моделювання в науці та техніці. Збірник наукових праць, **1**, сс. 41–43. Харків, (2014)

34. Kizilova, N.M., **Cherevko, V.O.**: Modeling of red blood cell aggregation during the test on allergy. Вісник Київського національного університету імені Тараса Шевченка. Серія «Фізико-математичні науки». **Спецвипуск**, 287–292 (2015)

35. Кізілова, Н.М., **Черевко, В.О.**: Спосіб діагностики медикаментозної та харчової алергії. Україна Патент 57165, 10 лютого 2011

АНОТАЦІЯ

Баранець В. О. Задачі механіки суспензій частинок, що агрегують. – Кваліфікаційна наукова праця на правах рукопису.

Дисертація на здобуття наукового ступеня кандидата фізико-математичних наук за спеціальністю 01.02.05 – Механіка рідини, газу

та плазми. – Харківський національний університет імені В. Н. Каразіна Міністерства освіти і науки України. – Харків, 2021.

Дисертаційна робота присвячена постановці та розв’язанню задач про осідання частинок дво- та трифазної суспензій, що агрегують, у вертикальних та похилих трубках в неоднорідному полі зовнішніх сил. За допомогою методу характеристик знайдено рівняння сімейств характеристик та умови на них. Проведено дослідження умов існування різних типів розв’язків, а також детальний аналіз умов на границях.

Проведено узагальнення ефекту Бойкотта на випадок суспензій, що агрегують, а також досліджено залежність швидкості осідання від кута нахилу трубки. Розв’язано задачі про тришарову ламінарну течію незмішуваних мікро/нанорідин між рухомими пластинами та коаксіальними циліндрами, що обертаються з різними кутовими швидкостями і мають різні шорсткості.

В експериментальній частині роботи досліджено осідання еритроцитів крові в стандартних і мікрокапілярах. На основі отриманих даних запропоновано новий показник для виявлення алергії на медикаменти та харчові продукти, а також експрес-метод на малих об’ємах крові з використанням мікротрубок.

Ключові слова: агрегація, седиментація, швидкість осідання, швидкість агрегації, двофазна суспензія, трифазна суспензія, квазілінійна система, метод характеристик, метод динаміки частинок, мікрочастинки, наночастинки, граничні умови прослизання, течія Куетта, течія Пуазейля, седиментаційні криві.

АННОТАЦИЯ

Баранец В. А. Задачи механики суспензий агрегирующих частиц. – Квалификационная научная работа на правах рукописи.

Диссертация на соискание ученой степени кандидата физико-математических наук по специальности 01.02.05 – Механика жидкости, газа и плазмы. – Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина Министерства образования и науки Украины. – Харьков, 2021.

Диссертационная работа посвящена постановке и решению задач об оседании агрегирующих частиц двух- и трехфазной суспензий в вертикальных и наклонных трубках в неоднородном поле внешних сил. С помощью метода характеристик найдены уравнения семейств характеристик и условия на них. Исследованы условия существования различных типов решений задачи об оседании частиц трехфазной суспензии в вертикальных трубках и проведен анализ эволюционности (устойчивости) возникающих сильных разрывов. Поставленное в работе условие определяет существование и устойчивость данных разрывов. Дискретным методом динамики частиц получены численные расчеты, которые подтверждают результаты, найденные методом характеристик.

Проведены численные расчеты при вариации параметров модели в соответствии с физиологическими данными. Методами теории размерностей получены наборы выражений для различных скоростей агрегации для линейной и квадратичной зависимостей от угловой скорости вращения центрифуги. На основе трехфазной модели проанализированы экспериментальные данные кривых оседания частиц в тонкой вертикальной трубке, позволяющие исследовать различные режимы седиментационного процесса, влияние параметров модели на скорость оседания и оценить агрегационную способность частиц суспензии.

Проведено обобщение эффекта Бойкотта в случае агрегирующих суспензий. С помощью численных расчетов исследована зависимость скорости оседания частиц от угла наклона трубки. Установлено, что увеличение начальной концентрации частиц, их скорости агрегации, внешней равномерной силы и угла наклона ускоряют оседание, а любое возрастание вязкости жидкости замедляет его. Так или иначе, поведение ускорения разное. При небольшом увеличении угла наклона оседания ускоряется, а при некоторых критических углах начинает замедляться вследствие более высокого сдвигового сопротивления в очень вязкой массе компактно расположенных агрегатов. Получен оптимальный угол, при котором частицы оседают с максимальной скоростью.

В работе получены решения уравнений Навье-Стокса для ламинарных течений суспензий микро/наночастиц между параллельными пластинами и коаксиальными вращающимися цилиндрами с учетом граничных условий проскальзывания первого и второго порядка на шероховатых стенках. Решена задача о трехслойном ламинарном течении несмешивающихся микро- и наножидкостей между движущимися пластинами, имеющими разные шероховатости. Кроме того, предложена модель, обобщающая классическую задачу о ламинарном течении вязкой жидкости между коаксиальными цилиндрами, вращающимися с разными скоростями, в случае микро- или наножидкостей с учетом условий проскальзывания первого и второго порядков соответственно, а также наличия слоев несмешиваемых жидкостей с различной вязкостью или одной суспензии микро/наночастиц с различными концентрациями в результате взаимодействия частиц с шероховатыми стенками. Показано, что за счет большого количества параметров динамическое поведение системы становится сложным и немонотонным. Проведено обобщение расчетных формул для ротационного вискозиметра для измерения вязкости микро- и наножидкостей.

В экспериментальной части работы исследовано оседание эритроцитов крови в стандартных и микрокапиллярах. В ходе проведения исследований была выявлена различная динамика кривых оседания, возникновение или отсутствие размытой границы между зонами чистой плазмы крови и оседающих агрегатов. На основе полученных данных предложен новый показатель (время достижения максимальной скорости оседания) для определения аллергии на медикаменты и пищевые продукты. В результате экспериментов, проведенных в микрокапиллярах, было обнаружено, что этот

показатель в разных трубках совпадает очень хорошо, а во многих случаях и сама величина максимума скорости одинакова. Полученные данные позволяют утверждать, что проведение теста в микротрубках является точным и требует меньшего количества необходимой крови и времени, что значительно упрощает процедуру проведения теста и уменьшает степень ее болезненности для пациента.

Ключевые слова: агрегация, седиментация, скорость оседания, скорость агрегации, двухфазная суспензия, трехфазная суспензия, квазилинейная система, метод характеристик, метод динамики частиц, микрочастицы, наночастицы, граничные условия проскальзывания, течение Куэтта, течение Пуазейля, седиментационные кривые.

ABSTRACT

Baranets V. O. Problems of the mechanics of aggregating particles suspensions. – Qualifying scientific work is as a Manuscript.

Thesis for a Candidate Degree in Physical and Mathematical Sciences, Speciality 01.02.05 – mechanics of fluid, gas and plasma. – V.N. Karazin Kharkiv National University of the Ministry of Education and Science of Ukraine. – Kharkiv, 2021.

The PhD thesis deals with the formulation and solution of problems on the sedimentation of aggregating particles of two- and three-phase suspensions in vertical and inclined tubes in an inhomogeneous field. Using method of characteristics the equations of families of characteristics and the conditions on them are found. The conditions of existence of various types of solutions and detailed analysis of the conditions at the boundaries are studied.

The Boycotte effect in the case of aggregating suspensions is generalized. The dependence of the sedimentation rate on the inclination angle of the tube is investigated. The problems of three-layer laminar flow of immiscible micro/nanofluids between moving plates and coaxial cylinders rotating at different angular velocities and having different roughness are solved.

In the experimental part of the work the sedimentation of erythrocytes in standard tubes and microtubes is investigated. Based on the obtained data a new index for detection of allergies to drugs and food and a rapid method on small volumes of blood using microtubes are proposed.

Key words: aggregation, sedimentation, sedimentation rate, aggregation rate, two-phase suspension, three-phase suspension, quasilinear system, method of characteristics, particle dynamics method, microparticles, nanoparticles, slip conditions, Couette flow, Poiseuille flow, sedimentation curves.