

К-14038

ISSN 0135-18

П300638

ВЕСТНИК

ХАРЬКОВСКОГО
УНИВЕРСИТЕТА

№ 203

Вып 9

1980г

РАДИОФИЗИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

Выпуск 9

МИНИСТЕРСТВО ВЫСШЕГО И СРЕДНЕГО
СПЕЦИАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ УССР

193

ВЕСТНИК

ХАРЬКОВСКОГО
УНИВЕРСИТЕТА

№ 203

РАДИОФИЗИКА И ЭЛЕКТРОНИКА

ВЫПУСК 9

Основан в 1971 г.

ХАРЬКОВ
ИЗДАТЕЛЬСТВО ПРИ ХАРЬКОВСКОМ
ГОСУДАРСТВЕННОМ УНИВЕРСИТЕТЕ
ИЗДАТЕЛЬСКОГО ОБЪЕДИНЕНИЯ «ВИЩА ШКОЛА»
1980

32.841 + 32.85

УДК 621.3

Радиофизика и электроника, вып. 9. Вестн. Харьк. ун-та, № 203. Харьков: Вища школа. Изд-во при Харьк. ун-те, 1980. — 104 + 8 с.

В вестнике рассмотрены вопросы дифракции, распространения радиоволн в различных средах, газового разряда, генерации и индикации СВЧ-мощности полупроводниковыми приборами, а также задачи биофизики и радиоспектроскопии.

Для специалистов в области радиофизики и электроники.

Списки лит. в конце статей.

Редакционная коллегия: Н. А. Хижняк (отв. ред.), Л. Д. Степин (отв. секр.), Н. Н. Горобец, В. М. Кузьмичев, В. А. Мисюра, Э. Д. Прохоров, В. М. Седых, О. А. Третьяков, Л. Д. Фесенко.

Печатается по постановлению Ученого совета радиофизического факультета от 20 апреля 1979 г.

Адрес редакционной коллегии: 310077, Харьков-77, пл. Дзержинского, 4, университет, радиофизический факультет. Тел. 40-14-76.

Редакция естественнонаучной литературы

30407—043
В М226(04)-80

© Харьковский государственный университет, 1980

А. И. АДОНИНА, канд. физ.-мат. наук,
Н. В. ВЕРЕМЕЙ

РЕШЕТКА ИЗ БРУСЬЕВ С ЭКРАНОМ И КОНЕЧНОЙ ПРОВОДИМОСТЬЮ МАТЕРИАЛОВ, БЛИЗКОЙ К ИДЕАЛЬНОЙ

Рассмотрим решетку, состоящую из брусьев с поперечным сечением прямоугольной формы, имеющих проводимость σ_1 (волновое сопротивление ω_1), от которой на расстоянии a расположен экран с проводимостью σ_2 (волновым сопротивлением ω_2). Проводимость материала решетки и экрана близка к идеальной. На рассматриваемое устройство падает E - или H -поляризованная электромагнитная волна под углом α . Период решетки — l , расстояние между брусьями — d , толщина брусьев — $2h$.

Влияние конечной проводимости материала брусьев и экрана на рассеянное поле учтем при помощи импедансных граничных условий Леонтовича, которые для проводников, близких к идеальным, достаточно точно описывают поведение поля на границе. Не повторяя рассуждений, приведенных в работе [1], запишем поля над решеткой ($z \geq h$), между решеткой и экраном ($-a \leq z \leq -h$) и между брусьями ($|z| \leq h$):

$$\begin{aligned} E_{x1}, H_{x1} &= e^{i(h_0 y - \gamma_0 z)} + \sum_{(n)} a_n^{E,H} e^{i h_n y} e^{i \gamma_n (z-h)}, \quad z \geq h; \\ E_{x2} H_{x2} &= \sum_{(n)} [b_n^{E,H} e^{i \gamma_n (h-z)} + d_n e^{i \gamma_n z}] e^{i h_n y}, \quad -a \leq z \leq -h; \\ E_x^0, H_x^0 &= \sum_{(m)} [\alpha_m \cos \omega_m^{E,H} z + \beta_m \sin \omega_m^{E,H} z] \Delta_m^{E,H}(y), \quad |z| \leq h \end{aligned} \quad (1)$$

где

$$\begin{aligned} h_0 &= k \sin \alpha; \quad \gamma_0 = k \cos \alpha; \quad h_n = h_0 + \frac{2\pi n}{l}; \quad \gamma_n = \sqrt{k^2 - h_n^2}; \\ \omega_m^{E,H} &= \sqrt{k^2 - \left(\frac{\mu_m^{E,H} \pi}{d}\right)^2}; \quad \Delta_m^E(y) = \cos \frac{\mu_m^H \pi}{d} \left(y + \frac{d}{2}\right) - \\ &- i \omega_1 \frac{k d}{\mu_m^H \pi} \sin \frac{\mu_m^H \pi}{d} \left(y + \frac{d}{2}\right); \quad \Delta_m^E(y) = \sin \frac{\mu_m^E \pi}{d} \left(y + \frac{d}{2}\right) + \end{aligned} \quad (2)$$

$+i\omega_1 \frac{\mu_m^E \pi}{kd} \cos \frac{\mu_m^E \pi}{d} \left(y + \frac{d}{2}\right)$; $\mu_m^{E,H}$ — корни характеристических уравнений:

$$\operatorname{tg} \mu_m^E \pi = \frac{-2i\omega_1 \gamma_m^E \pi / kd}{1 + (\omega_1 \mu_m^E \pi / kd)^2}; \quad (3a)$$

$$\operatorname{tg} \mu_m^H \pi = \frac{-2i\omega_1 kd / \mu_m^H \pi}{1 + (\omega_1 kd / \mu_m^H \pi)^2}. \quad (3b)$$

Подчиним поля граничным условиям Леонтовича [1] на экране ($z = -a$) и на брусках ($y = \pm h$, $d/2 \leq z \leq l - d/2$) и выполним условие непрерывности тангенциальных компонент электрического и магнитного полей на щели ($y = \pm h$, $|z| \leq d/2$). В результате получим систему функциональных уравнений (индекс E соответствует E -поляризованному полю, H - H -поляризованному), $|y| \leq \frac{d}{2}$,

$$\begin{aligned} -i \sum_{(n)} \gamma_n b_n^{E,H} [1 + \gamma_n^{E,H}] e^{ihn y} &= \sum_{m=1}^{\infty} \omega_m^{E,H} [\alpha_m \sin \omega_m^{E,H} \cdot h + \\ &+ \beta_m \cos \omega_m^{E,H} h] \Delta_m^{E,H}(y); \quad \sum_{(n)} b_n^{E,H} [1 - \gamma_n^{E,H}] e^{ihn y} = \sum_{m=1}^{\infty} \times \\ \times [\alpha_m \cos \omega_m^{E,H} h - \beta_m \sin \omega_m^{E,H} h] \Delta_m^{E,H}(y); \quad -i\gamma_0 e^{-i\gamma_0 h} e^{ih_0 y} + \\ + \sum_{(n)} i\gamma_n a_n^{E,H} e^{ihn y} &= \sum_{m=1}^{\infty} \omega_m^{E,H} [-\alpha_m \sin \omega_m^{E,H} h + \beta_m \cos \omega_m^{E,H} h] \Delta_m^{E,H}(y); \\ e^{-i\gamma_0 h} e^{ih_0 y} + \sum_{(n)} a_n^{E,H} e^{ihn y} &= \sum_{m=1}^{\infty} [\alpha_m \cos \omega_m^{E,H} h + \beta_m \sin \omega_m^{E,H} h] \Delta_m^{E,H}(y); \\ \frac{d}{2} \leq y \leq l - \frac{d}{2}; \end{aligned} \quad (4)$$

E -поляризация:

$$\sum_{(n)} b_n^E (1 - \gamma_n^E) e^{ihn y} = -\frac{\omega_1}{k} \sum_{(n)} b_n^E \gamma_n (1 + \gamma_n^E) e^{ihn y}; \quad (5a)$$

$$e^{-i\gamma_0 h} e^{ih_0 y} + \sum_{(n)} a_n^E e^{ihn y} = \frac{\omega_1}{k} \{ \gamma_0 e^{ih_0 y} e^{-i\gamma_0 h} - \sum_{(n)} a_n^E \gamma_n e^{ihn y} \};$$

H -поляризация:

$$\sum_{(n)} b_n^H \gamma_n [1 + \eta_n^H] e^{i h_n y} = k w_1 \sum_{(n)} b_n^H [1 - \eta_n^H] e^{i h_n y};$$

$$\sum_{(n)} \gamma_n a_n e^{i h_n y} - \gamma_0 e^{-i \gamma_0 h} e^{i h_0 y} = k w_1 \{ e^{-i \gamma_0 h} e^{i h_0 y} + \sum_{(n)} a_n^H e^{i h_n y} \}, \quad (56)$$

где

$$\eta_n^E = \frac{k - w_2 \gamma_n}{k + w_2 \gamma_n} e^{2i \gamma_n a}; \quad \eta_n^H = \frac{k w_2 - \gamma_n}{k w_2 + \gamma_n} e^{2i \gamma_n a}.$$

Искомые коэффициенты Фурье ($a_n^{E,H}$, $b_n^{E,H}$) определим методом Фурье, применив к (4), (5) алгоритм преобразований, предложенный в работе [2] (этот алгоритм дает возможность получать бесконечные системы линейных алгебраических уравнений второго рода, эквивалентные функциональным уравнениям типа (4), (5)). $\Delta_m^{E,H}(y)$ образуют неортогональную систему функций, поэтому, чтобы можно было применить метод Фурье, необходимо ортогонализировать их. Эта идея использовалась в работе [1] при получении бесконечных систем линейных алгебраических уравнений первого рода для аналогичной задачи. Процесс ортогонализации при исследовании структур, близких к идеальным, можно обойти. Корни характеристических уравнений (3а, 3б) для $w_i \ll 1$ мало отличаются от целочисленных значений, поэтому представим их как $\mu_m^{E,H} = m + w_1 \alpha^{E,H}$. Разложим $\Delta_m^{E,H}(y)$ по малому параметру $w_1 \alpha^{E,H}$, ограничившись членами, пропорциональными w_1 :

$$\Delta_m^E = \sin \frac{m\pi}{d} \left(y + \frac{d}{2} \right) + w_1 \cos \frac{m\pi}{d} \left(y + \frac{d}{2} \right) \times \\ \times \left\{ \alpha^E \frac{\pi}{d} \left(y + \frac{d}{2} \right) + i \frac{m\pi}{kd} \right\}; \quad (6)$$

$$\Delta_m^H = \cos \frac{m\pi}{d} \left(y + \frac{d}{2} \right) + w_1 \sin \frac{m\pi}{d} \left(y + \frac{d}{2} \right) \left\{ \alpha^H \frac{\pi}{d} \left(y + \frac{d}{2} \right) + \right. \\ \left. + i \frac{kd}{m\pi} \right\}.$$

Полученные в (6) $\Delta_m^{E,H}(y)$ определяются через целые на интервале $[-d/2 \div d/2]$ функции, следовательно, определение коэффициентов Фурье a_m и b_m в уравнениях (4) может быть проведено обычным методом Фурье — домножением на соответствующую

целую функцию обеих частей равенств (4) и интегрированием по интервалу полноты. Введем обозначения:

$$\begin{aligned}\gamma_{mn}^E &= \frac{1}{d} \int_{-d/2}^{d/2} e^{ih_n y} \sin \frac{m\pi}{d} \left(y + \frac{d}{2} \right) dy; & \gamma_{mn}^H &= \frac{1}{d} \int_{-d/2}^{d/2} e^{ih_n y} \times \\ &\times \cos \frac{m\pi}{d} \left(y + \frac{d}{2} \right) dy; & S_{pm}^E &= \frac{1}{e} \int_{-d/2}^{d/2} e^{-ih_p y} \Delta_m^E(y) dy; \\ S_{pm}^H &= \frac{1}{e} \int_{-d/2}^{d/2} e^{-ih_p y} \Delta_m^H(y) dy; & V_{p,n} &= \frac{1}{e} \int_{d/2}^{e-d/2} e^{th_p y} e^{ih_n y} dy.\end{aligned}$$

Применяя метод Фурье [2] к функциональным уравнениям (4), (5), получим бесконечные системы линейных алгебраических уравнений второго рода, эквивалентные исходным равенствам.

H-поляризация:

$$\begin{aligned}-\delta_p^0 \gamma_0 e^{-i\gamma_0 h} + \gamma_p [a_p + b_p (1 + \gamma_p^H)] &= \sum_{(n)} [a_n + b_n (1 - \gamma_n^H)] \times \\ &\times \left\{ -k\omega_1 V_{pn}^H + i \sum_{m=1}^{\infty} \omega_m \operatorname{tg} \omega_m^H h S_{pm}^H \gamma_m^n \right\} + \left\{ i \sum_{m=1}^{\infty} \omega_m^H \operatorname{tg} \omega_m^H h S_{pm}^H \gamma_m^0 - \right. \\ &\left. - k\omega_1 V_{p0}^H \right\} e^{-i\gamma_0 h}, \quad -\delta_p^0 \gamma_0 e^{-i\gamma_0 h} + \gamma_p [a_p - b_p (1 + \gamma_p^H)] = \\ &= \sum_{(n)} [a_n - b_n (1 - \gamma_n^H)] \left\{ k\omega_1 V_{pn}^H + \sum_{m=1}^{\infty} i\omega_m^H \operatorname{ctg} \omega_m^H h S_{pm}^H \gamma_m^n \right\} - \\ &- \left\{ i \sum_{m=1}^{\infty} \omega_m^H \operatorname{ctg} \omega_m^H h S_{pm}^H \gamma_m^0 + k\omega_1 V_{p0}^H \right\} e^{-i\gamma_0 h}; \quad p = 0, \pm 1 \dots \pm \infty.\end{aligned}$$

E-поляризация:

$$\delta_p^0 e^{-i\gamma_0 h} + [a_p + b_p (1 - \gamma_p^E)] = - \sum_{(n)} \gamma_n [a_n + b_n (1 + \gamma_n^E)] \left\{ \frac{\omega_1}{k} V_{pn}^E + \right.$$

$$\begin{aligned}
& + i \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\operatorname{ctg} \omega_m^E h}{\omega_m^E} S_{pm}^E \gamma_m^n \left\} + \left\{ i \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\operatorname{ctg} \omega_m^E h}{\omega_m^E} S_{pm}^E \gamma_m^0 + \frac{\omega_1}{k} V_{p0}^E \right\} \gamma_0 e^{-i \gamma_0 h}; \\
& \delta_p^0 e^{-i \gamma_0 h} + [a_p - b_p (1 - \gamma_p^E)] = \sum_{(n)} \gamma_n [a_n - b_n (1 + \gamma_n^E)] \left\{ - \frac{\omega_1}{k} V_{pn}^E + \right. \\
& \left. + i \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\operatorname{tg} \omega_m^E h}{\omega_m^E} S_{pm}^E \gamma_m^n \right\} - \left\{ i \sum_{m=1}^{\infty} \frac{\operatorname{tg} \omega_m^E h}{\omega_m^E} S_{pm}^E \gamma_m^0 - \frac{\omega_1}{k} V_{p0}^E \right\} \gamma_0 e^{-i \gamma_0 h}; \\
& p = 0, \pm 1 \dots \pm \infty.
\end{aligned}$$

При $\omega_1 = \omega_2 = 0$ системы (8), (9) переходят в известные решения для идеальной решетки с экраном [3]. Если экран удалить на бесконечность (решетка в свободном пространстве), $\gamma_n^{E,H} = 0$, системы (8), (9) разделяются каждая на две замкнутые бесконечные системы неоднородных линейных алгебраических уравнений относительно неизвестных $(a_n + b_n)$ и $(a_n - b_n)$. При $\omega_1 = \omega_2 = 0$ они переходят в соответствующие решения работы [2] для идеальной решетки. Ниже представлены результаты численного расчета коэффициента прохождения $|b_0|$ Н-поляризованной волны (8) для решетки из меди (без экрана, $\kappa = l/\lambda = 0,35$, $h/l = 0,5$, $\alpha = 0^\circ$):

d/l	Идеальный металл	Медь
	$ b_0 $	$ b_0 $
0,2	0,37400	0,37408
0,3	0,53523	0,53530
0,35	0,60767	0,60777

Сравнение с результатами для идеальной решетки показывает, что идеализация реальных металлов идеально проводящими не приводит к заметным ошибкам при исследовании задач дифракции.

Список литературы: 1. Адонина А. И., Варавин В. Ю. Дифракция плоской волны на решетке из прямоугольных брусьев конечной проводимости, близкой к идеальной. — Вестн. Харьк. ун-та, № 163. Радиофизика и электроника, 1978, вып. 7, с. 28—32. 2. Сологуб В. Г. Наклонное падение Н-поляризованной волны на периодическую решетку из брусьев прямоугольного сечения. — Радиотехника. Харьков, 1967, вып. 4, с. 61—68. 3. Третьякова С. С., Третьяков О. А. Резонансные свойства систем с дифракционными решетками. — Радиотехника. Харьков, 1969, вып. 10, с. 46—53.

М. Б. ЕГОРОВ, В. Б. КАЗАНСКИЙ, канд. физ.-мат. наук

О РЕШЕНИИ ЗАДАЧ ДИФРАКЦИИ НА ПЕРИОДИЧЕСКИХ РЕШЕТКАХ
СО СЛОЖНОЙ СУБСТРУКТУРОЙ

Для ряда прикладных задач радиофизики требуется разработка квазиоптических систем с большим диапазоном функциональных возможностей. Последнее достигается применением металлодиэлектрических конструкций рассеивателей. В частности, повышение возможностей управления электромагнитным полем периодической решеткой из элементов прямоугольного поперечного сечения может быть получено за счет введения на периоде структуры разных по поперечному сечению и высоте брусев.

В теоретической модели (см. рисунок) рассматривается периодическая система (период 2π), образованная идеально проводящими брусками прямоугольного поперечного сечения, бесконечными вдоль оси X . Структура взаимодействует с плоской монохроматической волной, которая распространяется вдоль оси z и поляризована таким образом, что вектор напряженности магнитного поля ориентирован вдоль образующих брусев.

Поля ищутся в виде разложения в ряд Фурье по полным системам функций в областях, дополнительных к брускам с учетом выполнения условий на вертикальных стенках:

$$H_x = e^{-ikz} + \sum_{n=-\infty}^{\infty} A_n e^{ip_n(z-l)} e^{iny}, \quad z \geq l, \quad |y| \leq \pi;$$

$$H_x = \sum_{m=0}^{\infty} \left(\left\{ \begin{matrix} \alpha_m^{(2)} \\ \alpha_m^{(3)} \end{matrix} \right\} \operatorname{ch} \omega_m z + \left\{ \begin{matrix} \beta_m^{(2)} \\ \beta_m^{(3)} \end{matrix} \right\} \operatorname{sh} \omega_m z \right) \cos \frac{m}{2\theta} (y + \pi\theta),$$

$$\left\{ \begin{matrix} h < z < l \\ -l < z < -h \end{matrix} \right\};$$

$$|y| \leq \pi\theta \quad (1)$$

$$H_x = \sum_{m=0}^{\infty} \left(\left\{ \begin{matrix} \alpha_m^{(4)} \\ \alpha_m^{(5)} \end{matrix} \right\} \operatorname{ch} \gamma_m z + \left\{ \begin{matrix} \beta_m^{(4)} \\ \beta_m^{(5)} \end{matrix} \right\} \operatorname{sh} \gamma_m z \right) \left\{ \begin{matrix} \cos \frac{m}{\delta} [y - \pi(\theta - \delta)] \\ \cos \frac{m}{\delta} (y + \pi\theta) \end{matrix} \right\},$$

$$\left\{ \begin{matrix} \pi(\theta - \delta) < y < \pi\theta \\ -\pi\theta < y < \pi(\delta - \theta) \end{matrix} \right\};$$

$$|z| \leq h$$

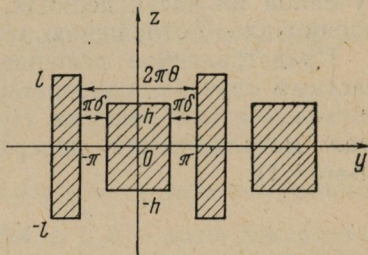
$$H_x = \sum_{n=-\infty}^{\infty} D_n e^{-i\rho_n(z+l)} e^{iny}, \quad z \leq -l, \quad |y| \leq \pi,$$

где $\rho_n = \sqrt{k^2 - n^2}$, $\omega_m = \sqrt{\left(\frac{m}{2\theta}\right)^2 - k^2}$, $\gamma_m = \sqrt{\left(\frac{m}{\delta}\right)^2 - k^2}$.

Учитывая принцип погашаемости, условимся выбирать знак корня так, что $\text{Im } \sqrt{A} > 0$, а если $\text{Im } \sqrt{A} = 0$, то $\text{Re } \sqrt{A} > 0$.

Использование строгих граничных условий во всех областях приводит к функциональным уравнениям, которые методом переразложения системы функции, полной на одном интервале по системе функции, полной на другом интервале, преобразуются в системы линейных алгебраических уравнений относительно амплитуд дифракционных спектров.

Исключая неизвестные амплитуды волн в щелях решетки и учитывая равенство внешних гармоник с положительными и отрицательными индексами, системы алгебраических уравнений, полученные из граничных условий на интервале $|y| \leq \pi\theta$, можно привести к виду.



Исследуемая структура.

$$\begin{aligned} & \frac{\varepsilon_v}{2\pi} \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \frac{X_n}{Y_n} \right\} \varepsilon_n \left\{ \frac{\omega_v}{\theta} e^{i\pi v/2} \delta_n^v(\theta) \right\} \left[i \frac{\rho_n}{\omega_v} \text{ch } \omega_v(l-h) - \text{sh } \omega_v(l-h) \right] + \\ & + \frac{1}{\pi^2 \delta} \sum_{m=0}^{\infty} \varepsilon_m e^{i\pi m/2} \delta_m^m(\theta) \cdot \left[i \frac{\rho_m}{\omega_m} \text{sh } \omega_m(l-h) - \text{ch } \omega_m(l-h) \right] \times \\ & \times \sum_{s=0}^{\infty} \varepsilon_s \gamma_s \left\{ \frac{\text{th } \gamma_s h}{\text{cth } \gamma_s h} \right\} \cdot \delta_v^{2s} \left(\frac{\delta}{2\theta} \right) \delta_m^{2s} \left(\frac{\delta}{2\theta} \right) \Bigg\} = i k e^{-ikh} \delta_{0v} + \\ & + 2e^{-ikh} \frac{k \varepsilon_v}{\pi v} \sin \left(\pi v \frac{\delta}{2\theta} \right) \left\{ -\text{tg } kh \right\}, \end{aligned} \quad (2)$$

где $v=0, 2, 4, \dots$; m — четное.

Из функциональных уравнений, справедливых в области $-2\pi + \pi\theta \leq y \leq \pi\theta$, следует

$$e^{-ikh} \delta_{0v}^v(1-\theta) - \frac{1}{k} \sum_{n=0}^{\infty} \left\{ \frac{X_n}{Y_n} \right\} \varepsilon_n \rho_n (-1)^n \delta_n^v(1-\theta) = 0, \quad (3)$$

$$\nu = 0, 2, 4, \dots, \varepsilon_i = \begin{cases} 1, & \text{при } i = 0 \\ 2, & \text{при } i \neq 0. \end{cases}$$

В формулах (2) и (3) $\delta_n^{\nu}(\theta) = \frac{2n \sin \pi \theta (n + \nu/2\theta)}{n^2 - \nu^2/4\theta^2}$;

δ_0 — символ Кронекера; $X_n = A_n + D_n$; $Y_n = A_n - D_n$.

Для нахождения неизвестных коэффициентов рассеянного поля алгебраические системы (2) и (3), справедливые в определенных областях, должны решаться совместно. Наибольшая точность вычислений при использовании метода редукции достигается в случае, когда отношение числа уравнений системы, полученной на части периода, к общему порядку редукции пропорционально отношению этой части ко всему периоду.

Представленное решение позволяет перейти к следующим частным случаям: одноэлементная решетка ($l=h$; $\delta=2\theta-1$), двухэлементная решетка ($l=h$; $\delta \neq 2\theta-1$), сплошная отражающая металлическая поверхность ($\delta=0$) и ножевая решетка ($\theta=\delta=1$).

УДК 538.574.6

Л. Н. ЛИТВИНЕНКО, д-р физ.-мат. наук,
С. Л. ПРОСВИРНИН, канд. физ.-мат. наук,
В. Н. УЛЬЯНОВ

ДЛИННОВОЛНОВОЕ ДИФРАКЦИОННОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ПЛОСКОГО МОДУЛИРОВАННОГО ПО ПЛОТНОСТИ ЭЛЕКТРОННОГО ПОТОКА В ПРИСУТСТВИИ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКОГО ШАРА

Необходимость исследования особенностей дифракционного излучения плоского модулированного по плотности электронного потока в присутствии шара вызвано указанными, например в работах [1; 2], возможными приложениями эффекта дифракционного излучения заряженных частиц, пролетающих вблизи одиночных препятствий. В частности, для электроники миллиметровых волн и ускорительной техники представляет интерес использование шара в качестве пробного тела, так как поле рассеяния шара несет информацию о характеристиках движущегося заряда. Кроме того, учитывая, что задача о дифракционном излучении плоского потока сводится к рассмотрению задачи о дифракции неоднородной плоской волны, результаты исследования могут быть использованы и для анализа полей электродинамических устройств (например, замедляющих систем) с поверхностными электромагнитными волнами. В методическом плане задача вызывает определенный интерес в связи с проблемой изучения дифракции волн с симметрией, отличающейся от симметрии поверхности, на которой удовлетворя-

ются граничные условия. Именно это обстоятельство обусловило привлечение для решения задачи метода, в котором используются уравнения электромагнитного поля в интегральной форме [3; 4].

Итак, пусть вдоль оси oz в плоскости $y = -b$ прямоугольной системы координат движется с постоянной скоростью v неограниченный плоский модулированный по плотности электронный поток, собственное поле которого имеет следующий вид [1; 2]:

$$\vec{H}_0 = i2\pi\rho_0\beta \frac{d|y+b|}{dy} \exp\left(-\frac{\sqrt{1-\beta^2}}{\beta}k_0|y+b| + i\frac{k_0}{\beta}z\right); \quad (1)$$

$$\vec{E}_0 = 2\pi\rho_0 \left[-\vec{j} \frac{d|y+b|}{dy} + \vec{k} i\sqrt{1-\beta^2} \right] \exp\left(-\frac{\sqrt{1-\beta^2}}{\beta}k_0|y+b| + i\frac{k_0}{\beta}z\right),$$

где ρ_0 — амплитуда модуляции; $k_0 = \omega/c$; ω — частота модуляции; c — скорость света в вакууме; $\beta = v/c$; $\vec{i}, \vec{j}, \vec{k}$ — орты декартовой системы координат. Здесь и далее опускается зависимость $\exp(-i\omega t)$ от времени. В начале системы координат находится шар радиуса a ($a < b$) с диэлектрической и магнитной проницаемостью ϵ и μ . При определении поля дифракционного излучения в длинноволновой области, когда выполняются условия существования рэлеевского рассеяния [5], мы следуем в основном схеме решения приведенной в работах [3; 4]. Но в данном конкретном случае возбуждения шара поверхностной волной, учитывая специфику задачи, будем искать поле дифракции в виде

$$\vec{E} = \exp[-(\sqrt{1-\beta^2}/\beta)k_0b] \vec{E}^{\wedge}; \quad \vec{H} = \exp[-(\sqrt{1-\beta^2}/\beta)k_0b] \vec{H}^{\wedge},$$

что позволяет улучшить получающиеся приближения для искомого вторичного поля. Для нахождения поля $\vec{E}$ и $\vec{H}$ внутри шара используем интегродифференциальные уравнения

$$\begin{aligned} \vec{E} = & \vec{E}_0(\vec{r}) + \frac{\epsilon - 1}{4\pi} (\text{grad div} + k_0^2) \int_V \vec{E}(\vec{r}') \frac{\exp(ik_0|\vec{r} - \vec{r}'|)}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d\vec{r}' + \\ & + ik_0 \frac{\mu - 1}{4\pi} \text{rot} \int_V \vec{H}(\vec{r}') \frac{\exp(ik_0|\vec{r} - \vec{r}'|)}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d\vec{r}'; \end{aligned} \quad (2)$$

$$\vec{H} = \vec{H}_0(\vec{r}) + \frac{\mu - 1}{4\pi} (\text{grad div} + k_0^2) \int_V \vec{H}(\vec{r}') \frac{\exp(ik_0|\vec{r} - \vec{r}'|)}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d\vec{r}' - \\ - ik_0 \frac{\varepsilon - 1}{4\pi} \text{rot} \int_V \vec{E}(\vec{r}') \frac{\exp(ik_0|\vec{r} - \vec{r}'|)}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d\vec{r}',$$

где $\vec{r}$ — радиус-вектор точки наблюдения; $\vec{r}'$ — радиус-вектор точки интегрирования; $d\vec{r}'$ — элемент объема V шара — обозначения, принятые в работах [3; 4]. Линейность дифференциальных и интегральных операторов в формулах (2) дает возможность перейти к совпадающим по виду с (2) уравнениям относительно вспомогательных неизвестных функций $\hat{\vec{E}}$ и $\hat{\vec{H}}$. Представляя векторные и скалярные функции рядами по степеням k_0 и приравнивая коэффициенты при одинаковых степенях k_0 , получаем, как и в работах [3; 4], интегральные уравнения типа уравнений статики, с помощью которых определяются соответствующие приближения по k_0 для $\hat{\vec{E}}$ и $\hat{\vec{H}}$ внутри шара. При этом оказалось, что для выявления основных особенностей длинноволнового дифракционного излучения потока в присутствии шара целесообразно ограничиться нулевым приближением $\hat{\vec{E}}^{(0)}$, $\hat{\vec{H}}^{(0)}$ по k_0 для этих функций, потому что выражения для внешнего рассеянного поля, определяемые нулевым и первым $\hat{\vec{E}}^{(1)} = \hat{\vec{E}}^{(0)} + ik_0 \hat{\vec{E}}^{(1)}$, $\hat{\vec{H}}^{(1)} = \hat{\vec{H}}^{(0)} + ik_0 \hat{\vec{H}}^{(1)}$ приближениями вспомогательных функций, совпадают. Физически это означает, что именно дипольное рассеяние достаточно хорошо передает основные особенности рассеянного внешнего поля практически во всей длинноволновой области. Получаемые из уравнений

$$\hat{\vec{E}}^{(0)}(\vec{r}) = \hat{\vec{E}}_0^{(0)}(\vec{r}) + \frac{\varepsilon - 1}{4\pi} \text{grad div} \int_V \hat{\vec{E}}^{(0)}(\vec{r}') \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d\vec{r}'; \\ \hat{\vec{H}}^{(0)}(\vec{r}) = \hat{\vec{H}}_0^{(0)}(\vec{r}) + \frac{\mu - 1}{4\pi} \text{grad div} \int_V \hat{\vec{H}}^{(0)}(\vec{r}') \frac{1}{|\vec{r} - \vec{r}'|} d\vec{r}'$$

приближения $\hat{\vec{E}}^{(0)}$ и $\hat{\vec{H}}^{(0)}$ позволяют определить компоненты внутреннего поля:

$$E_x^{(0)} = H_y^{(0)} = H_z^{(0)} = 0; \quad E_y^{(0)} = \exp\left(-\frac{V\sqrt{1-\beta^2}k_0b}{\beta}\right) \frac{6\pi\rho_0}{\varepsilon + 2};$$

$$E_z^{(0)} = \exp\left(-\frac{V\sqrt{1-\beta^2}}{\beta} k_0 b\right) \frac{6\pi\rho_0}{\varepsilon+2} i\sqrt{1-\beta^2};$$

$$H_x^{(0)} = \exp\left(-\frac{V\sqrt{1-\beta^2}}{\beta} k_0 b\right) \frac{6\pi\rho_0}{\mu+2} \beta.$$

Полное внешнее по отношению к шару поле $\vec{E}^n$, $\vec{H}^n$ определяется из исходных уравнений (2), которые при известном внутреннем поле переходят в равенства

$$\vec{E}^n(\vec{r}) = \vec{E}_0(\vec{r}) + \vec{E}(\vec{r}); \quad \vec{H}^n(\vec{r}) = \vec{H}_0(\vec{r}) + \vec{H}(\vec{r}),$$

где рассеянное шаром поле $\vec{E}$ и $\vec{H}$ может быть определено в дальней зоне, когда $|\vec{r}-\vec{r}'| \cong r$ — расстоянию от центра шара до точки наблюдения, в соответствующем приближении с помощью электрического и магнитного векторов Герца:

$$\vec{\Pi}^e(\vec{r}) = \frac{\varepsilon-1}{4\pi} \int_V \vec{E}(\vec{r}') \frac{\exp(ik_0|\vec{r}-\vec{r}'|)}{|\vec{r}-\vec{r}'|} d\vec{r}' \cong \frac{a^3}{3} \times$$

$$\times (\varepsilon-1) \exp\left(-\frac{V\sqrt{1-\beta^2}}{\beta} k_0 b\right) \hat{E}^{(0)} \frac{\exp(ik_0 r)}{r};$$

$$\vec{\Pi}^m(\vec{r}) = \frac{\mu-1}{4\pi} \int_V \vec{H}(\vec{r}') \frac{\exp(ik_0|\vec{r}-\vec{r}'|)}{|\vec{r}-\vec{r}'|} d\vec{r}' \cong \frac{a^3}{3} \times$$

$$\times (\mu-1) \exp\left(-\frac{V\sqrt{1-\beta^2}}{\beta} k_0 b\right) \hat{E}^{(0)} \frac{\exp(ik_0 r)}{r}.$$

Рассеянное поле удобно анализировать в сферической системе координат с началом в центре шара и углом φ , отсчитываемым от оси ox . Используя формулы преобразования декартовых компонент векторов в сферические и известные соотношения, связывающие векторы Герца с электромагнитным полем, нетрудно получить сферические компоненты рассеянного поля в дальней зоне:

$$E_r = H_r = 0; \quad E_\theta = H_\varphi = -2\pi a^3 k_0 \rho_0 \exp\left(-\frac{V\sqrt{1-\beta^2}}{\beta} k_0 b\right) \times$$

$$\times \left[\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+2} (\sin\varphi \cos\theta + i\sqrt{1-\beta^2} \sin\theta) + \frac{\mu-1}{\mu+2} \beta \sin\varphi \right] \frac{\exp(ik_0 r)}{r};$$

$$E_{\varphi} = -H_{\theta} = -2\pi a^3 k_0 \rho_0 \exp\left(-\frac{\sqrt{1-\beta^2}}{\beta} k_0 b\right) \left[\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+2} \cos \varphi + \right. \\ \left. + \frac{\mu-1}{\mu+2} \beta \cos \varphi \cos \theta \right] \frac{\exp(ik_0 r)}{r}.$$

Рассеянное поле в дальней зоне имеет поперечный характер и эллиптически поляризовано (за исключением направлений $\varphi = \pi/2, 3\pi/2$, где поле поляризовано линейно).

Перейдем к исследованию энергетических характеристик рассеянного поля и рассмотрим случай, когда ε — вещественно, а $\mu=1$. Интенсивность поля излучения определяется как средняя за период колебаний величина направленного по радиусу вектора Пойнтинга [5]:

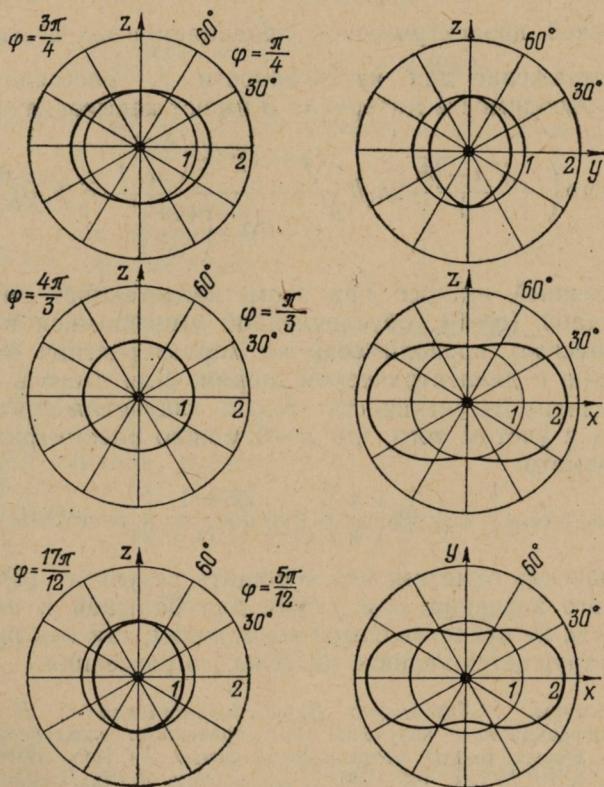
$$I = A \exp\left(-\frac{\sqrt{1-\beta^2}}{\beta} 2k_0 b\right) \left(\frac{\varepsilon-1}{\varepsilon+2}\right)^2 F(\theta, \varphi) \frac{1}{r^2}, \quad (3)$$

где $A = \frac{\pi}{2} c k_0^4 a^6 \rho_0^2$; $F(\theta, \varphi) = \sin^2 \varphi \cos^2 \theta + (1-\beta^2) \sin^2 \theta + \cos^2 \varphi$ — функция,

описывающая угловое распределение интенсивности рассеяния. Присутствие в выражении для $F(\theta, \varphi)$ дополнительного по сравнению со случаем рассеяния плоской линейно поляризованной ($E_{oy} = H_{ox} \neq 0$) волны (переход к этому случаю получается при $\beta=1$) слагаемого $(1-\beta^2) \sin^2 \theta$ заметно влияет на индикатрису рассеяния, хотя рэлеевская симметрия ее сохраняется. Указанное отличие обусловлено тем, что падающая волна имеет поверхностный характер (комплексный угол падения) и ее электрическое поле эллиптически поляризовано. Форму диаграммы направленности излучения шара по интенсивности при фиксированном радиусе наблюдения r нетрудно представить, если рассматривать поведение функции $F(\theta, \varphi)$ вдоль направлений $\varphi = \text{const}$ и $\theta = \text{const}$. Можно убедиться в том, что вид распределения рассеяния вдоль любой плоскости $\varphi = \text{const}$ или поверхности $\theta = \text{const}$, в частности выраженность максимумов и минимумов излучения, определяется величиной параметра β . В качестве примера на рисунке приведены полярные диаграммы функции $F(\theta, \varphi)$ для некоторых плоскостей $\varphi = \text{const}$ и в плоскости $\theta\varphi$ при $\beta=0,5$.

Анализ $F(\theta, \varphi)$ позволяет также заметить, что для каждого возможного значения β ($0 < \beta < 1$) в любой координатной четверти изменения угла φ существует меридиональная плоскость, в которой интенсивность излучения постоянна по углу θ , и указать на возможность определения скорости движения потока v ,

а следовательно, и фазовой скорости распространения поверхностной волны (1), так как в этом случае $v=c|\cos\varphi|$, где φ — азимутальный угол плоскости постоянного уровня излучения. Такой простой способ определения v заслуживает внимания, потому что обнаружить меридиональную плоскость с постоянным уровнем излучения несложно, и при этом может быть обеспечена высокая точность измерения угла φ . Отметим еще, что существует возможность повышения точности измерений за счет



Диаграммы направленности поля излучения.

того, что в данном случае удобно реализовать разностную схему измерения уровня излучения с двумя зондами, находящимися в одной меридиональной плоскости.

Вычислим также среднюю за период колебаний мощность излучения $\bar{P}$, проходящую через сферу радиуса R , и коэффициент излучения δ , определяемый как отношение $\bar{P}$ к полной усредненной за период колебаний мощности поля потока, пере-

носимой через перпендикулярную направлению движения пучка плоскость [1]:

$$\bar{P} = \frac{4}{3} \pi^2 c k_0^4 a^6 \rho_0^2 \left(\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} \right)^2 \exp \left(- \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{\beta} 2k_0 b \right) (2 - \beta^2);$$

$$\delta = \frac{8}{3} \pi k_0^5 a^6 \left(\frac{\varepsilon - 1}{\varepsilon + 2} \right)^2 \exp \left(- \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{\beta} 2k_0 b \right) \sqrt{1 - \beta^2} \left(\frac{2}{\beta^2} - 1 \right).$$

Распространяя проведенное исследование на случай шара с комплексной диэлектрической проницаемостью $\varepsilon^h = \varepsilon + i \frac{4\pi\sigma}{\omega}$, получим выражение для интенсивности I_σ рассеяния шара, когда ε и проводимость материала σ имеют невысокие значения:

$$I_\sigma = A \exp \left(- \frac{\sqrt{1 - \beta^2}}{\beta} 2k_0 b \right) \frac{(\varepsilon - 1)^2 + \left(\frac{4\pi\sigma}{\omega} \right)^2}{(\varepsilon + 2)^2 + \left(\frac{4\pi\sigma}{\omega} \right)^2} F(\theta, \varphi) \frac{1}{\eta}. \quad (4)$$

Определенный интерес при этом представляет выяснение влияния малой ($\sigma \sim 0$), обусловленной имеющимися в диэлектрике примесями, проводимости на характеристики рассеяния по сравнению с диэлектрическим шаром. Для этого в выражении (4) выделим интенсивность $I_{\sigma=0}$ излучения диэлектрического шара с учетом того, что $\sigma \sim 0$ можно рассматривать как малый параметр:

$$I_{\sigma \sim 0} = I_{\sigma=0} \left[1 + 48 \left(\frac{\pi}{\omega} \right)^2 \frac{2\varepsilon + 1}{(\varepsilon - 1)^2 (\varepsilon + 2)^2} + O(\sigma^4) \right].$$

В заключение отметим, что обобщить результат (3) на случай высокого значения ε , а также для большой и идеальной проводимости не представляется возможным, так как при таком переходе нарушается условие рэлеевского рассеяния.

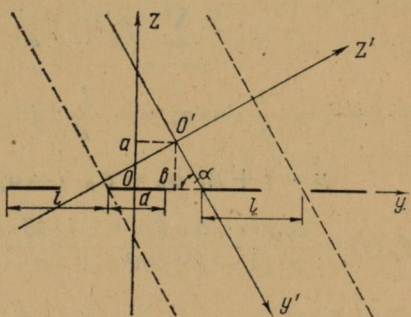
Список литературы: 1. Литвиненко Л. Н., Просвирнин С. Л., Титаренко А. Ю. Дифракционное излучение модулированного электронного пучка, движущегося вблизи тонкой металлической ленты, — Изв. вузов. Радиофизика, 1976, т. 19, № 1, с. 149—155. 2. Литвиненко Л. Н., Просвирнин С. Л., Титаренко А. Ю. Дифракционное излучение модулированного электронного потока, движущегося вблизи щели в экране конечной толщины. Препринт № 73/ИРЭ АН УССР, 1976. 3. Хижняк Н. А. Функция Грина уравнения Максвелла для неоднородных сред. — ЖТФ, 1958, т. 28, № 7, с. 1592—1609. 4. Лысенко О. Е., Хижняк Н. А. Рассеяние электромагнитных волн на малом диэлектрическом эллипсоиде произвольной анизотропии с точностью до величин $(a/\lambda)^2$ включительно. — Изв. вузов. Радиофизика, 1968, т. 11, вып. 4, с. 559—565. 5. Шифрин К. С. Рассеяние света в мутной среде. М. — Л., Гостехиздат, 1951. 288 с.

ИЗЛУЧЕНИЕ, ВОЗНИКАЮЩЕЕ ПРИ ПЕРЕСЕЧЕНИИ МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ РЕШЕТКИ ПУЧКАМИ ЗАРЯЖЕННЫХ ЧАСТИЦ [1]

Рассмотрим излучение, возникающее при пересечении решетки из тонких металлических лент (см. рисунок) бесконечным количеством пучков заряженных частиц, обладающих переменной составляющей суммарной плотности

$$\rho = \rho_0 l^{1/2}(ky' - \omega t) \sum_{r=-\infty}^{\infty} \delta(z' - rl \sin \alpha), \quad (1)$$

где ρ_0 — амплитуда модуляции пучков; ω — частота модуляции; $k = \omega/v$, v — постоянная скорость зарядов; $\delta(z')$ — дельта-функция; $0 < \alpha < \pi$. Один из пучков направлен вдоль оси OY' , другие пучки параллельны ему и расположены один от другого на расстоянии $l \sin \alpha$ по оси OZ' или l по оси OY . Случай, когда дифракционную решетку пересекает только один поток зарядов, исследовался в работе [2]. Суммарные скалярный и векторный потенциалы пучков зарядов (1) равны



$$\Phi = \frac{2\pi\rho_0}{q} e^{iky'} \sum_{r=-\infty}^{\infty} e^{-q|z' - rl \sin \alpha|} e^{-i\omega t}, \quad (2)$$

$$\vec{A} = \vec{e}_{y'} \beta, \quad (3)$$

где $q = k\sqrt{1 - \beta^2}$; $\beta = v/c$; c — скорость света в вакууме; $\vec{e}_{y'}$ — орт вдоль оси $O'Y'$.

Выражения для полей излучения представим в виде рядов Фурье

$$H_x = \frac{z}{|z|} e^{iky' \cos \alpha} \sum_{n=-\infty}^{\infty} a_n e^{ih_n |z|} e^{i \frac{2\pi n}{l} y} e^{-i\omega t}, \quad (4)$$

где $h_n = \sqrt{k^2 \beta^2 - \left(k \cos \alpha + \frac{2\pi n}{l}\right)^2}$; a_n — неизвестные коэффициенты. Составляющие E_y и E_z находятся из уравнений Максвелла.

С помощью метода задачи Римана—Гильберта [3] получена бесконечная система уравнений относительно $a_p(j)$:

$$a_0(j) [1 + (\xi + 1 \sqrt{x^2 - \xi^2}) V_{[\xi]}^0] + \sum_{\substack{p=-\infty \\ p \neq 0}}^{\infty} x_p \frac{|p|}{p} \varepsilon_p V_{[\xi]}^p + 2x_{-1} P_{[\xi]} = \\ = \sum_{p=-\infty}^{\infty} f_p(j) V_{[\xi]}^p; \quad (5)$$

$$a_0(j) (\xi + i \sqrt{x^2 - \varepsilon^2}) V_m^0 - x_m + \sum_{\substack{p=-\infty \\ p \neq 0}}^{\infty} x_p \frac{|p|}{p} \varepsilon_p V_m^p + x_{-1} P_m = \\ = - \sum_{p=-\infty}^{\infty} f_p(j) V_m^p; \quad (m = 0, 1, \pm 2, \dots), \quad (6)$$

где $j + \xi = \frac{x}{\beta} \cos \alpha$; $x = \frac{l}{\lambda}$; $j = 0, \pm 1, \dots$; $0,5 < \xi \leq 0,5$;

$$p = j + n; \quad a_n = a_{p-j} = a_p(j); \quad x_p = (p + \xi) a_p(j);$$

$$f_p(j) = \frac{2\rho_0 \beta^2 x \sin \alpha (p + \xi - x \beta \cos \alpha)}{x^2 (1 - \beta^2) \sin^2 \alpha + (p - j)^2 \beta^2} \exp \left[-i(p + \xi) \frac{2\pi b}{l} \right]; \quad (7)$$

$$\varepsilon_p = 1 + i \sqrt{\frac{x^2}{(p + \xi)^2} - 1},$$

$V_{[\xi]}^p$, $R_{[\xi]}$, V_m^p являются функциями от полиномов $P_m = P_m(u)$ и функций $P'_\xi = P_\xi(u)$ Лежандра первого рода, их выражения приведены в работах [2] и [3]; $u = \cos \pi d/l$.

Равенства (4) — (7) определяют поле излучения пучков без ограничений на частоту (ω) параметры решетки и заряженных частиц.

В длинноволновом приближении ($x < 0,5$)

$$H_x = \frac{z}{|z|} \frac{2\rho_0 x \xi \sin \alpha}{g(\xi)} E(z, y) \sum_{s=-\infty}^{\infty} \frac{s + \xi - x \beta \cos \alpha}{(s + \xi) \left[\frac{x^2}{\beta^2} (1 - \beta^2) \sin^2 \alpha + (s - j)^2 \right]} \times \\ \times (P_\xi P_s - P_{-\xi} P_{s-1}) e^{-i s \bar{b}}, \quad (8)$$

где $E(z, y) = \exp [i \sqrt{x^2 - \xi^2} |z| + i \xi (\bar{y} - \bar{b})]$; $\bar{b} = \frac{2\pi b}{l}$; $\bar{z} = \frac{2\pi z}{l}$;

$$g(\xi) = \xi (P_\xi + P_{-\xi}) + i \sqrt{x^2 - \xi^2} (P_\xi - P_{-\xi}); \quad \bar{y} = \frac{2\pi y}{l}.$$

Используя формулу (3)

$$\sum_{s=-\infty}^{\infty} P_{-s}(u) i^{is\bar{b}} = \begin{cases} \frac{2 \exp(i 0,5\bar{b})}{V 2 (\cos \bar{b} - u)}; & |\bar{b}| < \theta; \\ 0; & \theta < |\bar{b}| \leq \pi, \end{cases} \quad (9)$$

можно выразить (8) через элементарные функции, две суммы

типа $\sum_{s=-\infty}^{\infty} (-1)^{s-1} P_s(u) (s-j)^{-2} (s \neq j)$ и два интервала:

$$\int_0^{\bar{b}} \frac{\bar{y} \sin(0,5\bar{y}) d\bar{y}}{V 2 (\cos \bar{y} - u)}; \quad \int_{|\bar{b}|}^{\theta} \arcsin \frac{1 - 2 \cos \bar{y} + u}{1 - u} d\bar{y}. \quad (10)$$

Здесь мы приведем упрощенную формулу для (8) в случае, когда заряды пролетают через щели $\theta < |\bar{b}| < \pi$ при $|1 - \xi| \gg \kappa \beta \cos \alpha$; $\kappa^2(1 - \beta^2) \sin^2 \alpha \ll \beta^2$; $\kappa \cos \alpha \ll \beta$:

$$H_x = -\frac{|z|}{z} \frac{2\rho_0 \kappa \sin \alpha \ln \frac{1+u}{2}}{1 + i \frac{\kappa}{\beta} V \beta^2 - \cos^2 \alpha \ln \frac{1+u}{2}} E(y, z) \left\{ i \frac{\bar{b}}{|\bar{b}|} (\pi - |\bar{b}|) - \right. \\ \left. - \frac{\kappa}{\beta} \cos \alpha \left[\frac{\beta^2}{\kappa^2 \sin^2 \alpha} + 0,5 (\pi - |\bar{b}|)^2 + \sum_{\substack{s=-\infty \\ s \neq 0}}^{\infty} (-1)^s s^{-2} P_s(u) \right] \right\}. \quad (11)$$

Если частицы пересекают ленты ($|\bar{b}| < \theta$), то выражение для H_x будет отличаться от (11) в основном наличием интегралов (10).

Проанализируем полученные результаты. Согласно (4) условие распространения гармоник таково: $\kappa^2 > (\kappa/\beta \cos \alpha + n)^2$. Следовательно, излучающимися являются гармоники как с $n \geq 0$, так и с $n < 0$. Отметим, что при движении одиночного пучка параллельно решетке распространяться могут только отрицательные гармоники.

В выражении (11) перед скобками стоит выражение

$$\frac{i \kappa \sin \alpha \ln [0,5 (1+u)]}{1 + i \frac{\kappa}{\beta} V \beta^2 - \cos^2 \alpha \ln [0,5 (1+u)]}, \quad \text{которое при условии} \\ \beta^{-1} V \beta^2 - \cos^2 \alpha = \sin \alpha \quad (12)$$

равно коэффициенту отражения плоской H -поляризованной волны, падающей под углом α на решетку. При $\alpha = \pi/2$ (12) выполняется точно. Таким образом, если известны отражательные свойства некоторых типов решеток, то возможно предсказать характер излучения зарядов, пересекающих эти решетки.

Из (11) видно, что мощность излучения ($W \sim |H_x|^2$) растет с уменьшением $\bar{b}$ и достигает наибольшего значения при $\bar{b} = 0$ (заряды касаются лент). Поле излучения как функция от b непрерывно при $\bar{b} = 0$. При дальнейшем уменьшении $\bar{b}$ энергия излучения продолжает увеличиваться и достигает при некотором значении $\bar{b}$ максимума. Следовательно, W больше при пролете зарядов через ленты, чем при пролете через щели.

Было проведено сравнение генерации волн в рассматриваемом случае ($u = 0$; $\chi = \beta = 0,1$; $b = \pi/2$; $\alpha = \pi/2$) и в случае, когда одиночный поток зарядов движется параллельно ($\alpha = 0$) решетке на расстоянии a от нее. При $\alpha = \pi/2$ интенсивность

излучения больше, чем при $\alpha = 0$, в A раз ($A = \exp \frac{4\pi a}{\beta \lambda} \times \sqrt{1 - \beta^2}$). В генераторах дифракционного излучения (применяется параллельный пучок) оптимальное значение $A < 10$.

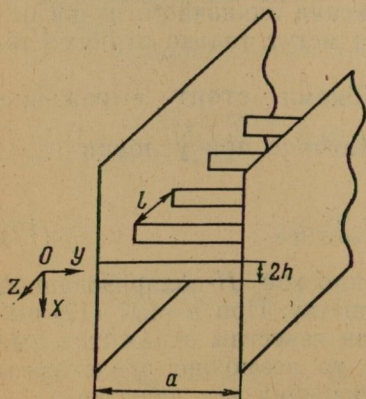
Список литературы: 1. Прокопчук Ю. А. Излучение электромагнитных волн, возникающее при пересечении пучками заряженных частиц решетки из металлических лент. II. — В кн.: Всесоюзный симпозиум по мм- и субмм-волнам. Тезисы докл., т. 1. Харьков, 1978, с. 117—121. 2. Прокопчук Ю. А. Излучение электромагнитных волн электронным пучком, пересекающим дифракционную решетку. — Радиотехника. Харьков, 1971, вып. 19, с. 54—59. 3. Шестопалов В. П. Метод ЗРГ в теории дифракции и распространения электромагнитных волн. Харьков, Изд-во Харьк. ун-та, 1971. 157 с.

УДК 534.4: 621.371

В. А. БОРОДАЕВ, Ю. А. ПРОКОПЧУК, А. М. ЯКИМЕНКО

ПОВЕРХНОСТНЫЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫЕ ВОЛНЫ В Н-ВОЛНОВОДЕ [1]

H-волновод состоит из двух параллельных металлических пластин, между которыми находится решетка из металлических



бесконечно тонких эквидистантных лент (период решетки равен l — см. рисунок). Начало системы координат помещено на левой боковой пластине на одинаковом расстоянии от лент решетки и их краев.

В работе [2] был предложен *H*-волновод с решеткой и на основании приближенных формул сделан вывод о малых потерях в нем. В настоящей статье проведен теоретический анализ распространения поверхностных

электромагнитных волн в этом волноводе с учетом высших гармоник.

Поля в рассматриваемой системе удобно выразить с помощью y -й составляющей магнитного вектора Герца, удовлетворяющей волновому уравнению

$$\Delta \Pi_y + k^2 \Pi_y = 0, \quad (1)$$

где $k = \omega/c = 2\pi/\lambda$.

При $x > h$

(2)

$$\Pi_{y1} = \sin \frac{\pi}{a} y \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n e^{i P_n x} e^{-\gamma_n (x-h)}, \quad (3)$$

$$\text{где } P_n = P_0 + \frac{2\pi n}{l}; \quad \gamma_n = \sqrt{\left(\frac{\pi}{a}\right)^2 + \left(P_0 + \frac{2\pi n}{l}\right)^2 - k^2}, \quad (4)$$

b_n — неизвестный коэффициент n -й гармоники. P_0 — неизвестное волновое число, γ_n — величина, определяющая убывание полей при удалении от решетки. Так как мы рассматриваем поверхностные волны, то всегда

$$\gamma_n \geq 0. \quad (5)$$

Временной множитель $e^{-i\omega t}$ в (3) и далее опускаем. При $|x| < h$

$$\Pi_{y2} = \sin \frac{\pi}{a} y \sum_{s=0}^{\infty} C_s \cos q_s x \cos \left[\frac{s\pi}{l} (z + 0,5l) \right], \quad (6)$$

где C_s — неизвестный коэффициент s -й гармоники;

$$q_s = \sqrt{k^2 - \left(\frac{\pi}{a}\right)^2 - \left(\frac{s\pi}{l}\right)^2}. \quad (7)$$

Граничные условия мы выбираем в такой форме: равенство нулю касательных составляющих электрического поля и непрерывность всего электромагнитного поля при переходе через границы областей ($x = \pm h$). Воспользовавшись полнотой системы функций $\{\cos[\frac{s\pi}{l} (z + 0,5l)]\}_0^\infty$ для $|z| < l/2$, получим систему уравнений относительно b_n

$$\sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n \zeta_s^{(n)} (\gamma_n - q_s \operatorname{tg} q_s h) = 0, \quad s = 0, 1, 2, \dots,$$

где

$$\zeta_s^{(n)} = \frac{4(2 - \delta_{0s})(\bar{P}_0 + n)}{\pi[4(\bar{P}_0 + n)^2 - s^2]} e^{-i0,5s\pi} \sin [2(\bar{P}_0 + n) - s] \frac{\pi}{2}.$$

Из граничных условий следует, что

$$C_s = (\cos q_s h)^{-1} \sum_{n=-\infty}^{\infty} b_n \zeta_s^n. \quad (9)$$

Системе (8) соответствует дисперсионное уравнение

$$\det \zeta_s^{(n)} (\gamma_n - q_s \operatorname{tg} q_s h) = 0, \\ s = 0, 1, \dots; n = 0, \pm 1, \dots \quad (10)$$

Подчеркнем, что равенства (8) — (10) выведены без наложения каких-либо ограничений на размеры волновода или длину волны.

Согласно (3) различным поверхностным электромагнитным волнам соответствуют такие интервалы изменения величин $\bar{P}_0$ и κ_x :

$$0 \leq \kappa_x \leq \bar{P}_0 \leq 0,5, \quad (11) \quad \kappa_x = \sqrt{\left(\frac{l}{\lambda}\right)^2 - \left(\frac{l}{2a}\right)^2}.$$

Области существования решений (10) (полосы прохождения волн) даются неравенствами

$$r\pi \leq \frac{2\pi h}{l} \kappa_x < \frac{\pi}{2} + r\pi \quad (r = 0, 1, \dots). \quad (12)$$

Нами проведено численное исследование уравнения (10) в зависимости от порядка определителя и параметров H -волновода. Ниже приведены значения относительной погрешности (Δ_{7i}) нахождения корней равенства (10) в зависимости от порядка (N) определителя при $\kappa_x = 0,2$; $h/l = 0,95$; $\bar{P}_0 = 0,3811$ (для определителя 7-го порядка). Погрешность Δ_{7i} равна отношению разности значений корней, найденных с учетом определителя 7-го порядка и исследуемого порядка (i), к значению корня, соответствующего определителю 7-го порядка. $N = S^+$ или $N = 5$ означают, что в определителях порядка S последние значения положительные или отрицательны. Например, $N = 4^+$: $n = 0, +1, -1, +2$; $N = 4^-$: $n = 0, +1, -1, -2$

N	1	2 ⁻	2 ⁺	3	4 ⁻	4 ⁺	5	6 ⁺	6 ⁻
$\Delta_{7i}, \%$	—42,5	—36	12	—10,5	—7,6	2,6	—2,7	2,1	—1,9

Таким образом, с ростом порядка определителя значения $\bar{P}_0$ стремятся к некоторому пределу, который и является точной величиной $\bar{P}_0$. Следовательно, к уравнению (10) можно применить метод усечений, т. е. заменить бесконечный определитель на конечный, получая при этом значение $\bar{P}_0$ с соответствующей точностью. Для $\kappa_x = 0,2$ и $h/l < 0,95$ погрешность вычислений (при фиксированном порядке определителя) будет меньше, чем приведенная выше. Так, например, $|\Delta_{7i}| < 1\%$ для первого при-

ближения при $h/l < 0,1$, для второго (со знаком плюс) — при $h/l < 0,6$, для третьего — при $h/l < 0,35$; $|\Delta\tau_i| < 9,5\%$ при $h/l < 0,4$. С ростом κ_x при неизменном h/l ошибка нахождения $\bar{P}_0$ увеличивается.

При $\kappa_x \rightarrow 0$ ($\lambda \rightarrow 2a$) величина $\bar{P} \rightarrow 0$. С ростом κ_x монотонно увеличивается $\bar{P}_0$. Все кривые $\bar{P}_0 = \bar{P}_0(\kappa_x)$ заканчиваются в точках, где $\bar{P}_0 = 0,5$, а κ_{xh} (κ_x конечные) различны в зависимости от параметра h/l : чем он больше, тем меньше κ_{xh} . При этом сдвиг фазы ($P_0 l$) электромагнитного поля (3) на период структуры равен π . Для значений κ_x , удовлетворяющих неравенству $\kappa_{xh} < \kappa_x < l/2h$, рассматриваемый тип колебаний существовать не может (см. также (12)).

В заключение отметим, что, изменяя частоту ($f \sim \kappa_x$), можно получать в H -волноводе быстрые ($v_\phi > c$) и медленные ($v_\phi < c$) волны.

Список литературы: 1. Бородаев В. А., Прокопчук Ю. А., Якименко А. М. Поверхностные электромагнитные волны в H -волноводе. — В кн.: II Всесоюзный симпозиум по миллиметровым и субмиллиметровым волнам. 13—15 сентября. Тезисы докл., т. 1. Харьков, 1978, с. 90—97. 2. Fischer F. Y. *Proceedings of the IEEE*, 1968, № 7, p. 301—304.

УДК 517.511

В. А. ПЕТЛЕНКО, Н. А. ХИЖНЯК, д-р физ.-мат. наук

ПРЕДСТАВЛЕНИЕ АФФИНОРНОЙ ФУНКЦИИ ГРИНА ПРЯМОУГОЛЬНОГО ВОЛНОВОДА В ОБЛАСТИ ИСТОЧНИКА

Функцией Грина неоднородных векторных уравнений Максвелла является, как известно [1—3], решение одного из следующих аффинорных уравнений

$$\text{rot rot } \hat{G}_e(\vec{r}|\vec{r}') - k^2 \hat{G}_e(\vec{r}|\vec{r}') = 4\pi \hat{I} \delta(|\vec{r} - \vec{r}'|); \quad (1)$$

$$\Delta \hat{G}_a(\vec{r}|\vec{r}') + k^2 \hat{G}_a(\vec{r}|\vec{r}') = -4\pi \hat{I} \delta(|\vec{r} - \vec{r}'|), \quad (2)$$

удовлетворяющее физическим условиям конкретной задачи. Здесь $k = 2\pi/\lambda$ — волновое число; $\hat{I} = \vec{e}_x \vec{e}_x + \vec{e}_y \vec{e}_y + \vec{e}_z \vec{e}_z$ — единичный аффинор; $\delta(|\vec{r} - \vec{r}'|) = \delta(x - x')\delta(y - y')\delta(z - z')$ — трехмерная дельта-функция; $\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z$ — единичные орты осей декартовых координат x, y, z .

Использование функции Грина позволяет в замкнутой форме получить выражения для электромагнитного поля произвольного векторного источника в любой точке пространства. Если в качестве источника задано некоторое распределение тока $\vec{J}(\vec{r})$, то электрическое поле определяется одним из следующих решений уравнений Максвелла:

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{k^2}{i\omega} \int_V \hat{G}_e(\vec{r}|\vec{r}') \vec{J}(\vec{r}') d\vec{r}'; \quad (3)$$

$$\vec{E}(\vec{r}) = \frac{1}{i\omega} (\text{grad div} + k^2) \int_V \hat{G}_a(\vec{r}|\vec{r}') \vec{J}(\vec{r}') d\vec{r}'. \quad (4)$$

Наличие двух решений связано с различной калибровкой потенциалов электромагнитного поля, в связи с чем $\hat{G}_e$ называется функцией Грина для поля, а $\hat{G}_a$ — функцией Грина для векторного потенциала. Между ними легко установить соотношение

$$\hat{G}_e = \left(\hat{I} + \frac{1}{k^2} \text{grad grad} \right) \hat{G}_a, \quad (5)$$

понимая под операцией grad grad аффинорное произведение двух символических векторов.

Строго говоря, формулы (3), (4) справедливы для тех точек пространства, где отсутствуют источники. В том случае, когда точка наблюдения $\vec{r}$ совпадает с одной из точек источника $\vec{r}'$, объемные интегралы должны пониматься как несобственные,

т. е. $\int_V = \lim_{\rho \rightarrow 0} \int_{V-\nu}$, где ν — объем, содержащийся в сфере малого

радиуса ρ с центром в точке $\vec{r}'$, а дифференцирование производится с учетом зависимости интеграла от параметра. Так, в работе [4] показано, что необходимо рассматривать главное значение интеграла, которое вблизи источника поля может играть существенную роль. Можно, однако, понимать интегралы и в обычном смысле, выделяя сингулярную часть в функциях Грина.

Несмотря на то, что в статье [4] рассмотрена функция Грина для свободного пространства, сказанное в полной мере относится и к ограниченным областям, поскольку функция Грина ограниченной области имеет такую же особенность при совпадении аргументов, как и в свободном пространстве [3]. Поэтому, в частности, функцию Грина прямоугольного волновода [5–7] в области источника можно разделить на две части, одна из которых всюду регулярна и непрерывна внутри области, а другая регулярна и непрерывна всюду, кроме точки $\vec{r} = \vec{r}'$, в которой она имеет разрыв. Такое выделение сингулярной части проведе-

но в работах [8; 9] для функции $\hat{G}_e$, которая получена в виде

$$\hat{G}_e(\vec{r}|\vec{r}') = -\frac{4\pi}{k^2} \vec{e}_z \vec{e}_z \delta(|\vec{r} - \vec{r}'|) + \hat{G}_{0e}(\vec{r}|\vec{r}'). \quad (6)$$

Однако во многих случаях при решении задач о рассеянии волн методом интегральных уравнений макроскопической электродинамики используется функция Грина для векторного потенциала, характер особенности которой вблизи источника поля иной. Цель данной работы заключается в выделении этой особенности.

Представим общее решение уравнения (2) следующим образом:

$$\hat{G}_a(\vec{r}|\vec{r}') = \hat{I} \frac{e^{ik|\vec{r} - \vec{r}'|}}{|\vec{r} - \vec{r}'|} + \hat{G}_{0a}(\vec{r}|\vec{r}'), \quad (7)$$

где $\hat{G}_{0a}$ удовлетворяет однородному уравнению (2). Для сохранения свойства симметрии, которое отражает физический факт возможности перестановки источника и точки наблюдения, $\hat{G}_{0a}$ взято симметричным относительно $\vec{r}$ и $\vec{r}'$. Это обстоятельство и определяет выбор произвольных постоянных, входящих в $\hat{G}_{0a}$. Кроме того, подобрать их следует так, чтобы выражение для поля (4) удовлетворяло требуемым граничным условиям на стенках волновода. Сделать это легко, если экспоненту в уравнении (7) разложить по плоским волнам, которые, согласно концепции Бриллюэна, являются полной системой собственных функций прямоугольного волновода. В явном виде функция $\hat{G}_{0a}$ приведена в работе [10]. Нетрудно убедиться, что представление (7) с учетом (5) переходит в (6).

Выясним физический смысл функции $\hat{G}_{0a}$. Поскольку первое слагаемое в (7) является функцией Грина свободного пространства и определяет поле в области без границ, $\hat{G}_{0a}$ учитывает эффект введения границы. Этот эффект заключается в появлении такого внешнего поля, которое в сочетании с полем точечного источника, расположенного в точке $\vec{r}'$ удовлетворяет граничным условиям на стенках волновода. Иными словами, функцию $\hat{G}_{0a}$ можно интерпретировать как потенциал, создаваемый поверхностными токами, индуцируемыми источником поля на стенках волновода. Таким образом, $\hat{G}_{0a}$ описывает отраженное от стенок поле.

Отметим, что функция $\hat{G}_a$ допускает и другие представления. Так, в работе [11] функция Грина представлена в виде суммы волновой и статической частей, а в [12] разложена в ряд по базисным функциям, не являющимися собственными функциями уравнения Гельмгольца для рассматриваемой области. С формальной точки зрения все представления равноправны, так как в конечном итоге получается одно и то же выражение для поля, но при практическом решении конкретных задач более предпочтительным может оказаться то или иное представление.

Список литературы: 1. *Levine H., Schwinger J.* On the theory of electromagnetic wave diffraction by an aperture in an infinite plane conducting screen. — *Communs Pure. Appl. Math.*, 1950, vol. 3, № 4, p. 355—391. 2. *Хижняк Н. А.* Функция Грина уравнений Максвелла для неоднородных сред. — *ЖТФ*, 1958, т. 28, № 7, с. 1592—1609. 3. *Морс Ф. М., Фешбах Г.* Методы теоретической физики, т. 1. М., ИЛ, 1960. 930 с. 4. *Van Bladel J.* Some remarks on Green's dyadic for infinite space. — *IEEE Trans.*, 1961, vol. AP-9, № 6, p. 563—566. 5. *Марков Г. Т., Панченко Б. А.* Тензорные функции Грина прямоугольных волноводов и резонаторов. — *Изв. вузов. Радиотехника*, 1964, т. 7, № 1, с. 34—41. 6. *Хижняк Н. А.* Рассеяние электромагнитных волн на малых телах в волноводах. — *Радиотехника*. Харьков, 1967, вып. 4, с. 88—97. 7. *Tai C. T.* Dyadic Green's function in electromagnetic theory. S. I., In. Ed. Publ., 1971. 246 p. 8. *Rachmat-Samii Y.* On the question of computation of the dyadic Green's function at the source region in waveguides and cavities. — *IEEE Trans.*, 1975, vol. MTT-23, No9, p. 762—765. 9. *Tai C. T., Rozenfeld P.* Different representation of dyadic Green's function for a rectangular cavity. — *IEEE Trans.*, 1976, vol. MTT-24, No9, p. 597—601. 10. *Петленко В. А., Хижняк Н. А.* Рассеяние электромагнитных волн идеально проводящими телами в прямоугольном волноводе. — *Изв. вузов. Радиотехника*, 1978, т. 21, № 9, с. 1325—1331. 11. *Елисеев А. И., Хижняк Н. А.* Аффинорная функция Грина в области источника для нагруженного резонатора. — *Вестн. Харьк. ун-та. Радиофизика и электроника*, 1979, вып. 8, с. 46—48. 12. *Мошинский А. В.* Построение функции Грина для прямоугольной области (регулярного прямоугольного волновода) с помощью бесселевых функций. — *Дифференциальные уравнения*, 1975, с. 11, № 5, с. 850—857.

УДК 621.396.67

Н. Н. ГОРОБЕЦ, канд. физ.-мат. наук

АМПЛИТУДНЫЕ, ФАЗОВЫЕ И ПОЛЯРИЗАЦИОННЫЕ ДИАГРАММЫ АПЕРТУРНЫХ АНТЕНН В БЛИЖНЕЙ, ПРОМЕЖУТОЧНОЙ И ДАЛЬНЕЙ ЗОНАХ

Исследованиям характеристик электромагнитных полей в ближней зоне антенн посвящено большое количество работ. Однако поток их не уменьшается и в настоящее время. Причиной этого является актуальность подобных исследований для решения многих теоретических и практических проблем. Коротко остановимся на основных из них.

По-видимому, прежде всего следует отметить проблему защиты технического персонала, обслуживающего передающие

радиотехнические системы, от радиационных воздействий. Для определения норм и расчета времени облучения необходимо знать плотность потока мощности поля, как правило, в непосредственной близости от антенны.

Вторая проблема — учет особенностей ближнего поля в теоретических исследованиях. Это имеет принципиальное значение при изучении влияния на характеристики антенн поверхностей, на которых они расположены, металлических или диэлектрических тел (элементов), находящихся вблизи антенны, взаимной связи излучателей в антенных решетках, электромагнитной совместимости близкорасположенных антенн, в частности, различных диапазонов и др.

Третья проблема — радиосвязь и радиолокация на малых расстояниях, особенно в длинноволновых диапазонах электромагнитных волн. Так как при этом расстояние между корреспондентами часто сравнимо с длиной волны, антенны приемопередатчиков работают в ближней или промежуточной зоне друг друга. Эта же особенность имеет место при ведении геологоразведки с помощью радиофизических методов.

Четвертая проблема — обеспечение электрической прочности антенн с укрытиями, особенно герметизирующими, и с обтекателями. Очевидно, что защитные оболочки необходимо помещать в минимуме плотности потока мощности поля, а их влияние на характеристики антенн учитывать с особенностями ближнего поля.

Следующая проблема — измерение характеристик антенн больших электрических размеров для радиоастрономии, дальней радиосвязи, радиолокации и телеметрии, а также лазерных антенн. Из-за больших расстояний дальней зоны в этом случае измерения обычными методами встречают большие трудности. Измерения же по внеземным источникам весьма сложны и требуют уникальной аппаратуры. Технически наиболее простой способ определения диаграмм направленности — измерение распределения поля в ближней или промежуточной зоне и последующий пересчет в дальнюю зону — в последнее время находит все большее применение. Анализ и учет тонкой структуры поля в ближней зоне здесь имеет большое значение. Так же важно это в случае измерения характеристик больших антенн методом фокусировки в ближнюю зону. Отметим, что локальные особенности электромагнитного поля в ближней зоне антенны позволяют анализировать «дефекты» ее диаграммы направленности, например ее асимметрию, возрастание боковых лепестков в каком-либо секторе углов и т. п.

Отмеченные здесь проблемы не исчерпывают всего круга встречающихся на практике задач, связанных с ближним полем антенн. Несмотря на большое количество работ как теоретического, так и экспериментального характера, посвященных исследованиям характеристик антенн в ближней и промежуточной

зонах, в настоящее время слабо изучены фазовые диаграммы и почти совсем не изучены поляризационные диаграммы направленности. В настоящей статье исследуются амплитудные, фазовые и поляризационные диаграммы направленности непрерывной антенны с раскрывом прямоугольной формы, возбуждаемой эллиптически поляризованной волной.

Методика исследования излучения непрерывных апертурных антенн, возбуждаемых эллиптически поляризованной волной, а также расчеты изменения поляризационных характеристик в зависимости от расстояния до антенны в направлении нормали к раскрыву приведены в работе В. А. Волошина, Н. Н. Горобца «Поляризационные характеристики прямоугольного раскрыва в ближней зоне» (см.: Антенно-фидерные и измерительные устройства СВЧ. Харьков, 1971, с. 29—36). Выражения для компонент электрического вектора поля в предположении, что величина $W_s = \dot{E}_s / \dot{H}_s$ постоянна, имеют вид

$$\begin{aligned} \dot{E}_\theta = & \frac{\lambda}{4\pi} \left(\frac{R}{\lambda} - i \frac{W_0}{2\pi W_s} \cos \theta \right) \int_s (\dot{E}_x \cos \varphi + \dot{E}_y \sin \varphi) f_1 \psi ds - \\ & - \frac{\sin \theta}{4\pi} \int_s (x \dot{E}_x + y \dot{E}_y) f_1 \psi ds + i \frac{\lambda}{8\pi^2} \frac{W_0}{W_s} \cos \theta \int_s (x \cos \varphi + y \sin \varphi) \times \\ & \times f_2 f_3 \psi ds + \frac{i}{2\lambda} \frac{W_0}{W_s} \cos \theta \int_s (\dot{E}_x \cos \varphi + \dot{E}_y \sin \varphi) \psi ds; \end{aligned} \quad (1)$$

$$\begin{aligned} \dot{E}_\varphi = & - \frac{\lambda}{4\pi} \left(\frac{R}{\lambda} \cos \theta - \frac{i}{2\pi} \frac{W_0}{W_s} \right) \int_s (\dot{E}_x \sin \varphi - \dot{E}_y \cos \varphi) f_1 \psi ds - \\ & - i \frac{\lambda}{8\pi^2} \frac{W_0}{W_s} \int_s (x \sin \varphi - y \cos \varphi) f_2 f_3 \psi ds - \frac{i}{2\lambda} \frac{W_0}{W_s} \int_s (\dot{E}_x \sin \varphi - \\ & - \dot{E}_y \cos \varphi) \psi ds; \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} \dot{E}_R = & \frac{\cos \theta}{4\pi} \int_s (x \dot{E}_x + y \dot{E}_y) f_1 \psi ds - i \frac{\lambda}{8\pi^2} \frac{W_0}{W_s} \left\{ \sin \theta \int_s (\dot{E}_x \cos \varphi + \right. \\ & \left. + \dot{E}_y \sin \varphi) f_1 \psi ds + \int_s [R - \sin \theta (x \cos \varphi + y \sin \varphi)] f_2 f_3 \psi ds \right\} + \\ & + \frac{i}{2\lambda} \frac{W_0}{W_s} \sin \theta \int_s (\dot{E}_x \cos \varphi + \dot{E}_y \sin \varphi) \psi ds. \end{aligned} \quad (3)$$

Проделав выкладки, аналогичные приведенным в работе [1], получим выражения для компонент магнитного вектора поля:

$$\dot{H}_\theta = - \frac{\lambda}{4\pi} \left(\frac{R}{\lambda W_s} + i \frac{\cos \theta}{2\pi W_0} \right) \int_s (\dot{E}_x \sin \varphi - \dot{E}_y \cos \varphi) f_1 \psi ds +$$

$$+ \frac{\sin \theta}{4\pi W_s} \int_s (y \dot{E}_x - x \dot{E}_y) f_1 \psi ds - i \frac{\lambda \cos \theta}{8\pi^2 W_0} \int_s (x \cos \varphi + y \sin \varphi) f_2 f_4 \psi ds - \\ - i \frac{\cos \theta}{2\lambda W_0} \int_s (\dot{E}_x \sin \varphi - \dot{E}_y \cos \varphi) \psi ds; \quad (4)$$

$$\dot{H}_\varphi = \frac{\lambda}{4\pi} \left(\frac{R \cos \theta}{\lambda W_s} + \frac{i}{2\pi W_0} \right) \int_s (\dot{E}_x \cos \varphi + \dot{E}_y \sin \varphi) f_2 \psi ds + \\ + \frac{\lambda}{8\pi^2 W_0} \int_s (x \sin \varphi - y \cos \varphi) f_2 f_4 \psi ds; \quad (5)$$

$$\dot{H}_R = - \frac{\cos \theta}{4\pi W_s} \int_s (y \dot{E}_x - x \dot{E}_y) f_2 \psi ds + \frac{i \sin \theta}{2\lambda W_0} \int_s (\dot{E}_x \sin \varphi - \\ - \dot{E}_y \cos \varphi) \psi ds - i \frac{\lambda \sin \theta}{8\pi^2 W_0} \int_s (\dot{E}_x \sin \varphi - \dot{E}_y \cos \varphi) f_1 \psi ds + \\ + i \frac{\lambda}{8\pi^2 W_0} \int_s [R - \sin \theta (x \cos \varphi + y \sin \varphi)] f_2 f_4 \psi ds. \quad (6)$$

Здесь

$$f_1 = \frac{ik}{r} + \frac{1}{r^2}; \quad (7)$$

$$f_2 = \frac{3}{r^4} + \frac{3ik}{r^3} - \frac{k^2}{r^2}; \quad (8)$$

$$f_3 = x \dot{E}_x + y \dot{E}_y - R \sin \theta (\dot{E}_x \cos \varphi + \dot{E}_y \sin \varphi); \quad (9)$$

$$f_4 = x \dot{E}_y - y \dot{E}_x + R \sin \theta (\dot{E}_x \sin \varphi - \dot{E}_y \cos \varphi); \quad (10)$$

$$\psi = e^{-ikr}/r, \quad (11)$$

где $\dot{E}_x, \dot{E}_y$ — комплексные ортогональные компоненты поля в излучающем раскрыве; W_0 — волновое сопротивление свободного пространства; r — расстояние от точки с текущими координатами x, y в раскрыве антенны до точки наблюдения; R — расстояние от начала координат до точки наблюдения.

Точное вычисление интегралов в (1) — (6) с учетом (7) — (11) в аналитическом виде невозможно. Однако современная вычислительная техника позволяет рассчитать эти интегралы с высокой точностью при любых амплитудно-фазовых распределениях источников поля. Для повышения точности расчетов и уменьшения затрат машинного времени целесообразно использовать спе-

циальные вычислительные методы расчета интегралов от быстроосциллирующих функций.

На ЭВМ рассчитаны амплитуды и фазы всех трех компонент электрического вектора поля в направлении нормали к раскрытию антенны, а также в зависимости от угла θ в пределах переднего полупространства на расстояниях от антенны 0,05; 0,10; 0,20; 0,40; 0,5; 0,75 и 1,00 расстояния дальней зоны ($R_{д.з.} = 2L^2/\lambda$;

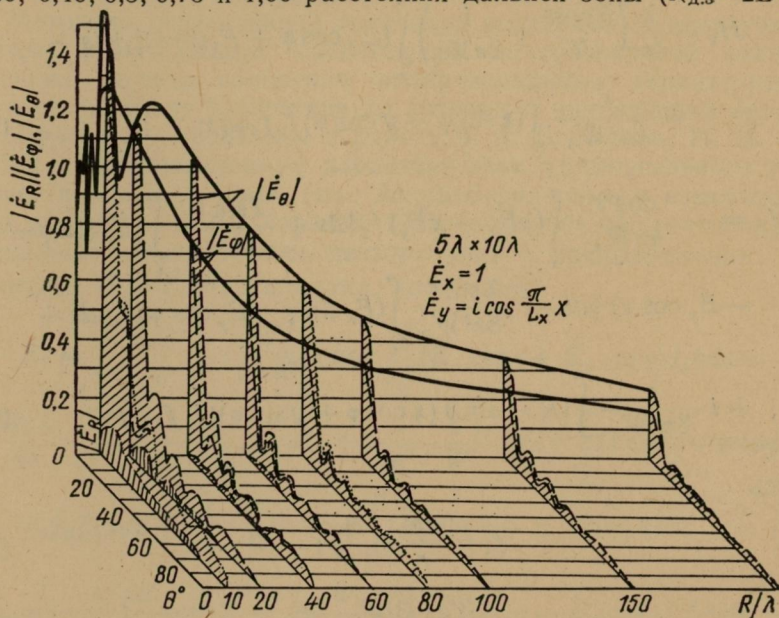


Рис. 1.

L — максимальный размер излучающего раскрытия антенны; λ — длина волны). Такие же расчеты проведены для определения коэффициента эллиптичности и угла ориентации поляризационного эллипса, причем поляризационные характеристики рассчитывались только в плоскости, перпендикулярной направлению на точку наблюдения. Рассчитывались характеристики антенны с раскрытием квадратной формы размерами $10\lambda \times 10\lambda$ и прямоугольной $5\lambda \times 10\lambda$ при двух способах возбуждения: 1) амплитудные и фазовые распределения обеих ортогональных компонент в раскрытии постоянны ($E_x = 1$; $E_y = i$), при этом поляризация волны в раскрытии круговая и одинакова во всех точках раскрытия; 2) амплитудное и фазовое распределение компонента E_x постоянно, компонента E_y — фазовое постоянно, а амплитудное изменяется в раскрытии по косинусоидальному закону $E_y = i \cos \frac{\pi}{L} x$. В последнем случае поляризация волны в раскрытии изменяется от круговой в его середине до линейной на краю.

Типичные результаты расчетов амплитудных диаграмм направленности прямоугольного синфазного раскрыва со спадающим амплитудным распределением приведены на рис. 1 в виде «объемного» графика. Фазовые диаграммы направленности на

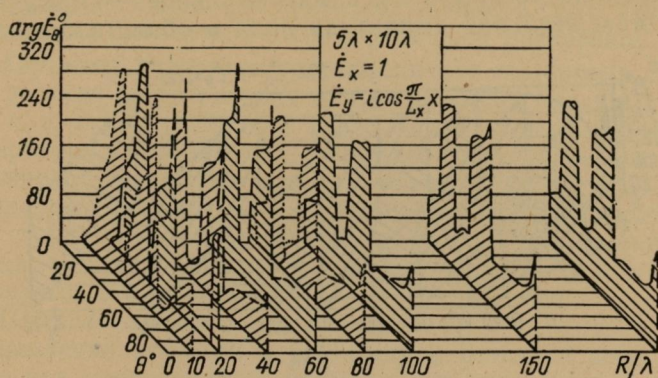


Рис. 2.

разных расстояниях от антенны показаны на рис. 2. Расчеты поляризационных диаграмм — коэффициента эллиптичности

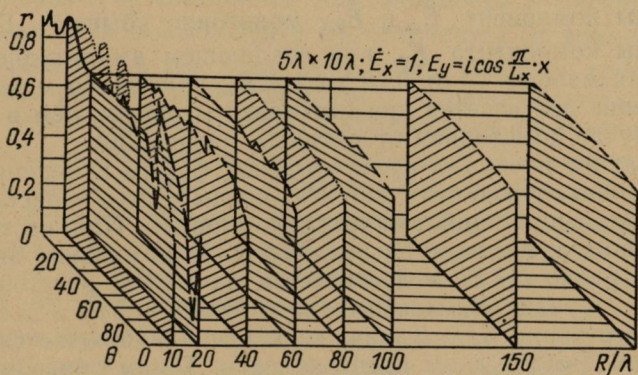


Рис. 3.

и угла ориентации поляризационного эллипса представлены соответственно на рис. 3 и 4.

Из анализа результатов расчетов можно сделать следующие выводы:

1. Амплитуды поперечных компонент $\dot{E}_\theta$ и $\dot{E}_\varphi$ в направлении нормали к раскрыву (в направлении главного максимума) изменяются по осциллирующим закономерностям. В случае квадратного раскрыва осцилляции имеют регулярный характер.

аналогичный зависимости, описываемой интегралами Френеля. Это справедливо и при спадающем амплитудном распределении. Перепад амплитуд больше при постоянном амплитудном распределении, причем минимальное значение равно $0,6 E_0$, а максимальное — $1,8 E_0$. Таким образом, максимальная амплитуда поля в области осцилляции

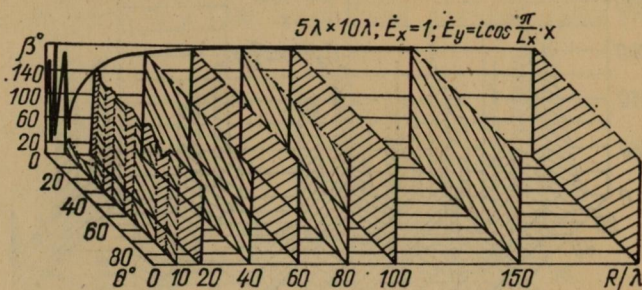


Рис. 4.

в три раза превышает минимальную, что соответствует изменению плотности потока мощности в девять раз. При этом минимальное значение достигается при расстоянии от антенны 14λ , а максимальное при более значительном удалении от антенны — порядка 34λ . При увеличении расстояния от антенны свыше 35λ амплитуды компонент E_φ и E_θ монотонно убывают. Перепад амплитуды компонента E_φ при спадающем амплитудном распределении меньше — от $0,78$ до $1,32 E_0$, причем его максимальное значение достигается при несколько меньшем, чем в предыдущем случае, расстоянии от антенны, равном 30λ .

2. В случае раскрыва прямоугольной формы изменение поля вблизи антенны резко отличается от предыдущего нерегулярным характером осцилляций амплитуд компонент. При постоянном амплитудном и фазовом распределении минимальное значение амплитуд равно $0,7 E_0$ и достигается на малом расстоянии от антенны — порядка 3λ , максимальное равно $1,55 E_0$ и достигается при расстоянии $8,5\lambda$. Такая же картина наблюдается и при спадающем амплитудном распределении. Таким образом, точки экстремального значения амплитуд в случае прямоугольного раскрыва значительно ближе к антенне, чем в случае квадратного.

Монотонное изменение поля в случае прямоугольного раскрыва также начинается значительно раньше — с расстояния порядка 25λ и, кроме того, не с экстремальной точки. Отсюда следует вывод, что в случае антенн с прямоугольным раскрывом протяженность зоны осцилляций меньше, чем у антенн с квадратным раскрывом.

3. Для антенн с квадратным раскрывом, возбуждаемым полем с постоянным амплитудным и фазовым распределением,

амплитуды компонент E_θ и E_φ практически совпадают во всех зонах. В случае спадающего распределения амплитуда компонента E_φ , естественно, меньше амплитуды компонента E_θ , однако характер их изменения примерно одинаков. Этот вывод справедлив также для антенн с прямоугольным раскрывом.

4. Характер диаграмм направленности компонент E_θ и E_φ слабо зависит от расстояния для расстояний, больших 100 длин волн, т. е. $0,5 R_{д.з.}$. Отсюда следует, что иногда используемый в литературе критерий дальней зоны $R_{д.з.} \geq L^2/\lambda$ (вместо $2L^2/\lambda$) обеспечивает весьма высокую точность. Однако для антенны с квадратным раскрывом это расстояние следует увеличить. Отметим также, что чем дальше боковой лепесток от направления нормали, т. е. чем больше его номер, тем ближе к антенне формируется его максимум.

5. Продольная компонента электрического вектора поля E_R в направлении нормали к раскрыву и ближней зоне равна 0, однако при отклонении от нормали она возрастает и достигает максимума в направлении θ , равном 17° , а затем убывает. Максимальная амплитуда компоненты E_R больше у антенн с квадратным раскрывом, чем у антенн с прямоугольным. Максимум E_R при расстоянии от антенны, равном 10 длинам волн, равен $0,3 E_0$, т. е. составляет 10% мощности в раскрыве. При увеличении угла θ компонента E_R отличается от компонент E_θ и E_φ менее, чем в два раза. Этот вывод особенно следует учитывать при расчете взаимной связи в антенных решетках.

При расстоянии от антенны с квадратным раскрывом $R = 40\lambda$ максимальная амплитуда E_R не превышает $0,1 E_0$ (и при постоянном и при спадающем амплитудном распределении). Для антенны с прямоугольным раскрывом $5\lambda \times 10\lambda$ компонента E_R имеет такую же амплитуду $0,1 E_0$ при значительно меньшем расстоянии от антенны — порядка 15λ . Таким образом, даже в случае антенн с квадратным раскрывом амплитуда компоненты E_R пренебрежимо мала при расстояниях, больших $0,2$ расстояния дальней зоны, и при меньших расстояниях для антенн с раскрывом прямоугольной формы.

6. Фазовые диаграммы направленности, характерные для дальней зоны, устанавливаются на расстояниях $60-80\lambda$, т. е. даже меньших L^2/λ . Однако, как и в случае амплитудных диаграмм направленности, фазовые диаграммы устанавливаются на более близких расстояниях для антенн с прямоугольным раскрывом, чем для антенн с квадратным. Отметим также, что лепестки фазовой диаграммы, характерные для дальней зоны, формируются при меньших расстояниях от антенны для боковых лепестков с большим номером, т. е. для дальних от главного максимума боковых лепестков.

7. Коэффициент эллиптичности в направлении нормали к раскрыву в ближней зоне изменяется по осциллирующим закономерностям даже в случае неизменной поляризации во всем раскрыве (и квадратной и прямоугольной формы). Протяженность области осцилляций коэффициента эллиптичности примерно в 10 раз меньше расстояния дальней зоны в обоих рассмотренных случаях.

8. Зависимость коэффициента эллиптичности поляризационного эллипса от угла (поляризационная диаграмма антенны), характерная для дальней зоны, устанавливается с расстояний порядка 40 длин волн (в 5 раз меньших расстояния дальней зоны) как для антенн с квадратным, так и с прямоугольным раскрывом.

9. Угол ориентации большой оси поляризационного эллипса в ближней зоне антенны также изменяется по осциллирующим закономерностям — поляризационный эллипс вращается при изменении расстояния между точкой наблюдения и антенной. Зависимость угла ориентации от расстояния приобретает монотонный характер на расстояниях порядка 20 длин волн (в 10 раз меньших расстояния дальней зоны) во всех рассмотренных случаях. Угол ориентации мало изменяется в зависимости от расстояния, начиная с расстояний порядка 40 длин волн, в 5 раз меньших расстояния дальней зоны.

Таким образом, поляризационные характеристики антенны можно измерять на расстояниях, в 5 раз меньших расстояния дальней зоны.

УДК 621.396.677.4

Н. Н. ГОРОБЕЦ, канд. физ.-мат. наук,
В. И. ЛОМАН, канд. техн. наук,
А. Ф. ЛЯХОВСКИЙ, С. В. ХИЛЕВИЧ

ИССЛЕДОВАНИЕ ИЗЛУЧАТЕЛЯ НА ПРЯМОУГОЛЬНЫХ ВОЛНОВОДАХ С УЧЕТОМ ВЗАИМНОГО ВЛИЯНИЯ

Излучатели в виде открытых концов прямоугольных волноводов отличаются простотой конструкции, широкополосными свойствами и возможностью реализации излучающих систем с различной поляризацией. Известны кругополяризованные антенны в виде системы прямоугольных волноводов, раскрывы которых образуют одну или две ортогональные пары излучателей, расположенных крестообразно или по сторонам квадрата. Такие системы волноводных излучателей обеспечивают излучение волн с круговой или эллиптической поляризацией при питании их через трехдецибелльные гибридные устройства со сдвигом фаз в выходных плечах на 90° . Наличие нескольких излучающих волноводов, расположенных вблизи друг от друга, вызывает взаимное влияние между ними, что приводит к изменению распределения полей на раскрывах каждого из волново-

дов, а значит, и амплитудных, фазовых и поляризационных характеристик волноводных излучателей.

В данной статье приводятся результаты теоретических и экспериментальных исследований характеристик составного излучателя из двух пар ортогональных прямоугольных волноводов, расположенных по сторонам квадрата, с учетом взаимного влияния их полей.

Задача определения характеристик излучателя решается на основе известного общего решения электродинамической задачи о возбуждении идеально проводящей поверхности с канавками по методу, описанному в работе [1], с применением формулировки метода частичных областей, соответствующей первой граничной задаче электродинамики. В качестве частичных областей выбраны волноводы и свободное пространство.

Поля в волноводах представлялись рядами в виде полного набора падающих и отраженных собственных волн E и H типов. Поле в свободном пространстве описывалось с помощью интегральных операторов, приведенных в работе [1], которые следуют из интегральной формулировки леммы Лоренца при вспомогательных точечных источниках, поле которых, удовлетворяющее граничному условию $E_z = 0$ на идеально проводящем плоском экране, известно. Такие же операторы можно получить, используя векторизованные формулы Грина, описывающие электромагнитное поле в любой точке свободного пространства.

Применение метода частичных областей с указанным выше представлением полей приводит к необходимости решать систему интегральных уравнений Фредгольма второго рода, к которой может быть применена процедура Галеркина. Полученная в результате применения метода Галеркина бесконечная система линейных алгебраических уравнений относительно комплексных амплитуд волн E и H типов, отраженных от раскрытов волноводов, является системой связи полей волноводов с полем в верхнем пространстве, учитывающей взаимодействие между типами волн как одного, так и соседних волноводов.

При учете только основного типа волны H_{10} система принимает следующий вид:

$$\begin{aligned}
 i2\pi ab\gamma (A_{p'}^H - B_{p'}^H) &= \sum_{p=0}^1 \left[(A_p^H + B_p^H) (\gamma^2 C_{p'p}^x - \frac{\pi}{a} D_{p'p}^x) \right] - \\
 - \sum_{q=0}^1 \frac{\pi}{a} D_{p'q}^x (A_q^H + B_q^H); \quad i2\pi ab\gamma (A_{q'}^H - B_{q'}^H) &= \sum_{q=0}^1 [(A_q^H + B_q^H) (\gamma^2 C_{q'q}^y - \\
 - \frac{\pi}{a} D_{q'q}^y)] - \sum_{p=0}^1 \frac{\pi}{a} D_{q'p}^y (A_p^H + B_p^H), \quad (1)
 \end{aligned}$$

где a, b — размеры волноводов по широкой и узкой стенкам, выраженные в электрических длинах; $\gamma^2 = 1 - (\pi/a)^2$; A_p^H, A_q^H — комплексные амплитуды падающей волны H_{10} в волноводах, расположенных ортогонально; B_p^H, B_q^H — комплексные амплитуды отраженных волн H_{10} от раскрывов;

$$C_{p',p}^x = C_{q',q}^y = \int_0^a \int_0^a \int_0^b \int_0^b \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{a}x'\right) G(x', x/y_p + y', y_{p'} + y) dy dy' dx dx'; \quad (2)$$

$$D_{p',p}^x = D_{q',q}^y = - \int_0^a \int_0^a \int_0^b \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) [G_{p',p}(a, x/y_p + y', y_{p'} + y) + G_{p',p}(0, x/y_p + y', y_{p'} + y)] dy' dy dx; \quad (3)$$

$$D_{p',q}^x = D_{q',p}^y = \int_0^a \int_0^a \int_0^b \cos\left(\frac{\pi}{a}y'\right) \cdot \sin\left(\frac{\pi}{a}x\right) [G_{p',q}(x_q + b, x_{p'} + x/y_q + y', y_{p'} + y) - G_{p',q}(x_q, x_{p'} + x/y_q + y', y_{p'} + y)] dy dx dy; \quad (4)$$

x, y — координатные оси; d_0 — расстояние между центрами параллельных волноводов; $x_q = qd_0$; $y_p = pd_0$; $x_p = y_q = (d_0 + b - a)/2$.

Функции Грина типа $G_{p',p}$ и $G_{p',q}$, где первый индекс p' обозначает номер раскрыва волновода, на котором находится точка наблюдения с координатами x, y , а второй относится к раскрывам волноводов, где находятся точки источников с координатами x', y' , вычисляются по формуле

$$G_{p',p} = 2 \frac{e^{i\sqrt{(x-x')^2 + (y-y')^2}}}{(x-x')^2 + (y-y')^2}. \quad (5)$$

В скобках для каждой функции Грина указаны координаты точек наблюдения и источников. Система уравнений (1) состоит из четырех алгебраических уравнений, поскольку каждый из индексов p', q' , которые обозначают номера волноводов, расположенных по координатным осям x и y , приобретают номера 0 и 1.

Анализируя систему уравнений (1), можно заключить, что при учете основного типа волны H_{10} , отраженной от раскрывов волноводов, взаимодействие полей на раскрывах волноводов, расположенных относительно друг друга параллельно и ортогонально по широким стенкам, происходит по-разному. Для

волноводов с параллельными широкими стенками взаимодействие осуществляется за счет регулярной дифракции на раскрывах волноводов и дифракции на контурах раскрывов. В уравнения при этом входят члены с коэффициентами $C_{p'p}^x, D_{p'p}^x$. Для волноводов с ортогональным расположением широких стенок взаимодействие между полями значительно меньше и происходит только за счет дифракции на контурах раскрывов. В уравнения входят коэффициенты $D_{p'q}^x, D_{q'p}^y$.

Система уравнений (1) решалась на ЭВМ в комплексном

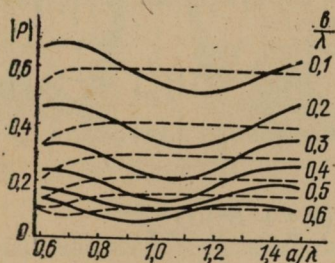


Рис. 1.

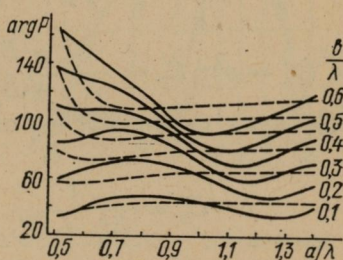


Рис. 2.

виде относительно амплитуд отраженной волны H_{10} от раскрыва каждого из волноводов при известных значениях амплитуды падающей волны в волноводах. Интегральные коэффициенты (2—4) вычислялись численно по квадратурным формулам Гаусса наивысшей степени точности.

На рис. 1, 2 сплошными линиями представлены рассчитанные модуль и фаза коэффициента отражения волны H_{10} для открытого конца волновода, входящего в рассматриваемую систему волноводов при расстоянии между ними $d_0 = a + b$, для случая, когда выполняются условия получения круговой поляризации, т. е., когда $A_q^H = A_p^H e^{i(\pi/2)}$.

Значение амплитуды падающей волны принималось равной единице. На графиках пунктирными линиями показаны модуль и фаза коэффициента отражения для одиночного волновода с бесконечным фланцем по работе [2]. Из графиков следует, что коэффициент отражения для прямоугольного волновода, находящегося в системе волноводов, нестационарен по отношению к коэффициенту отражения одиночного волновода. Их отличие может достигать до 20% по модулю и фазе в зависимости от соотношения между размерами волноводов и длиной рабочей волны. Это можно объяснить наличием взаимодействия между полями разных волноводов, что приводит к изменению проводимости излучения открытого конца волновода, а следовательно, и коэффициента отражения.

Приведенную проводимость для открытого конца волновода, входящего в рассматриваемую систему ортогональных волноводов, можно определить из первого уравнения системы (1), разделив левую и правую части уравнения на $A_{p'}^H + B_{p'}^H$. В результате имеем

$$Y_{p'} = \frac{A_{p'}^H - B_{p'}^H}{A_{p'}^H + B_{p'}^H} = \frac{\kappa}{i2\pi ab\gamma} (C_c + C_{\Pi} + C_0), \quad (6)$$

где $\kappa = \pi/a$; $C_c = \frac{\gamma^2}{\kappa} C_{p',p}^x - D_{p',p}^x$ — собственный коэффициент

связи ($p' = p$); $C_{\Pi} = \frac{A_p^H + B_p^H}{A_{p'}^H + B_{p'}^H} \left(\frac{\gamma^2}{\kappa} C_{p',p}^x - D_{p',p}^x \right)$ — взаимный коэффициент связи за счет параллельного волновода ($p' \neq p$);

$$C_0 = \frac{1}{A_{p'}^H + B_{p'}^H} \sum_{q=0}^1 (A_q^H + B_q^H) D_{p',q}^x$$

— взаимный коэффициент связи за счет ортогональных волноводов.

Из выражения (6) следует, что проводимость излучения элемента излучателя состоит из собственной и наведенных проводимостей, которыми являются коэффициенты связи с точностью до постоянного множителя.

Нами были проведены исследования характеристик излучателя в дальней зоне в плоскостях $\varphi = 0^\circ$ и $\varphi = 45^\circ$. Диаграммы направленности по полному полю определяли по значениям ортогональных компонент электрического поля E_θ и E_φ , которые находили на основе интегральных операторов по работе [1] после определения касательных составляющих полей на раскрытых волноводах с учетом решения системы уравнений (1). По отношению ортогональных компонент $E_\theta(\theta, \varphi)$ и $E_\varphi(\theta, \varphi)$ определялись и поляризационные характеристики излучателя.

На рис. 3 и 4 представлены расчетные энергетические и поляризационные диаграммы (соответственно сплошной и штрихпунктирной линиями) излучателя вращающейся поляризации из стандартных волноводов 23×10 мм² на волне $\lambda = 3,3$ см при расстоянии между центрами параллельных волноводов, равном λ_0 .

Следует отметить, что в диагональных плоскостях ДН излучателя имеет меньший уровень бокового излучения и более широкую поляризационную диаграмму, чем в плоскостях $\varphi = 0$ и $\varphi = 90^\circ$.

На этих же рисунках помещены экспериментальные ДН, снятые по методу вращающейся линейно-поляризованной антен-

ны для одновременной индикации энергетических и поляризационных диаграмм. Приведенные расчетные и экспериментальные энергетические диаграммы достаточно хорошо согласуются.

Измеренный коэффициент эллиптичности данного излучателя в диапазоне волн $2,7 \div 3,7$ см составлял выше 0,7. Эксперимен-

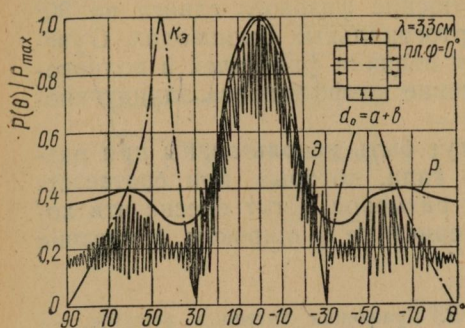


Рис. 3.

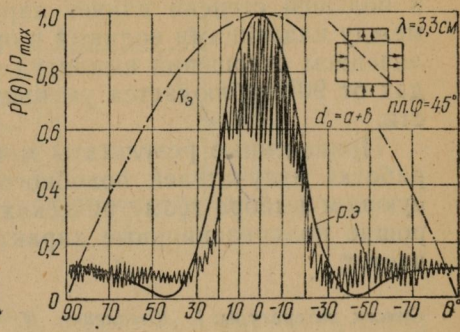


Рис. 4.

тальные измерения проводились с облучателем, питаемым через волноводно-щелевые мосты со связью по узкой стенке.

Поляризационные диаграммы в обеих плоскостях рассчитывались при идеальном поляризаторе, т. е. при точном соблюдении условий получения волны с круговой поляризацией, по-

A_p^H	A_q^H	K_Σ	
		пл. $\varphi = 0^\circ$	пл. $\varphi = 45^\circ$
1,05	$0,95e^{i90^\circ}$	0,905	1
1,1	$0,9e^{i90^\circ}$	0,818	1
e^{i5°	e^{i90°	1	0,913
e^{i10°	e^{i90°	1	0,841
$0,95e^{i5^\circ}$	$1,05e^{i90^\circ}$	0,908	0,92
$0,95e^{i10^\circ}$	$1,05e^{i90^\circ}$	0,908	0,845
$0,9e^{i10^\circ}$	$1,1e^{i90^\circ}$	0,822	0,839

этому на графиках наблюдается некоторое несовпадение значений коэффициентов эллиптичности в экспериментальных и расчетных поляризационных диаграммах.

Решение задачи определения характеристики излучателя в приведенном выше виде позволяет оценить степень влияния работы системы питания излучателя, а именно: как несоблюдение условий получения волны с круговой поляризацией по амплитуде и фазе сказывается на работе излучателя по изменению коэффициента эллиптичности.

В таблице представлены рассчитанные значения коэффициента эллиптичности при нарушении равенства амплитуд в ортогональных волноводах от единичного значения на 5, 10% и одно-

временно амплитуд и фаз на 5 и 10% в главной и диагональной плоскостях. Из таблицы видно, что уменьшение коэффициента эллиптичности в основной плоскости происходит при нарушении равенства амплитуд в ортогональных волноводах, в то время как в диагональной плоскости на коэффициент эллиптичности в большей степени влияет нарушение фазового сдвига на 90° между падающими волнами в ортогональных волноводах. С увеличением отношения амплитуд и отличия фаз полей в волноводах от 90° наблюдается уменьшение коэффициента эллиптичности.

Приведенные результаты могут быть использованы при разработке излучателей подобного типа, которые при соответствующем выборе геометрических размеров могут обеспечить хорошие поляризационные характеристики в широком диапазоне частот.

Список литературы: 1. Коваленко Н. В. Уравнения антенных решеток. — В кн.: Антенные решетки / РГУ, 1971, с. 35—47. 2. Левин Л. Современная теория волноводов. М., ИЛ., 1954. 215 с.

УДК 621.396.965.4

А. Н. НЕЧИПОРЕНКО, Ю. Т. РЕПА, канд. физ.-мат. наук,
Ю. В. ХАРИН, В. П. ШЕЙКО, канд. физ.-мат. наук

ЭКСПЕРИМЕНТАЛЬНОЕ ИССЛЕДОВАНИЕ ЭЛЕКТРИЧЕСКИ СКАНИРУЮЩЕЙ АНТЕННЫ МИЛЛИМЕТРОВОГО ДИАПАЗОНА ВОЛН

Развитие радиотехнических систем миллиметрового диапазона вызвало необходимость дальнейшей разработки антенн с электрически управляемой диаграммой направленности. Сложность и высокая стоимость фазированных антенных решеток, как известно, до сих пор являются основными ограничивающими факторами на пути широкого внедрения таких антенн с электронным сканированием. Поэтому важной задачей является разработка новых устройств, свободных от недостатков, связанных с необходимостью деления мощности по парциальным каналам и последующим (после фазирования) сложением сигналов в пространстве.

Широкое применение ферритов на СВЧ позволило создать электрически сканирующие антенны сантиметрового диапазона [1]. В настоящей работе приведены результаты экспериментальных исследований сканирующей антенны миллиметрового диапазона, в апертуре которой помещен ферритовый образец.

Принцип работы такой антенны ясен из рис. 1. Он состоит в изменении коэффициента преломления образца под действием внешнего управляющего магнитного поля, приводящего к изменению магнитной проницаемости материала [2]. Сканирующее

устройство (рис. 1, а) состоит из конического рупора 1, который возбуждает цилиндрическую полость 2, заполненную ферритом 3. Несимметричное управляющее магнитное поле подводится к образцу посредством двух электромагнитов 4. Входная волна

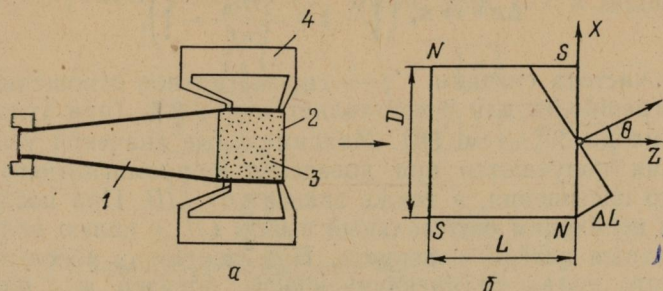


Рис. 1.

является круго-поляризованной волной [3] и получена обычным методом с помощью дифференциальной фазирующей секции.

Прикладывая к каждому электромагниту одинаковый по величине ток, получим приблизительно линейный набег фазы в поперечном сечении феррита для продольно приложенного поля (рис. 1, б). При этом коэффициент преломления материала по краям апертуры ($x = \pm D/2$) можно записать в виде $n = n_0 \pm \Delta n$. Здесь $n_0 = \sqrt{\epsilon}$ — значение коэффициента преломления для неподмагниченного материала; Δn — приращение коэффициента преломления под воздействием приложенного магнитного поля; ϵ — диэлектрическая проницаемость феррита.

Набег фазы на краю феррита равен

$$\Delta \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} \Delta L, \quad (1)$$

где (из рис. 1, б)

$$\Delta L = \frac{D}{2} \sin \theta; \quad (2)$$

θ — угол сканирования. В свою очередь

$$\Delta L = L \Delta n. \quad (3)$$

Подставляя равенство (3) в (2), получаем выражение для угла сканирования

$$\theta \pm = \arcsin \left(2 \frac{L}{D} \Delta n \pm \right). \quad (4)$$

Знаки «+» и «—» для θ соответствуют углам сканирования, полученным при питании антенны электромагнитной волной соот-

ветственно с правым и левым вращением в плоскости поляризации. Используя данные, приведенные в работе [2], выражение для $\Delta n^{\pm}$ можно записать в виде

$$\Delta n^{\pm} = n_0 \left(\sqrt{1 + \frac{\gamma M_0}{2\pi f}} - 1 \right), \quad (5)$$

где f — частота сигнала; γ — гиромагнитное отношение. При этом погрешность для θ составляет менее 2% (при углах сканирования до 30° — см. [4]). Максимальные значения угла сканирования получаются при доведении ферромагнитного материала до насыщения, а также зависят от L/D . При построении антенны необходим оптимальный выбор L/D с целью получения минимальных потерь в феррите. При величинах используемого магнитного поля, подмагничивающего образец в раскрыве антенны, потери в материале определяются диэлектрическими характеристиками феррита. С учетом перечисленных соображений, в качестве ферритового образца в устройстве применены диски из феррита марки 1СЧ7 с намагниченностью насыщения M_0 , равной 0,427 Т. Для него $\epsilon = 13,8$; $\operatorname{tg} \delta = 1,3 \cdot 10^{-3}$ (измерения проведены на частоте 10 ГГц).

Приведем возможные углы сканирования при использовании феррита 1СЧ7 для различных отношений L/D на частоте 60 ГГц:

L/D	0,3484	0,6969	1
θ^+	$17,6^\circ$	$37,3^\circ$	$60,5^\circ$
θ^-	$15,6^\circ$	$32,74^\circ$	$50,9^\circ$

Значения $L/D=0,3484$ и $L/D=0,6969$ соответствуют размерам для одного и двух ферритовых дисков, сложенных вместе.

Исследования характеристик антенны проводили на установке, блок-схема которой представлена на рис. 2. Установка работает следующим образом. Сигнал с частотой 60 ГГц от генератора Г4-104 (1) через развязывающий аттенюатор (4) и направленный ответвитель (2) поступает к боковому плечу ответвителя, в котором включены волномер (3) и детекторная секция (6). Продетектированный сигнал через усилитель (7) подается на контрольный осциллограф (8). Для контроля за уровнем мощности при проведении испытаний параллельно осциллографу подключен цифровой вольтметр (9). С выхода основного волновода ответвителя сигнал попадает на поляризационный аттенюатор (5), который служит для измерения параметров исследуемых диаграмм направленности. Круговую поляризацию формирует дифференциально фазирующая секция (10), возбуждающая рупорный излучатель исследуемой сканирующей антенны (11), апертура которой заполнена ферритом (12). Для создания управляющего магнитного поля используются электромагниты (13), питание которых осуществляется от источника

постоянного тока (16). В приемном тракте излучение регистрируется с помощью зонда (14), который представляет собой открытый конец волновода сечением $3,6 \times 1,8$ мм. Для исключения влияния отражений зонд окружен поглотителем (15). Принимаемое излучение усиливается усилителем (7) и подается на

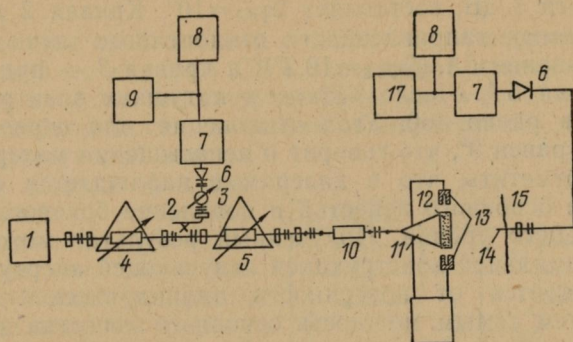


Рис. 2.

вход y двухкоординатного самописца (17). Кроме того, для визуального контроля принимаемое излучение после усиления регистрируется осциллографом (8). Равномерное перемещение зонда обеспечивается схемой управления реверсивного двигателя. Измерительный зонд жестко связан с подвижным контактом реохорды, с которого снимается меняющееся напряжение постоянного тока для управления самописцем. Исходя из постоянных времени используемых измерительных приборов, скорость перемещения зонда выбрана $0,4$ мм/сек.

Результаты измерений при различных значениях подмагничивающего тока представлены на рис. 3. Они получены при следующих условиях: вид поляризации — круговая, правая; коэффициент эллиптичности излучаемой волны равен $0,98$; диаграммы направленности сняты при линейном перемещении зонда (E -и H -плоскости) в плоскости сканирования и пересчитаны в угловых координатах по полному полю; измерения проводились на расстоянии между исследуемой антенной и приемным зондом,

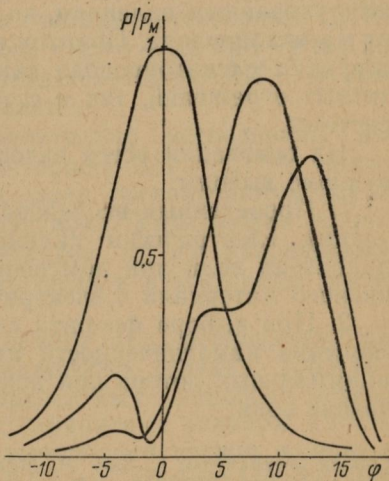


Рис. 3.

равном 280 мм, что определялось динамическим диапазоном установки.

Кривая 1 характеризует диаграмму направленности сканирующего устройства при нулевом значении подмагничивающего тока. Ширина диаграммы направленности, измеренная по уровню мощности 3 дБ, составляет $2\varphi_{0,5} = 10^\circ$. Кривая 2 характеризует диаграмму направленности отклоненного луча при токе подмагничивания 3А ($2\varphi_{0,5} = 10,3^\circ$), а кривая 3 — при токе подмагничивания 5 А. Число витков в катушках электромагнитов постоянно и равно 460. Угол отклонения для первого случая (кривая 2) равен 9° , что говорит о ненасыщении материала. Необходимо отметить, что в диаграмме наблюдается небольшое уменьшение основного лепестка и появление бокового лепестка незначительного уровня. Полученный результат можно объяснить неоптимальной конструкцией излучающей апертуры. Часть луча отражается от поверхности цилиндрической полости, уменьшая тем самым мощность основного лепестка и увеличивая мощность боковых лепестков. Это наглядно подтверждается при дальнейшем отклонении диаграммы (кривая 3). Здесь уже наблюдаются значительные изменения излученного поля, хотя сектор сканирования не намного отличается от предыдущего ($12,5^\circ$). По-видимому, это может быть устранено помещением феррита не в цилиндрическую полость, а в раскрыв излучающего рупора. Экспериментально установлено, что уменьшение основного и возрастание бокового лепестка связано не только с указанным явлением, но и с отражением отклоненного луча от магнитопровода. Поэтому необходим выбор оптимальной конструкции магнитопровода как с точки зрения исключения паразитных отражений, так и с точки зрения энергетики магнитной системы.

На основании всего изложенного выше можно сделать следующие выводы:

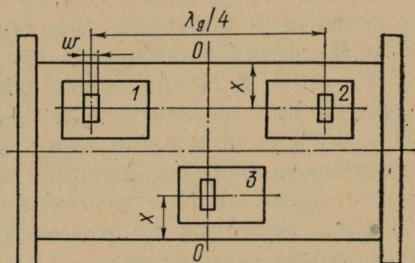
1. Проведенные исследования подтвердили возможность создания электрически сканирующей антенны миллиметрового диапазона волн при помещении в апертуре антенны ферромагнитного материала с электрически управляемыми параметрами.

2. При выборе феррита следует исходить из максимального значения намагнитченности насыщения материала и получения минимальных потерь при использовании в миллиметровом диапазоне волн.

Список литературы: 1. Кюн Р. Микроволновые антенны / Пер. с нем. М., Судостроение, 1976. 516 с. 2. Вольман В. И., Пименов Ю. В. Техническая электродинамика. М., Связь, 1971. 485 с. 3. Johanson B. E. Inertialless electromagnetic wave scanner. Pat. USA. Feb. 1968. 4. Shiller T. R., Heath W. S. An electronically scanned array at millimeter wave lengths employing ferite apertures. — IEEE Trans., AP-16, 2, March 1968.

ВОЛНОВОДНЫЕ ДАТЧИКИ ПОЛНЫХ СОПРОТИВЛЕНИЙ
И ПРОХОДЯЩЕЙ МОЩНОСТИ

Современные требования к точности и достоверности передачи сообщений по каналам СВЧ заставляют искать новые пути повышения качества аппаратуры СВЧ. Это в свою очередь приводит к необходимости создания измерительной аппаратуры СВЧ, использующей информацию о модуле и фазе коэффициента отражения и о проходящей через СВЧ трансформации. Такую информацию можно получить с помощью датчиков полных сопротивлений (ДПС), одновременно являющимися и датчиками проходящей мощности (ДПМ) [1; 2]. Составной частью ДПС



Трехдетекторный ДПС.

и ДПМ являются направленными ответвителями, инженерная методика расчета которых описана в работе [2]. Существует несколько вариантов волноводных датчиков полных сопротивлений. В работе [1] подробно рассмотрен четырехдетекторный ДПС. Для работы в более узком диапазоне частот ($f_0 \pm 5\%$) ту же информацию можно получить и с трехдетекторного ДПС. В этом случае конструкция датчика упрощается.

Были изготовлены и экспериментально исследованы два конструктивных варианта трехдетекторного ДПС (ДПМ) волноводного типа. В обоих вариантах щели располагаются параллельно оси симметрии ОО (см. рисунок). Уменьшение количества детекторных секций и выполнение их на запредельных волноводах позволяет расположить щели и детекторные секции на одной широкой стенке.

В обоих вариантах трехдетекторного ДПС перпендикулярно широкой стенке волновода стандартного сечения ($35 \times 15 \times 1,5$ мм) расположены три запредельных волновода сечением 17×8 мм. Во втором варианте габаритные размеры датчика уменьшены путем применения в детекторной секции волновода сечением $7,2 \times 3,4$ мм и высотой 5,57 мм. Общая высота этого ДПС составляет 32 мм. Длина щели 7 и 5 мм соответственно для каждого типа ДПС. Расчет производился при выбранной ширине щели $0,5 \pm 0,05$ мм. Фазовый сдвиг между напряжениями на щелях 1 и 2, равный $\pi/2$, создается путем разнеса щелей на расстояние $\lambda_g/4$. Щель 3 режется на оси симметрии ОО. Рас-

стояние X от узкой стенки для всех щелей одинаково, и рассчитывается по формуле

$$X = \frac{a}{\pi} \operatorname{ars} \operatorname{tg} \left(\frac{\lambda_{\text{ср}}}{2a} \right),$$

где a — размер широкой стенки волновода; λ_g — длина волны в волноводе.

Программа испытаний включала измерение собственного КСВ датчиков и экспериментальное определение погрешности измерения модуля и фазы коэффициента отражения, определение погрешности в измерении проходящей мощности. В результате испытаний получены следующие результаты: 1. Собственный КСВ датчиков составил: для варианта I — 1,10; для варианта II — 1,09. 2. Погрешность измерения модуля коэффициента отражения для варианта I не превышала 2,5%, для варианта II — 3,2% в указанной выше полосе частот. 3. Погрешность в определении фазы коэффициента отражения не превышала 1% в полосе частот. 4. При изменении уровня мощности генератора в 1,5 раза величина напряжения, пропорциональная проходящей мощности, изменялась в $1,5 \pm 1\%$ раза в обоих вариантах ДПС.

Описанные датчики полных сопротивлений (датчики проходящей мощности) могут найти применение в аппаратуре встроенного контроля.

Список литературы: 1. Бондаренко И. К., Дейнега Г. А., Магачев З. В. Автоматизация измерений параметров СВЧ трактов. М., Сов. радио. 1969. 303 с. 2. Соболева А. И., Пригода Б. А., Василевский В. М. Опыт производства направленных ответвителей СВЧ трактов. — Вопросы построения систем оптимальной обработки информации. Ярославль, 1977, вып. 2, с. 133—140.

УДК 621.372.622

В. М. СЕДЫХ, д-р физ.-мат. наук,
Е. А. ШАУЛОВ, С. А. ПОГАРСКИЙ

ПРЕДЕЛЬНАЯ МОЩНОСТЬ И ХАРАКТЕРИСТИЧЕСКОЕ СОПРОТИВЛЕНИЕ ВОЛНОВОДОВ С ПОПЕРЕЧНЫМ СЕЧЕНИЕМ СЛОЖНОЙ ФОРМЫ И СЛОИСТЫМ ДИЭЛЕКТРИЧЕСКИМ ЗАПОЛНЕНИЕМ

В работе [1] получены дисперсионные уравнения H_{m0} -волн в волноводах с поперечным сечением сложной формы и слоистым диэлектрическим заполнением. Данная статья является продолжением работы [1].

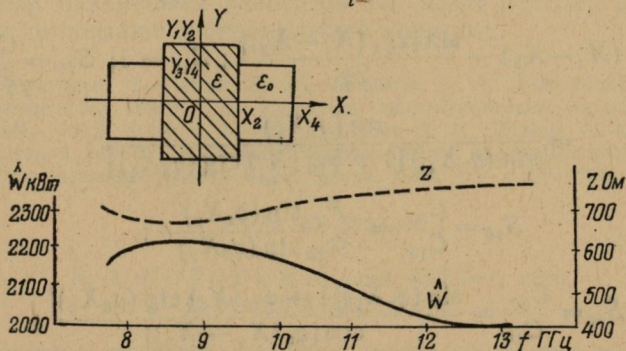
Определим предельную мощность и волновое сопротивление в H -, P -, T - и крестообразных волноводах со слоистым диэлек-

трическим заполнением. Проходящая по волноводу мощность определяется по формуле

$$W = \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_S [\vec{E} \vec{H}^*]_z dS. \quad (1)$$

Для нашего случая (рис. 1 [1]) формула (1) принимает вид

$$W = 4 \sum_{i=1}^4 \frac{1}{2} \operatorname{Re} \int_{S_i} [\vec{E}_i \vec{H}_i^*]_z dS_i. \quad (2)$$



Выразим поперечные компоненты электрического и магнитного полей для волны H_{10} через продольные компоненты магнитного поля (формулы (3) [1]), подставим их значение в формулу (2) и вычислим интеграл. В нулевом приближении получим значение проходящей по волноводу мощности:

$$W = \omega \gamma \mu_0 \sum_{i=1}^4 \frac{Y_i}{q_i^2} C_{i0}^2 \Phi_i. \quad (3)$$

Если напряженность электрического поля в i -области достигает некоторого предельного значения $\hat{E} = 2,9$ кВ/мм, то возможен пробой диэлектрика. Эта величина и определяет предельную мощность.

$$\hat{W} = \frac{\hat{E}^2}{\eta} \frac{\lambda_0}{\lambda_g} q_i^2 L_i^2 \sum_{i=1}^4 \frac{Y_i}{q_i^2} \frac{S_{i0}^2}{S_{i0}^2} \Phi_i. \quad (4)$$

Здесь индекс i относится к той области, в которой наступает пробой диэлектрика, т. е. $|E_{iy\max}| = \hat{E}$. В формулах (3) и (4) введены обозначения

$$\Phi_1 = X_1 + \frac{\sin(2q_1 X_1)}{2q_1}; \quad \Phi_2 = (X_2 - X_1)[1 + \varphi_{20}^2(X_1)] +$$

$$+ \frac{\sin(2q_2 X_2) - \sin(2q_2 X_1)}{2q_2} [1 - \varphi_{20}^2(X_1)] + \varphi_{20}^2(X_1) \times \\ \times \frac{\cos(2q_2 X_2) - \cos(2q_2 X_1)}{q_2};$$

$$\Phi_3 = (X_3 - X_2)[1 + \varphi_{30}^2(X_3)] + \frac{\sin(2q_3 X_3) - \sin(2q_3 X_2)}{2q_3} \times \\ \times [1 - \varphi_{30}^2(X_3)] + \varphi_{30}^2(X_3) \frac{\cos(2q_3 X_3) - \cos(2q_3 X_2)}{q_3};$$

$$\Phi_4 = (X_4 - X_3) - \frac{\sin[2q_4(X_4 - X_3)]}{2q_4}; S_{10} = 1; S_{20} = \frac{C_{20}}{C_{10}} =$$

$$= \frac{\sin(q_1 X_1)}{\sin(q_2 X_1) [1 + \varphi_{20}(X_1) \operatorname{ctg}(q_2 X_1)]};$$

$$S_{30} = \frac{C_{30}}{C_{10}} = \frac{F_{20} \sin(q_2 X_2)}{\Phi_{20} \sin(q_3 X_3)};$$

$$S_{40} = \frac{C_{40}}{C_{10}} = \frac{\sin(q_3 X_3) [1 + \varphi_{30}(X_3) \operatorname{ctg}(q_3 X_3)]}{\cos[q_4(X_4 - X_3)]};$$

$$C_{10} = \frac{|E_{iy\max}| q_i}{\omega \mu_0} L_i; L_1 = 1; L_2 = \frac{1}{\cos(q_2 X_1) - \varphi_{20}(X_1) \sin(q_2 X_1)};$$

$$L_3 = \frac{1}{\Phi_{30} \cos(q_3 X_2)}; L_4 = \frac{1}{\sin[q_4(X_4 - X_3)]}; \eta = 3770 \text{ м.} \quad (5)$$

Остальные обозначения приведены в работе [1]. Характеристическое сопротивление определяется по формуле

$$Z = U^2 / 2W. \quad (6)$$

Максимальная амплитуда напряжения между стенками в волноводе

$$U = 2Y_i |E_{iy\max}| = \frac{\omega \mu_0}{q_i} C_{i0} \frac{2Y_i}{L_i}. \quad (7)$$

Подставив выражения (7) и (3) в формулу (6) получаем в нулевом приближении выражение для определения величины характеристического сопротивления:

$$Z = \frac{\lambda_g}{\lambda_0} \frac{2Y_k^2 \eta}{\sum_{i=1}^4 Y_i \frac{q_k^2}{q_i^2} \frac{S_{i0}^2}{S_{k0}^2} L_k \Phi_i}. \quad (8)$$

Здесь индекс k относится к области с максимальным электрическим полем.

Расчеты проводились для случая крестообразного волновода ($X_1=X_2=5,1$ мм; $X_3=X_2$; $X_4=11,5$ мм; $Y_1=Y_2=9,56$ мм; $Y_3=Y_4=5$ мм) с заполненными диэлектриком ($\epsilon_1=\epsilon_2=2,57$) I и II областями. По формулам (4) и (8) рассчитаны зависимости предельной мощности и характеристического сопротивления от частоты и построены графики (рисунок). Полученные кривые можно сравнить с соответствующими зависимостями (рис. 2 и рис. 3 [2]) в случае пустого волновода. Видно, что неоднородное заполнение приводит не только к количественным, но и к качественным изменениям зависимостей: из-за перераспределения поля они принимают экстремальный характер.

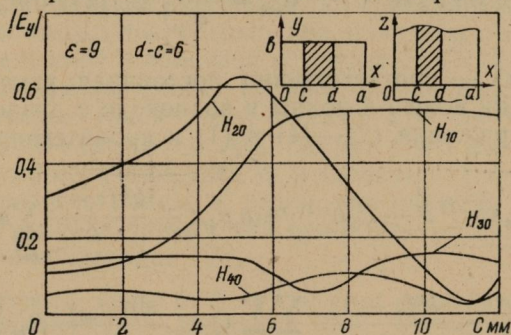
Список литературы: 1. Седых В. М., Шаулов Е. А. Волноводы сложной формы поперечного сечения со слоистым диэлектрическим заполнением. — Радиотехника, 1979, т. 51, с. 16—21. 2. Седых В. М., Зоркин А. Ф. Предельная мощность и характеристическое сопротивление крестообразного волновода. — Труды радиофиз. фак-та Харьк. ун-та, 1962, т. 7, с. 96—100.

УДК 621.372.54

В. А. КОРОБКИН, канд. физ.-мат. наук,
В. Я. ДВАДНЕНКО

РАССЕЯНИЕ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ ВОЛН НА СТЫКЕ ЧАСТИЧНО ЗАПОЛНЕННОГО ДИЭЛЕКТРИКОМ ПРЯМОУГОЛЬНОГО ВОЛНОВОДА С НЕЗАПОЛНЕННЫМ

Рассматриваемая задача представляет интерес с точки зрения разработки приборов с использованием волноводно-диэлектрического резонанса, таких как электрически управляе-



мые, двухполосные, полоснозаграждающие фильтры и другие устройства, в которых высшие типы волн используются наряду с основным для получения рабочих характеристик. Ряд работ [1; 2], в которых исследовался данный стык, рассматривают его только с целью получения элементов матрицы рассеяния для

основного типа волны, что недостаточно для применений, указанных выше.

Решение для стыка, показанного на рисунке, на который в области $z < 0$ падает волна H_{10} , получено методом функции Грина уравнений Максвелла [3; 4]. Интегральные уравнения для данной конфигурации диэлектрического заполнения могут решаться только для компоненты поля E_y и будут иметь вид

$$E_y(x, z) = E_{y \text{ ст}}(x, z) + k^2(\epsilon - 1) \int_c^d \int_{\tilde{c}}^{\tilde{d}} G_{ey}(x, z, x', z') E_y(x', z') dx' dz', \quad (1)$$

где k — волновое число; ϵ — диэлектрическая проницаемость вставки; G_{ey} — функция Грина, имеющая вид

$$G_{ey}(x, z, x', z') = \frac{2}{ab} \sum_m \frac{e^{-i\gamma_m |z - z'|}}{\gamma_m} \sin p_m x', \quad (2)$$

где γ_m и p_m — соответственно продольное и поперечное волновые числа пустого волновода для m -й волны; $E_{y \text{ ст}}$ в (1) — падающая волна с единичной амплитудой ($E_0 = 1$);

$$E_{y \text{ ст}} = E_0 \sin p_1 x e^{-i\gamma_1 z}. \quad (3)$$

Поле в области $z > 0$ ищем в виде ряда по собственным волнам волновода с диэлектриком с неизвестными коэффициентами Q_e :

$$E_y = \sum_l \sum_m Q_l \alpha_{lm} \sin p_m x e^{-i\Gamma_l z}; \quad \alpha_{lm} = \frac{2}{a} \int_c^d E_{yl}(x) \sin p_m x dx, \quad (4)$$

где Γ_l и $E_{yl}(x)$ — соответственно постоянная распространения и конфигурация поля l -й волны в волноводе с диэлектриком [5]. Подставив выражения (2)–(4) в (1) и проинтегрировав, имеем

$$\begin{aligned} & \sum_l \sum_m \alpha_{lm} \sin p_m x e^{-i\Gamma_l z} - E_0 e^{-i\gamma_1 z} \sin p_1 x + \frac{k^2(\epsilon - 1)}{a} \sum_{ml} \sin p_m x R_m Q_l \times \\ & \times \alpha_{ml} \frac{2e^{-i\Gamma_l z}}{\Gamma_l^2 - \gamma_m^2} - \frac{k^2(\epsilon - 1)}{a} \sum_l \sum_m Q_l \alpha_{ml} \frac{\sin p_m x}{\gamma_m} R_m \frac{e^{-i\gamma_m z}}{\Gamma_l - \gamma_m} = 0; \end{aligned} \quad (5)$$

$$R_m = d - c - \frac{\sin 2p_m d + \sin 2p_m c}{2p_m}.$$

Выражение (5) распадается на два уравнения, так как имеется два вида зависимости от z . Приравниваем члены ряда для $e^{-\gamma_m z}$ при одинаковых m , получаем систему

$$\begin{cases} \sum_{l=1}^M Q_l \frac{a_{1l}}{\Gamma_l - \gamma_1} = \frac{E_0 a \gamma_1}{R_1 k^2 (\varepsilon - 1)}; \\ \sum_{l=1}^M Q_l \frac{a_{2l}}{\Gamma_l - \gamma_2} = 0; \\ \dots \dots \dots \\ \sum_{l=1}^M Q_l \frac{a_{ml}}{\Gamma_l - \gamma_m} = 0. \end{cases} \quad (6)$$

Для определения отраженных волн вновь воспользуемся уравнением (1) для области $z < 0$.

$$E_{y(z < 0)} = E_0 e^{-\gamma_1 z} \sin p_1 x + \frac{k^2 (\varepsilon - 1)}{a} \sum_m \frac{\sin p_m x}{\gamma_m} R_m \sum_l \frac{Q_l a_{ml} e^{\gamma_l z}}{\Gamma_l + \gamma_m}. \quad (7)$$

Первое слагаемое в правой части выражения (7) представляет собой падающую основную волну.

Рассмотрим результаты расчета амплитуды отраженной основной волны и амплитуд высших типов волн пустого волновода, возбужденных на стыке, в зависимости от расположения диэлектрической пластины. Расчет производился для системы пятого порядка. В связи с тем что зависимости симметричны относительно центрального положения пластины, графики даны только до значений, соответствующих центральному положению. На рисунке приведены кривые для пластины толщиной 6 мм и $\varepsilon = 9$, помещенной в волновод сечением $28,5 \times 12,6$ мм². При небольших смещениях кривые похожи на распределение поля E_y соответствующих типов волн, однако при $C = 6$ мм меняется ход кривых. Это связано с тем, что при $C = 6$ мм волна H_{20} становится распространяющейся в волноводе с диэлектриком, кроме того, близость волны к своей критической частоте также отражается на ходе кривых при приближении диэлектрика к боковой стенке волновода.

Список литературы: 1. Chang G. T. M. Equivalent circuit for partially dielectric-filled rectangular-waveguide junctions. — IEEE Trans., 1973, vol. MTT-21, N 6, p. 403-411. 2. Mc. Ritchie W. K., Kharadly M. M. Z. Properties of interface Between homogeneous and inhomogeneous waveguides. — Proc. IEE, 1974, vol. 121, N 11, p. 1367-1374. 3. Хижняк Н. А. Функция Грина уравнений Максвелла для неоднородных сред. — ЖТФ, 1958, т. 28, с. 1592-1610. 4. Кислюк М. Ж. Метод вторичных волн в задачах электродинамики / ЛЭТИСС. Л., 1970. 230 с. 5. Берг М. Н., Капилевич Б. Ю. Прямоугольные волноводы с диэлектриками. М., Сов. радио, 1973. 254 с.