

УДК 004.94:53.01.07

КОМПЬЮТЕРНОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ КАК ИНСТРУМЕНТ ФИЗИЧЕСКИХ ИССЛЕДОВАНИЙ

А.Г. Загородний¹, В.М. Куклин²

¹ Институт теоретической физики имени Н.Н. Боголюбова, ул. Метрологическая, 14-б; г. Киев, 03680, Украина

² Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина, пл. Свободы, 4, г. Харьков, 61022, Украина
kuklinvm1@gmail.com

Рецензент: Николай Карпинский, доктор технических наук, профессор, университет Бельско-Бяла, ул. Виллова 2, Польша.
mkarpinski@ath.bielsko.pl

Поступила в феврале 2016

Аннотация. Анонсированы новые описания физических явлений и новые физические эффекты, которые удалось обнаружить в последнее время, создавая и анализируя компьютерные модели процессов. Это выяснение условий появления океанских волн аномально большой амплитуды. Обнаружены структурно-фазовые переходы в пространственной картине тонкой облачности. Выявлены количественные и качественные характеристики распределения ионов по энергиям при модуляционной неустойчивости интенсивных легмюровских волн в плазме. Выяснена природа преимущественного излучения и поглощения тяжелых квантов осциллятором на его собственной частоте, захваченным в потенциальную яму в условиях отдачи. Обнаружен новый порог индуцированного излучения и представлено пояснение природы появления импульсов когерентного излучения вблизи этого порога.

Ключевые слова: компьютерные модели, имитационное моделирование, физические явления, физические эффекты.

1 Введение

Традиционное представление о моделировании связано с необходимостью иллюстрации и визуализации процессов для создания технологий и отработки процедур реагирования. Однако в практике исследования природы, моделирование становится действенным методом обнаружения новых физических явлений и эффективным способом выявления новых закономерностей. Полезным для создания эффективных имитационных моделей является использование эвристических, основанных на эмпирических данных подходов к описанию процессов, внесение в известные универсальные уравнения и описания полезных изменений. Ибо по мнению А. Пуанкаре «главным образом уравнения нас должны учить тому, что можно и что следует в них изменить». Рационально применять приближенные методы, основанные на малых параметрах и активно применять численное моделирование для выяснения основных механизмов изучаемых процессов. Не ограничиваясь исследованием пусть даже весьма важных, но частных решений для формулирования нужных подсказок практикам.

Ниже анонсированы новые описания физических явлений и новые физические эффекты, которые удалось обнаружить, создавая и анализируя математические модели процессов.

Программы, реализующие математические модели обсуждаемых ниже задач с очень большим числом уравнений созданы с использованием технологии JCUDA. JCUDA обеспечивает взаимодействие с технологией CUDA из Java-программы. Созданные JCUDA-программы обеспечивают выполнение программного кода, написанного на языке программирования "C" со вставками кода, характерными для технологии CUDA.

2 Математические модели описания модуляционных неустойчивостей океанского волнения

Рассмотрены процессы развития модуляционной неустойчивости волн большой амплитуды. Обсуждается математическая модель, которая **описывает появление волн аномальной амплитуды на поверхности океана** в условиях существования волнения конечной ампли-

туды. Отмечается, что амплитуда аномально больших волн в начале нелинейного режима неустойчивости почти в три раза превосходит их средние значения. Показано, что частоты появления аномальных волн в статистике по ансамблю и по времени в моделях описания океанского волнения практически не отличаются.

На начальной стадии нелинейного режима неустойчивости возможно появление волн и всплесков огибающей с весьма большой амплитудой значительно чаще, чем это следует из статистически обоснованных оценок.

При наличии источника и стока (распределенного вывода, поглощения и диссипации) энергии волны уравнение Лайтхилла (разновидность нелинейного уравнения Шредингера) принимает вид

$$\frac{\partial A}{\partial t} = -\delta A - i\hat{f}A - i\hat{h}A |A|^2 + g, \quad (1)$$

где δ - декремент поглощения;

g - внешний источник волновой энергии;

\hat{f} и \hat{h} - пространственные операторы.

Неустойчивость понимают как возбуждение спектра

$$\sum_{n \neq 0} u_n(t) \cdot \exp\{i\varphi_{k_n}(t)\} \cdot \exp\{i\omega_0 t - ik_n x\},$$

где $u_n(t) \cdot \exp\{i\varphi_{k_n}(t)\}$ - медленно меняющаяся комплексная амплитуда n -ной моды спектра.

Аномально большие волны и волны-убийцы в океане. Представляет особый интерес случай модуляционной неустойчивости гравитационных поверхностных волн на глубокой воде для судоходства в районах с высоким уровнем океанского волнения. Для частоты волн большой амплитуды справедливо следующее выражение

$$\omega = kW = \sqrt{gk} \cdot \left\{ 1 + \frac{A^2 k^2}{2} + \dots \right\}, \quad (2)$$

где A - отклонение поверхности, W - фазовая скорость волны, g – ускорение свободного падения, $f(K) = \sqrt{g(k_0 + K)} - \sqrt{gk_0}$, $h(K) = \sqrt{g(k_0 + K)} \frac{(k_0 + K)^2}{2}$.

Для анализа размахов волн (т.е. расстояния между верхней точкой гребня волны и нижней точкой впадины) выделим из них треть наибольших. Критерий, по которому выделяют аномально большие волны обычно $U_{AG} > 2U_{SWH}$, где U_{AG} - аномальная волна, а U_{SWH} - среднее значения трети самых больших размахов.

Методы описания.

1. На линейной по амплитудам возмущений стадии модуляционной неустойчивости возбуждается спектр колебаний, волновые числа которых располагаются симметрично относительно волнового числа k_0 основной моды конечной амплитуды $k_n + k_{-n} = 2k_0$.

2. Основываясь на этой особенности модуляционной неустойчивости, была построена так называемая S-теория, которая учитывала взаимодействие только «спаренных» мод спектра $2k_0 = k_s + k_{-s} = k_n + k_{-n}$. Этот вариант был детально исследован в работах [1-3].

3. Более общее описание позволяет в выражении для нелинейного слагаемого вида $\{A |A|^2\}$ в уравнении (1) удерживать все слагаемые, не ограничиваясь симметричными (в пространстве волновых векторов) по отношению к накачке модами спектра.

Результаты моделирования.

На рисунке 1.а кружками отмечено появление волн аномальной амплитуды U_{AG} в рамках S-теории и в общем случае рассмотрения, без приближений (рис.1.б). Посредине (рис.1.в)-характерный вид аномальной волны. Справа (рис.1.г) - трехмерная реализация океанского волнения.

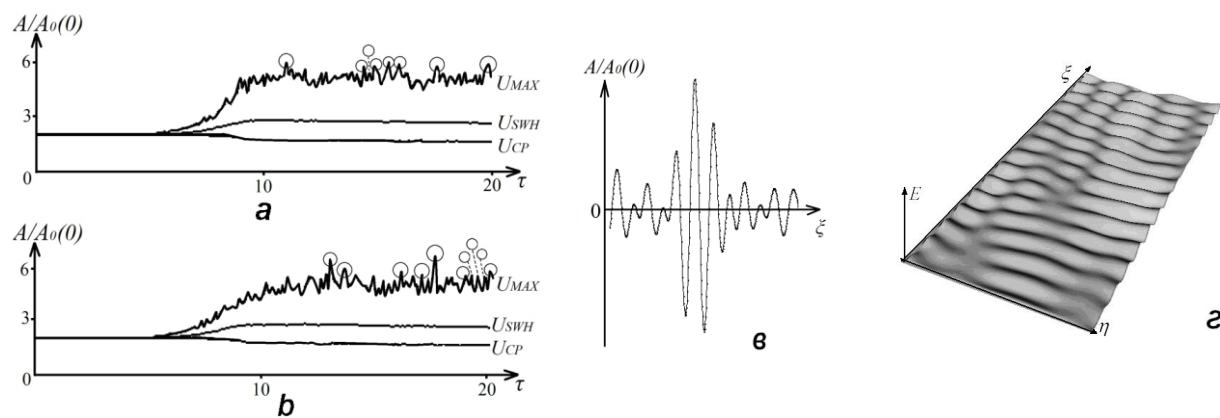


Рис.1 - Средняя амплитуда U_{CP} , средняя амплитуда трети наибольших мод U_{SWH} и самый большой размах волны из ансамбля U_{Max} , как функции времени

Статистика. В работах [2,3] была проведена статистическая обработка множества расчетов на основе S-теории и набрана статистика по ансамблям, которая показала хорошее соответствие с данными наблюдения из космоса. Позднее [4] была набрана статистика по текущим изменениям (по времени): Анализ пространственного волнения поверхности проводился через интервалы времени, заведомо превышающие время жизни аномальных волн. Одновременно была проведена верификация результатов S-теории, которая показала качественное соответствие этих двух моделей.

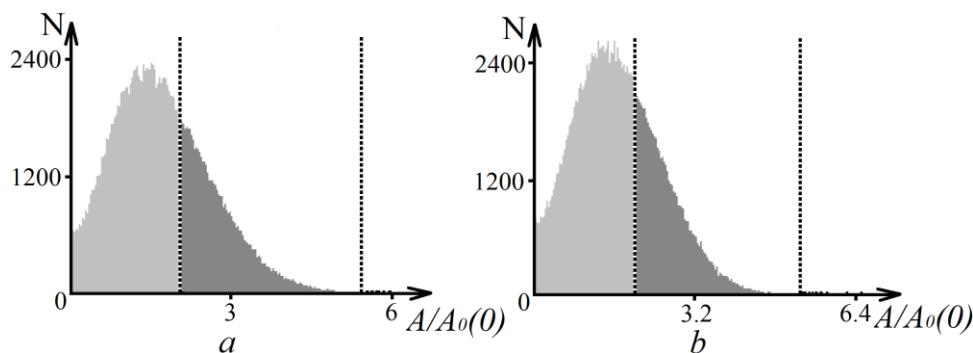


Рис.2 - Распределение амплитуд размахов за все время расчетов в случае описания в рамках S-теории (а) и в общем случае рассмотрения без приближений (б)

На рис. 2 пунктирные линии определяют границу между модами малой амплитуды и третью самых больших мод и величиной, в два раза превышающей среднее значение от трети самых больших мод:

а) - всего размахов 173526, треть наибольших размахов 57842, размахов в 2 раза больше среднего трети наибольших размахов 8;

б) - всего размахов 176386, треть наибольших размахов 58795, размахов в 2 раза больше среднего трети наибольших размахов 10.

Выводы: Аномально большие волны ($U_{AG} > 15-20$ метров, возникающие в результате интерференции сильного волнения моря (средняя высота-размах волн 4-6 м, период 10-12 сек, фазовая скорость – более 20 м/сек, групповая – в два раза меньше, длины затухания волнения - тысячи километров) с непременным учетом нелинейного взаимодействия, представляют собой цуг (группу) обычно из 3-х волн, одна из которых наибольшая, частота появления (статистика по ансамблю и по времени) – одна такая волновая группа на 10-20

тысяч волн. Для таких длинных волн (*200-250 м*) максимально достижимая амплитуда до обрушения - около 30 м. Наиболее вероятно их появление в начале развития модуляционной неустойчивости (*в интервале сотни километров от границы зоны ветрового возбуждения волн, время развития неустойчивости - 10 обратных инкрементов – около 2,5-3 часов*). Кроме таких цугов волн возможно весьма редкое появление уединенных волн (с размахом до 30 м) даже при небольшом волнении - результат обычной интерференции на больших расстояниях уже ослабленных таких длинноволновых ветровых волн.

2 Изменения в структуре тонкой облачности

Рассматривается развитие пространственных структур конвекции и структурно-фазовые переходы в тонких слоях газа и жидкости между состояниями, обладающими разной топологией в отсутствии или при наличии температурной зависимости вязкости. Изучены процессы формирования долгоживущих пространственных структур и структурных трансформаций. Данная модель способна описывать подобные состояния и структурные переходы конвекции тонкого облачного слоя.

Если число Релея (Ra) превышает критическое значение Ra_{thr} , то есть $Ra=Ra_{thr}(1+\varepsilon)$, в слое газа или жидкости между плохо проводящими тепло горизонтальными поверхностями (вдоль оси z) возникает трехмерная конвекция, описываемая уравнением Проктора – Сивашинского, которое определяет динамику температурного поля этого процесса в горизонтальной плоскости (x,y):

$$\dot{\Phi} = \varepsilon^2 \Phi + \gamma \cdot \nabla(\Phi \nabla \Phi) - (1 - \nabla^2)^2 \Phi + \frac{1}{3} \nabla (\nabla \Phi |\Phi|^2) + \varepsilon^2 f, \quad (3)$$

где f - внешний аддитивный шум; ε - определяющая превышение порога развития конвекции, считается достаточно малой и положительно определенной величиной. Слагаемое вида $\gamma \nabla(\Phi \nabla \Phi)$ отвечает за температурную зависимость вязкости. Решение можно искать в форме $\Phi = \varepsilon \sum_j a_j \exp(i \vec{k}_j \vec{r})$ с $|\vec{k}_j| = 1$.

1. В условиях *пренебрежения зависимостью вязкости от температуры* динамика функции состояния $I = \sum_i a_i^2$ от времени имеет вид [5-7], изображенный на рис.3.

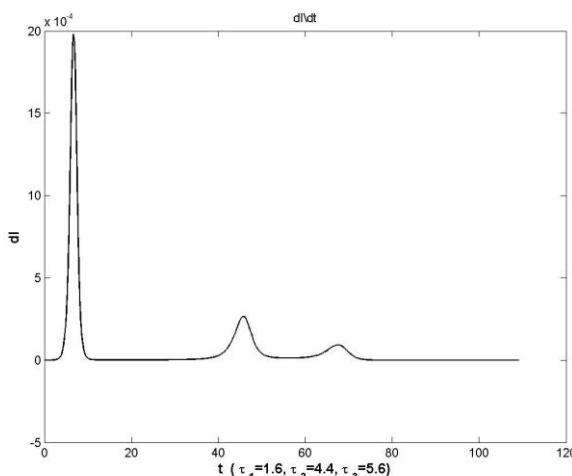


Рис.3 - Поведение производной dI / dt интегральной квадратичной формы $I = \sum_j a_j^2$ со временем

Характерные времена переходных процессов (рис.3): $\tau_1 = 1.6$, время возникновения «аморфного» состояния; $\tau_2 = 4.4$ - время формирования выраженных валообразных струк-

тур; $\tau_3 \approx 5.6$ - время формирования системы ячеек для одной из реализаций процесса установления конвективного движения.

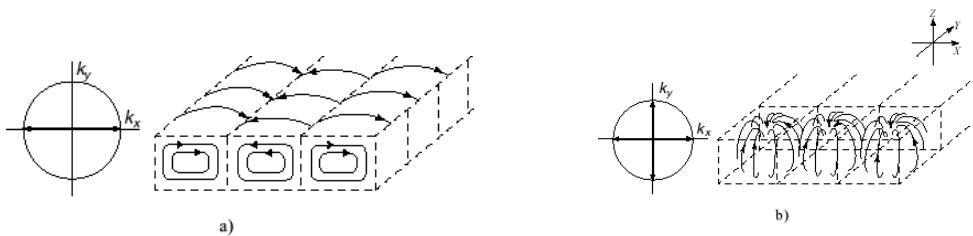


Рис. 4 - Конвективные структуры: волны (а) и квадратные ячейки (б)

Можно убедиться в том, что времена формирования состояний τ_n обратно пропорциональны разности между значениями $I = \sum_i A_i^2$ после структурно-фазового перехода $I_n^{(+)} = (\sum_i A_i^2)_n^{(+)}$ и до этого перехода $I_n^{(-)} = (\sum_i A_i^2)_n^{(-)}$.

То есть, $\tau_n \sim \{(\sum_i A_i^2)_n^{(+)} - \sum_i A_i^2)_n^{(-)}\}^{-1} = \Delta I_n^{-1}$. Легко видеть, что $\tau_3 / \tau_2 \approx \Delta I_2 / \Delta I_3$.

Таким образом, на основе численного исследования модели Проктора-Сивашинского показано, что функцией состояния, обладающего определенной топологией, является сумма квадратов амплитуд мод

$$I = \sum_i A_i^2 .$$

Кроме того, более быстрые релаксационные процессы, то есть структурно-фазовые переходы предшествуют более медленным [8,9].



Рис.5 - Фрагмент тонкой облачности – несовершенные конвективные валы
(окружная дорога в р-не города Харьков 12.09.2012)

На интервале между вторым и третьим всплеском производной квадратичной формы (см. рис.3) изучим динамику «спектральной дефектности» структуры

$$D = \sum_{j=1,2} a_j^2 / \sum_j a_j^2 ,$$

основанной на отношении квадратов амплитуд мод спектра, не отвечающего системе квадратных ячеек к полной сумме квадратов мод, а также так называемую «визуальную дефектность» $d = N_{def} / N$, где N_{def} - число дефектных пространственных ячеек (площадь структуры, занятая нерегулярными ячейками) и N - число ячеек в идеальной регулярной структуре (полнная площадь структуры).

На рис.6 представлен фрагмент пространственной структуры конвекции тонкого облачного слоя (р-н «Белое озеро», г. Змиеев, 06.10.2012 г.). На рис. 7 представлена пространственная короткоживущая конвективная структура, обладающая дальним порядком, но нарушенным близким порядком

$$I = \sum_j a_j^2 = 15/14 .$$

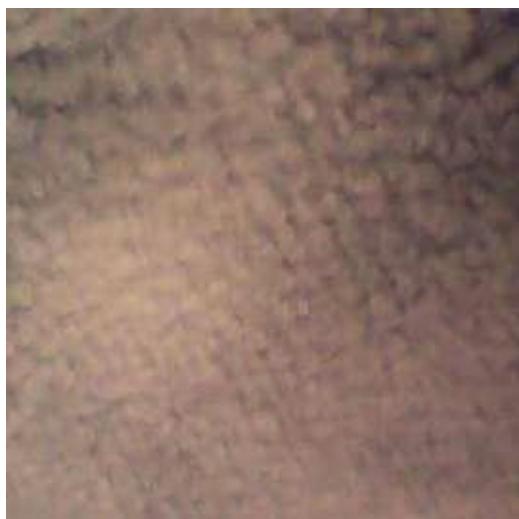


Рис.6 - Пространственная структура конвекции тонкого облачного слоя



Рис.7 - Пространственная короткоживущая конвективная структура

При приближении к стабильному состоянию пространственная структура избавляется от множества дефектов, причем наблюдается корреляция между относительной долей наблюдаемых визуально (геометрически) дефектов структуры и величиной спектральной дефектности (см. рис.8).

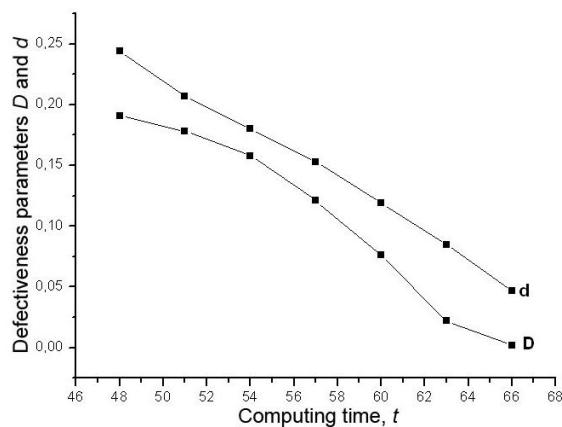


Рис.8 - Сравнительный анализ спектральной (**D**) и визуальной (**d**) дефектности (число мод - 50)

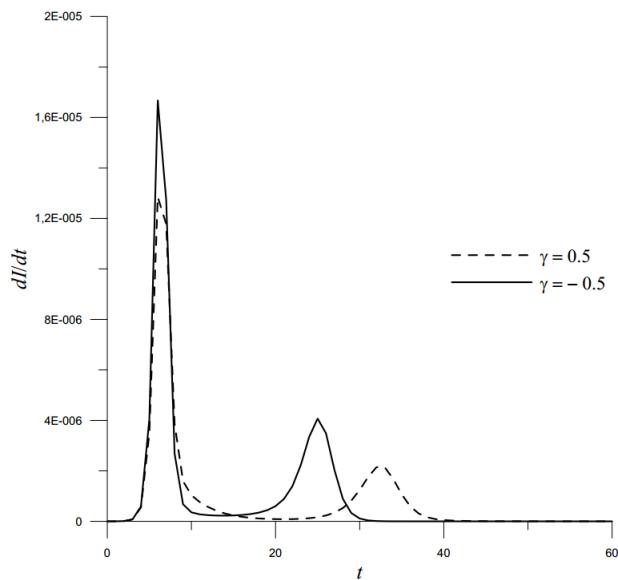


Рис.9 - Изменение производной $\partial I / \partial t$ при развитии процесса, $|\gamma| = 0,5$

2. Конвекция при учете температурной зависимости вязкости. Учет зависимости вязкости от температуры определяется слагаемым вида $\gamma \nabla(\Phi \nabla \Phi)$ в (3), пропорциональным γ . Причем $\gamma > 0$, соответствует случаю газа, а $\gamma < 0$ - жидкости. При $|\gamma| \ll 1$ влияние этого слагаемого на характер процесса невелико. Процесс конвекции происходит по сценарию, обсуждаемому выше. Но при приближении величины γ к единице, дополнительный механизм обмена энергии между каждой тройкой мод ориентированных по сторонам равностороннего треугольника, вписанной в окружность единичного радиуса $|\vec{k}_j| = 1$, разрушает механизм многоволнового взаимодействия кубической векторной нелинейности. Причем последствия

этого разрушения в случае разного знака γ оказываются практически одинаковыми. Прежде всего, быстрый рост мод спектра на линейной стадии формирует «аморфное» состояние. Однако спустя небольшое время происходит второй структурный переход (см. рис.9) в результате которого формируются устойчивые протяженные и четко выраженные валы, пространственное распределение температурного поля которых представлено на рис.10.

В природе подобные структуры тонкой облачности не редкость (см. рис.11). Таким образом, заметная зависимость вязкости от температуры способна формировать устойчивые конвективные валы. Некоторые отличия для газа и жидкости меняют лишь амплитуду конечной структуры конвективных валов, не изменяя характера структурно-фазовых переходов [7-9].

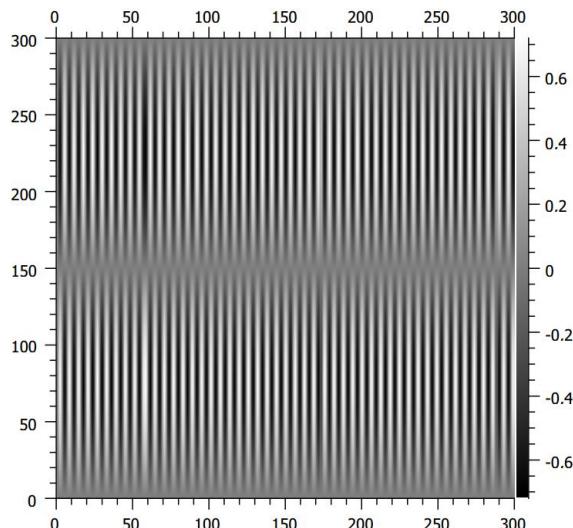


Рис.10 - Температурное поле, отвечающее формированию конвективных валов при $|\gamma| = 0,5$



Рис.11 - Формирование конвективных валов, длиной в сотни км
(север Австралии, начало периода дождей)

3 Нагрев ионов при распаде интенсивного ленгмюровского поля в плазме

Рассмотрено развитие 1D параметрических неустойчивостей интенсивных длинноволновых ленгмюровских волн. Ионы описываются модельными частицами в обоих случаях, когда средняя энергия поля меньше (гибридная модель Захарова) и больше (гибридная модель Силина) тепловой энергии плазмы. Подобные модели позволяют учесть воздействие нерезонансных, захваченных потенциальными ямами колебаний частиц, влияние пересечения их траекторий на развитие неустойчивости и **детально описать процессы нагрева ионов**. Показано, что энергия ионов при насыщении неустойчивостей оказывается порядка отношения линейного инкремента к частоте в случае, когда начальная энергия поля заметно превышает тепловую энергию плазмы. В этом случае распределение существенно отличается от Максвелловского и характеризуется наличием группы быстрых частиц. В условиях горячей плазмы, ионам передается доля энергии интенсивных ленгмюровских колебаний порядка отношения начальной энергии поля к тепловой энергии плазмы. При этом, так как распределение ионов близко Максвелловскому, можно говорить о температуре ионов.

Корректный аппарат описания параметрической неустойчивости длинноволновых ленгмюровских колебаний фактически был создан в основополагающих работах В.П. Силина и В.Е. Захарова. Первые численные 1D эксперименты по параметрическому распаду ленгмюровских колебаний подтвердили теоретические представления (детально ссылки на эти работы представлены, например, в [10,11]).

Рассмотрим модуляционную неустойчивость интенсивных ленгмюровских колебаний в случаях, когда средняя энергия поля меньше (модель Захарова) и больше (модель Силина) тепловой энергии плазмы. Для этого используем гидродинамические уравнения для электронов плазмы и метод крупных частиц для представления ионов плазмы. Такое описание можно считать гибридным. Ограничимся одномерным описанием, так как одномерные модели процессов, как отметил Дж. Даусон, часто сохраняет основные черты процессов, существенно упрощая описание и понимание физических явлений. Кроме того, использованное ниже число частиц $N=20.000$, в трехмерном случае $N^3 \approx 10^{13}$ соответствовало числу частиц реальной плазмы. Это позволяло считать моделирующие частицы фактически отдельными ионами. Гибридное описание позволяет учесть нерезонансное взаимодействие захваченных частиц-ионов с модами низкочастотной составляющей спектра неустойчивости, пересечение траекторий ионов потенциальными полями возникающих каверн плотности плазмы, что приводило к нестабильности последних и к появлению групп быстрых частиц. Эти эффекты остаются вне рассмотрения в традиционном гидродинамическом описании и в кинетическом описании с использованием уравнений для функции распределения частиц.

К преимуществу гибридного описания следует отнести прежде всего **возможность количественного и качественного описания распределения ионов по энергиям** [11,12] в режиме насыщения неустойчивости.

Системы уравнений для двух моделей и их сравнение приведены, например, в [10].

Высокотемпературная плазма $n_0 T_e \gg |E_0|^2 / 4\pi$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_n}{\partial t} - i \frac{k_0^2 n^2 v_{te}^2}{2\omega_{pe}} E_n - i \frac{\omega_{pe}}{2n_0} \cdot \sum_m n_{in-m} E_m &= 0; & \frac{\partial E_0}{\partial t} - i \frac{\omega_0}{2n_0} \cdot \sum_m n_{i,-m} E_m &= 0; \\ \frac{d^2 x_s}{dt^2} = \frac{e}{M} \sum_n \bar{E}_n \cdot \exp\{ik_0 n x_s\}; & & \bar{E}_n = \frac{-ik_0 n e}{4m\omega_{pe}} (E_n E_0^* + E_0 E_{-n}^* + \sum_{m \neq 0,n} E_{n-m} E_{-m}^*). \end{aligned} \quad (4)$$

Низкотемпературная плазма $n_0 T_e \ll |E_0|^2 / 4\pi$:

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_n}{\partial t} - \frac{4\pi\omega_{pe}V_{in}}{k_0 n} J_1(a_n) \cdot \exp(i\phi_0) - i \frac{\omega_0}{2en_0} \sum_m V_{in-m} \cdot [E_{-m}^* \cdot J_2(a_{n-m}) \exp[2i\phi_0] + E_m \cdot J_0(a_{n-m})] &= 0; \\ \bar{E}_n = (-\frac{4\pi i}{k_0 n}) V_{in} [1 - J_0^2(a_n) + \frac{2}{3} J_2^2(a_n)] + \frac{1}{2} J_1(a_n) [E_n \cdot e^{-i\phi_0} - E_{-n}^* \cdot e^{i\phi_0}] - & \\ - \frac{ink_0}{16\pi en_0} J_0(a_n) \sum_m E_{n-m} \cdot E_{-m}^* - \frac{ik_0}{16\pi en_0} J_2(a_n) \cdot \sum_m (n-m) [E_{n-m} \cdot E_m \cdot e^{-2i\phi_0} + E_{m-n}^* \cdot E_{-m}^* e^{2i\phi_0}] &; \end{aligned} \quad (5)$$

$$\frac{d^2 x_s}{dt^2} = \frac{e}{M} \sum_n \bar{E}_n \cdot \exp\{ik_0 n x_s\}; \quad \frac{\partial E_0}{\partial t} - i\Delta E_0 = -\frac{\omega_0}{2en_0} \sum_m V_{i,-m} \cdot [E_m^{(-1)} \cdot J_2(a_m) \exp[2i\phi_0] + E_m^{(+1)} \cdot J_0(a_m)],$$

где $v_{te}^2 = T_e / m_e$, $-e, m_e, T_e, n_0$ - заряд, масса, температура и плотность электронов $\omega_0 \approx \omega_{pe} = [4\pi e^2 n_0 / m_e]^{1/2}$, $V_{im} = en_{im} = en_0 \cdot \frac{k_0}{2\pi} \int_{-\pi/k_0}^{\pi/k_0} \exp[-imk_0 \cdot x_s(x_0, t)] \cdot dx_{s0}$, E_m - компонент электрического поля коротковолнового спектра: $E = \sum_m E_m \exp\{ik_m x\} = \sum_m E_m \exp\{imk_0 x\}$, $J_s(a_m)$ -

функция Бесселя, аргумент которой $a_m = m \cdot a_0 = ek_0 |E_0| / m_e \omega_{pe}^2$; $E_0 = |E_0| \exp\{i\phi_0\}$ и $E_n = |E_n| \exp\{i\psi_n\}$ медленно меняющиеся амплитуды длинноволновой и коротковолновой ленгмюровских волн.

Максимальные относительные инкременты неустойчивостей в модели Захарова $\delta / \omega_{pe} = (\frac{1}{2} \frac{|E_0|^2}{4\pi n_0 T_e} \frac{m_e}{M})^{1/2}$ и в модели Силина $\delta / \omega_{pe} = 0,44 \cdot (\frac{m_e}{M})^{1/3}$.

Для числа частиц, моделирующих ионы $S=2\cdot10^4$, отношение массы электрона к массе иона выбиралось $m_e/M = 0,5\cdot10^{-3}$ (легкие ионы) и $m_e/M = 10^{-6}/8$ (тяжелые ионы). Крупные частицы равномерно распределены на интервале $-1/2 < \xi < 1/2$, начальные условия для частиц $d\xi_s/d\tau|_{\tau=0} = v_s|_{\tau=0} = 0$, число мод спектра $-N < n < N$, $N = S/100$. Начальная нормированная амплитуда интенсивных колебаний $a_0(0) = ek_0 |E_0(0)|/m_e \omega_{pe}^2 = 0.06$. Начальные амплитуды ВЧ мод задаются выражением $e_n|_{\tau=0} = ek_0 |E_n(0)|/m_e \omega_{pe}^2 = (2+g)\cdot10^{-3}$ в модели Силина и $e_n|_{\tau=0} = ek_0 E_n(0)/m_e \omega_{pe}^2 = (0.5+g)\cdot10^{-4}$ в модели Захарова, где $g \in [0;1]$ - случайное число, $\psi_n|_{\tau=0}$ также случайным образом распределялись в интервале $0 \div 2\pi$. Величина $I = \sum_s \left(\frac{d\xi_s}{d\tau}\right)^2 = \sum_s \left(\frac{k_0 dx_s}{2\pi\delta dt}\right)^2$ и распределение частиц по энергиям являлись целью исследований и основным результатом расчетов.

Результаты моделирования. В процессе развития неустойчивости при прекращении роста энергии ионов в Силинской модели достигнуты значения $I_s \sim 0,08$ (легкие ионы), $I_s \sim 0,005$ (тяжелые ионы) и в Захаровской $I_s \sim 4,58$ (легкие ионы), $I_s \sim 0,8$ (тяжелые ионы).

Отношение кинетической энергии ионов к начальной энергии поля [11,12]

$$\frac{E_{kin}}{W_0} \approx 0.27 \cdot I \cdot \left(\frac{M}{m}\right) \cdot \delta^2 / \omega_{pe}^2. \quad (6)$$

и для холодной плазмы (модель Силина) оказывается порядка относительного инкремента для выбранного соотношения масс. В случае высокотемпературной плазмы для легких ионов это соотношение порядка $|E_0(0)|^2/4\pi n_0 T_e = W_0/n_0 T_e$, а для тяжелых - почти в 6 раз меньше.

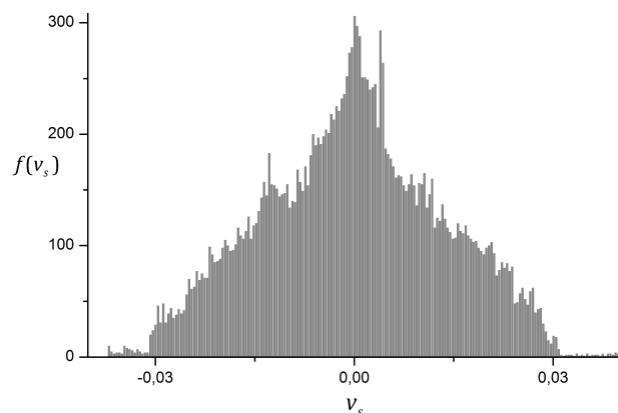


Рис.12 - Распределение ионов по скоростям для случая высокотемпературной плазмы с легкими ионами $v_s = k_0 v / 2\pi\delta$

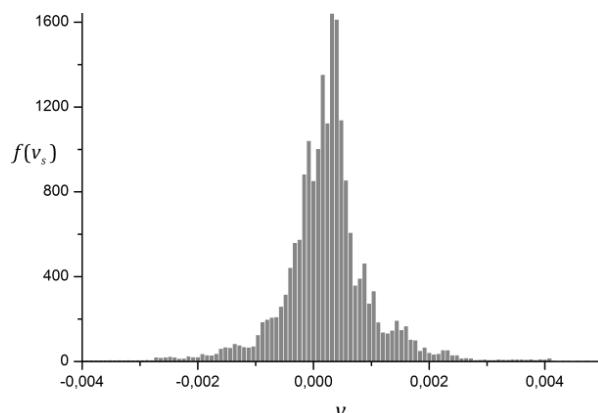


Рис.13 - Распределение ионов по скоростям для случая холодной плазмы с легкими ионами $v_s = k_0 v / 2\pi\delta$

В случае высокотемпературной плазмы только 10-14% частиц-ионов находятся вне контура функции от энергии частиц, отвечающей Максвелловскому распределению. Для случая холодной плазмы явно выражена группа быстрых частиц. То есть, для высокотемпературной плазмы распределение частиц-ионов по энергиям близко к Максвелловскому, то есть можно говорить о температуре легких ионов $T_i \approx (|E_0(0)|^2/4\pi)^2 n_0^2 T_e$, однако для более тяжелых ионов их температура оказывается несколько меньше.

Распределение ионов по энергиям в гибридной модели Силина существенно отличается от Максвелловского и характеризуется наличием большой доли быстрых частиц. Различие в распределении ионов по энергиям могут быть пояснены тем, что в модели Захарова было об-

наружено формирование многочисленных каверн плотности, причем в модели Силина каверн оказалось заметно меньше, и они были глубже.

Следует отметить, что масштабы возмущений ионной плотности меньшие дебаевского радиуса ионов $r_{Di} = v_{Ti} / \omega_{pi}$ не дают вклада в формирование низкочастотных электрических полей из-за эффекта экранировки. В терминах $r_{Di}k_0 / 2\pi$ - ионный дебаевский радиус можно оценить как

$$r_{Di}k_0 / 2\pi = R_{Di} \approx \frac{v_i k_0}{2\pi\gamma_L} \left(\frac{\delta}{\omega_{pe}} \right) \left(\frac{M}{m_e} \right)^{1/2} = < v_s > \left(\frac{\delta}{\omega_{pe}} \right) \left(\frac{M}{m_e} \right)^{1/2} \quad (7)$$

В режиме развитой неустойчивости эта величина оказывается порядка $R_{Di} \leq 10^{-3}$, а число мод спектра ионной плотности не превышает величины $1/R_{Di}$, что не противоречит проведенному анализу.

4 Излучение и поглощение тяжелых квантов осциллятором, захваченным в потенциальную яму (природа эффекта Мессбауэра)

Рассматривается характер излучения захваченного во внешнюю потенциальную яму осциллятора. Собственная частота осциллятора значительно превосходит частоту его колебаний в потенциальной яме. Изучена **модель излучения такого осциллятора в случае отличной от нуля энергии отдачи**. В том случае, если энергия отдачи равна энергии кванта низкочастотных колебаний в потенциальной яме, **наблюдается наибольшая интенсивность линий поглощения и излучения на собственной частоте** осциллятора. Отмечается некоторое снижение амплитуды линий излучения и поглощения из-за дрожания потенциальной ямы, обусловленных, например, наличием фононного спектра. Оценены времена релаксации низкочастотных движений в потенциальной яме из-за излучения фононов в окружающую среду. Делается вывод, что эти процессы не способны повлиять на обнаруженные особенности процессов излучения и поглощения высокочастотных квантов. Применение данной модели для описания излучения и поглощения гамма квантов в кристаллических структурах возможно даже при наличии фононного спектра, если время релаксации низкочастотных движений в потенциальной яме превышает время жизни ВЧ осциллятора [13,14].

Расположим в начале координат ВЧ осциллятор, скорость которого $v_x = v_{x0} \cos \omega_0 t = a \omega_0 \cos \omega_0 t$. Медленные колебания такого осциллятора в потенциальной яме происходят со скоростью $v_z = b \Omega \cos(\Omega t)$, причем $\Omega \ll \omega_0$. Законы сохранения при поглощении кванта внешнего поля $E_\nu = \hbar(\omega_0 + \Omega)$ осциллятором с массой покоя m_0 и зарядом e имеют вид

$$\hbar(\omega_0 + \Omega)/c = m_0 V_Q, \quad \hbar\Omega = m_0 V_Q^2/2. \quad (8)$$

В условиях $\alpha = \hbar\omega_0 / m_0 c^2 < 1$ движение осциллятора вдоль оси OZ описывается уравнением $z = b \sin \Omega t$, где $\Omega = V_Q/b$, откуда следует [15] соотношение $\omega_0 b/c = kb = 2$.

Векторный потенциал в точке, где находится частица - осциллятор,

$$A_x = \sqrt{2} \cdot q_0 \exp\{i(\omega \pm \Omega)t + ikb \sin \Omega t\} \cdot \text{Cos}\{\delta\} = \sqrt{2} \cdot q_0 \text{Cos}\{\delta\} \sum_m J_m(kb) \exp\{i(\omega \pm \Omega)t + im\Omega t\}$$

$v_x = v_{x0} \cdot \cos \omega_0 t$ - скорость осциллятора. Таким образом, в системе существует m энергетических уровней, переходы на каждый из которых могут осуществляться независимо. При этом следует обратить внимание на изменение частоты при отдаче $k \cdot t^{-1} \int dt \cdot (dV_Q/dt) \approx \pm kV_Q/2 = \pm \Omega$ в системе покоя частицы-осциллятора.

В классической модели интервал времени передачи импульса и энергии частице-осциллятору достаточно длительный, в квантовом случае этот процесс мгновенный.

Добиваясь выполнения требований временного синхронизма, убедимся в том, что только при значениях частоты внешнего поля $\omega = (m \mp 1)\Omega + \omega_0$ выражение для энергии взаимодействия осциллятора с полем оказывается отличным от нуля и может быть представлено в виде

$$H' = -e \cdot v_x A_x / c = -\frac{e \cdot v_{x0}}{c} q_0 \sqrt{2} \cdot \sum_m J_m(kb) \cdot \cos \delta. \quad (9)$$

Вероятность перехода (ρ - плотность состояний) на собственной частоте ВЧ осциллятора ω_0 равна

$$P_{if} = \frac{4\pi^2}{h^2} |H_{if}|^2 \rho = \frac{8\pi e^2}{hc^3} \omega_0^2 (|x_{ab}|^2 + |y_{ab}|^2) \cdot J_1^2(kb) \cdot \cos^2 \delta, \quad (10)$$

причем, излучение на частоте $\omega = \omega_0 - \Omega$ и поглощение $\omega = \omega_0 + \Omega$ описывается подобным выражением, где $m = 0$ и $J_{\pm 1}(kb)$ следует заменить на $J_0(kb)$.

Нетрудно видеть, что в случае колеблющегося в потенциальной яме осциллятора с частотой Ω и амплитудой колебаний b (так как $J_1^2(2) \gg J_0^2(2)$), интенсивность линий поглощения и излучения на собственной частоте осциллятора ω_0 почти на порядок превосходит интенсивность линий излучения на частоте $\omega_0 - \Omega$, и поглощения на частоте $\omega_0 + \Omega$. Заметим также, что природа ВЧ осциллятора, энергия колебаний которого в потенциальной яме равна энергии отдачи, не влияет на обсуждаемый характер излучения и поглощения на его собственной частоте.

Если времена релаксации НЧ движения в потенциальной яме значительно превышает время жизни ВЧ возбуждения, то процесс НЧ релаксации не влияет на характер обсуждаемого выше излучения и поглощения ВЧ квантов.

Отметим, что в трехмерном случае характерное время релаксации НЧ движения порядка $\tau_{LF} \approx 3(\rho_0 \lambda_s^3 / m_0)(\omega_0 / \pi^2 \Omega^2)$ пропорциональное весьма большому параметру $\rho_0 \lambda_s^3 / m_0$ (здесь ρ_0 - плотность среды v_s - скорость звука, $\lambda_s = 2\pi v_s / \Omega$ - длина излучаемой звуковой волны). Учет быстрых осцилляций потенциальной ямы приводит к снижению амплитуды векторного потенциала A_x и энергии взаимодействия H' уменьшает вероятность перехода в $\exp\{-W\}$ раз, где $\exp\{-W\} = (1 - b^{-2} \sum_{i=1}^n b_i^2)$, при выполнении условий на энергию $b^2 \Omega^2 \ll \sum_{i=1}^n b_i^2 \omega_i^2$ и амплитуды отклонений $b^2 > \sum_{i=1}^n b_i^2$.

Так например, поглощение ядрами атомов ^{57}Fe и ^{119}Sn гамма-квантов 14,4 кэВ и 23,8 кэВ соответственно, согласно выражению $\omega_0 b / c \approx 2$, приводит к колебаниям атомов в потенциальной яме кристалла с размахами (удвоенной амплитудой) равными $0,55 \times 10^{-8}$ см и $0,33 \times 10^{-8}$ см. Время релаксации такого колебательного движения атомов железа и олова из-за генерации звука порядка 0,1 и 0,01 сек соответственно, что на много порядков больше времени жизни возбужденного ядра атома. Приведенные оценки ослабления интенсивности линий $\sim \exp\{-W\}$ остаются справедливыми даже для температур Дебая θ_D (например, для железа $\theta_D = 467^\circ\text{K}$, $\omega_{SMAX} \sim k\theta_D / \hbar \sim 10^{14}$). Процесс излучения и поглощения на собственной частоте ядра ω_0 определяется наличием значительного числа атомов, колеблющихся в потенциальных ямах кристалла, как с возбужденными, так и с не возбужденными ядрами.

5 Новый порог индуцированного излучения

Показано существование нового порога индуцированного излучения. Обнаружено изменение характера процесса генерации излучения в двухуровневой системе при *превышении начальной инверсии заселенностей величины, равной корню квадратному из полного числа состояний*. При превышении этого порога число квантов начинает расти экспоненци-

ально со временем, возникает генерация в значительной степени когерентного излучения в виде импульсов с коротким передним фронтом и протяженным задним фронтом.

Индуцированным или вынужденным называют излучение, возникающее вследствие воздействия внешнего поля на источник излучения на той же самой частоте. Существовали трудности интерпретации индуцированного излучения как излучения когерентного. Ибо в квантовом описании, где в отличие от классического случая нельзя было ничего сказать о фазах полей, излучаемых отдельными атомами и молекулами, представление о когерентности излучения практически не используется. Тем не менее, Ч. Таунс, опираясь на многочисленные экспериментальные факты полагал, что «...энергия, излучаемая молекулярными системами, имеет то же самое распределение поля и ту же самую частоту, что и индуцирующее излучение, а следовательно и постоянную (возможно нулевую) разность фаз».

Согласно представлениям А. Эйнштейна, описание 1D двухуровневой системы при наличии излучения на частоте перехода $\varepsilon_2 - \varepsilon_1 = \hbar\omega_{12}$ следующее

$$\begin{aligned} \partial n_2 / \partial t &= -(u_{21} + w_{21} \cdot N_k) \cdot n_2 + w_{12} \cdot N_k \cdot n_1, & \partial n_1 / \partial t &= -w_{12} \cdot N_k \cdot n_1 + (u_{21} + w_{21} \cdot N_k) \cdot n_2, \\ \partial N_k / \partial t &= (u_{21} + w_{21} \cdot N_k) \cdot n_2 - (w_{12} \cdot N_k) \cdot n_1 \end{aligned} \quad (11)$$

причем полное число частиц системы на первом и на втором уровне постоянно $n_1 + n_2 = Const$, $u_{21} \cdot n_2$ - скорость изменения количества квантов второго возбужденного уровня за счет спонтанных процессов излучения. Скорость изменения количества квантов (частиц) на этих уровнях за счет индуцированных процессов излучения $w_{21} \cdot N_k \cdot n_2$ и поглощения $w_{12} \cdot N_k \cdot n_1$, N_k - число квантов излучения на частоте перехода. Можно, на качественном уровне предположить, что слагаемые в правых частях уравнений (11) пропорциональные N_k , отвечают индуцированным процессам, также как и число квантов N_k , записанное там же. Рационально представить $N_k = N_k^{(incoh)} + N_k^{(coh)}$, где $N_k^{(incoh)}$ и $N_k^{(coh)}$ - соответственно числа квантов спонтанного и индуцированного излучения. То есть можно рассмотреть две модели описания - традиционную и качественную - модифицированную.

Традиционная система уравнений:

$$\partial M_1 / \partial T = -2N_0 - 2M_1 \cdot N_1; \quad \partial N_1 / \partial T = N_0 + M_1 \cdot N_1 - \theta \cdot N_1. \quad (12)$$

Качественная система уравнений с разделением квантов по их происхождению

$$\begin{aligned} \partial M / \partial T &= -2N_0 - 2M \cdot N_c; & \partial N_{inc} / \partial T &= N_0 - \theta \cdot N_{inc}; \\ \partial N_c / \partial T &= M \cdot N_c - \theta \cdot N_c. \end{aligned} \quad (13)$$

где $N_{inc} = N_k^{(incoh)} / \mu_0$, $N_c = N_k^{(coh)} / \mu_0$, $M = M_1 = \mu / \mu_0$, $T = w_{21} \cdot \mu_0 \cdot t = \mu_0 \cdot \tau$, $N_1 = N_k / \mu_0$, единственным удобным для анализа свободным параметром является $N_0 = N / 2\mu_0^2$.

Для корректности сравнения будем считать, что общее число реальных состояний $N = n_1 + n_2 = 10^{12}$, а пороговая инверсия $\mu_{0th} = \sqrt{N} = 10^6$. Переход к единой шкале времени будем оценивать согласно соотношению $T = \tau \cdot \mu_0$, где T - время в каждом отдельном случае.

Начальные значения определим следующим образом $M(T=0) = M_1(T=0) = 1$, $N_{inc}(T=0) = N_{inc} / \mu_0 = 3 \cdot 10^4 / \mu_0$; $N_c(T=0) = N_c / \mu_0 = 3 \cdot 10^4 / \mu_0$; $N_1(T=0) = N_k / \mu_0 = 3 \cdot 10^4 / \mu_0$.

Поглощение энергии поля учитывается значением $\theta = \delta / \mu_0$.

Изменение характера процесса для традиционной системы (12) представлено на рис.14, Данный рисунок отображает динамику развития процесса при изменении параметра $N_0 \subset (30 \div 0.01)$, где: 1 - $N_0 = 30$; 2 - $N_0 = 10$; 3 - $N_0 = 5$; 4 - $N_0 = 2$; 5 - $N_0 = 1$; 6 - $N_0 = 0.5$; 7 - $N_0 = 0.2$; 8 - $N_0 = 0.1$; 9 - $N_0 = 0.03$; 10 - $N_0 = 0.01$.

Следует обратить внимание на изменение характера роста числа квантов при переходе через порог [16]

$$n_2 - n_1 = \mu_{TH2} = 2(N)^{1/2} = 2(n_2 + n_1)^{1/2}. \quad (14)$$

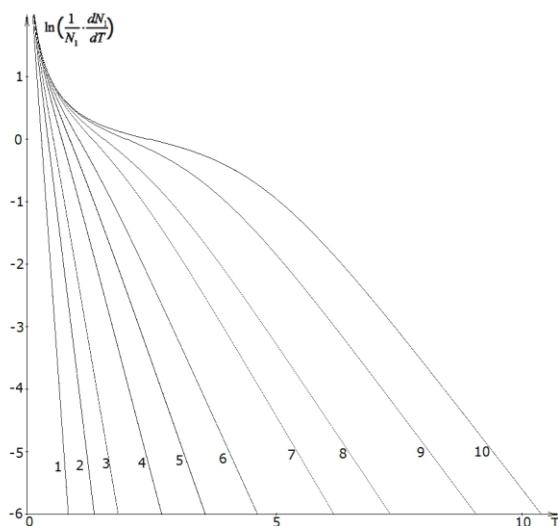


Рис.14 - Поведение величины $\ln\left(\frac{1}{N_1} \frac{dN_1}{dT}\right)$ от времени для значения параметра
 $N_0 = (n_1 + n_2) / (n_2 - n_1)^2$

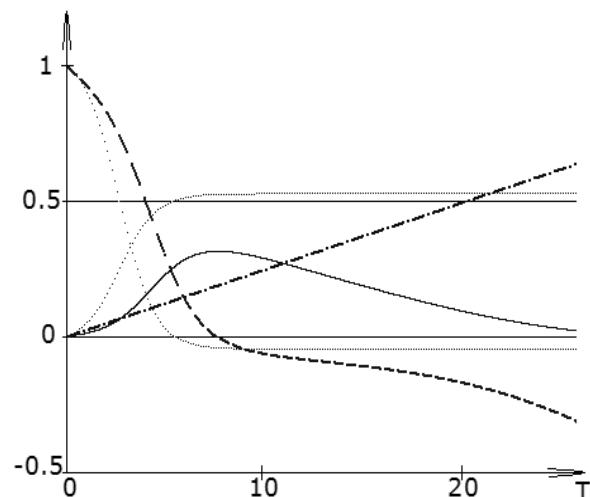


Рис.15 - Поведение величин M_1 , N_1 , N_c и N_{inc} при отсутствии поглощения

На рис.16б представлены зависимости, отражающие поведение величин M_1 (пунктир), N_1 (точки), N_c (сплошная линия) и N_{inc} (штрихпунктирная линия) при отсутствии поглощения ($\theta=0$) и $N_0 = N / \mu_0^2 = 0.05$.

При больших значениях начальной инверсии начинает проявлять себя индуцированное излучение, причем все более четко выделяется режим экспоненциального роста числа квантов. В отсутствие поглощения энергии квантов, согласно качественному описанию (13), после уменьшения амплитуды импульса индуцированного излучения число квантов спонтанного излучения продолжает расти. В традиционной модели (12) процессы поглощения ограничивают рост полного числа квантов и уровень излучения выходит на свое стационарное значение. Однако сравнивая динамику процессов можно понять, что после уменьшения амплитуды импульса индуцированного излучения основной вклад в полное число квантов дает спонтанный процесс. То есть, на временах, превышающих длительность импульса индуцированного излучения, доминирует спонтанное некогерентное излучение.

Следует обратить внимание на тот факт, что в случае фиксированного конечного уровня потерь или поглощения энергии квантов, размер импульса индуцированного излучения не меняется даже при значительном увеличении уровня инверсии заселенностей (рис.16).

Так на рис.16а представлен вид когерентного импульса в реальном времени в отсутствии поглощения ($\theta=0$) для различных значений инверсии (μ_0):

$$\sqrt{2} \cdot 10^6; 2 \cdot 10^6; \sqrt{10} \cdot 10^6; \sqrt{20} \cdot 10^6; \sqrt{50} \cdot 10^6; 10^7; \sqrt{2} \cdot 10^7; 2 \cdot 10^7; \sqrt{10} \cdot 10^7.$$

На рис.16б представлен вид когерентного импульса в реальном времени в поглощающей среде ($\delta=4 \times 10^5$) для тех же значений инверсии (μ_0).

Таким образом, если формирование переднего фронта импульса индуцированного излучения определяется начальным уровнем инверсии, то длительность его заднего фронта обусловлена в большей степени уровнями потерь энергии квантов в системе [17].

Обсуждаемый в данной работе порог индуцированного излучения отвечает случаю, когда случайно распределенное по фазам спонтанное излучение сравнимо с излучением индуцированным. Превышение порога, который чрезвычайно низкий (например, при $N = n_1 + n_2 = 10^{12}$, пороговая инверсия $n_2 - n_1 = \mu_{0th} = \sqrt{N} = 10^6$, относительная инверсия $(n_2 - n_1) / (n_2 + n_1) \approx 10^{-6}$), приводит к появлению импульсов индуцированного излучения, которое в значительной степени является когерентным.

При учете поглощения, даже небольшого, длительность такого импульса излучения слабо меняется при росте инверсии, по крайней мере, достаточно далеко от порога.

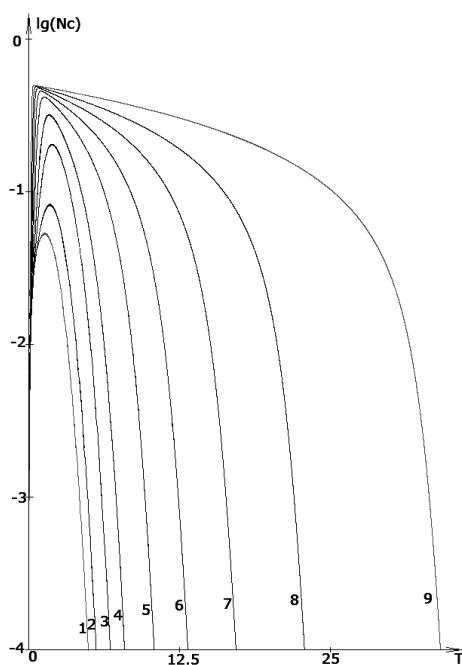


Рис.16.а - Вид когерентного импульса в реальном времени при отсутствии поглощения

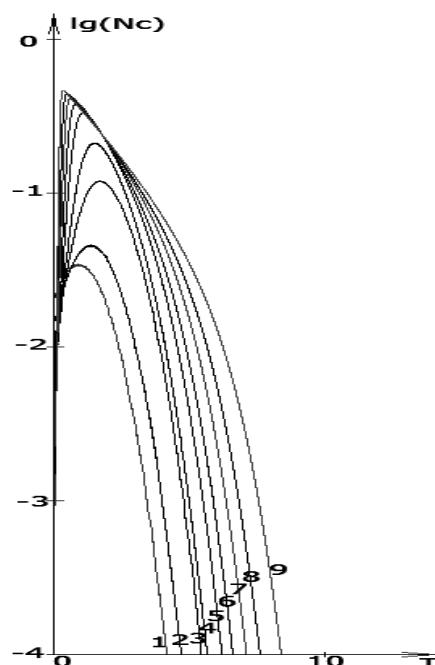


Рис.16.б - Вид когерентного импульса в реальном времени в поглощающей среде

Именно эти обстоятельства дают основание предполагать, что данный механизм может являться одной из причин формирования в космических условиях, в атмосферах звезд (где относительные уровни инверсии крайне невелики), когерентных импульсов примерно одной длительности.

Ссылки

- [1] Белкин Е.В. Модуляционная неустойчивость волн, поддерживаемых внешним источником в среде с поглощением/ Е.В. Белкин, А.В. Киричок, В.М. Куклин // ВАНТ. Сер.: Плазменная электроника и новые методы ускорения. – 2010. – №4(68). – С.291-295.
- [2] Belkin E.V. The mathematical models of the modulation instability processes of waves in media with cubic nonlinearity- manuscript : PhD-thesis by speciality 01.05.02 «Mathematical modeling and computational methods» / E.V. Belkin . – Kharkiv, 2010.
- [3] Belkin E.V. Development of modulation instabilities in media with damping and forcing / E.V. Belkin, A.V. Kirichok, V.M. Kuklin // High-power pulsed electrophysics: international conference XIV Khariton's topical scientific readings. Digest of technical papers. – Саров, 2013. – С. 14-20.
- [4] Аномальные волны в модуляционно неустойчивом волновом поле / Е.В. Белкин, А.В. Киричок, В.М. Куклин, А.В. Приймак // East Eur. J. Phys. – 2014. – V.1 – №.2. – P. 4-39.
- [5] Kirichok A.V. Allocated Imperfections of Developed Convective Structures / A.V. Kirichok, V.M. Kuklin // Physics and Chemistry of the Earth. Part A. – 1999. – № 6. – P. 533-538.
- [6] Структурные переходы в модели Проктора-Сивашинского / Е.В. Белкин, И.В. Гущин, А.В. Киричок, В.М. Куклин // ВАНТ. Сер.: Плазменная электроника и новые методы ускорения. – 2010. – №4(68). – С.296-298.
- [7] Gushchin I.V. Pattern formation in unstable viscous convective medium/ I.V. Gushchin, A.V. Kirichok, B.M. Kuklin // VANT. Ser.: Plasma Electronics and New Methods of Acceleration. – 2013. – №4 (86). – Issue 8. – P.248-255; Gushchin I.V.. Structural-phase transitions and state function in unstable convective medium / I.V. Gushchin, A.V. Kirichok, V.M. Kuklin // Problems of Atomic Science and Technology. Ser.: Plasma Electronics and New Methods of Acceleration. – 2015. – N4 . – P. 252-254.
- [8] Gushchin I.V. Pattern Transitions in Unstable Viscous Convective Medium / I.V. Gushchin, A.V. Kirichok, V.M. Kuklin. - arXiv:1311.3884v1 [nlin.PS].- 2013. - 15 Nov.
- [9] Gushchin I.V. Pattern formation in convective media/ I.V. Gushchin, A.V. Kirichok, V.M. Kuklin // Journal of Kharkiv National University. Physical Series: Nuclei, Particles, Fields. – 2013. – № 1040. – Issue 1 (57). – P. 4 – 27.
- [10] Куклін В.М. Симетрії 1D опису параметричної нестійкості ленгмюровських хвиль // Вісник Харківського національного університету . Сер. фізична : Ядра, частинки, поля. – 2013. – № 1041. – вип. 2(58). – С.69-80.
- [11] Dynamics of ions during development of parametric instability of langmuir waves / E.V. Belkin , A.V. Kirichok, V.M. Kuklin, A.V. Pryjmak, A.G. Zagorodny // VANT. Ser.: Plasma Electronics and New Methods of Acceleration. – 2013. – №4 (86). – Issue 8. – P.260-266.
- [12] Ion heating, burnout of the HF field and ion sound generation with the development of modulation instability of an intensive Langmuir wave in a plasma / A.V. Kirichok, V.M. Kuklin, A.V. Pryjmak, A.G Zagorodny // Physics of Plasmas. – 2015. – №22. – P.092118.

- [13] Загородний А.Г. О спектрах захваченного в потенциальную яму осциллятора / А.Г. Загородний, А.В. Киричок, В.М. Куклин // Физические основы приборостроения. – 2013. – Т.2. – №3. – С. 56-63.
- [14] Kirichok A.V. On the emission spectrum of oscillator trapped in a potential well/ A.V. Kirichok ,V.M. Kuklin, A.G. Zagorodny //VANT. Ser.: Plasma Electronics and New Methods of Acceleration. – 2013. – №4 (86). – Issue 8. – P. 256-259.
- [15] Куклин В.М. Об относительной роли фононного спектра и столкновительной релаксации в процессах генерации и рас- сеяния / О.В Куклина, В.М. Куклин // Вісник ХНУ ім. В.Н. Каразіна. – 2009. – № 846. – Вип. 2(50). –С.20-28.
- [16] Zagorodny A. G. To realization conditions of maser radiation / A. G. Zagorodny, V. M. Kuklin // High-power pulsed electro- physics: International conference XIV Khariton's topical scientific readings. Digest of technical papers – Саров, 2013. – С. 38- 43.
- [17] On the formation of pulses of coherent radiation in weakly inverted media/ A.V. Kirichok, V.M. Kuklin, A.V. Mischin, A.V. Pryjmak, A.G. Zagorodny //// VANT. Ser.: Plasma Electronics and New Methods of Acceleration. – 2013. – №4 (86). – Is- sue 8. – P.267-271.

Reviewer: Nikołay Karpinskiy Dr., Full Professor, University of Bielsko-Biala, Poland.
Email: mkarpinski@ath.bielsko.pl

Received: February 2016.

Authors:

Vladimir Kuklin, Dr., Full Professor, head of the chair, V.N. Karazin Kharkiv National University, Kharkov, Ukraine.
Email: kuklinvm1@gmail.com

Anatoliy Zagorodny, Dr., Full Professor, Academician of National Academy of Science of Ukraine, Director of Bogolyubov Institute for Theoretical Physics. Kiev, Ukraine.
Email: azagorodny@bitp.kiev.ua

Computer simulation as a tool for physical research

Abstract. Announced new the description of physical phenomena and new physical effects that were able to detect by computer simulation.

Keywords: Computer models, computer simulation, physical event, physical effects.

Рецензент: Микола Карпінський, д.т.н., проф., університет Бельсько-Бяла, Польща.
E-mail: mkarpinski@ath.bielsko.pl

Надійшло: лютий 2016.

Автори:

Володимир Куклін, д.ф.-м.н., проф., завідувач кафедри, Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна, Харків, Україна. Email: kuklinvm1@gmail.com

Анатолій Загородний, д.ф.-м.н., проф., академік НАН України, директор Інституту теоретичної фізики імені М.М. Боголюбова. Київ, Україна.
Email: azagorodny@bitp.kiev.ua

Комп'ютерне моделювання як інструмент фізичних досліджень

Анотація. Анонсовані нові описи фізичних явищ та нові фізичні ефекти, котрі вдалося виявити шляхом комп'ютерного моделювання процесів.

Ключові слова: комп'ютерні моделі, імітаційне моделювання, фізичні явища, фізичні ефекти.