ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ И ПРИКЛАДНЫЕ ВОПРОСЫ

МАТЕМАТИКИ II

Тезисы докладов конференции

26-27 сентября 1985 г.

Тарту 1985

АЛГЕБРАИЧЕСКАЯ ТРАКТОВКА ТРЕТЬЕЙ НОРМАЛЬНОЙ ФОРМЫ

В. Н. Калюжный

Пусть U – множество (атрибутов базы данных), φ – структура функциональных зависимостей (СФЗ) на U, $\bar{X}$ – замыкание подмножества $X \subset U$, определяемое φ, $\mathcal{F}$ – соответствующая система замыканий, U_n – множество неключевых атрибутов. В этих терминах можно сказать, что схема (U, φ) находится в третьей нормальной форме (3НФ), если для любого $X \subset U$ либо $(\bar{X} \setminus X) \cap U_n = \emptyset$, либо $\bar{X} = U$; и находится в нормальной форме Бойса-Кодда (БКНФ), если для любого $X \subset U$ либо $\bar{X} = X$, либо $\bar{X} = U$.

Попытаемся прояснить алгебраический смысл определения 3НФ. Прежде всего легко видеть, что элемент $a \in U$ – неключевой тогда и только тогда, когда он является необразующим в том смысле, что из $\overline{X \cup \{a\}} = U$ следует, что $\bar{X} = U$. Обозначим через $\mathcal{M}ax(\mathcal{F})$ семейство всех максимальных замкнутых подмножеств, отличных от U. Вариацией известного в общей алгебре утверждения о представлении подмножества Фраттини есть

Лемма. $U_n = \bigcap \{ M : M \in \mathcal{M}ax(\mathcal{F}) \}$

Теорема. Схема (U, φ) находится в 3НФ тогда и только тогда, когда $M \setminus X \in \mathcal{F}$ для любых $M \in \mathcal{M}ax(\mathcal{F})$ и $X \subset U_n$.

Заметим далее, что $\mathcal{M}ax(\mathcal{F})$ является системой Шпернера, т.е. семейством попарно несравнимых подмножеств. Наоборот, зафиксируем систему Шпернера $Ш$. Определим СФЗ φ_{min} через $\mathcal{F}_{min} = \bigcup \{ \mathcal{P}(M) : M \in Ш \} \cup \{U\}$. Легко видеть, что φ_{min} – единственная СФЗ, находящаяся в БКНФ и такая, что $\mathcal{M}ax(\mathcal{F}) = Ш$. Пусть φ_{max} – СФЗ, для которой соответствующая $\mathcal{F}_{max}$ является наименьшей системой замыканий, содержащей $Ш$ и удовлетворяющей условию теоремы. Тогда справедливо

Следствие. Множество всех СФЗ φ, для которых $\mathcal{M}ax(\mathcal{F}) = Ш$ и (U, φ) находится в 3НФ, образует интервал $[\varphi_{min}, \varphi_{max}]$, а значит и подрешетку в решетке всех СФЗ.

В частности, множество всех СФЗ, находящихся в 3НФ, есть объединение попарно непересекающихся интервалов этой решетки. Множество их нижних граней совпадает с множеством СФЗ в БНКФ.

Харьковский государственный университет