

УДК 539.172

СТРУКТУРА ТЕНЗОРНОГО ПРЕДСТАВЛЕНИЯ ВОЛНОВОЙ ФУНКЦИИ СВЯЗАННОГО СОСТОЯНИЯ ТРЕХ НУКЛОНОВ

В.В. Котляр^{*}, А.А. Щеглова^{}**

^{*} *Национальный Научный Центр «Харьковский Физико-Технический Институт»
ул. Академическая 1, г. Харьков, 61108, Украина*

E-mail: kotlyarv@kipt.kharkov.ua

^{**} *Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина
пл. Свободы 4, г. Харьков, 61077, Украина*

Поступила в редакцию 11 декабря 2008 г.

Исследованы свойства симметрии тензорной волновой функции (ВФ) связанного состояния системы трех тождественных нуклонов. Тензорная ВФ выражена в терминах пространственных, спиновых и изоспиновых функций, преобразующихся по неприводимым представлениям симметрической группы. Обсуждаются соотношения, связывающие ВФ в тензорной и операторной формах. Для потенциала Рейда с мягким кором вычислены скалярные функции, которые определяют ВФ в операторном представлении.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: тензорная волновая функция, операторное представление Гержои–Швингера, малонуклонные системы, ядра ${}^3\text{He}$ и ${}^3\text{H}$

Использование тензорного представления [1,2] для ВФ ядра ${}^3\text{He}$ оказалось плодотворным для исследования одно- и двухчастичных механизмов реакции $\gamma {}^3\text{He} \rightarrow \text{pd}$ как ниже [3,4], так и выше [1,2,5–11] порога рождения пионов, поляризационных наблюдаемых в двухчастичном электрорасщеплении ядра ${}^3\text{He}$ [12,13], зависящих от спинов импульсных распределений нуклонов в ориентированных ядрах ${}^3\text{He}$ и ${}^3\text{H}$ [11,12,14], а также для получения [11,15,16] операторных форм ВФ и анализа [16] новых структур в ВФ, к появлению которых приводят пространственно–нечетные ядерные силы.

Тензорная ВФ связанного состояния трех нуклонов была построена [1,2] согласно разложению $|\Psi\rangle = (1 - (1,2) - (1,3))|\Psi^{(1)}\rangle$, где (i,j) – операторы перестановки пространственных, спиновых и изоспиновых переменных нуклонов с номерами i,j ($i,j=1,2,3$). В [1–3,5–7,12,13] тензорная ВФ рассчитывалась с помощью параметризации [17] численных решений уравнений Фаддеева для потенциала Рейда с мягким кором. Взаимодействие между нуклонами учитывалось в ${}^{2S+1}L_J = {}^1S_0$ и ${}^3S_1 - {}^3D_1$ нуклон – нуклонных каналах, где L, S, J – орбитальный угловой момент, спин и полный угловой момент пары нуклонов. Параметризации [17] для пяти компонент $\Psi_\alpha^{(1)}$ вектора $|\Psi^{(1)}\rangle$ в базисе с квантовыми числами α в схеме jJ -связи позволяют проводить вычисления с ВФ связанного состояния $3N$ – системы, которая содержит S – и D – волны.

Влияние компонент ВФ с орбитальными моментами $0 < L, l \leq 5$ на сечения $\gamma {}^3\text{He} \rightarrow \text{pd}$ изучалось в [4,8–11], где были использованы численные результаты [18,19] для 34х компонент Ψ_α . В работах [18,19] уравнения Фаддеева были решены для боннского, парижского, аргонского AV18 NN потенциалов и с моделью ядерных сил, включающей AV18 и UrbIX трехнуклонный потенциал. Все компоненты межнуклонных сил в состояниях с $J \leq 4$ были учтены в [18,19].

В расчетах [1–13] наблюдаемых для реакций расщепления ядра ${}^3\text{He}$ реальными или виртуальными фотонами конечное протон–дейтронное состояние описывалось произведением плоских волн. Эффекты взаимодействия в конечном состоянии для фото- и электрорасщепления ${}^3\text{He}$ или в начальном состоянии для радиационного pd -захвата изучались, например в [20–22], при энергиях ниже порога рождения π – мезонов. Роль перераспределения в конечном или начальном состояниях таких реакций детально обсуждается в обзоре [22], содержащем подробную библиографию. Подход [20–22] основан на решении уравнений Фаддеева в импульсном представлении для связанных состояний и для состояний непрерывного спектра. Особенностью работ [20–22] является непосредственное использование парциально–волновых разложений [18,19,23] и [24,25] для ядерных состояний и оператора электромагнитного тока. Расчеты с тензорной ВФ, которая зависит от векторов импульсов Якоби, были проведены [1–13] без привлечения мультипольных разложений для электромагнитного тока. Метод [1,2] вычисления амплитуд $\gamma {}^3\text{He} \rightarrow \text{pd}$, который использован в [3–13], представляется полезным для анализа процессов при промежуточных энергиях, амплитуды которых определяются большим числом парциальных переходов, поскольку в таких условиях значительно усложняется и становится трудно осуществимым контроль сходимости многочисленных разложений по состояниям с определенными

значениями орбитальных моментов.

Для исследований в области промежуточных энергий приобретают значительный интерес представления, в которых ядерные состояния описываются функциями векторов относительных координат или импульсов. К их числу принадлежит операторная форма Гержои–Швингера [26]. Согласно [26] ВФ связанного состояния трех нуклонов с полным угловым моментом $I = 1/2$ может быть представлена в виде некоторого оператора G , действующего на $3N$ спиновое состояние. Оператор G конструируется из векторов относительных координат \vec{p}, \vec{q} и операторов спина нуклонов и определяется скалярными функциями векторов \vec{p} и \vec{q} . Связь между операторным представлением Гержои–Швингера и парциально–волновыми разложениями для ВФ в импульсном представлении, которые широко применяются при решении уравнений Фаддеева, изучалась в [27].

Использование тензорной формы ВФ вместе со свойствами $3N$ состояний при пространственных вращениях, отражениях пространства и времени приводит к операторному представлению [11,15,16], которое отличается от конструкций, рассмотренных в [26,27]. Спин–угловые операторы и соответствующие скалярные функции [11,15,16] и [27] связаны линейным преобразованием. В работах [11,26,27] рассматривались ВФ ядер ^3He и ^3H для взаимодействия между нуклонами, сохраняющего пространственную четность. Изменения в структуре тензорного и операторного представлений ВФ связанных состояний двух и трех нуклонов, к которым приводят P – нечетные ядерные силы, исследовались в [15,16]. Интерес к изучению эффектов, обусловленных нарушением пространственной четности во взаимодействии нуклонов, в значительной степени вызван проведенными и готовящимися экспериментами по рассеянию поляризованных электронов в TJNAF (США) и MAMI (Германия). Обсуждение физической мотивации таких исследований можно найти, например в [14].

Конструкция [28–33] ВФ системы трех нуклонов, которые рассматриваются как тождественные частицы, остается неизменной при включении P – нечетных ядерных сил. Такая ВФ является антисимметричной в явном виде и зависит от векторов относительных координат или импульсов. ВФ [28–33] строится из пространственных, спиновых и изоспиновых функций, которые принадлежат неприводимым представлениям симметрической группы S_3 .

Данная работа продолжает исследования тензорного и операторного представлений для ВФ ядра ^3He . Целью работы является детальный анализ свойств симметрии тензорной ВФ для системы трех тождественных нуклонов, преобразование тензорной ВФ к антисимметричному виду, а также вычисление скалярных функций, которые определяют ВФ в операторной форме.

ТЕНЗОРНАЯ ВОЛНОВАЯ ФУНКЦИЯ СВЯЗАННОГО СОСТОЯНИЯ ТРЕХ ТОЖДЕСТВЕННЫХ НУКЛОНОВ

Согласно [1,2] тензорная ВФ связанного состояния трех нуклонов $|\Psi_m\rangle = |\Psi, I = 1/2, m\rangle$ имеет вид

$$\Psi_m^{SMm}(\vec{p}, \vec{q}; T) = \langle \vec{p}, \vec{q} | \langle SM, 1/2 m | \langle (T 1/2) \mathcal{T} = 1/2, M_{\mathcal{T}} | \Psi_m \rangle. \quad (1)$$

где полный угловой момент ядра и его проекция есть I и m . Импульсы Якоби определены как $\vec{p} = (\vec{k}_2 - \vec{k}_3)/2$, $\vec{q} = (2\vec{k}_1 - \vec{k}_2 - \vec{k}_3)/3$, где \vec{k}_i – импульс нуклона с номером i . Спин (изоспин) и проекция спина в двухнуклонной подсистеме 23 есть $S(T)$ и M . Мы предполагаем, что ВФ ядер ^3He и ^3H имеют полный изоспин $\mathcal{T} = 1/2$, и не рассматриваем компоненты ВФ с $\mathcal{T} = 3/2$. Проекция изоспина \mathcal{T} обозначена $M_{\mathcal{T}}$.

Для системы трех тождественных фермионов вектор состояния $|\Psi_m\rangle$ является антисимметричным $(i, j)|\Psi_m\rangle = -|\Psi_m\rangle$, где $ij=12, 13, 23$. ВФ, имеющая положительную четность, удовлетворяет соотношениям

$$\Psi_m^{SMm}(-\vec{p}, \vec{q}; T) = (-1)^{S+T+1} \Psi_m^{SMm}(\vec{p}, \vec{q}; T) \quad \text{и} \quad \Psi_m^{SMm}(\vec{p}, -\vec{q}; T) = (-1)^{S+T+1} \Psi_m^{SMm}(\vec{p}, \vec{q}; T), \quad (2)$$

которые являются следствиями свойств $3N$ состояний при перестановке нуклонов с номерами 2,3

$$(2,3)|\vec{p}, \vec{q}; SM, 1/2 m; (T 1/2) \mathcal{T} M_{\mathcal{T}}\rangle = (-1)^{S+T} |-\vec{p}, \vec{q}; SM, 1/2 m; (T 1/2) \mathcal{T} M_{\mathcal{T}}\rangle.$$

и пространственной инверсии. Для $(i,j)=(1,2)$ имеем $(1,2)|\vec{p}, \vec{q}\rangle = |-\vec{p}_2, \vec{q}_2\rangle$, где $\vec{p}_2 = -\vec{p}/2 - 3\vec{q}/4$ и $\vec{q}_2 = \vec{p} - \vec{q}/2$,

$$(1,2)|SM 1/2 m\rangle = \sum_{S'M'm'} G(SMm; S'M'm') |S'M' 1/2 m'\rangle, \quad (1,2)|(T 1/2) \mathcal{T} M_{\mathcal{T}}\rangle = -\sum_{T'\mathcal{T}'} \Gamma(T T' \mathcal{T}) |(T' 1/2) \mathcal{T} M_{\mathcal{T}}\rangle.$$

Как известно [28–33], изоспиновые состояния $|(T 1/2) \mathcal{T} M_{\mathcal{T}}\rangle$ преобразуются по неприводимым представлениям S_3 . Спиновый и изоспиновый [1] геометрические факторы

$$G(SMm; S'M'm') = \sum_{m''} C_{1/2 m' 1/2 m''}^{SM} C_{1/2 m 1/2 m''}^{S'M'} \quad \text{и} \quad \Gamma(T T' \mathcal{T}) = [(2T+1)(2T'+1)]^{\frac{1}{2}} \begin{Bmatrix} 1/2 & 1/2 & T \\ 1/2 & \mathcal{T} & T' \end{Bmatrix} \quad (3)$$

связывают значения компонент ВФ для относительных импульсов \vec{p}, \vec{q} и \vec{p}_2, \vec{q}_2

$$\Psi_m^{SMm}(\vec{p}_2, \vec{q}_2; T) = (-1)^{S+T+1} \sum_{S'M'm''} G(SMm; S'M'm'') \Gamma(T T' \mathcal{T}) \Psi_m^{S'M'm''}(\vec{p}, \vec{q}; T'). \quad (4)$$

Другие условия, которым удовлетворяют компоненты тензорной ВФ, следуют из (2), (4) при использовании

пространственной инверсии и таблицы умножения группы S_3 . Так, для транспозиции $(i,j)=(1,3)$ получаем

$$\Psi_{m'}^{SMm}(\vec{p}_3, \vec{q}_3; T) = \sum_{S'M'm''T'} (-1)^{S'+T'+1} G(SMm; S'M'm'') \Gamma(T' T' \mathcal{T}) \Psi_{m''}^{S'M'm''}(\vec{p}, \vec{q}; T'), \quad (5)$$

где $\vec{p}_3 = -\vec{p}/2 + 3\vec{q}/4$ и $\vec{q}_3 = -\vec{p} - \vec{q}/2$. Отметим, что доказательство соотношений (2),(4) и (5) на основе явных выражений для тензорной ВФ в терминах парциально-волновых компонент $\Psi_\alpha^{(1)}(p, q)$ или $\Psi_\alpha(p, q)$ приводит к большому объему аналитических вычислений. Формулы (2), (4) и (5) являются полезными для проверки компьютерных программ, вычисляющих ВФ в тензорном представлении.

ТЕНЗОРНАЯ ВОЛНОВАЯ ФУНКЦИЯ И ПРЕДСТАВЛЕНИЯ СИММЕТРИЧЕСКОЙ ГРУППЫ S_3

Выразим тензорную ВФ связанного состояния системы трех тождественных нуклонов в терминах функций, которые являются базисными состояниями неприводимых представлений симметрической группы. ВФ, представленная в виде такого разложения, является антисимметричной в явном виде. Согласно (1) имеем

$$|\Psi_{m'}\rangle = \sum_{SMmT} \int d^3 p d^3 q \Psi_{m'}^{SMm}(\vec{p}, \vec{q}; T) |\vec{p}, \vec{q}\rangle |SM, 1/2 m; (T 1/2) \mathcal{T} = 1/2, M_T\rangle. \quad (6)$$

Выделим в (6) спин-изоспиновые состояния, принадлежащие неприводимым представлениям S_3 . Воспользуемся тем, что $|SM, 1/2 m\rangle = \sum_{\Sigma M_\Sigma} C_{SM 1/2 m}^{\Sigma M_\Sigma} |(S 1/2) \Sigma M_\Sigma\rangle$, и запишем (6) как сумму двух векторов

$$|\Psi_{m'}\rangle = \sum_{\Sigma=1/2, 3/2} |\Psi_{m'}^\Sigma\rangle \text{ с суммарным спином } \Sigma = 1/2 \text{ и } 3/2, \text{ где}$$

$$|\Psi_{m'}^\Sigma\rangle = \sum_{SM_\Sigma T} \int d^3 p d^3 q \Psi_{m'}^{\Sigma M_\Sigma}(\vec{p}, \vec{q}; T) |\vec{p}, \vec{q}\rangle |(S 1/2) \Sigma M_\Sigma\rangle |(T 1/2) \mathcal{T} = 1/2 M_T\rangle. \quad (7)$$

Компоненты ВФ с определенными значениями $S \Sigma M_\Sigma$ связаны с функциями (1) соотношением

$$\Psi_{m'}^{\Sigma M_\Sigma}(\vec{p}, \vec{q}; T) = \sum_{Mm} C_{SM 1/2 m}^{\Sigma M_\Sigma} \Psi_{m'}^{SMm}(\vec{p}, \vec{q}; T).$$

Правая часть (7) при $\Sigma=1/2$ есть сумма четырех спин-изоспиновых состояний $\chi_S \zeta_T$, для которых $ST=00, 10, 01, 11$. Векторы $\chi_S = |(S 1/2) \Sigma = 1/2 M_\Sigma\rangle$ и $\zeta_T = |(T 1/2) \mathcal{T} = 1/2 M_T\rangle$ преобразуются при перестановках нуклонов по неприводимому представлению $[\lambda] = [21]$ симметрической группы S_3 . Из произведений $\chi_S \zeta_T$ могут быть образованы [28-33] спин-изоспиновые состояния трех нуклонов $f_\nu = f_\nu^{\Sigma=1/2, M_\Sigma}$, которые являются полностью симметричными $\nu = s$, антисимметричными $\nu = a$, или обладают смешанной симметрией $\nu = 0, 1$. Для состояний $\chi_S \zeta_T$ с $S+T=0$ или 2, которые являются четными при перестановке спинов и изоспинов нуклонов с номерами 2 и 3, получаем

$$\chi_0 \zeta_0 = (f_s + f_1)/\sqrt{2}, \quad \chi_1 \zeta_1 = (f_s - f_1)/\sqrt{2}. \quad (8)$$

Нечетные по отношению к транспозиции (2,3) состояния $\chi_S \zeta_T$, имеющие $S+T=1$, связаны с симметричными и антисимметричными в подсистеме 23 спин-изоспиновыми векторами f_ν

$$\chi_0 \zeta_1 = (f_a + f_0)/\sqrt{2}, \quad \chi_1 \zeta_0 = (-f_a + f_0)/\sqrt{2}. \quad (9)$$

Соотношения (8) и (9) позволяют записать полностью антисимметричное 3N-состояние (7) с $\Sigma=1/2$ как суперпозицию векторов $\psi_\nu = \int d^3 p d^3 q \Psi_{m'}^{\Sigma=1/2, M_\Sigma}(\vec{p}, \vec{q}) |\vec{p}, \vec{q}\rangle$, которые являются антисимметричными при $\nu = a$, симметричными при $\nu = s$, а также обладают смешанной симметрией для $\nu = 0, 1$

$$\psi_a = (\psi_{00} + \psi_{11})/\sqrt{2}, \quad \psi_s = (\psi_{01} + \psi_{10})/\sqrt{2}, \quad \psi_0 = (\psi_{00} - \psi_{11})/\sqrt{2}, \quad \psi_1 = -(\psi_{01} + \psi_{10})/\sqrt{2}. \quad (10)$$

Из (10) видно, что функции $\Psi_{m'}^{\Sigma=1/2, M_\Sigma}(\vec{p}, \vec{q})$ не имеют определенных значений спина S и изоспина T в двух-частичной подсистеме 23. В формулах (10) для краткости использовано обозначение $\psi_{ST} = \int d^3 p d^3 q \Psi_{m'}^{S, \Sigma=1/2, M_\Sigma}(\vec{p}, \vec{q}; T) |\vec{p}, \vec{q}\rangle$. Выражение (7) при $\Sigma=1/2$ принимает вид суперпозиции антисимметричных вкладов $\psi_a f_s, \psi_s f_a$ и $\psi_0 f_1 - \psi_1 f_0$, viz.

$$|\Psi_{m'}^{\Sigma=1/2}\rangle = \sum_{M_\Sigma} (\psi_a f_s + \psi_s f_a + \psi_0 f_1 - \psi_1 f_0).$$

Антисимметричное трехнуклонное состояние (7) с $\Sigma=3/2$

$$|\Psi_{m'}^{\Sigma=3/2}\rangle = \sum_{M_\Sigma} |\Psi_{m'}^{\Sigma=3/2, M_\Sigma}\rangle |(S=1, 1/2) \Sigma = 3/2, M_\Sigma\rangle$$

содержит пространственно-изоспиновую часть

$$|\Psi_{m'}^{\Sigma=3/2, M_\Sigma}\rangle = \sum_T |\Psi_{m'}^{\Sigma=3/2, M_\Sigma}(T)\rangle |(T 1/2) \mathcal{T} = 1/2 M_T\rangle, \quad (11)$$

которая также является антисимметричной, поскольку спиновое $3N$ состояние $|(S=1, 1/2)\Sigma=3/2, M_\Sigma\rangle$ остается неизменным при любых перестановках нуклонов. В (11) обозначено

$$\left| \Psi_{m'}^{\Sigma=3/2, M_\Sigma}(T) \right\rangle = \int d^3 p d^3 q \Psi_{m'}^{S=1, \Sigma=3/2, M_\Sigma}(\vec{p}, \vec{q}; T) |\vec{p}, \vec{q}\rangle.$$

Принимая во внимание свойства преобразования ζ_T при перестановках нуклонов, мы видим, что (11) будет антисимметричным, если вектор g , для которого $\tilde{g} = \left(\left| \Psi_{m'}^{\Sigma=3/2, M_\Sigma}(T=1) \right\rangle, - \left| \Psi_{m'}^{\Sigma=3/2, M_\Sigma}(T=0) \right\rangle \right)$ принадлежит двумерному неприводимому представлению $[\lambda]=[21]$ группы S_3 . Транспонированный вектор g обозначен \tilde{g} .

Рассмотрим некоторые свойства разложений по парциальным волнам для функций $\Psi_{m'\nu}^{\Sigma=1/2, M_\Sigma}(\vec{p}, \vec{q})$ и $\Psi_{m'}^{S=1, \Sigma=3/2, M_\Sigma}(\vec{p}, \vec{q}; T)$, которые являются следствиями соотношения $L+S+T=2k+1$, где $k=0,1,2,\dots$. Выполнение такого правила отбора для дискретных квантовых чисел, которые имеют парциально-волновые компоненты $\Psi_\alpha^{(1)}$ и Ψ_α , есть необходимое условие [23], обеспечивающее антисимметричность ВФ. Функции ψ_ν с $\nu=s,1$ имеют $S+T=1$ и могут содержать в разложении по биполярным сферическим гармоникам только четные значения орбитального углового момента L . Для функций ψ_ν с $\nu=a,0$ величина $S+T$ принимает значения 0 и 2, что ограничивает возможные значения L нечетными числами, причем $L=0$ исключается. Коэффициенты в парциально-волновых разложениях ВФ для системы трех нуклонов, имеющей положительную пространственную четность, отличны от нуля для орбитальных угловых моментов L и l одинаковой четности. Таким образом, в разложения $\Psi_{m'\nu}^{\Sigma=1/2, M_\Sigma}(\vec{p}, \vec{q})$ с $\nu=s,1$ и $\Psi_{m'}^{S=1, \Sigma=3/2, M_\Sigma}(\vec{p}, \vec{q}; T=0)$ дают вклад только четные L и l . S -волны с $L=l=0$ происходят от функций $\Psi_{m'\nu}^{\Sigma=1/2, M_\Sigma}(\vec{p}, \vec{q})$ с $\nu=s,1$. Отметим, что вклад компонент $\Psi_\alpha(p, q)$, для которых $L=l=0$ и $ST=01, 10$, в нормировочный интеграл ВФ связанного состояния трех нуклонов составляет около 90%. В рядах парциальных волн для $\Psi_{m'\nu}^{\Sigma=1/2, M_\Sigma}(\vec{p}, \vec{q})$ с $\nu=a,0$ и $\Psi_{m'}^{S=1, \Sigma=3/2, M_\Sigma}(\vec{p}, \vec{q}; T=1)$ могут быть только члены с нечетными L и l .

ТЕНЗОРНАЯ И ОПЕРАТОРНАЯ ФОРМЫ ВОЛНОВОЙ ФУНКЦИИ

ВФ (1) представляет собой тензор, имеющий 32 комплексных компоненты. Функции $\Psi_{m'}^{SMm}(\vec{p}, \vec{q}; T)$ не являются независимыми. Рассмотрим связи, которым удовлетворяет тензорная ВФ связанного состояния трех нуклонов, когда ядерные силы инвариантны относительно пространственной инверсии и обращения времени.

Введем операторы $\hat{\Phi}^{SM}(\vec{p}, \vec{q}; T) = \sum_{mm'} |1/2 m\rangle \Psi_{m'}^{SMm}(\vec{p}, \vec{q}; T) \langle 1/2 m'|$, которые с базисе одночастичных спиновых состояний $|1/2 m\rangle$ представляют собой 2×2 матрицы $\Phi(\vec{p}, \vec{q}; T) = \Phi^{S=M=0}(\vec{p}, \vec{q}; T)$ и $\Phi^{S=1, M}(\vec{p}, \vec{q}; T)$. Контравариантные циклические компоненты ВФ $\Phi^{S=1, M}(\vec{p}, \vec{q}; T)$ являются трехмерным вектором $\vec{\Phi}(\vec{p}, \vec{q}; T)$. Из тензора $\Psi_{m'}^{SMm}(\vec{p}, \vec{q}; T)$ могут быть построены [16] 16 независимых скалярных функций $\varphi_\nu = \varphi_\nu(p, q, \xi; T)$, где $\nu=1, \dots, 8$, $T=0,1$, $\xi = \hat{\vec{p}} \cdot \hat{\vec{q}}$, $\hat{\vec{n}} = \vec{n} / |\vec{n}|$

$$\begin{aligned} \varphi_1 &= 1/2 \text{Sp } \Phi, & \varphi_2 &= -i/2 \text{Sp } \vec{\sigma} \cdot \vec{v} \Phi, & \varphi_3 &= -i/2 \text{Sp } \vec{v} \cdot \vec{\Phi}, & \varphi_4 &= -1/2 \text{Sp } \vec{\sigma} \cdot \vec{\Phi}, \\ \varphi_5 &= -1/2 \text{Sp } \vec{\sigma} \cdot \hat{\vec{p}} \hat{\vec{p}} \cdot \vec{\Phi}, & \varphi_6 &= 1/2 \text{Sp } \vec{\sigma} \cdot \hat{\vec{q}} \hat{\vec{q}} \cdot \vec{\Phi}, & \varphi_7 &= 1/2 \text{Sp } (\vec{\sigma} \cdot \hat{\vec{p}} \hat{\vec{q}} + \vec{\sigma} \cdot \hat{\vec{q}} \hat{\vec{p}}) \cdot \vec{\Phi}, & \varphi_8 &= 1/2 \text{Sp } [\vec{\sigma} \times \vec{v}] \cdot \vec{\Phi}. \end{aligned}$$

Условия $\text{Im } \varphi_\nu = 0$, ($\nu=1, \dots, 8$), вместе с $\varphi_\nu \equiv 0$, ($\nu=9, \dots, 16$), где

$$\begin{aligned} \varphi_9 &= 1/2 \text{Sp } \vec{\sigma} \cdot \hat{\vec{p}} \Phi, & \varphi_{11} &= 1/2 \text{Sp } \hat{\vec{p}} \cdot \vec{\Phi}, & \varphi_{13} &= -i/2 \text{Sp } (\vec{\sigma} \cdot \hat{\vec{p}} \vec{v} + \vec{\sigma} \cdot \vec{v} \hat{\vec{p}}) \cdot \vec{\Phi}, & \varphi_{15} &= -i/2 \text{Sp } [\vec{\sigma} \times \hat{\vec{q}}] \cdot \vec{\Phi}, \\ \varphi_{10} &= 1/2 \text{Sp } \vec{\sigma} \cdot \hat{\vec{q}} \Phi, & \varphi_{12} &= 1/2 \text{Sp } \hat{\vec{q}} \cdot \vec{\Phi}, & \varphi_{14} &= -i/2 \text{Sp } (\vec{\sigma} \cdot \hat{\vec{q}} \vec{v} + \vec{\sigma} \cdot \vec{v} \hat{\vec{q}}) \cdot \vec{\Phi}, & \varphi_{16} &= -i/2 \text{Sp } [\vec{\sigma} \times \hat{\vec{p}}] \cdot \vec{\Phi} \end{aligned}$$

и $\vec{v} = [\hat{\vec{p}} \times \hat{\vec{q}}]$ накладывают 48 вещественных связей на компоненты ВФ (1). Таким образом, 64 вещественных компоненты ВФ $\Psi_{m'}^{SMm}(\vec{p}, \vec{q}; T)$ зависят от 16 вещественных функций, в качестве которых могут быть выбраны φ_ν с $\nu=1, \dots, 8$ и $T=0,1$. Функции φ_ν определены согласно [16], где приведено детальное обсуждение условий, которым удовлетворяют компоненты ВФ, и рассмотрен случай ядерных сил, нарушающих пространственную четность.

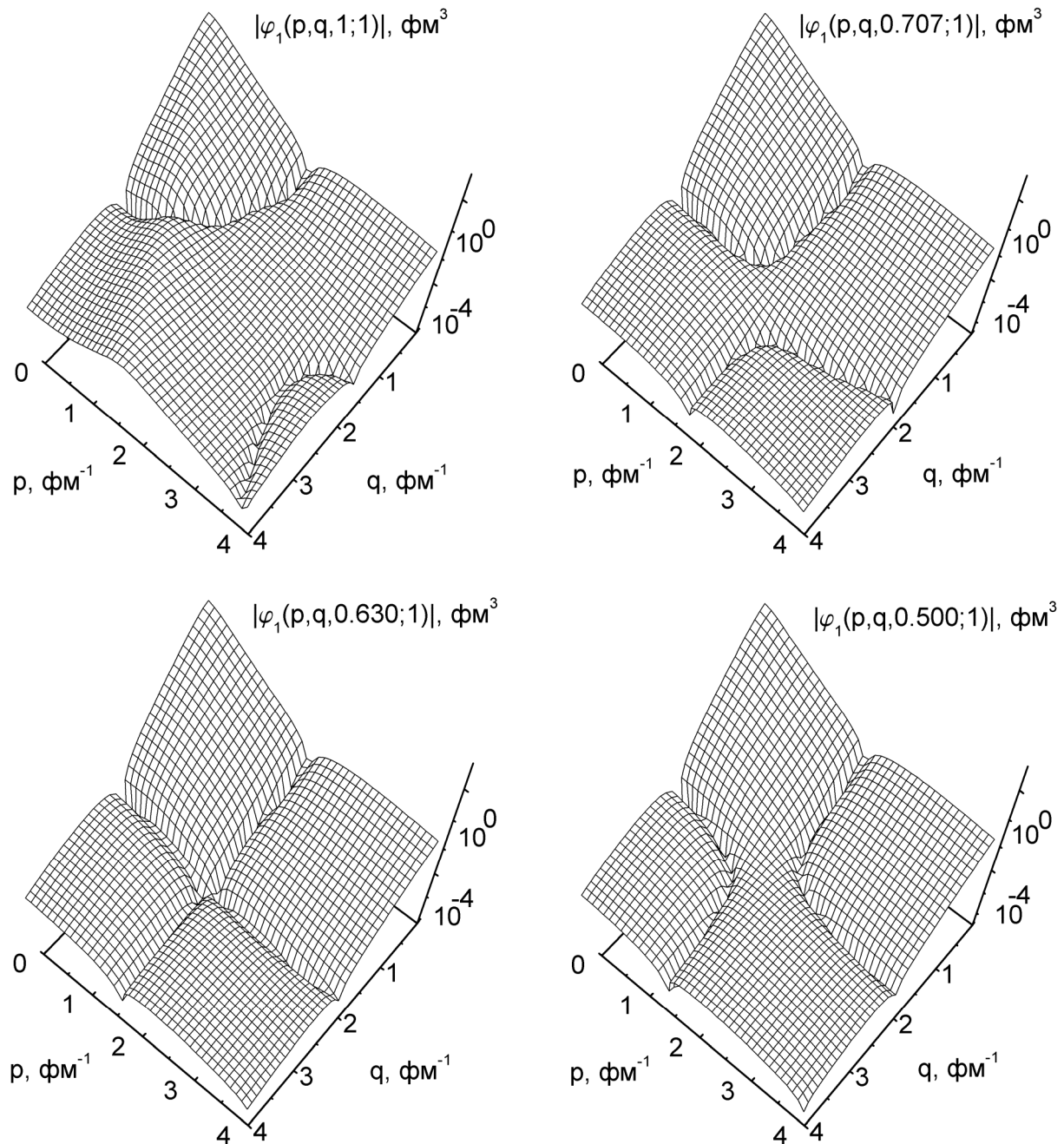


Рис.1. Компонента $\varphi_\nu(p, q, \xi; T)$ ВФ ядра ${}^3\text{He}$ с $\nu=1$, спином и изоспином в двухчастичной подсистеме $ST=01$ для значений $\xi=1; 1/\sqrt{2}; 0,630$ и $1/2$

Связи, которым удовлетворяют компоненты тензорной ВФ, требуют отдельного рассмотрения для коллинеарного расположения векторов \vec{p} и \vec{q} . В этом случае ВФ определяется функциями φ_ν с $\nu=1,4,5$, функции φ_ν с $\nu=5,6,7$ совпадают, и $\varphi_\nu \equiv 0$ для $\nu=2,3,8$.

На рис. 1 и 2 показано, как изменяется зависимость $\varphi_\nu(p, q, \xi; T)$ с $\nu=1,5,6,7$ от импульсов Якоби при различных значениях ξ . Расчеты проведены с ВФ для потенциала Рейда с мягким кором. Сравнение с Рис. 1 в [8] показывает, что зависимости функции $\varphi_{\nu=1}(p, q, \xi=1; T=1)$ и S-волновой компоненты $\Psi_\alpha(p, q)$ с $L=l=0$, $ST=01$ в рассмотренной области переменных p и q не имеют качественных различий.

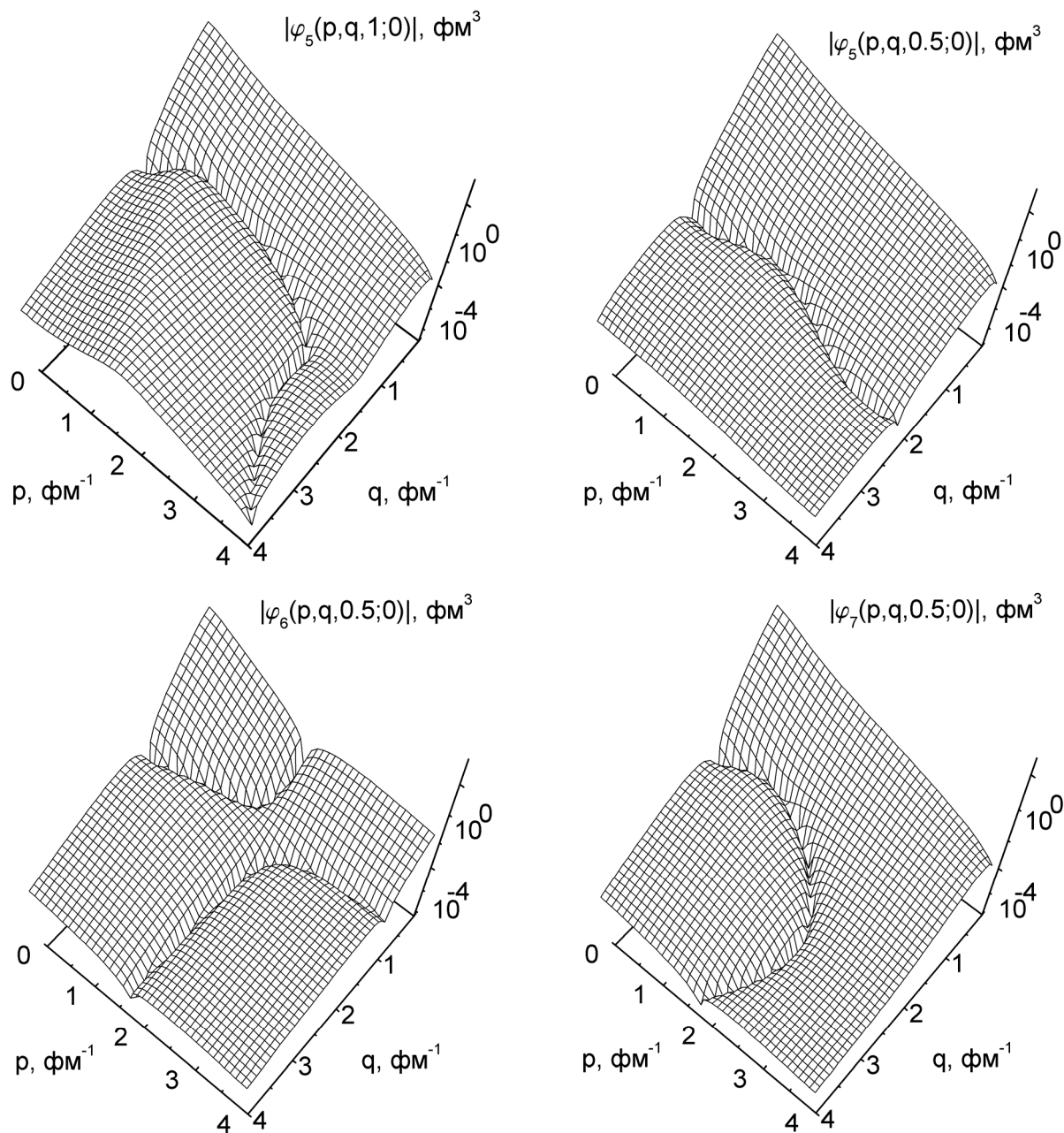


Рис.2. Компоненты $\varphi_\nu(p,q,\xi;T)$ ВФ ядра ${}^3\text{He}$ с $\nu=5,6$ и 7 , спином и изоспином в двухчастичной подсистеме $ST=10$ для значений $\xi=1$ и $1/2$

Компоненты тензорной ВФ с $S=0$ и 1 могут быть построены в терминах скалярных функций

$$\Phi(\vec{p}, \vec{q}; T) = \psi_1 + i\vec{\sigma} \cdot \vec{v} \psi_2,$$

$$\vec{\Phi}(\vec{p}, \vec{q}; T) = i\vec{v} \psi_3 + \vec{\sigma} \psi_4 + \vec{p} \vec{\sigma} \cdot \vec{q} \psi_5 + \vec{p} \vec{\sigma} \cdot \vec{p} \psi_6 + \vec{q} \vec{\sigma} \cdot \vec{q} \psi_7 + \vec{q} \vec{\sigma} \cdot \vec{p} \psi_8,$$

где $\psi_\nu = \psi_\nu(p, q, \xi; T)$ связаны с φ_ν соотношениями $\psi_\nu = \sum_{\nu'} c_{\nu\nu'} \varphi_{\nu'}$ с постоянными коэффициентами $c_{\nu\nu'}$ [16].

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Исследованы свойства симметрии тензорной волновой функции связанного состояния системы трех тождественных нуклонов в импульсном представлении, которая построена с привлечением формализма изотопического спина. Показано, что трансформационные свойства $3N$ состояний при перестановках пространственных, спиновых и изоспиновых переменных нуклонов приводят к соотношениям между значениями компонент тензорной ВФ в различных точках пространства относительных импульсов \vec{p} и \vec{q} . Координаты таких точек связаны между собой линейными преобразованиями с определенными числовыми коэффициентами. ВФ в координатном и импульсном представлениях удовлетворяют аналогичным соотношениям.

Тензорная ВФ выражена в терминах пространственных, спиновых и изоспиновых функций, преобразующихся по неприводимым представлениям симметрической группы. Полученное представление является антисимметричным в явном виде. Обсуждаются свойства разложений по парциальным волнам для функций относительных импульсов и изоспиновых переменных, которые входят в выражения для ВФ в таком представлении.

Рассмотрены связи, которым удовлетворяют компоненты ВФ в тензорной форме. Такие связи являются следствиями свойств ВФ при пространственных вращениях и отражениях пространства-времени. Существование 48 вещественных связей показывает, что 32 комплексных компоненты тензорной ВФ зависят от вещественных скалярных функций $\varphi_\nu(p, q, \vec{p} \cdot \vec{q} / (pq); T)$ с $\nu = 1, \dots, 8$ и $T = 0, 1$. Функции φ_ν вычислены с использованием параметризации [17] решений уравнений Фаддеева для нуклон–нуклонного потенциала Рейда с мягким кором.

Полученные результаты могут представлять интерес для вычисления амплитуд и анализа наблюдаемых в реакциях с реальными и виртуальными фотонами, для изучения процессов [14], обусловленных интерференцией электромагнитного и слабого взаимодействий, таких как нарушающее четность рассеяние электронов.

В данной работе, как в [1–13, 17–22, 24, 25, 28–33], использован формализм изотопического спина, что приводит к увеличению количества компонент ВФ по сравнению с ВФ, которая по построению не зависит от изоспиновых индексов. Для связанного состояния трех нуклонов, которое описывается тензорной ВФ, при учете $3N$ состояний с полным изоспином $1/2$ и $3/2$ число компонент увеличивается в три раза. Более экономичными могут быть расчеты, основанные на теориях, которые не обращаются к такому формализму. Работы [15, 16, 26, 27, 34–36], посвященные исследованию свойств малонуклонных систем, демонстрируют эффективность различных подходов, в которых изотопические переменные не вводятся.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Kotlyar V.V., Shebeko A.V. Nucleon–Nucleon Interaction and Meson Exchange Current Effects in ^3He Two–Body Breakup by Polarized Photons // Zeitschrift fuer Physik A. – 1987. – Vol.327, №3. – P.301–309.
2. Котляр В.В., Шебеко А.В. Сохранение электромагнитного тока ядра и расчет сечений реакции $^3\text{He}(\vec{\gamma}, p)d$ // Ядерная физика. – 1987. – Т.45. – В.4. – С.984–993.
3. Котляр В.В., Шебеко А.В. О механизмах реакции $\gamma ^3\text{He} \rightarrow pd$ при энергиях фотонов в области гигантского резонанса // Ядерная физика. – 1991. – Т.54. – В.3. – С.423–425.
4. Kotlyar V.V. Dependence of the $\gamma ^3\text{He} \rightarrow pd$ Cross Sections on the Nuclear Wave Functions in the Giant Resonance Region // Problems of Atomic Science and Technology, series: Nucl. Phys. Investigations. – 2001. – Vol.1(37). – P.53–54.
5. Котляр В.В., Шебеко А.В. О механизмах реакции двухчастичного фоторасщепления ядра ^3He ниже и выше порога фоторождения пионов // Ядерная физика. – 1990. – Т.51. – В.4. – С.1008–1012.
6. Котляр В.В., Шебеко А.В. О роли спин-орбитального электромагнитного взаимодействия в реакции $\vec{\gamma} + ^3\text{He} \rightarrow p+d$ при промежуточных энергиях // Ядерная физика. – 1990. – Т.52. – В.5(11). – С.1320–1324.
7. Котляр В.В., Мельник Ю.П., Шебеко А.В. Исследование поляризационных явлений в фото- и электрорасщеплении легчайших ядер при промежуточных энергиях // Физика элементарных частиц и атомного ядра. – 1995. – Т.26. – В.1. – С.192–274.
8. Kotlyar V.V., Belyaev A.A. Two-body photodisintegration of ^3He at intermediate energies // Journal of Kharkiv National Univ., Phys. series: Nuclei, Particles, Fields. – 2001. – Vol.529, № 3(15). – P.12–20.
9. Kotlyar V.V., Belyaev A.A. Calculation of the cross section for the reaction $\vec{\gamma} ^3\text{He} \rightarrow pd$ at intermediate photon energies // Problems of Atomic Science and Technology. Series: Nucl. Phys. Investigations. – 2001. – Vol.1(37). – P.50–52.
10. Belyaev A.A., Gloeckle W., Golak J., Kamada H., Kotlyar V.V., Witala H. Off-Shell Effects in Electromagnetic Interaction with Bound Nucleons // Problems of Atomic Science and Technology, series: Nucl. Phys. Investigations. – 2001. – Vol.6(1). – P.187–191.
11. Kotlyar V.V., Jourdan J. Spin structure of three–nucleon bound states // Problems of Atomic Science and Technology, series: Nucl. Phys. Investigations. – 2005. – Vol.6(45). – P.24–29.
12. Kotlyar V.V. Calculation of Polarization Observables in Photo- and Electrodissintegration of ^3He // Proc. of the 3rd Int. Symposium "Dubna Deuteron-95" (July 1995, Dubna) – Dubna, 1996. – P.221–226.
13. Kotlyar V.V. Mechanisms of Two-Body Breakup of Polarized ^3He by Polarized Electrons // Proc. of the 12th Int. Symposium on High-Energy Spin Phys. (September 1996, Amsterdam). Eds. C.W. de Jager, T.J. Ketel, P.J. Mulders, J.E.J. Oberski and

- M.Oskam – Tamboezer World Scientific, 1997 – P.402-404.
14. Буки А.Ю., Ганенко В.Б., Корчин А.Ю., Котляр В.В., Маслов Н.И., Трутень В.И., Фомин С.П., Шебеко А.В., Шевченко Н.Г., Шульга Н.Ф. Фундаментальные и прикладные исследования на линейном ускорителе электронов с энергией до 730 МэВ. (Проект “SALO”). Часть 1. // ННЦ ХФТИ – Харьков, 2006. – 116 с.
 15. Kotlyar V.V., Nogga A. Parity nonconservation in trinucleon bound states // Problems of Atomic Science and Technology, series: Nucl. Phys. Investigations. – 2007. – Vol.3(1). – P.126-131.
 16. Kotlyar V.V. Tensor and Operator Forms of ^3He and ^3H Wave Functions for Parity-Violating Nuclear Forces – 2007. – 16 p. – (arXiv:0712.2680).
 17. Hajduk Ch., Green A.M., Sainio M.E. A convenient analytical form for the triton wave function // Nucl. Phys. A. – 1980. – Vol.337, №1. – P.13-22.
 18. W. Glöckle, H. Witała, D. Hüber H. Kamada, J. Golak. The Three-Nucleon Continuum: Achievements, Challenges and Applications // Phys. Rep. – 1996. – Vol.274, №3-4. – P.107-286.
 19. A. Nogga, H. Kamada, W. Glöckle, B.R. Barrett. The Alpha particle based on modern nuclear forces // Phys. Rev. C. – 2002. – Vol.65. – 18 p.
 20. Golak J., Kamada H., Witala H., Glöckle W., Kuros J., Skibinski R., Kotlyar V.V., Sagara K., Akiyoshi H. Faddeev Calculations of Proton-Deuteron Radiative Capture with Exchange Currents // Phys. Rev. C. – 2000. – Vol.62, №5. – 16 p.
 21. Kamada H., Golak J., Witala H., Glöckle W., Kuros J., Skibinski R., Kotlyar V.V. Faddeev calculations of Proton-Deuteron Radiative Capture with π - and ρ -Meson Exchange Currents of the Argonne Potentials // Nucl. Phys. A. – 2001. – Vol.684. – P.618-622.
 22. Golak J., Skibinski R., Witala H., Glöckle W., Nogga A., Kamada H. Electron and Photon Scattering on Three-Nucleon Bound States // Phys. Rept. – 2005. – Vol.415, №2-3. – P.89-205.
 23. W. Glöckle. The Quantum Mechanical Few-Body Problem. “Springer”: Berlin – Heidelberg – New York, 1983 – 283 p.
 24. J. Golak, H. Kamada, H. Witala, W. Glöckle, S. Ishikawa. Electron induced pd and ppn breakup of ^3He with full inclusion of final-state interactions // Phys. Rev. C. – 1995. – Vol.51, №4. – P.1638-1647.
 25. Kotlyar V.V., Kamada H., Golak J., Glöckle W. Partial wave decomposition for meson exchange currents in few nucleon systems // Few Body Systems. – 2000. – Vol.28, №1. – P.35-63.
 26. Gerjuoy E., Schwinger J. On Tensor Forces and the Theory of Light Nuclei // Phys. Rev. C. – 1942. – Vol.61, № 3-4. – P.138-146.
 27. I. Fachruddin, W. Glöckle, Ch. Elster, A. Nogga. The Operator form of ^3H ^3He and its Spin Structure // Phys. Rev. C. – 2004. – Vol.69, №6. – 16 p.
 28. Verde M. On the elastic scattering of neutrons by deuterons // Helvetica Physica Acta. – 1949. – Vol.XXII, №3. – P.339-360.
 29. Derrick G., Blatt J.M. Classification of triton wave functions // Nucl. Phys. – 1958. – Vol.8, №2. – P.310-324.
 30. Харченко В.Ф. К задаче о рассеянии нуклона на связанном состоянии двух других // УФЖ. – 1962. – Т.7. – №6. – С.573-581.
 31. Sitenko A.G., Kharchenko V.F. On the binding and scattering of the three-nucleon system // Nucl. Phys. – 1963. – Vol.49, №1. – P.15-28.
 32. Ситенко А.Г., Харченко В.Ф. Связанные состояния и рассеяние в системе трех частиц // УФН. – 1971. – Т.103. – №3. – С.469-527.
 33. Blankleider B., Woloshyn R.M. Quasi-elastic scattering of polarized electrons on polarized ^3He // Phys. Rev. C. – 1984. – Vol.29, №2. – P.538-552.
 34. Simenog I.V., Dotsenko I.S., Grinyuk B.E. Advantages of a Representation without Use of the Isospin Formalism, and Precise Study of Few-Nucleon Systems // Ukr. J. Phys. – 2002. – Vol.47, №2. – P.129-137.
 35. Dotsenko I.S., Simenog I.V. Equivalence of the Representation with the Use of the Isospin Formalism and the Representation without Isospin for a Three-Nucleon System // Ukr. J. Phys. – 2006. – Vol.51, №9. – P.841-849.
 36. D.V. Piatnytskyi, I.V. Simenog Nuclear Potentials for Joint Description of Few-Nucleon Systems and Structure Functions of Three-Nucleon Nuclei // Ukr. J. Phys. – 2008. – Vol.53, №7. – P.629-639.

SRTUCTION OF TENSOR REPRESENTATION FOR THREE-NUCLEON BOUND-STATE WAVE FUNCTION

V.V. Kotlyar*, A.O. Shcheglova**

* National Science Center «Kharkov Institute of Physics and Technology», Akademichna 1, 61108 Kharkov, Ukraine

E-mail: kotlyarv@kipt.kharkov.ua

** V.N. Karazin Kharkov National University, Svoboda Sq. 4, Kharkov 61077, Ukraine

Symmetry properties of tensor wave function (WF) for three-nucleon bound state are discussed. The nucleons are treated as identical particles. The tensor WF is expressed in terms of space, spin and isospin functions that belong to irreducible representations of the symmetrical group. Relations between the WFs in tensor and operator forms are analyzed. The scalar functions that determine the WF in the operator form are calculated for the Reid soft core potential.

KEY WORDS: tensor wave function, Gerjuoy-Schwinger operator representation, few-nucleon systems, nuclei ^3He and ^3H