

УДК 537.534.2:679.826

ВЛИЯНИЕ РАЗМЕРА КРИСТАЛЛИТА НА ТЕПЛО - И ЭЛЕКТРОПРОВОДНОСТЬ НАНОАЛМАЗНОГО ПОКРЫТИЯ

С.Ф. Дудник, А.И. Калиниченко, В.Е. Стрельницкий

Национальный Научный Центр «Харьковский физико-технический институт»

61108, Академическая, 1, Харьков, Украина

E-mail: aikalinichenko@kipt.kharkov.ua

Поступила в редакцию 13 сентября 2010 г.

Теоретически исследуется зависимость тепло- и электропроводности нанокристаллического алмазного покрытия от размера кристаллита и толщины пограничного слоя. Наноалмаз рассматривается как двухфазный композит, состоящий из диэлектрических зерен алмаза, разделенных тонкими прослойками графита с электронной проводимостью. Полученные выражения для теплопроводности и удельного электросопротивления демонстрируют согласие с экспериментом.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: наноалмазное покрытие, кристаллит, переходный слой, теплопроводность, электропроводность

INFLUENCE OF GRYSTALLITE SIZE ON THERMO- AND ELECTRO- CONDUCTIVITIES OF NANODIAMOND COATING

S.F. Dudnik, A.I. Kalinichenko, V.E. Strel'nitskij

National Science Center «Kharkov Institute of Physics & Technology»

Akademicheskaya Str., 1, 61108, Kharkov, Ukraine

Dependence of thermo- and electro- conductivities of nanocrystalline diamond coating on crystalline size and boundary layer depth is theoretically investigated. Nanodiamond is considered as two-phase material composed of dielectric diamond grains segregated by thin graphite layers with electronic conductivity. Derived expressions for thermoconductivity and resistivity show accordance with experimental data.

KEY WORDS: nanodiamond coating, crystalline grain, boundary layer, thermoconductivity, electroconductivity

ВПЛИВ РОЗМІРУ КРИСТАЛІТА НА ТЕПЛО- І ЕЛЕКТРОПРОВІДНІСТЬ НАНОАЛМАЗНОГО ПОКРИТТЯ

С.Ф. Дуднік, О.І. Калініченко, В.Е. Стрельницький

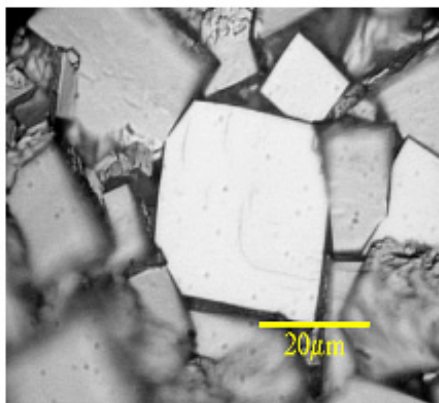
Національний Науковий Центр «Харківський фізико-технічний інститут»

61108, Академічна, 1, Харків, Україна

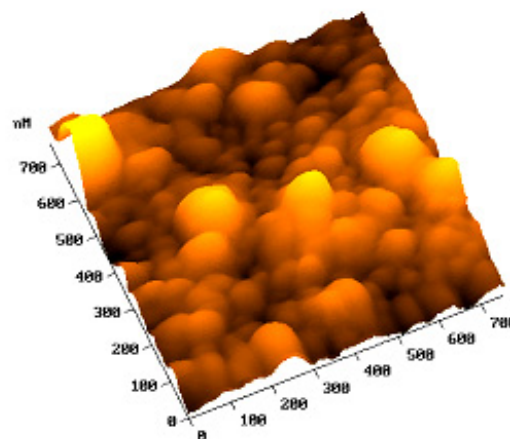
Теоретично досліджується залежність тепло- і електропровідності нанокристалічного алмазного покриття від розміру кристаліта й товщини межового шару. Наноалмаз розглядається як двофазний композит, який складається з діелектричних зерен алмазу, що роз'єднані тонкими прошарками графіту з електронною провідністю. Одержані вирази для електропровідності і питомого електроопору демонструють згоду з експериментом.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: наноалмазне покриття, кристаліт, перехідний шар, теплопровідність, електропровідність

Тонкие ультрананокристаллические алмазные (УНКА) пленки с размером зерна порядка (2-10) нм [1-3] обладают рядом особенностей, отсутствующих у поликристаллических пленок, также получаемых в технологии синтеза алмаза из газовой фазы. Прежде всего, УНКА имеют гладкую поверхность (рис. 1), во многих случаях не требующую обработки (полировки) [2,3]. Второй не менее важной особенностью покрытий УНКА является наличие у них заметной электропроводности, что существенно расширяет область возможных приме



(а)



(б)

Рис. 1. Морфология поверхности поликристаллической (а) и нанокристаллической (б) алмазных пленок. Изображения получены с помощью РЭМ (а) и АСМ (б). Поле изображения АСМ (б) 0,8х0,8 мкм², шероховатость 4,7 нм [2,3].

нений таких покрытий. Наконец, их малая теплопроводность, в сотни раз меньшая теплопроводности алмаза, позволит применять УНКА в качестве теплоизолирующего материала, а также требует специального учета при расчете тепловых режимов в технологических процессах с их использованием.

Ввиду малого размера зерен их границы в значительной степени определяют тепловые, электрические и оптические свойства УНКА. Знание этих свойств и возможность управлять ими крайне важны для практического использования УНКА покрытий. В настоящее время разработаны методы выращивания УНКА покрытий с требуемым размером зерна [4]. Поэтому определение зависимости электро- и теплофизических характеристик нанодиамазных покрытий от размера зерна весьма актуально.

Целью работы является теоретическое исследование зависимости тепло- и электропроводности УНКА от размера кристаллита и толщины пограничного слоя.

МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ И РЕЗУЛЬТАТЫ РАСЧЕТОВ

Теплопроводность УНКА

Будем исходить из того, что нанодиамаз представляет собой композит из зерен алмаза (sp^3 - связанный углерод), разделенных (сравнительно) тонкими прослойками графита (sp^2 - связанный углерод). Ввиду повышенной дефектности пограничного слоя, образующий его графит можно считать аморфизованным. Согласно такому представлению, тепло- (электро)-проводность нанодиамаза необходимо находить как соответствующую величину двухфазного композиционного материала. Для этого необходимо знать определенные характеристики каждой из фаз и учесть изменение этих характеристик при переходе к нанометровым размерам.

Теплопроводность алмаза имеет чисто фононную природу, то есть может быть истолкована как диффузия тепловых фононов. Коэффициент температуропроводности алмаза κ_D связан со средней длиной пробега фонона соотношением [5]: $\kappa_D = s_D l_{ph} / 3$, где s_D – продольная скорость звука в алмазе ($s_D = 1,5 \cdot 10^4$ м/с), l_{ph} – эффективная длина пробега фонона в алмазе. В случае монокристалла и при комнатных температурах l_{ph} определяется, в основном, рассеянием на дефектах кристаллической решетки (примесные атомы).

Оценим величину l_{ph} . Известно, что теплопроводность монокристалла алмаза λ_D , близка к 2000 Вт/(м·К). Воспользовавшись соотношением $\kappa = \lambda / \rho C$ между коэффициентами температуропроводности и теплопроводности, получаем $\kappa_D = 11 \text{ см}^2/\text{с}$. Здесь $\rho = 3500 \text{ кг/м}^3$ – плотность, $C = 511 \text{ Дж/(кг·К)}$ – удельная теплоемкость алмаза при нормальных условиях. Воспользовавшись (1), получаем оценку: $l_{ph} = 220 \text{ нм}$. Полученная величина значительно превышает размеры кристаллитов нанодиамаза. Предполагая, что фононы эффективно отражаются/рассеиваются на границах кристаллитов, приходим к выводу, что именно «диаметр» кристаллита d является параметром, определяющим эффективную длину пробега фонона в нанодиамазе [2,6].

Учитывая, что среднее удаление от границы в кристаллите близко к $d_g/2$, получаем для коэффициента температуропроводности кристаллита нанодиамаза следующее выражение [6]:

$$\kappa_{NanoD} = \frac{s_D d_g}{6}. \quad (1)$$

Так, принимая $d = 2 \text{ нм}$, получаем

$$\kappa_{NanoD} = \kappa_D \frac{d_g}{2l_{ph}} = 5 \cdot 10^{-6} \text{ м}^2/\text{с}.$$

Соответственно, для коэффициента теплопроводности алмазной фазы получаем оценку $\lambda_D = 9 \text{ Вт/(м·К)}$.

Для теплопроводности нано- и поликристаллического алмаза можно предложить интерполяционную формулу, использующую эффективную длину пробега фонона l_{ef} :

$$\frac{1}{l_{ef}} = \frac{1}{l_{ph}} + \frac{2}{d_g}. \quad (2)$$

Очевидно, что при $l_{ph} \ll d_g/2$ ($l_{ph} \gg d_g/2$) $l_{ef} \rightarrow l_{ph}$ ($l_{ef} \rightarrow d_g/2$). В частности, для ультрананокристаллов алмаза с $d = (2 - 5) \text{ нм}$ $l_{ef}(d_g)$ отличается от $d_g/2$ не более чем на 1%. В соответствии с (2), выражение (1) преобразуется к виду

$$\kappa_{NanoD}(d_g) = \frac{s_D}{3} \cdot \frac{l_{ph} d_g}{2l_{ph} + d_g}.$$

Соответственно, выражение для коэффициента теплопроводности алмазной фазы приобретает вид:

$$\lambda_g(d_g) = \rho_D C_D \frac{s_D}{3} \cdot \frac{l_{ph} d_g}{2l_{ph} + d_g}.$$

Теплопроводность пограничных слоев из аморфизованного графита между нанокристаллитами алмаза в настоящее время неизвестна. Поскольку графит является полуметаллом, то его теплопроводность имеет, в

основном, электронную, а не фононную природу. Величину коэффициента температуропроводности материала пограничного слоя можно оценить с помощью формулы $\kappa_b = l_e v_F / 3$, где l_e – длина свободного пробега электрона проводимости, v_F – скорость электрона с энергией Ферми ε_F . Для графита можно принять $\varepsilon_F = 0,026$ эВ [7]. Воспользовавшись формулой $v_F = \sqrt{2\varepsilon_F / m_e}$, где m_e – масса электрона, получаем: $v_F \approx 10^7$ см/с. Что касается длины пробега электрона l_e , то она ограничена снизу полушириной пограничного слоя между зернами $d_b/2$: $\kappa_b \approx d_b v_F / 6$. Принимая полуширину пограничного слоя равной среднему межатомному расстоянию $a = 2 \cdot 10^{-10}$ м, получаем оценку снизу $\kappa_b = 7 \cdot 10^{-6}$ м²/с, которая дает оценку теплопроводности пограничного слоя $\lambda_b(d_b) = \rho_b C_b \kappa_b \approx \rho_b C_b \frac{d_b v_F}{6} \geq 7$ Вт/(м·К). В результате зависимость коэффициента теплопроводности переходного слоя от толщины слоя приобретает вид $\lambda_b(d_b) = 25d_b$, где λ_b измеряется в единицах Вт/(м·К), а d_b – в нанометрах.

В реальном материале нанокристаллиты различаются как по форме, так и по величине, и поэтому не представляется возможным в аналитическом виде определить вклады каждой из двух фаз (алмазных зерен и графитовый прослойки) в суммарную теплопроводность. Поэтому при анализе реальная структура УНКА заменяется модельной структурой, которая физически корректно передает основные черты теплопередачи в двухфазном материале, каковым является УНКА.

На рис. 2 приведено схематическое изображение кристаллической структуры УНКА и эквивалентной модельной структуры, используемой для расчета эффективной теплопроводности, а также элементарной ячейки, состоящей из алмазного зерна (показано белым цветом) с окружающей его графитовой оболочкой – переходным слоем (показана серым цветом). Толщина оболочки не превышает 1 нм [2]. Исходя из принципа максимальной простоты модели, пространственную структуру элементарной ячейки будем характеризовать только двумя параметрами: размером алмазного зерна d_g и толщиной переходного графитового слоя d_b .

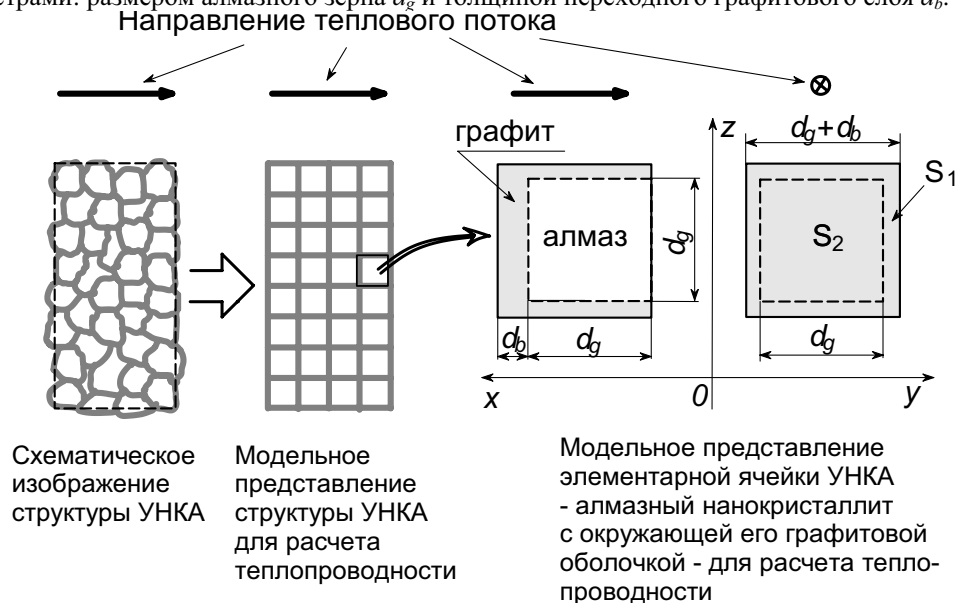


Рис. 2. Схематическое изображение кристаллической структуры УНКА и эквивалентной ей модельной структуры, используемой для расчета эффективной теплопроводности. Справа – ортогональные проекции модельной ячейки.

Аппроксимируем элементарную ячейку алмазным кубиком со стороной d_g , окруженным графитовой оболочкой толщиной d_b . Еще одним достоинством такого модельного представления кристаллической структуры УНКА является возможность анализировать процесс теплопередачи в одномерном приближении, используя только одну элементарную ячейку.

Определим эффективный коэффициент теплопроводности УНКА, применяя закон Фурье к распространению тепла через модельную элементарную ячейку (см. рис. 1). Пусть правая и левая границы ячейки находятся при неодинаковых температурах T_2 и T_1 , соответственно. Пусть, для определенности $T_1 > T_2$, так что поток тепла q , проходящий слева направо, определяется законом Фурье [8]:

$$q = -\lambda_{ef} S \nabla T = \lambda_{ef} S \frac{T_1 - T_2}{d_g + d_b}, \quad (3)$$

где $S = (d_g + d_b)^2$, а под градиентом температуры понимается его усредненное по толщине ячейки значение.

Выразим λ_{ef} через пространственные и тепловые характеристики фаз. Для этого представим поток q в виде суммы потоков $q = q_1 + q_2$, где q_1 – тепловой поток, проходящий через слой графита площадью $S_1 = (d_g + d_b)^2 - d_g^2$ и толщиной $d_g + d_b$; q_2 – тепловой поток через двухслойную структуру площадью $S_2 = d_g^2$ с толщиной графитового слоя d_b и алмазного слоя d_g (см. рис. 2). Для потока q_1 справедливо равенство

$$q_1 = -S_1 \lambda_b \nabla T = \left[(d_g + d_b)^2 - d_g^2 \right] \lambda_b \frac{T_1 - T_2}{d_g + d_b}. \quad (4)$$

При нахождении потока q_2 используем непрерывность потока тепла при переходе из первого слоя во второй. Это позволяет определить температуру T^* на границе раздела слоев:

$$T^* = \frac{d_g \lambda_b T_1 + d_b \lambda_g T_2}{d_g \lambda_b + d_b \lambda_g}.$$

Знание T^* позволяет определить поток q_2 :

$$q_2 = d_g^2 \lambda_b \frac{T_1 - T^*}{d_b} = \lambda_b \lambda_g d_g^2 \frac{T_1 - T_2}{d_g \lambda_b + d_b \lambda_g}. \quad (5)$$

Используя (3), (4), (5), получаем уравнение для определения λ_{ef} , решая которое, окончательно находим:

$$\lambda_{ef}(d_g, d_b) = \lambda_b(d_b) \left[1 + d_g^3 \frac{\lambda_g(d_g) - \lambda_b(d_b)}{(\lambda_b(d_b) d_g + \lambda_g(d_g) d_b)(d_g + d_b)^2} \right]. \quad (6)$$

Полученная формула физически корректно отображает зависимость теплопроводности композиционного материала от параметров фаз. В частности, при $\lambda_b \rightarrow 0$ (∞) эффективная теплопроводность также стремится к нулю (к бесконечности), поскольку переходной слой играет роль связующего (матрицы), в которое внедрены изолированные друг от друга зерна (включения). При $\lambda_g \rightarrow 0$ ($\lambda_g \rightarrow \infty$) эффективная теплопроводность не стремится к нулю (к бесконечности). Таким образом, роль фаз - компонентов в рассматриваемом случае неэквивалентна, поэтому формула (6) несимметрична относительно двойной замены $\lambda_b \rightleftharpoons \lambda_g$ и $d_g \rightleftharpoons d_b$. При $\lambda_b = \lambda_g$ имеем $\lambda_{ef} = \lambda_g$, как и должно быть при переходе к гомогенному материалу. Наконец, при $d_g \rightarrow 0$ / $d_b \rightarrow 0$ также получаем естественный результат $\lambda_{ef} \rightarrow \lambda_b$ / $\lambda_{ef} \rightarrow \lambda_g$, соответствующий переходу к гомогенному материалу.

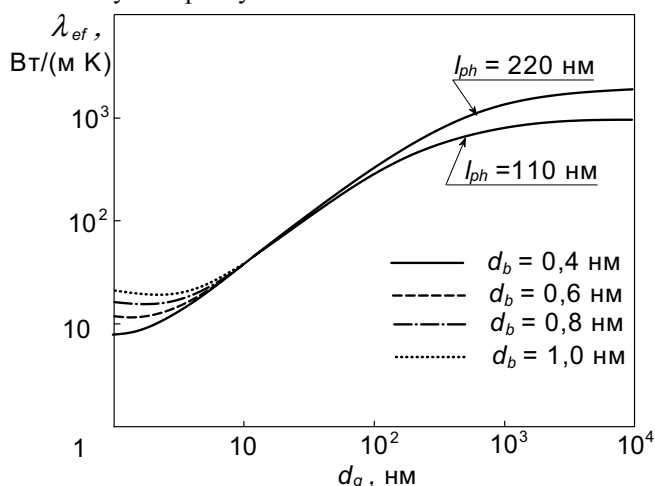


Рис. 3. Зависимость эффективной теплопроводности λ_{ef} УНКА от размера кристаллита d_g при различных толщинах переходного слоя d_b .

На рис. 3 показана зависимость эффективной теплопроводности λ_{ef} нанокристаллического алмаза от размера кристаллита d_g при различных толщинах переходного слоя d_b . Расчет проводился по формуле (6) для двух значений длины пробега фонона в монокристаллическом алмазе и при четырех различных толщинах переходного слоя. Как видно из рисунка, толщина переходного слоя влияет на теплопроводность УНКА только при размерах кристаллитов $d_g < 10$ нм, а длина пробега фонона l_{ph} практически не влияет. Как показывает эксперимент [2,3], при размерах кристаллитов 2-10 нм теплопроводность УНКА составляет 6-11 Вт/(м·К), тогда как в поликристаллической пленке теплопроводность варьирует в пределах 1800-2000 Вт/(м·К). Полученные нами результаты при $d_b = (0,4-0,6)$ нм согласуются с результатами

эксперимента. Однако, отсутствие данных по широкому перечню размеров кристаллитов не позволяет сделать окончательных выводов.

Электропроводность УНКА

Поскольку алмаз является хорошим диэлектриком, электропроводность УНКА полностью определяется

проводимостью пограничного слоя. Последняя может быть как электронного типа, если переходной слой состоит из чистого графита, либо иметь неэлектронную составляющую в случае наличия легирующей добавки (например, бора). В настоящей работе рассматривается только случай электронной проводимости пограничного слоя. Для удельного сопротивления r материала в этом случае справедливо соотношение $r = m_e / (ne^2 \tau_e) = m_e v_F / (ne^2 l_e) \sim 1/l_e$ [5], где m_e и e масса и заряд электрона, n – плотность электронов проводимости, v_F – фермиевская скорость электрона, τ_e и l_e – время и длина свободного пробега электрона проводимости.

Как известно, длина свободного пробега электрона проводимости в безграничном металле даже при комнатной температуре существенно превышает межатомное расстояние ($l_e = 200-250 a$) [9]. Поскольку толщина переходного слоя d_b близка к a , то именно она определяет время свободного пробега электрона проводимости $\tau_e = d_b / 2v_F = (2-5) \cdot 10^{-15}$ с и, в конечном итоге, электросопротивление материала переходного слоя. Принимая удельное сопротивление поликристаллического графита $r_G = 10^{-3}$ Ом·см, приходим к выводу, что удельное сопротивление переходного слоя толщиной $d_b \sim a$ можно оценить с помощью выражения

$$r_b = r_G \frac{2l_e + d_b}{d_b}. \quad (7)$$

Перейдем к определению сопротивления УНКА. Ввиду случайности расположения кристаллитов, можно считать, что в любом достаточно большом объеме УНКА относительная доля φ объема, занимаемого графитовыми прослойками, остается постоянной. Под достаточно большим имеется ввиду объем, значительно превышающий объем одного зерна с окружающим его переходным слоем. В модели, в которой зерна аппроксимируются кубиками со стороной d_g , разделенными прослойками толщиной d_b , эта доля φ , равна

$$\varphi(d_g, d_b) = \frac{(d_g + d_b)^3 - d_g^3}{(d_g + d_b)^3}. \quad (8)$$

В частности, утверждение справедливо и для любого сколь угодно тонкого слоя, заключенного между двумя параллельными сечениями образца УНКА (см. рис. 4). Расстояние между сечениями выбирается из условия $\Delta x \ll d_b$, а площадь сечения S – из условия $S \gg (d_g + d_b)^3 / \Delta x$, которое формально всегда может быть выполнено. Последнее условие означает, что объем выбранного слоя значительно превышает объем кристаллита вместе с пограничным слоем. Таким образом, объем V_b , занимаемый в тонком слое материалом промежуточного слоя, равен $V_b = S \varphi \Delta x$. С другой стороны, для достаточно тонкого слоя объем V_b можно представить в виде $V_b = S_b \Delta x$, где для суммарной площади сечения S_b всех переходных слоев плоскостью $A-A'$ (см. рис. 4) получаем выражение $S_b = S \varphi(d_g, d_b)$. Ясно также, что для достаточно тонкого слоя суммарную

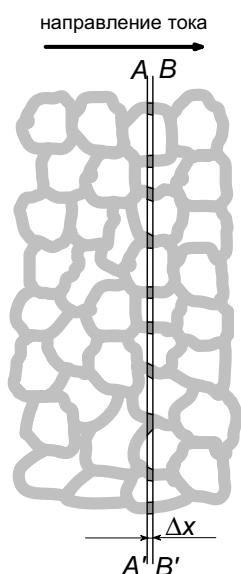


Рис. 4. Схема, поясняющая расчет удельного сопротивления УНКА. Белые области – алмазные зерна (изолятор), серые области цвет – межзеренный графитовый слой (проводник), темно-серые – проводящие области внутри выбранного тонкого слоя.

площадь сечения проводящего слоя можно принять равной S_b всюду внутри выбранного слоя. Это позволяет рассчитывать сопротивление этого слоя, пользуясь элементарным законом для сопротивления проводника с постоянными длиной Δx и площадью сечения S_b . Пусть направление тока совпадает с нормалью к секущим плоскостям $A-A'$ и $B-B'$. В этом случае электросопротивление тонкого слоя, определяемое только материалом переходного слоя, задается выражением:

$$R = \frac{r_b \Delta x}{S_b} = \frac{r_b \Delta x}{S \varphi(d_g, d_b)}. \quad (9)$$

С другой стороны, сопротивление слоя можно выразить через эффективное удельное сопротивление r_{ef} его материала:

$$R = \frac{r_{ef} \Delta x}{S} \quad (10)$$

Сравнивая (9) и (10) и используя (7), (8), получаем окончательно:

$$r_{ef}(d_g, d_b) = \frac{(2l_e + d_b) r_G}{d_b} \frac{(d_g + d_b)^3}{(d_g + d_b)^3 - d_g^3}.$$

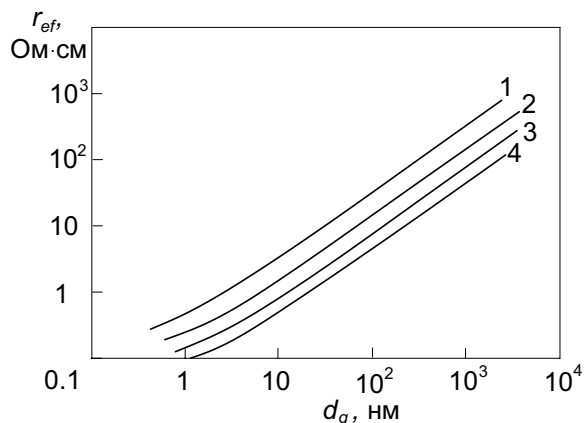


Рис. 5. Залежність електричного опору УНКА від розміру кристаліта d_g при товщинах перехідного шару $d_b = 0,4; 0,6; 0,8$ та $1,0$ нм (криві 1-4, відповідно).

На рис. 5 приведені залежності удельного опору УНКА від розміру зерен d_g для чотирьох товщин перехідного шару $d_b = 0,4; 0,6; 0,8$ та $1,0$ нм. Розрахунок проводився при наступних значеннях параметрів: $l_e = 40$ нм; $r_G = 10^{-3}$ Ом·см. Як видно з рисунка, відхилення від лінійного закону $r_{ef} \sim d_g$ спостерігається тільки в разі зерен малих розмірів $d_g < 5$ нм. Результати розрахунку кореспондують з експериментальними даними по електричному опору УНКА [2,3]. В реальних матеріалах ефективний опір УНКА може відрізнятися як в більшу, так і в меншу сторону, внаслідок невизначеності при виборі довжини пробігу l_e електрона в безмежному графіті. Крім того, існує можливість реалізації УНКА покриттів з великою товщиною перехідного шару $d_b = (1-5$ нм) [2,3], провідність яких збільшується пропорційно d_b^2 .

ВИВОДИ

1. В моделі, що описує структуру кристалічного алмазу за допомогою всіх двох параметрів – характерного розміру зерна d_g та характерної товщини перехідного шару d_b – отримані аналітичні вирази для теплопровідності та удельного електричного опору алмазу для розмірів зерна від 1 нм і більше. Отримані вирази фізично коректно описують поведінку тепло- та електропровідності в широкому діапазоні змін параметрів фаз.

2. Згідно моделі, теплопровідність УНКА збільшується з розміром зерна від ~ 10 Вт/(м·К) до $\sim 2 \cdot 10^3$ Вт/(м·К), виходячи на константу, що відповідає полікристалічному алмазу при $d_g > 10^3$ нм.

3. В діапазоні розмірів зерен $d_g > 10$ нм теплопровідність УНКА слабо залежить від товщини перехідного шару d_b . В області $d_g < 10$ нм теплопровідність зростає з ростом d_b .

4. Отримане в роботі вираження для λ_{ef} УНКА може бути використано для опису теплопровідності довільного двофазного нанокристалічного матеріалу.

5. Залежності удельного опору УНКА від величини зерна практично лінійні при $d_g > 5$ нм. В області $d_g < 5$ нм спостерігається незначительне відхилення від лінійності. Коефіцієнт пропорційності зменшується з ростом товщини перехідного шару за законом $\sim d_b^{-2}$.

6. Отримані в моделі величини тепло- та електропровідності, а також їх поведінка в залежності від розміру зерна збігаються з відомими даними експерименту по УНКА покриттям. Для подальшої перевірки коректності запропонованої моделі необхідно провести вимірювання тепло- та електропровідності в діапазоні розмірів зерен від 1 нм до 100 нм при контрольованій товщині перехідного шару.

СПИСОК ЛІТЕРАТУРИ

1. Gruen D.M. Nanocrystalline diamond films // Annu. Rev. Mater. Sci. – 1999. – Vol. 29. – P. 211-259.
2. Ральченко В.Г., Кононов В.И., Савельев А.В., Попович А.Ф. и др. Свойства легированных алмазных пленок, выращенных в СВЧ разряде // Сб. докладов XVII Международного симпозиума “Тонкие пленки в электронике”. – М.: МВТУ. – 2005. – С. 541-546.
3. Ralchenko V., Pimenov S., Konov V., et al. Nitrogenated nanocrystalline diamond films: thermal and optical properties // Diamond and Related Materials. – 2007. – Vol.16. – P. 2067-2073.
4. Выровец И.И., Грицына В.И., Дудник С.Ф., Опалев О.А., Решетняк Е.Н., Стрельницкий В.Е. Нанокристаллические алмазные CVD-пленки: структура, свойства и перспективы применения // Физ. инж. поверхн. – 2010. – Т. 8, № 1. – С. 4-19.
5. Киттель Ч. Введение в физику твердого тела. – М.: Наука, 1978. – 696 с.
6. Калинин А.И., Перепелкин С.С., Стрельницкий В.Е. Ускорение кинетических процессов в нанокристаллическом материале при ионном облучении // Вісник Харківського університету, серія фізична «Ядра, частинки, поля». – 2007. – № 784, вип. 4/36/. – С. 39-47.
7. Ицкевич Е.С., Фишер Л.М.. Измерение эффекта Шубникова – де-Гааза в графите под давлением до 8 кбар // Письма в ЖЭТФ. – 1967. – Т.5 - Вып.5 - С.141-144.
8. Тихонов А.Н., Самарский А.А. Уравнения математической физики, 5-е изд. – М.: Наука, 1977. – 736 с.
9. Левич В.Г., Вдовин Ю.А., Мямлин В.А. Курс теоретической физики. – Т.2. – М.: Физматгиз, 1962. – 820 с.