

УДК 530.145;530.1.19

РАЗВИТИЕ В ПРОСТРАНСТВЕ И ВРЕМЕНИ ПРОЦЕССА ПЕРЕХОДНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ РЕЛЯТИВИСТСКОГО ЭЛЕКТРОНА

Н.Ф. Шульга¹, С.В. Трофименко², В.В. Сыщенко³

¹Институт теоретической физики им. А.И. Ахиезера Национального Научного Центра «Харьковский физико-технический институт», ул. Академическая 1, Харьков, 61108, Украина

²Физико-технический факультет, Харьковский национальный университет им. В.Н. Каразина пл. Свободы 4, Харьков, 61077, Украина

³Белгородский государственный университет ул. Победы 85, Белгород, 308015, Российская Федерация

Поступила в редакцию 1 сентября 2010 г.

Рассмотрена задача о переходном излучении релятивистского электрона на тонкой металлической идеально проводящей пластинке. Обсуждается пространственно-временная эволюция электромагнитного поля, которое возникает до и после пересечения электроном металлической пластинки. Показано, что после пересечения пластинки отраженное от нее поле электрона в области координат $r > ct$ отлично от нуля. Скачок потенциала при $r = ct$ полностью определяет характеристики переходного излучения «назад». Подобная картина эволюции поля имеет место и в направлении движения электрона. Обсуждается аналогия в развитии пространственно-временной картины эволюции электромагнитного поля в процессах переходного излучения и тормозного излучения при мгновенном рассеянии релятивистского электрона на большой угол. Особое внимание уделено анализу переходного излучения «полуголого» электрона на металлической пластинке, расположенной на различных расстояниях от точки рассеяния, где происходит частичное «раздевание» электрона. Показано, что «полуголое» состояние электрона проявляется в подавлении переходного излучения и осцилляторном характере зависимости его характеристик от расстояния между пластинкой и точкой рассеяния. Обсуждаются условия, при которых имеют место такие эффекты. Рассмотрены некоторые проблемы измерения спектрально-угловой плотности переходного и тормозного излучений. Показано, что результаты измерений могут существенно зависеть от размера детектора и его положения относительно точки пересечения электроном пластинки и точки рассеяния.

КЛЮЧЕВЫЕ СЛОВА: переходное излучение, тормозное излучение, длина когерентности, релятивистский электрон, потенциалы электромагнитного поля.

THE SPACE-TIME EVOLUTION OF THE PROCESS OF TRANSITION RADIATION BY RELATIVISTIC ELECTRON

N.F. Shul'ga¹, S.V. Trofymenko², V.V. Syschenko³

¹Akhiezer Institute for Theoretical Physics of National Science Centre "Kharkov Institute of Physics and Technology" Ukraine, 61108, Kharkov, Akademicheskaya st., 1

²School of Physics and Technology, V.N. Karazin Kharkov National University Ukraine, 61077, Kharkov, Svoboda sq., 4

³Belgorod State University, Russian Federation, 308015, Belgorod, Pobeda st., 85

The problem of relativistic electron's transition radiation on thin metallic ideally conducting plate is considered. The space-time evolution of the electromagnetic field, which arises before and after passing of the electron of the metallic plate, is discussed. It is shown that at the moment of time t after the passing of the plate the electron's field reflected from it on distances $r > ct$ is not equal to zero. The potential jump at $r = ct$ entirely defines the characteristics of backward transition radiation. Similar image of field evolution takes place in the direction of the electron's velocity. The analogy in the development of space-time image of electromagnetic field evolution in the processes of transition radiation and bremsstrahlung during the momentary scattering of relativistic electron at large angle is discussed. Special attention is drawn to the transition radiation of "half-bare" electron on metallic plate which is placed on different distances from the scattering point where partial "undressing" of the electron occurs. It is shown that "half-bare" state of the electron manifests itself by suppression of the transition radiation and by oscillation type of the transition radiation's characteristics dependence on the distance between the plate and the scattering point. The conditions for such effects are discussed. Some problems of measurements of transition radiation and bremsstrahlung spectral-angular density are considered. It is shown that the results of these measurements should substantially depend on the detector's size and its position relatively to the point of the electron's passing through the plate and to the scattering point.

KEY WORDS: transition radiation, bremsstrahlung, coherence length, relativistic electron, electromagnetic field potentials.

РОЗВИТОК У ПРОСТОРИ ТА ЧАСІ ПРОЦЕСУ ПЕРЕХІДНОГО ВИПРОМІНЮВАННЯ РЕЛЯТИВІСТСЬКОГО ЕЛЕКТРОНА

М.Ф. Шульга¹, С.В. Трофименко², В.В. Сищенко³

¹Інститут теоретичної фізики ім. О.І. Ахієзера Національного Наукового Центру «Харківський фізико-технічний інститут», вул. Академічна, 1, Харків, 61108, Україна

²Фізико-технічний факультет, Харківський національний університет ім. В.Н. Каразіна пл. Свободи, 4, Харків, 61108, Україна

³Белгородський державний університет, вул. Перемоги, 85, Белгород, 308015, Російська Федерація

Розглянута задача про перехідне випромінювання релятивістського електрона на тонкій металевій ідеально провідній пластинці. Обговорюється просторово-часова еволюція електромагнітного поля, яке виникає до і після проходження

електроном металевої пластинки. Показано, що після проходження пластинки відбите від неї поле електрона в області координат $r > ct$ відмінне від нуля. Стрибок потенціалу при $r = ct$ повністю визначає характеристики перехідного випромінювання «назад». Подібна картина еволюції поля має місце і в напрямі руху електрона. Обговорюється аналогія в розвитку просторово-часової картини еволюції електромагнітного поля у процесах перехідного випромінювання і гальмового випромінювання при миттєвому розсіянні релятивістського електрона на великий кут. Особлива увага приділяється аналізу перехідного випромінювання «напівголого» електрона на металевій пластинці, розташованій на різних відстанях від точки розсіяння, де відбувається часткове «розділення» електрона. Показано, що «напівголий» стан електрона виявляється у заглушуванні перехідного випромінювання та вібраційному характері залежності його характеристик від відстані між пластинкою і точкою розсіяння. Обговорюються умови, за яких такі ефекти мають місце. Розглядаються деякі проблеми вимірювання спектрально-кутової густини перехідного та гальмового випромінювань. Показано, що результати вимірювань можуть суттєво залежати від розміру детектора та його розташування відносно точки проходження електроном пластинки і точки розсіяння.

КЛЮЧОВІ СЛОВА: перехідне випромінювання, гальмове випромінювання, довжина когерентності, релятивістський електрон, потенціали електромагнітного поля.

При движении заряженной частицы в среде с изменяющейся диэлектрической проницаемостью возникает переходное излучение. Теоретическим и экспериментальным исследованием этого процесса, начиная с работы В. Гинзбурга и И. Франка [1], посвящено большое число работ в связи с многочисленностью различных реализаций данного процесса (см. сборники и монографии [2 – 9], посвященные этой теме и ссылки в них). Особый интерес представляет переходное излучение ультрарелятивистских электронов, поскольку излучение для таких частиц сосредоточено в основном в узкой угловой области вдоль направления движения частицы. В последние десятилетия наметились новые направления работ в данной области, связанные с возможностью реализации ультра больших длин формирования процесса переходного излучения, когда не только мишень, но и вся детектирующая аппаратура могут находиться в предволновой зоне (см., например, [9 – 18]). Важное значение при этом приобретает анализ структуры электромагнитных полей, возникающих при переходном излучении. Исследованию этой проблемы, а также анализу некоторых эффектов, связанных с ультра большими длинами формирования переходного излучения, посвящена настоящая работа.

Основное внимание в работе обращается на эффекты, связанные с переходным излучением «назад» при пересечении электроном тонкой идеально проводящей металлической пластинки. Волновые пакеты отраженного от мишени поля в этом случае представляют собой пакеты свободных электромагнитных волн, которые перестраиваются затем в поле переходного излучения. Мы показываем, что структура этих пакетов во многих отношениях сходна со структурой пакетов, возникающих при резком рассеянии частицы на большой угол. При этом показывается, что в обоих случаях проявляются сходные эффекты в излучении, зависящие от размеров детектора и расстояния его нахождения от мишени.

Особый интерес в этом плане представляет переходное излучение электрона с несформировавшимся после рассеяния собственным полем. Такая ситуация возникает при рассеянии электрона на большой угол. При этом электрон в течение длительного промежутка времени может находиться в «полуголом» состоянии, то есть в состоянии, когда в окружающем электрон поле в течение длительного промежутка времени могут быть подавлены некоторые Фурье-компоненты этого поля [19-23]. Наличие больших расстояний, проходимых электроном в таком состоянии, позволяет расположить в этой области металлическую пластинку и рассмотреть переходное излучение «полуголого» электрона на ней. Характеристики переходного излучения «назад», как показывается в работе, в этом случае могут значительно отличаться от характеристик переходного излучения на мишени, расположенной на большом расстоянии от точки рассеяния.

Эффекты, аналогичные рассматриваемым в настоящей работе, должны иметь место и для переходного излучения «вперед», то есть вдоль направления движения частицы. Анализ этого процесса, однако, выходит за рамки настоящей работы, так как в этом случае появляются дополнительные факторы, оказывающие значительное влияние на формирование процесса переходного излучения, такие как интерференция собственного поля частицы и поля излучения и дифракционные эффекты при излучении на мишенях конечных размеров [10-12,14-18].

Целью работы является исследование процессов формирования переходного излучения от релятивистского электрона с равновесным и неравновесным собственным кулоновским полем и тормозного излучения при мгновенном рассеянии электрона на большой угол, а также изучение проблем измерения этих видов излучения.

ЭЛЕКТРОМАГНИТНОЕ ПОЛЕ ДО И ПОСЛЕ ПЕРЕСЕЧЕНИЯ ЭЛЕКТРОНОМ ТОНКОЙ МЕТАЛЛИЧЕСКОЙ ПЛАСТИНКИ

Рассмотрим задачу о переходном излучении, возникающем при прохождении электрона через тонкую идеально проводящую металлическую пластинку, перпендикулярно ее поверхности (рис.1). Исследуем вначале структуру электромагнитных полей, возникающих до и после пересечения электроном такой пластинки в вакууме.

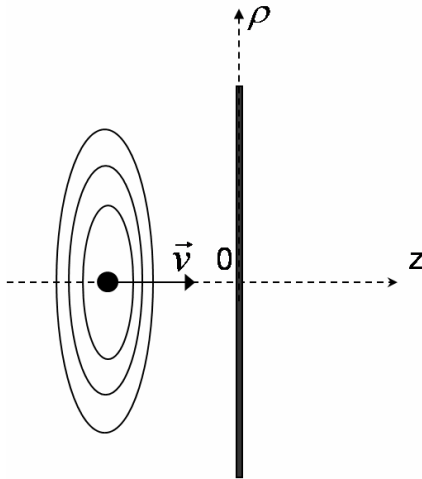


Рис.1. Прохождение электрона со скоростью \vec{v} через тонкую металлическую пластинку

Скалярный и векторный потенциалы электромагнитного поля, генерируемого движущимся электроном в вакууме, представляют собой решения неоднородных уравнений Максвелла

$$\Delta\varphi - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \varphi}{\partial t^2} = -4\pi e \delta(\vec{r} - \vec{v}t), \quad (1)$$

$$\Delta\vec{A} - \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2 \vec{A}}{\partial t^2} = -\frac{4\pi}{c} e\vec{v} \delta(\vec{r} - \vec{v}t),$$

где c - скорость света, e - заряд электрона ($e < 0$), \vec{v} - его скорость (предполагается, что вектор \vec{v} направлен в сторону положительных значений оси z , которая ортогональна поверхности пластинки, расположенной в плоскости $z = 0$). Система уравнений (1) в рассматриваемой задаче должна быть дополнена граничным условием, соответствующим тому, что тангенциальная составляющая полного электрического поля на поверхности пластинки равна нулю.

Общее решение уравнений (1) может быть представлено в виде следующих Фурье-разложений потенциалов $\varphi(\vec{r}, t)$ и $\vec{A}(\vec{r}, t)$:

$$\varphi(\vec{r}, t) = \int \frac{d^3 k d\omega}{(2\pi)^4} e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)} \left[\varphi_{\vec{k}, \omega}^C \delta(\omega - \vec{k}\vec{v}) + \varphi_{\vec{k}, \omega}^f \delta(k^2 - \omega^2) \right], \quad (2)$$

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \int \frac{d^3 k d\omega}{(2\pi)^4} e^{i(\vec{k}\vec{r} - \omega t)} \left[\vec{A}_{\vec{k}, \omega}^C \delta(\omega - \vec{k}\vec{v}) + \vec{A}_{\vec{k}, \omega}^f \delta(k^2 - \omega^2) \right].$$

Здесь и далее используется система единиц, в которой скорость света принята равной единице, $c = 1$.

Первые слагаемые в формулах (2) представляют собой Фурье-разложения собственного кулоновского поля электрона, для которого

$$\varphi_{\vec{k}, \omega}^C = -\frac{8\pi^2 e}{\omega^2 - k^2}, \quad \vec{A}_{\vec{k}, \omega}^C = \frac{\vec{v}}{c} \varphi_{\vec{k}, \omega}^C. \quad (3)$$

Вторые слагаемые в (2) представляет собой Фурье разложение свободного поля, для которого в вакууме $|\vec{k}| = |\omega|$. На больших расстояниях от области, в которой происходит перестройка окружающего электрон поля, эти слагаемые формируют поле излучения. В рассматриваемой задаче свободное поле обусловлено поверхностными зарядами, возникающими на тонкой идеально проводящей пластинке при прохождении через нее электрона перпендикулярно поверхности. Это поле определяется из граничного условия

$$\vec{E}_{\perp}^C(\vec{\rho}, z=0, t) + \vec{E}_{\perp}^f(\vec{\rho}, z=0, t) = 0, \quad (4)$$

согласно которому, на пластинке (при $z = 0$) тангенциальная составляющая полного электрического поля $\vec{E} = \vec{E}^C + \vec{E}^f$ должна быть равной нулю при всех t . Кроме того, требуется, чтобы свободное поле, создаваемое пластинкой, распространялось справа и слева от нее соответственно в положительном и отрицательном направлениях относительно оси z .

Скалярный и векторный потенциалы определяют электрическое и магнитное поля

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}}{\partial t} - \nabla \varphi, \quad \vec{H} = \nabla \times \vec{A}. \quad (5)$$

С учетом симметрии задачи векторный потенциал направлен вдоль скорости частицы \vec{v} [2,3]:

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \frac{\vec{v}}{v} A(\vec{r}, t). \quad (6)$$

При этом для собственного поля частицы в вакууме справедливо соотношение

$$A^C(\vec{r}, t) = \varphi^C(\vec{r}, t). \quad (7)$$

В общем случае такая связь между потенциалами отсутствует.

С учетом Фурье-разложений (2) условие (4) позволяет определить потенциал $\varphi(\vec{r}, t)$. С этой целью выполним в (2) интегрирование по компоненте k_z . При этом приходим к следующему выражению для поперечной составляющей электрического поля

$$\vec{E}_\perp(\vec{r}, t) = -\frac{\partial}{\partial \vec{\rho}} \int \frac{d^2 k_\perp d\omega}{(2\pi)^4} e^{i(\vec{k}_\perp \vec{\rho} + k_z z - \omega t)} \left[\varphi_{\vec{k}, \omega}^C \Big|_{k_z = \frac{\omega}{v}} + \frac{1}{2\sqrt{\omega^2 - k_\perp^2}} \left(\varphi_{\vec{k}, \omega}^f \Big|_{k_z = \sqrt{\omega^2 - k_\perp^2}} + \right. \right. \\ \left. \left. + \varphi_{\vec{k}, \omega}^f \Big|_{k_z = -\sqrt{\omega^2 - k_\perp^2}} \right) \right]. \quad (8)$$

При $z = 0$ на идеально проводящей металлической пластинке эта составляющая поля должна быть равной нулю. Отсюда находим, что

$$-\varphi_{\vec{k}, \omega}^C \Big|_{k_z = \omega/v} = \frac{1}{2\sqrt{\omega^2 - k_\perp^2}} \left(\varphi_{\vec{k}, \omega}^f \Big|_{k_z = \sqrt{\omega^2 - k_\perp^2}} + \varphi_{\vec{k}, \omega}^f \Big|_{k_z = -\sqrt{\omega^2 - k_\perp^2}} \right). \quad (9)$$

Дисперсионному соотношению $\omega^2 = k_z^2 + k_\perp^2$, определяемому соответствующей δ -функцией в (2), удовлетворяют значения $k_z = \pm \sqrt{\omega^2 - k_\perp^2}$. Знак при квадратном корне $\sqrt{\omega^2 - k_\perp^2}$ определяет направление распространения плоских волн (Фурье-компонент) с данными значениями ω и $|k_\perp|$ [2,3]. Действительно, уравнение для постоянной фазы плоской волны по оси z имеет вид $k_z z - \omega t = \text{const}$. Плоские же волны, из которых состоит свободное поле, создаваемое пластинкой, должны распространяться от пластинки. Поэтому для $\omega > 0$ справа от пластинки (то есть при $z > 0$) необходимо в (9) оставить только Фурье-компоненты с положительным знаком перед корнем $\sqrt{\omega^2 - k_\perp^2}$, тогда как для $\omega < 0$ при $z > 0$ в (3) необходимо оставить только Фурье-компоненты с отрицательным знаком этого корня. В области же $z < 0$ при $\omega > 0$ и $\omega < 0$ в (9) необходимо оставить слагаемые с противоположными знаками корня $\sqrt{\omega^2 - k_\perp^2}$ относительно случая $z > 0$ [2,3]. Само же значение квадратного корня предполагается либо положительным, либо лежащим в верхней комплексной полуплоскости.

Таким образом, с учетом всех отмеченных выше требований скалярный потенциал свободного поля может быть записан в виде:

$$\varphi^f(\vec{r}, t) = -\frac{e}{2\pi^2 v} \int d^2 k_\perp \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \frac{1}{k_\perp^2 + \omega^2 / p^2} e^{i(z\omega\sqrt{1-k_\perp^2/\omega^2} - \omega t + \vec{k}_\perp \vec{\rho})}, \quad (10)$$

где $p = v\gamma$ (γ - Лоренц-фактор электрона).

Отметим, что значение $|k_\perp|$ в (10) произвольно. Поэтому интегрирование в (10) необходимо проводить как по бегущим $k_\perp^2 < \omega^2$, так и по поверхностным $k_\perp^2 > \omega^2$ волнам.

Уравнения (1) записаны в калибровке Лоренца

$$\text{div} \vec{A} + \frac{\partial \varphi}{\partial t} = 0. \quad (11)$$

Зная $\varphi(\vec{r}, t)$, из этого соотношения можно определить векторный потенциал. При этом с учетом (6) для Фурье-разложения векторного потенциала свободных волн имеем

$$A^f(\vec{r}, t) = -\frac{e}{2\pi^2 v} \int d^2 k_\perp \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \frac{1}{k_\perp^2 + \omega^2 / p^2} \frac{1}{\sqrt{1 - k_\perp^2 / \omega^2}} e^{i(z\omega\sqrt{1-k_\perp^2/\omega^2} - \omega t + \vec{k}_\perp \vec{\rho})}. \quad (12)$$

Выполнив в (10) замену переменных $|k_\perp| = |\omega|x$ и разделяя вклады в потенциал свободного поля бегущих и поверхностных волн, запишем потенциал этого поля в виде

$$\varphi^f(\vec{r}, t) = \hat{O}_1(\vec{r}, t) + \hat{O}_2(\vec{r}, t), \quad (13)$$

где

$$\hat{O}_1(\vec{r}, t) = -\frac{2e}{\pi v} \int_0^1 \frac{x dx}{x^2 + p^{-2}} \int_0^\infty d\omega J_0(\omega x \rho) \cos[\omega(|z|\sqrt{1-x^2} - t)], \quad (14)$$

$$\hat{O}_2(\vec{r}, t) = -\frac{2e}{\pi v} \int_1^\infty \frac{x dx}{x^2 + p^{-2}} \int_0^\infty d\omega J_0(\omega x \rho) \cos(\omega t) e^{-|z|\omega\sqrt{x^2-1}}. \quad (15)$$

При выводе (13) мы выполнили в (10) интегрирование по азимутальному углу между k_\perp и ρ и перешли от интегрирования по переменной ω по интервалу $+\infty > \omega > -\infty$ к интегрированию только по положительным значениям этой переменной.

Соответствующие выражения для векторного потенциала $A^f = A_1 + A_2$, согласно (12), отличаются от (14) и (15) только дополнительным множителем $1/\sqrt{1-x^2}$ в подынтегральных функциях.

Обсудим теперь структуру полей, возникающих при пересечении электроном тонкой металлической пластинки. Рассмотрим вначале структуру этого поля вдоль оси z при $\rho = 0$. Этот случай интересен тем, что вычисление всех входящих в (14) и (15) интегралов при $\rho = 0$ существенно упрощается. При этом сохраняются все основные закономерности формирования свободного поля в рассматриваемой задаче.

В результате простых вычислений (см. Приложение 1) приходим к следующему выражению для поля, создаваемого пластинкой на оси z при $\rho = 0$:

$$\varphi^f(z, t) = -\frac{e}{|z| - vt} \theta(|z| - t) - \frac{e}{|z| + vt} \theta(t - |z|), \quad (16)$$

где $\theta(x)$ – ступенчатая функция, равная единице при $x > 0$ и равная нулю при $x < 0$. Суммарное поле при этом, создаваемое электроном и пластинкой, может быть получено путем добавления к выражению (16) собственного кулоновского поля электрона на оси z :

$$\varphi^c(z, t) = e/|z - vt|.$$

Полученные результаты показывают, что при $t < 0$ суммарное поле, создаваемое электроном и пластинкой в области $z < 0$, представляет собой собственное кулоновское поле электрона, движущееся к пластинке, и поле, совпадающее с полем изображения электрона в пластинке. Под полем изображения электрона понимается поле, создаваемое в области $z < 0$ частицей с противоположным знаком заряда, находящейся с противоположной стороны пластинки и движущейся симметрично электрону относительно пластинки. В области же $z > 0$ суммарное поле при $t < 0$ равно нулю.

При $t > 0$ картина распределения суммарного поля (электрона и пластинки) следующая. В области $z < 0$ при $|z| > t$ суммарное поле определяется полем электрона в этой области координат (электрон при этом находится справа от пластинки) и полем его «изображения», движущегося в сторону отрицательных значений z . В области же $z < 0$, но таких, что $|z| < t$, суммарное поле равно нулю. Для положительных значений z при $z > t$ суммарное поле равно нулю, тогда как для $z < t$ это поле представляет собой сумму полей электрона, находящегося при $t > 0$ в этой области координат, и поля его «изображения», находящегося слева от пластинки.

Входящие в (14) и (15) интегралы могут быть вычислены аналитически и при $\rho > 0$. В результате довольно длинных выкладок приходим к следующему выражению для $\varphi^f(\vec{r}, t)$:

$$\varphi^f(\vec{r}, t) = -\frac{e}{\sqrt{\rho^2 \gamma^{-2} + (|z| - vt)^2}} \theta(r - t) - \frac{e}{\sqrt{\rho^2 \gamma^{-2} + (|z| + vt)^2}} \theta(t - r). \quad (17)$$

Собственное же кулоновское поле электрона при этом имеет следующий вид:

$$\varphi^c(\vec{r}, t) = \frac{e}{\sqrt{\rho^2 \gamma^{-2} + (z - vt)^2}}. \quad (18)$$

Структура полученных формул для скалярного поля такая же, как и структура соответствующих формул при $\rho = 0$. При этом, если $t < 0$, то, согласно (17) и (18), суммарное поле в левой полуплоскости равно сумме кулоновского поля электрона в этой полуплоскости и поля его изображения:

$$\varphi(\vec{r}, t) = \frac{e}{\sqrt{\rho^2 \gamma^{-2} + (z - vt)^2}} - \frac{e}{\sqrt{\rho^2 \gamma^{-2} + (|z| - vt)^2}}.$$

В правой же полуплоскости при $t < 0$ суммарное поле равно нулю.

После же пересечения электроном пластинки, то есть при $t > 0$, согласно (17) и (18), суммарное поле в левой полуплоскости определяется формулой

$$\varphi(\vec{r}, t) = \left[\frac{e}{\sqrt{\rho^2 \gamma^{-2} + (z - vt)^2}} - \frac{e}{\sqrt{\rho^2 \gamma^{-2} + (|z| - vt)^2}} \right] \theta(r - t). \quad (19)$$

В правой же полуплоскости, где находится электрон после пересечения пластинки, суммарное поле имеет следующий вид:

$$\varphi(\vec{r}, t) = \left[\frac{e}{\sqrt{\rho^2 \gamma^{-2} + (z - vt)^2}} - \frac{e}{\sqrt{\rho^2 \gamma^{-2} + (z + vt)^2}} \right] \theta(t - r). \quad (20)$$

Таким образом, при $t > 0$ картина суммарного поля, создаваемого системой электрон-пластинка такова. В левом полупространстве в области координат $r > t$ оно представляет собой сумму взятого с обратным знаком отраженного от пластинки кулоновского поля электрона и собственного кулоновского поля электрона, находящегося справа от пластинки. При этом отраженное поле движется со скоростью \vec{v} в направлении, противоположном направлению движения электрона. В области же координат $r < t$, до которых успел дойти сигнал о том, что при $t = 0$ электрон пересек пластинку, суммарное поле равно нулю. В правом же полупространстве при $t > 0$ внутри области $r < t$ суммарное поле равно сумме полей электрона и его «изображения» слева от пластинки. Вне этой области же, то есть при $r > t$, суммарное поле равно нулю.

Аналогичные выражения можно получить и для векторного потенциала. При этом слева от пластинки при $t > 0$ суммарный векторный потенциал (сумма потенциалов кулоновского поля частицы и поля излучения) имеет следующий вид:

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \vec{v} \left[\frac{e}{\sqrt{\rho^2 \gamma^{-2} + (z - vt)^2}} + \frac{e}{\sqrt{\rho^2 \gamma^{-2} + (|z| - vt)^2}} \right] \theta(r - t). \quad (21)$$

Выражение в квадратных скобках в (21) отличается от соответствующего выражения в скалярном потенциале (19) только знаком вторых слагаемых. Причину этого можно понять из следующих соображений. При $z < 0$ в области $r > t$ поле (19) является разностью двух кулоновских полей, источниками которых являются электрон и его изображение. Векторный потенциал кулоновского поля связан с его скалярным потенциалом соотношением $\vec{A} = \vec{v} \varphi$, где \vec{v} - скорость источника поля. Так как электрон движется со скоростью \vec{v} а изображение - со скоростью $-\vec{v}$, то их векторные потенциалы соответственно равны: $\vec{A}_e = \vec{v} \varphi_e$, $\vec{A}_i = -\vec{v} \varphi_i$. Наличие знака «минус» в выражении для \vec{A}_i и приводит к отмеченному выше различию в знаках слагаемых в квадратных скобках в (19) и (21).

В области $z > 0$ при $t > 0$ векторный потенциал имеет следующий вид:

$$\vec{A}(\vec{r}, t) = \vec{v} \left[\frac{e}{\sqrt{\rho^2 \gamma^{-2} + (z - vt)^2}} + \frac{e}{\sqrt{\rho^2 \gamma^{-2} + (z + vt)^2}} \right] \theta(t - r). \quad (22)$$

Полученные результаты справедливы при произвольных скоростях электрона. Особый интерес представляет случай ультрарелятивистской частицы, поскольку для таких частиц перестройка суммарного поля, создаваемого системой электрон + пластинка после пересечения пластинки электроном, в поле излучения происходит на больших расстояниях. Применительно к случаю ультрарелятивистской частицы полученные результаты иллюстрирует рис.2, на котором представлены эквипотенциальные поверхности отраженного в левое полупространство поля и поля вокруг электрона справа от пластинки.

Отметим, что полученная нами картина электромагнитных полей, имеющих место после пересечения электроном идеально проводящей металлической пластинки, отличается от картины этих полей, обсуждаемой в работе [9]. А именно, в [9], в частности, утверждается, что «...после падения заряда на границу с идеально проводящей средой поле в пространстве $x > 0$ оказывается отличным от нуля только на сферической оболочке радиусом $r = ct$ ». Данная пространственная область ($x > 0$) соответствует пространственной

области $z < 0$ в рассмотренной нами постановке задачи о переходном излучении. Полученные же нами результаты (см. формулу (19)) показывают, что после пересечения электроном идеально проводящей пластинки электромагнитное поле в области $r < ct$ в левой полусфере равно нулю, тогда как в области $r > ct$ в этой полусфере оно отлично от нуля! Это поле обусловлено отражением поля частицы от идеально проводящей пластинки после ее пересечения электроном и никак не может исчезнуть мгновенно в области $r > ct$. При этом, согласно (19), поле переходного излучения определяется скачком потенциала электромагнитного поля на сфере $r = ct$.

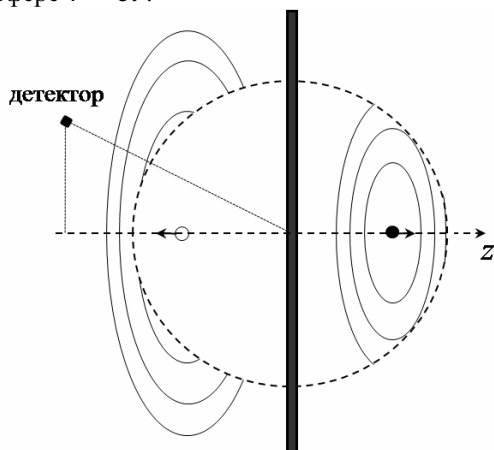


Рис.2. Суммарное поле в ультрарелятивистском случае при $t > 0$

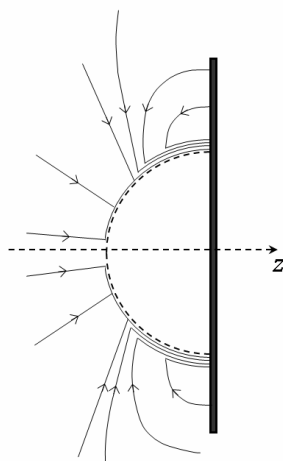


Рис.3. Картина силовых линий суммарного поля при $t > 0$, $z < 0$

Для того, чтобы разобраться с вопросом о том, что происходит с электрическим полем на поверхности θ -сферы, рассмотрим структуру силовых линий суммарного поля при $t > 0$ и, например, $z < 0$.

При построении силовых линий необходимо учесть, что они должны начинаться и заканчиваться либо на зарядах, либо на бесконечности и не пересекаться между собой.

Поэтому каждая линия суммарного поля (13), приходя из бесконечности на θ -сферу, должна преломляться и дальше идти по поверхности сферы и оканчиваться на поверхностном заряде пластинки (рис.3).

Силовые линии, наложенные друг на друга на θ -сфере, как раз и являются силовыми линиями поля переходного излучения. Действительно, поле на θ -сфере распространяется в радиальном направлении со скоростью света, а само оно перпендикулярно этому направлению. Кроме того, как будет показано дальше, это поле убывает с расстоянием, как $1/r$.

Необходимо заметить, что данная картина силовых линий указывает на необходимость существования наряду с излучением на θ -сфере еще и поля (19) вне ее. Ведь только в таком случае силовые линии излучения, начинающиеся (заканчивающиеся) на поверхностных зарядах пластинки и идущие по θ -сфере могут затем уходить на бесконечность, переходя в линии поля (19), а не пересекаться или не обрываться на θ -сфере.

ПОЛЕ И ИНТЕНСИВНОСТЬ ПЕРЕХОДНОГО ИЗЛУЧЕНИЯ

Рассмотрим теперь излучение, возникающее при пересечении электроном тонкой идеально проводящей металлической пластинки перпендикулярно ее поверхности. При этом под излучением будем понимать часть электромагнитной энергии, относящуюся к интервалу частот $(\omega, \omega + d\omega)$, которая попадает после пересечения электроном пластинки в детектор малых размеров, расположенный на различных расстояниях r от точки пересечения электроном пластинки. Положение детектора относительно этой точки будем определять посредством поперечной $\vec{\rho}$ и продольной z координат. При этом направление излучения \mathcal{Q} будет определяться отношением величин этих координат:

$$\mathcal{Q} = \arctg \frac{\rho}{|z|}. \quad (23)$$

Такая постановка задачи несколько отличается от обычной постановки задачи о переходном излучении, поскольку включает в себя возможности рассмотрения процесса излучения при ультра больших длинах его формирования, когда детектор можно расположить внутри волновой зоны. При этом существенными могут

стать эффекты, связанные с интерференцией волн собственного поля частицы и поля излучения, а также эффекты, связанные с большими поперечными расстояниями, ответственными за процесс излучения.

Основное внимание в дальнейшем уделим анализу особенностей процесса формирования переходного излучения в заднюю полусферу, то есть в область отрицательных значений координаты z . С этой целью определим поток вектора Пойнтинга через небольшую площадку $d\vec{s} = \vec{n}r^2 d\omega$ за все время пролета частицы

$$d\mathcal{E} = \frac{r^2 d\omega}{4\pi} \int dt (\vec{E} \times \vec{H}) \cdot \vec{n},$$

где $d\omega$ - элемент телесного угла в направлении излучения $\vec{n} = \vec{r}/r$. Поля \vec{E} и \vec{H} в этом выражении представляют собой поля излучения, распространяющиеся в направлении отрицательных значений z . Они связаны со скалярным φ^f и векторным \vec{A}^f потенциалами поля излучения соотношениями

$$\vec{E} = -\frac{\partial \vec{A}^f}{\partial t} - \nabla \varphi^f, \quad \vec{H} = \nabla \times \vec{A}^f. \quad (24)$$

Переходя в (24) к Фурье-разложениям полей φ^f и \vec{A}^f по частоте ω , приходим к следующему выражению для спектрально-угловой плотности излучения:

$$\frac{d\mathcal{E}}{d\omega d\omega} = \frac{r^2}{4\pi^2} [\vec{E}_\omega(\vec{r}) \times \vec{H}_{-\omega}(\vec{r})] \cdot \vec{n}, \quad (25)$$

где $\omega \geq 0$.

Используя уравнение Максвелла $\vec{H}_\omega = (-i/\omega) \nabla \times \vec{E}_\omega$, спектрально-угловая плотность излучения (25) может быть выражена только через Фурье-компоненту электрического поля:

$$\frac{d\mathcal{E}}{d\omega d\omega} = \frac{ir^2}{\omega} [\vec{E}_\omega \times (\nabla \times \vec{E}_{-\omega}(\vec{r}))] \cdot \vec{n}. \quad (26)$$

На больших расстояниях от мишени ($r \rightarrow \infty$) Фурье-компонента электрического поля свободных волн $\vec{E}_\omega(\vec{r})$ перестраивается в пакет расходящихся волн, амплитуда которых пропорциональна множителю $r^{-1} \exp(i\omega r)$. Действие оператора Гамильтона ∇ в (26) на $\vec{E}_{-\omega}$ при этом может быть применено только к множителю $\exp(i\omega r)$:

$$\nabla \times \vec{E}_{-\omega} = -i\omega \vec{n} \times \vec{E}_{-\omega}. \quad (27)$$

В результате приходим к следующему выражению для спектрально-угловой плотности излучения при $r \rightarrow \infty$:

$$\frac{d\mathcal{E}}{d\omega d\omega} = \frac{r^2}{4\pi^2} |\vec{E}_\omega(\vec{r})|^2. \quad (28)$$

При переходе от (26) к (28) мы воспользовались также тем, что $\vec{n} \vec{E}_\omega = 0$. Это соотношение непосредственно вытекает из представления Фурье-компонент напряженностей электрического и магнитного полей через соответствующие компоненты для потенциалов $\varphi_\omega^f(\vec{r})$ и $\vec{A}_\omega^f(\vec{r})$

$$E_\omega = -\nabla \varphi_\omega^f(\vec{r}) + i\omega \vec{A}_\omega^f(\vec{r}), \quad \vec{H}_\omega = \nabla \times \vec{A}_\omega^f(\vec{r}), \quad (29)$$

где φ_ω^f и \vec{A}_ω^f определяются из формул (10) и (12).

Для ультрарелятивистских частиц в области характерных для данного процесса малых углов излучения $\vartheta \ll 1$ формула (25) для спектрально-угловой плотности излучения может быть выражена также только через компоненты электрического поля $\vec{E}_{\omega\perp}(\vec{r})$, ортогональные скорости частицы \vec{v} :

$$\frac{d\mathcal{E}}{d\omega d\omega} = \frac{r^2}{4\pi^2} |\vec{E}_{\omega\perp}(\vec{r})|^2. \quad (30)$$

Отметим, что формула (28) справедлива на больших расстояниях от мишени ($r \rightarrow \infty$). Покажем, что в этой пространственной области она дает известный результат теории переходного излучения электрона от металлической пластинки [1-3]. Действительно, при дифференцировании (19) и (21) слагаемые, пропорциональные производным от квадратных скобок, дадут суммарное поле вне θ -сферы, которое убывает

с ростом r быстрее, чем r^{-1} . Слагаемое же пропорциональное производной от θ -функции на больших расстояниях представляет собой расходящуюся волну, амплитуда которой пропорциональна r^{-1} . Это слагаемое определяет все характеристики переходного излучения.

Скалярный φ^f и векторный \vec{A}^f потенциалы на θ -сфере могут быть записаны в виде

$$\varphi = -2v \frac{e}{r} \frac{\cos \vartheta}{1 - v^2 \cos^2 \vartheta} \theta(r-t), \quad \vec{A} = -\frac{\vec{v}}{v} \frac{\varphi}{\cos \vartheta}, \quad (31)$$

где ϑ - угол между r и $-\vec{v}$. Тогда электрическое поле переходного излучения определяется полностью пространственной производной скалярного потенциала:

$$\vec{E}^f(\vec{r}, \vartheta, t) = 2v \frac{e}{r} \frac{\delta(r-t)}{1 - v^2 \cos^2 \vartheta} \left(\frac{\vec{v}}{v} + \vec{n} \cos \vartheta \right). \quad (32)$$

Фурье-компонента этого выражения имеет следующий вид:

$$\vec{E}_\omega^f(\vec{r}, \vartheta) = 2v \frac{e}{r} \frac{1}{1 - v^2 \cos^2 \vartheta} \left(\frac{\vec{v}}{v} + \vec{n} \cos \vartheta \right) e^{i\omega r}. \quad (33)$$

Заметим, что соотношение $\vec{n} \vec{E}_\omega = 0$ для (31) выполняется, так как $\vec{n} \vec{v} = -v \cos \vartheta$.

Подставляя (32) в (28), получим известное выражение для спектрально-угловой плотности переходного излучения «назад» [1–3]:

$$\frac{d\mathcal{E}}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2 v^2}{\pi^2} \frac{\sin^2 \vartheta}{(1 - v^2 \cos^2 \vartheta)^2}. \quad (34)$$

Приведенный выше вывод формулы (34) для спектрально-угловой плотности переходного излучения основывался на анализе отраженного от мишени поля электрона на больших $r \rightarrow \infty$ расстояниях от мишени. При этом под большими понимаются такие расстояния от мишени, которые значительно превосходят длину когерентности процесса излучения [2, 3, 21]

$$l_c = \frac{\omega^{-1}}{1 - v \cos \vartheta}. \quad (35)$$

Для ультрарелятивистских электронов переходное излучение сосредоточено в основном в узком конусе излучения с углом раствора $\vartheta \approx 1/\gamma$. В этой области углов ϑ длина когерентности (35) быстро растет с ростом Лоренц-фактора электрона:

$$l_c = \frac{2\gamma^2 / \omega}{1 + \gamma^2 \vartheta^2}. \quad (36)$$

При больших γ и малых ω эта длина может принимать ультра большие значения, при которых, в частности, детектор может находиться в пределах этой длины. Для анализа процесса переходного излучения в этом случае требуется развитие методов, позволяющих рассматривать процесс излучения не только на больших, но и на малых по сравнению с длиной l_c расстояниях от мишени. Один из таких методов основывается на использовании в данной задаче Фурье-разложений скалярного φ^f и векторного \vec{A}^f потенциалов свободного поля, генерируемого пластинкой при ее пересечении электроном. Прежде всего отметим, что данные поля представляют собой волновые пакеты, составленные из плоских электромагнитных волн. При больших временах после взаимодействия электрона с мишенью эти волновые пакеты перестраиваются в расходящиеся сферические волны, представляющие собой поля излучения. На малых же расстояниях от мишени пространственная форма этих пакетов близка к форме пакета, образованного собственным полем электрона, отраженным от пластинки.

Рассмотрим вначале на основе этого метода переходное излучение на больших расстояниях от пластинки $|z| \gg 2\gamma^2 / \omega$. Входящие в (13) интегралы по x в этом случае могут быть вычислены на основе метода стационарной фазы. Воспользовавшись с этой целью асимптотическим выражением для функции Бесселя $J_0(\omega x \rho)$ при больших значениях аргумента, запишем $\varphi_\omega^f(\vec{r})$ в виде

$$\varphi_{\omega}^f(\vec{r}) = -\frac{2e}{v} \operatorname{Re} \int_0^1 \frac{x dx}{x^2 + p^{-2}} \sqrt{\frac{2}{\pi \omega \rho x}} \left\{ e^{i\left(\omega \rho x - \frac{\pi}{4} + |z| \omega \sqrt{1-x^2}\right)} + e^{i\left(\omega \rho x - \frac{\pi}{4} - |z| \omega \sqrt{1-x^2}\right)} \right\}. \quad (37)$$

Первое слагаемое в фигурных скобках дает точку стационарной фазы

$$x_0 = \frac{\rho/|z|}{\sqrt{\rho^2/z^2 + 1}} = \sin \vartheta, \quad (38)$$

где отношение $\rho/|z|$ определяется соотношением (23). Во втором слагаемом в (37) стационарная точка отсутствует в рассматриваемой области переменной x , поэтому вкладом этого слагаемого в интеграл по x мы пренебрегаем. По той же причине отбрасываем вклад в $\varphi_{\omega}^f(\vec{r})$ слагаемого, содержащего интегрирование по значениям $x > 1$. В итоге для $\varphi_{\omega}^f(\vec{r})$ получаем:

$$\varphi_{\omega}^f(\vec{r}) = -\frac{2e}{\omega v r \sin^2 \vartheta + p^{-2}} \cos^2 \vartheta e^{i(\omega r - \pi/2)}. \quad (39)$$

Мы воспользовались здесь тем, что в сферической системе координат $\rho = r \sin \vartheta$ и $|z| = r \cos \vartheta$.

Используя соотношения (29), входящее в (25) выражение $(\vec{E}_{\omega} \times \vec{H}_{-\omega}) \vec{n}$ может быть записано в виде

$$(\vec{E}_{\omega} \times \vec{H}_{-\omega}) \vec{n} = (-\partial_z \varphi_{\omega}^f + i \omega \vec{A}_{\omega}^f) \vec{n}_{\perp} \cdot \nabla_{\perp} A_{-\omega}^f - \cos \nabla_{\perp} \varphi_{\omega}^f \cdot \nabla_{\perp} A_{-\omega}^f. \quad (40)$$

В точке стационарной фазы, при $r \rightarrow \infty$ $A_{\omega}^f = -\varphi_{\omega}^f / \cos \vartheta$. При этом с учетом соотношений $\frac{\partial}{\partial \rho} \varphi_{\omega} = i \omega \sin \vartheta \varphi_{\omega}$ и $\frac{\partial}{\partial z} \varphi_{\omega} = i \omega \cos \vartheta \varphi_{\omega}$ находим, что

$$(\vec{E}_{\omega} \times \vec{H}_{-\omega}) \vec{n} = \omega^2 \tan^2 \vartheta \varphi_{\omega}^f \varphi_{-\omega}^f. \quad (41)$$

Подставляя в это выражение асимптотику (39) для потенциала φ_{ω} , приходим к формуле (34) для спектрально-угловой плотности излучения.

Для ультрарелятивистских частиц характерные значения углов излучения $\vartheta \approx \gamma^{-1}$ малы по сравнению с единицей. Спектрально-угловая плотность излучения (34) в этом случае приобретает следующий вид:

$$\frac{d\mathcal{E}}{d\omega d\vartheta} = \frac{e^2}{\pi^2} \frac{\vartheta^2}{(\gamma^{-2} + \vartheta^2)^2}. \quad (42)$$

В этой области углов излучения характерные значения переменной x , вносящие основной вклад в интеграл по x в (13) малы $x_{\text{eff}} \approx \gamma^{-1}$. При этом метод стационарной фазы справедлив для вычисления этого интеграла, если

$$\frac{|z|\omega}{2\gamma^2} \gg 1.$$

Иными словами, требуется, чтобы расстояние от мишени до детектора было большим по сравнению с длиной когерентности процесса излучения l_c , то есть требуется, чтобы излучение рассматривалось в волновой зоне.

Длина l_c , как уже отмечалось, может принимать макроскопические размеры, и детектор может быть расположен в предволновой зоне, то есть на меньших расстояниях, чем длина когерентности процесса излучения. Метод стационарной фазы в этом случае неприменим при вычислении интеграла по x в (13). Для этого теперь в (13) может быть выполнено разложение фазы в экспоненциальном факторе по малым значениям x . Пренебрегая при этом членами разложения, пропорциональными более высокой степени, чем x^2 , находим, что

$$\varphi_{\omega}^f = -\frac{2e}{\pi v} \operatorname{Re} \int_0^{\infty} \frac{x dx}{x^2 + p^{-2}} J_0(\omega x \rho) e^{i(\omega|z| - \omega|z|x^2/2)}. \quad (43)$$

В области малых углов излучения, для которых $\mathcal{G}^2 |z| \omega \leq 1$, сходимость интеграла (43) определяется значениями $x \approx 1/\sqrt{|z| \omega}$, поэтому слагаемое, пропорциональное x^2 должно быть сохранено в фазе экспоненты.

С той же точностью векторный потенциал A_ω^f в области малых углов излучения связан с φ_ω^f соотношением

$$A_\omega^f = -\varphi_\omega^f.$$

При этом $(\vec{E}_\omega \times \vec{H}_{-\omega}) \cdot \vec{n} = \nabla_\perp \varphi_\omega^f \cdot \nabla_\perp \varphi_{-\omega}^f$ и спектрально-угловая плотность излучения приобретает следующий вид:

$$\frac{d\mathcal{E}}{d\omega d\Omega} = \left(\frac{2e^2}{\pi v} \right)^2 |A|^2, \quad (44)$$

где

$$A = \xi \int_0^\infty x^2 dx \frac{J_1(x\xi\mathcal{G})}{x^2 + \gamma^{-2}} e^{-i\omega|z|x^2/2} \quad (45)$$

и $\xi = \omega |z|$.

Отметим, что при выводе формулы (44) мы воспользовались только тем, что рассмотрение процесса излучения проводилось в области малых углов излучения. Поэтому формула (44) справедлива как в области больших ($z \gg l_c$), так и в области малых ($z \ll l_c$) расстояний от детектора до мишени. При этом если $|z| \gg l_c$, то вычисление интеграла A может быть проведено на основе метода стационарной фазы. В результате формула (44) дает соответствующий результат теории переходного излучения (см. формулу (34)). В области же $|z| < l_c$ формула (44) приводит к угловому распределению излучения, которое является более широким, чем угловое распределение излучения, определяемое формулой (34). На возможность существования такого эффекта было обращено внимание в работе [12]. Его теория была дана в работе [15], согласно которой, в частности, в области малых углов излучения спектрально-угловая плотность излучения на расстояниях $|z| < l_c$ определяется формулой (вывод см. в Приложении 2)

$$\frac{d\mathcal{E}}{d\omega d\Omega} = \frac{4e^2}{\pi^2} \frac{1}{\mathcal{G}^2} \sin^2 \left(\frac{\omega |z| \mathcal{G}^2}{4} \right). \quad (46)$$

Такое изменение углового распределения излучения при $|z| < l_c$ по сравнению со случаем $|z| \gg l_c$ связано с тем, что при $|z| < l_c$ в точный детектор попадает только часть отраженных от пластинки волн (см. [15]). Отметим также, что при $|z| < l_c$ угловое распределение излучения зависит от величины частоты излученной электромагнитной волны.

Полученные выше результаты относятся к случаю, когда измерения проводятся точечным детектором на различных расстояниях от мишени. Такой детектор фиксирует все электромагнитные волны с частотой ω , которые попали в малую пространственную область координат, где расположен детектор. В теории переходного излучения, однако, обычно рассматривается поток вектора Пойнтинга в заданном направлении через площадку больших размеров. Основные результаты этой теории могут быть получены из приведенных выше формул, если в последних выполнить интегрирование по всей рассматриваемой площадке. Для ультрарелятивистской частицы в области характерных углов излучения данное интегрирование должно быть проведено по площадке $d^2\rho = r^2 \cos \mathcal{G} d\Omega$ в плоскости, ортогональной оси z . В результате такого интегрирования формулы (44), получаем:

$$\frac{d\mathcal{E}}{d\omega} = \left(\frac{ev}{\pi} \right)^2 \int \frac{d^2 \mathcal{G}_\gamma \mathcal{G}_\gamma^2}{(\mathcal{G}_\gamma^2 + \gamma^{-2})^2}, \quad (47)$$

где $\vartheta_\gamma = k_\perp / \omega$ – угол, под которым направлен волновой вектор \vec{k} излученной волны относительно оси z , $\vartheta_\gamma \ll 1$. При этом спектрально-угловая плотность излучения имеет следующий вид

$$\frac{d\mathcal{E}}{d\omega d\vartheta_\gamma} = \left(\frac{ev}{\pi}\right)^2 \frac{\vartheta^2}{(\vartheta^2 + \gamma^{-2})^2}, \quad (48)$$

где $d\vartheta_\gamma$ – элемент телесного угла в направлении излучения (направлении волнового вектора \vec{k}). Формула (48) не зависит от расстояния от детектирующей плоскости до мишени, поэтому угловое распределение излученных волн с заданным вектором \vec{k} как в волновой, так и в предволновой зонах одинаково. Другими словами, показания детектора, поперечные размеры которого больше размеров эффективной излучающей области $\Delta\rho \approx \gamma / \omega$, не будут зависеть от расстояния от детектора до пластинки. Они также не зависят от частоты регистрируемых фотонов и в точности совпадают с показаниями точечного детектора на больших расстояниях от пластинки ($|z| \gg l_c$), определяемыми формулой (42). На малых же расстояниях от пластинки ($|z| < l_c$) точечный детектор будет регистрировать более широкое распределение излучения в соответствии с формулой (46). Характерной особенностью выражения (46) является появление зависимости спектрально-угловой плотности переходного излучения от частоты.

Различие в показаниях точечного и протяженного детекторов на малых расстояниях от пластинки связано с тем, что последний фиксирует все излученные волны с волновым вектором \vec{k} , в то время, как первый регистрирует только часть электромагнитных волн с заданным значением \vec{k} , которая попадает в детектор, остальная же часть отраженных от мишени волн проходит мимо него [12, 15].

Под точечным детектором в рассматриваемой задаче имеется в виду детектор, размеры которого малы по сравнению с поперечной длиной $\Delta\rho \approx \gamma / \omega$, в пределах которой при $t = 0$ сосредоточены в волновом пакете Фурье-компоненты с частотой ω . Такая ситуация возможна, если поперечная длина $\Delta\rho \approx \gamma / \omega$ имеет макроскопический размер. Отметим в этой связи, что в последние годы проводились экспериментальные исследования процесса переходного излучения «назад» в отмеченных выше условиях [14].

ТОРМОЗНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ ПРИ РАССЕЯНИИ БЫСТРОГО ЭЛЕКТРОНА НА БОЛЬШОЙ УГОЛ

Электромагнитные поля, аналогичные (17) по своей структуре, могут возникать и в других физических ситуациях. Такие поля имеют место, например, при мгновенном рассеянии быстрого электрона на большой угол, когда его скорость в момент времени $t = 0$ в точке $z = 0$ изменяет свое направление от \vec{v} к \vec{v}' (рис.4). В этом случае запаздывающее решение для скалярного потенциала имеет вид [20]:

$$\varphi(\vec{r}, t) = \theta(r - t)\varphi_{\vec{v}}(\vec{r}, t) + \theta(t - r)\varphi_{\vec{v}'}(\vec{r}, t), \quad (49)$$

где $\varphi_{\vec{v}}$ и $\varphi_{\vec{v}'}$ – кулоновские потенциалы электронов, движущихся равномерно и прямолинейно вдоль осей z и z' соответственно (см. рис.4).

Формула (49) показывает, что после рассеяния поле электрона разбивается на две части. Первое слагаемое описывает «сорвавшееся» при рассеянии с частицы поле. Оно отлично от нуля вне сферы радиуса $r = t$ (далее

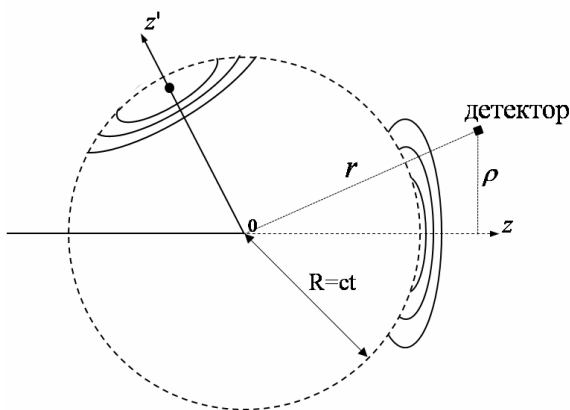


Рис.4. Окружающее электрон поле после его резкого рассеяния на большой угол

ϑ -сферы) с центром в точке, где произошло рассеяние. Это поле представляет собой пакет свободных волн, который движется в направлении первоначальной скорости электрона \vec{v} и постепенно перестраивается в поле тормозного излучения. Второе слагаемое в (49) представляет собой кулоновское поле, которое на данный момент времени уже успел «нарастить» вокруг себя электрон, двигающийся со скоростью \vec{v}' в направлении рассеяния. Это поле отлично от нуля внутри ϑ -сферы, то есть в тех точках, до которых на данный момент времени уже успел дойти сигнал о рассеянии.

Рассмотрим подробнее «сорвавшееся» поле. Разложение Фурье для ρ -компоненты напряженности этого поля по свободным волнам при $z > 0$ имеет

следующий вид:

$$E_p^R(\vec{r}, t) = \frac{e}{\pi v} \int_{-\infty}^{\infty} d\omega \int_0^{|\omega|} dq \frac{q^2 J_1(q\rho)}{q^2 + \omega^2/(v^2\gamma^2)} e^{iz\omega\sqrt{1-q^2/\omega^2} - i\omega t}. \quad (50)$$

В приближении $\vartheta \ll 1$ это выражение с точностью до знака совпадает с аналогичным Фурье-разложением поля переходного излучения «назад». Это означает, что результаты, полученные в предыдущем параграфе для переходного излучения, применимы к описанию тормозного излучения в рассматриваемом случае.

«Сорвавшееся» с электрона поле представляет собой пакет свободных волн, который постепенно перестраивается в поле тормозного излучения таким образом, что каждая его гармоника с частотой ω превращается в расходящуюся волну при $z \gg 2\gamma^2/\omega$. При измерении спектрально-угловой плотности такого излучения точечным детектором, регистрирующим частоты в интервале $(\omega, \omega + d\omega)$, его показания будут сильно зависеть от удаленности детектора от точки рассеяния. Именно, если измерения производить в предволновой зоне $z \ll 2\gamma^2/\omega$, плотность излучения будет иметь вид:

$$\frac{d\mathcal{E}}{d\omega d\vartheta} = \frac{4e^2}{\pi^2} \frac{1}{\vartheta^2} \sin^2\left(\frac{\xi\vartheta^2}{4}\right), \quad (51)$$

где ϑ - угол между отрезком, соединяющим точку рассеяния с детектором и положительным направлением оси z , и $\xi = \omega|z|$.

При удалении же детектора вдоль оси z на расстояния $z \gg 2\gamma^2/\omega$, максимум плотности излучения смещается в область малых углов $\vartheta \approx 1/\gamma$, а сама измеряемая величина принимает вид:

$$\frac{d\mathcal{E}}{d\omega d\vartheta} = \frac{e^2 v^2}{\pi^2} \frac{\vartheta^2}{(\gamma^{-2} + \vartheta^2)^2}. \quad (52)$$

Таким образом, при измерении точечным детектором угловое распределение тормозного излучения в направлении начального движения частицы должно быть более широким, если детектор расположен в предволновой зоне, по сравнению со случаем, когда детектор расположен в волновой зоне. Кроме того, в предволновой зоне угловое распределение излучения зависит от частоты излученного фотона, тогда как в волновой зоне такая зависимость отсутствует. Если же измерения проводить детектором больших размеров, то, согласно (48), на всех расстояниях от точки рассеяния угловое распределение излучения определяется формулой (52) и отмеченные выше эффекты предволновой зоны исчезают.

Полученные результаты показывают, что эффекты, аналогичные тем, которые проявляются в переходном излучении «назад» (уширение углового распределения излучения и его зависимость от частоты регистрируемого фотона при измерениях точечным детектором на малых расстояниях от пластинки), имеют место и в процессе тормозного излучения при резком рассеянии частиц на большой угол. Под большим углом при этом понимается такой угол, при рассеянии на который можно пренебречь интерференцией волн, излученных в направлениях \vec{v} и \vec{v}' . Для ультрарелятивистских частиц, согласно (51) и (52), излучение сосредоточено в основном в области малых углов излучения $\vartheta \ll 1$: в волновой зоне $\vartheta_{eff} \approx 1/\gamma$, в предволновой же зоне $\vartheta_{eff} \approx 1/\sqrt{\xi}$. Поэтому полученные формулы справедливы для частиц, рассеяние которых произошло на углы $\vartheta_e \gg \vartheta_{eff}$.

ПЕРЕХОДНОЕ ИЗЛУЧЕНИЕ «ПОЛУГОЛОГО» ЭЛЕКТРОНА

Волновые пакеты, возникающие при резком рассеянии ультрарелятивистского электрона на большой угол, перестраиваются в поля излучения на расстояниях порядка длины когерентности процесса излучения вдоль направлений начального и конечного движений электрона. При больших энергиях электрона и малых частотах излученных волн эта длина, как отмечалось выше, может принимать макроскопические размеры. При этом открывается возможность исследования эволюции таких волновых пакетов в пространстве и времени макроскопическими приборами. В [17] было обращено внимание на одну из таких возможностей, связанную с отражением волновых пакетов от идеально проводящей металлической пластинки, расположенной на различных расстояниях от точки рассеяния электрона. При этом если пластинка расположена в направлении движения рассеянного электрона перпендикулярно его скорости, то отраженное поле представляет собой переходное излучение «назад». Особенностью данного процесса, однако, является то, что в рассматриваемом случае, в отличие от обычного переходного излучения «назад», речь идет о переходном излучении частицы с неравновесным полем. Пластинка при этом может рассматриваться как некоторый элемент детектора

излучения. Получим формулы, описывающие данный процесс и обсудим на их основе некоторые особенности этого процесса.

Характеристики отраженного поля можно вычислить, используя граничные условия на поверхности пластинки для тангенциальных составляющих электрического поля падающего пакета и пакета отраженных волн:

$$\vec{E}_{\omega\perp}^{packet}(\rho, z_0) + \vec{E}_{\omega\perp}^f(\rho, z_0) = 0, \quad (53)$$

где z_0 - расстояние до пластинки от точки рассеяния (см. рис.5).

Рассмотрим вначале отражение пакета волн, «сорвавшихся» с электрона при его рассеянии, то есть пакета волн, движущегося вдоль направления \vec{v} начального движения электрона. Тангенциальная составляющая такого пакета волн, согласно (10), может быть записана в виде:

$$\vec{E}_{\omega\perp}^{packet}(\vec{r}) = -\frac{ie}{\pi v} \int \frac{\vec{q}}{q^2 + \omega^2 / p^2} e^{iz\sqrt{\omega^2 - q^2} + i\vec{q}\vec{\rho}} d^2 q. \quad (54)$$

Для пакета отраженных волн имеем:

$$\vec{E}_{\omega\perp}^f(\vec{r}) = \frac{ie}{\pi v} \int \vec{E}_{\omega,q}^f e^{-iz\sqrt{\omega^2 - q^2} + i\vec{q}\vec{\rho}} d^2 q. \quad (55)$$

Знак «минус» в экспоненте перед z здесь означает, что отраженные волны распространяются в направлении отрицательных значений z . Подставляя (54) и (55) в (53), находим, что

$$\vec{E}_{\omega\perp}^f(\vec{r}) = \frac{e}{\pi v} \frac{\partial}{\partial \vec{\rho}} \int \frac{1}{q^2 + \omega^2 / p^2} e^{-i(z-2z_0)\sqrt{\omega^2 - q^2} + i\vec{q}\vec{\rho}} d^2 q. \quad (56)$$

Входящий в (56) интеграл имеет ту же структуру, что и соответствующий интеграл (50) с той лишь разницей, что координату z в (50) необходимо заменить на $z - 2z_0$. При $z \rightarrow -\infty$ этот интеграл может быть вычислен методом стационарной фазы. В результате находим, что в области малых углов излучения электрическое поле имеет следующий вид

$$\vec{E}_{\omega\perp}^f(\vec{r}) = 2e \frac{e^{i\omega r}}{r} \frac{\vec{\vartheta}}{\vec{\vartheta}^2 + \gamma^{-2}}, \quad (57)$$

где $\vartheta = \rho/|z|$ - угол излучения (этот угол отсчитывается от направления $-\vec{v}$) и

$$r = -\left(z - 2z_0 + \frac{\rho^2}{2(z - 2z_0)} \right). \quad (58)$$

Из последнего соотношения видно, что сферическая волна распространяется из точки $z = 2z_0$, то есть из зеркального изображения точки $z = 0$, в которой произошло рассеяние электрона.

Подставляя (57) в (26), приходим к следующему выражению для спектрально-угловой плотности излучения ультрарелятивистского электрона:

$$\frac{d\mathcal{E}}{d\omega d\vartheta} = \frac{e^2}{\pi^2} \frac{\vartheta^2}{(\gamma^{-2} + \vartheta^2)^2}. \quad (59)$$

Отметим, что полученный результат не зависит от z_0 . Причина этого состоит в том, что налетающее на пластинку «сорвавшееся» при рассеянии поле электрона представляет собой пакет свободных волн, для которых пластинка является зеркалом, от которого они отражаются. Существенным при этом является то, что данное зеркало имеет бесконечные поперечные размеры. Для пластинки же конечных размеров этот результат перестает быть справедливым, так как при ее удалении от точки рассеяния только часть свободных волн будет от нее отражаться.

Рассмотрим теперь переходное излучение «назад» от пластинки, расположенной в направлении конечного движения электрона. Падающее на пластинку поле в этом случае, согласно (49), представляет собой

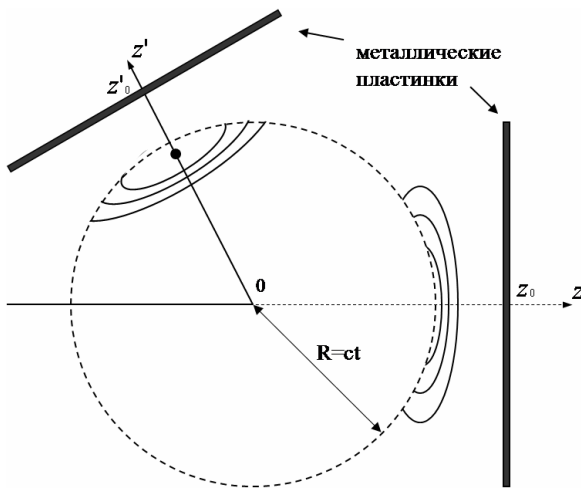


Рис.5. Нормальное падение «полусферического» электрона и «сорвавшегося» поля на тонкие металлические пластинки

кулоновское поле частицы и поле пакета свободных волн, движущегося в направлении \vec{v}' движения рассеянной частицы. Это суммарное поле запишем в виде:

$$E_{\omega\perp}^{incid}(\vec{r}) = E_{\omega\perp}^C(\vec{r}) - E_{\omega\perp}^{packet}(\vec{r}) \approx -\frac{ie}{\pi v} \int \left(e^{i\frac{\omega}{v}z'} - e^{iz'\sqrt{\omega^2 - q^2}} \right) \frac{\vec{q}}{q^2 + \omega^2 p^2} e^{i\vec{q}\vec{p}} d^2 q. \quad (60)$$

Решая далее граничную задачу на пластинке, находим, что в волновой зоне (то есть при $z' \rightarrow -\infty$)

$$\vec{E}_{\omega\perp}^f(\vec{r}) = 2e \frac{e^{i\omega r}}{r} \frac{\vec{g}}{\vec{g}^2 + \gamma^{-2}} \left\{ \frac{1}{v} e^{i\frac{z'_0 \omega}{2\gamma^2(1+\gamma^2 g^2)}} - 1 \right\}, \quad (61)$$

где ось z' направлена вдоль вектора скорости \vec{v}' и угол \mathcal{G} отсчитывается от направления $-\vec{v}'$.

Для спектрально-угловой плотности переходного излучения «назад» в этом случае получаем:

$$\frac{d\mathcal{E}}{d\omega d\Omega} = \frac{e^2}{\pi^2} \frac{\mathcal{G}^2}{(\mathcal{G}^2 + \gamma^{-2})^2} 2 \left\{ 1 - \cos \left[\frac{\omega z'_0}{2} (\gamma^{-2} + \mathcal{G}^2) \right] \right\}. \quad (62)$$

Как видим, спектрально-угловая плотность излучения (62) зависит от положения пластинки z'_0 . Эта зависимость имеет осцилляторный характер с периодом порядка длины когерентности процесса излучения:

$$\Lambda = \frac{4\pi}{\omega(\mathcal{G}^2 + \gamma^{-2})}. \quad (63)$$

При выполнении условия $z'_0 \ll \Lambda$, согласно (62), имеет место подавление переходного излучения «назад» по сравнению с переходным излучением частицы, движущейся все время без рассеяния вдоль оси z' . Этот эффект обусловлен длительным существованием электрона в «полуголом» состоянии, при котором продолжительное время в окружающем электрон электромагнитном поле подавлены определенные Фурье-компоненты с волновым вектором \vec{k} по сравнению с Фурье-компонентами кулоновского поля электрона. Такое состояние электрона, как известно [23], проявляется в эффекте подавления излучения в тонком слое вещества и в эффекте Ландау-Померанчука-Мигдала подавления излучения электронов большой энергии в аморфной среде. Формула (62) показывает, что возможность длительного существования электрона в «полуголом» состоянии должна проявляться и в процессе переходного излучения такого электрона.

При $z'_0 \geq \Lambda$, согласно (62), имеют место осцилляции интенсивности излучения с увеличением z'_0 . Наблюдение таких осцилляций возможно на расстояниях z'_0 , удовлетворяющих условию

$$z'_0 < \frac{2\pi}{\Delta\omega (\mathcal{G}^2 + \gamma^{-2})}, \quad (64)$$

где $\Delta\omega$ - разрешающая способность детектора по частоте ω . На больших расстояниях рассматриваемые осцилляции исчезают, и спектрально-угловая плотность излучения (62) представляет собой сумму вкладов в переходное излучение от отразившегося от пластинки собственного поля электрона и поля тормозного излучения в этом направлении. Вклады этих полей в интенсивность переходного излучения одинаковы, что приводит к появлению коэффициента два перед фигурной скобкой в (62). Отметим, что этот результат справедлив только для пластинки, имеющей достаточно большие поперечные размеры, в пределы которых попадает все тормозное излучение рассеянного электрона.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ И ВЫВОДЫ

Рассмотрен процесс переходного излучения, возникающего при пересечении быстрым электроном тонкой идеально проводящей металлической пластинки перпендикулярно ее поверхности. Исследована пространственно-временная структура потенциалов электромагнитного поля до и после пересечения электроном пластинки. Показано, что до прохождения электроном пластинки поле в левом полупространстве, где находится электрон, представляет собой сумму собственного кулоновского поля движущегося электрона и поля его изображения. В правом же полупространстве электромагнитное поле в этом случае отсутствует. После прохождения электроном пластинки такая структура электромагнитных полей существенно изменяется. В левой полусфере возникает отраженное от пластинки поле. Это поле представляет собой пакет свободных волн, движущихся в направлении, противоположном направлению движения электрона. Этот пакет волн постепенно перестраивается в пакет расходящихся от пластинки волн излучения. При этом на расстояниях $r > t$ от точки

пересечения электроном пластинки полное поле представляет собой сумму полей изображения электрона в пластинке, которое продолжает двигаться в направлении, противоположном направлению движения электрона, и собственного поля электрона в этом полупространстве. На расстояниях же $r < t$, до которых успел дойти сигнал о том, что электрон пересек пластинку, электромагнитное поле отсутствует.

В правом полупространстве, где находится движущийся электрон, картина распределения полей противоположна картине отраженного поля. А именно, в области $r > t$ электромагнитное поле равно нулю, тогда как в области $r < t$ оно представляет собой сумму собственного кулоновского поля движущегося электрона и поля его изображения.

Скачок поля на сфере $r = t$ определяет все характеристики процесса переходного излучения. При этом структура силовых линий отраженного поля такова, что они начинаются на бесконечности либо на поверхностных зарядах на пластинке. Затем они преломляются на сфере $r = t$ и, двигаясь вдоль этой сферы, заканчиваются на поверхностных зарядах на пластинке. Аналогичная картина силовых линий имеет место и в правой полусфере: они начинаются на движущемся заряде, затем преломляются на сфере $r = t$ и заканчиваются на поверхностных зарядах на пластинке. Таким образом, можно сказать, что искривление силовых линий на сфере с радиусом $r = t$ определяет характеристики процесса переходного излучения.

Основное внимание в работе мы обратили на анализ процесса переходного излучения в заднюю полусферу на различных расстояниях от мишени в условиях, когда за формирование данного процесса ответственны большие поперечные расстояния. Размеры этой области могут быть столь большими, что в ее пределах может находиться и сам детектор. В результате приходим к задаче об определении характеристик переходного излучения детекторами различных размеров: точечным детектором и детектором больших поперечных размеров. На расстояниях от мишени, превышающих длину формирования излучения, как показывается в работе, оба типа детекторов приводят к одинаковым показаниям. Для меньших же расстояний эти показания существенно различаются в результате того, что в точечный детектор в этом случае попадают не все волны с заданным волновым вектором \vec{k} , отраженные от мишени. Это проявляется в уширении углового распределения излучения по сравнению с распределением, которое фиксируется детектором больших размеров. Кроме того для точечного детектора угловое распределение излучения становится зависящим от частоты излученных волн. Получены условия, при которых должен проявляться данный эффект.

В работе показывается, что структура электромагнитных полей, возникающих после пересечения электроном тонкой металлической пластинки, сходна со структурой полей, имеющих место при мгновенном рассеянии электрона на большой угол. Это приводит к тому, что в обоих процессах должны проявляться сходные эффекты в излучении. В частности, структура поля, сорвавшегося с электрона при рассеянии на большой угол, аналогична структуре отраженного от пластинки поля при ее пересечении электроном. Перестройка Фурье-компонент этих полей с заданным значением частоты излученной волны происходит на расстояниях порядка длины когерентности процесса излучения $l_c \approx 2\gamma^2 / \omega$. При этом показания точечного детектора, находящегося в предволновой зоне, должны отличаться от показаний такого детектора при его расположении в волновой зоне. Таким образом, для точечного детектора эффекты предволновой зоны должны иметь место не только для переходного излучения «назад», но и в процессе тормозного излучения при рассеянии электрона на большой угол.

Волновые пакеты, возникающие при резком рассеянии электрона на большой угол, перестраиваются в поля расходящихся излученных волн на больших расстояниях вдоль направлений начального и конечного движений электрона. При этом открывается возможность исследования эволюции таких пакетов посредством измерения их «переходного» излучения «назад» от идеально проводящей металлической пластинки, расположенной на различных расстояниях от точки рассеяния. Анализ этого процесса нами проведен в волновой зоне процесса переходного излучения, то есть на расстояниях от отражающей пластинки, значительно превосходящих длину когерентности процесса излучения. При этом показано, что характеристики «переходного» излучения сорвавшегося при рассеянии поля частицы не зависят от места расположения пластинки вдоль направления движения данного пакета волн от точки рассеяния. Иная же картина в переходном излучении возникает при расположении пластинки перпендикулярно конечному направлению движения частицы. А именно, при расположении ее на малом расстоянии от точки рассеяния $z'_0 \ll l_c$ имеет место эффект подавления переходного излучения «назад». Этот эффект обусловлен тем, что электрон в рассматриваемом случае участвует в процессе переходного излучения, находясь в «полуголом» состоянии. При расположении же мишени на расстояниях $z'_0 \geq l_c$ от точки рассеяния, как показано в работе, зависимость интенсивности переходного излучения от z'_0 должна иметь осцилляторный характер. Показана экспериментальная возможность наблюдения такого эффекта. Таким образом, возможность длительного существования электрона в «полуголом» состоянии может быть исследована на основе процесса переходного излучения такого электрона.

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Потенциал $\varphi^f(\vec{r}, t)$ свободного поля электромагнитных волн, согласно (13), определяется суммой вклада в него от бегущих $\hat{O}_1(\vec{r}, t)$ и поверхностных $\hat{O}_2(\vec{r}, t)$ волн. При вычислении данных функций особое внимание обратим на причины появления ступенчатых функций в (16).

Для вычисления $\hat{O}_1(\vec{r}, t)$ представим эту функцию в виде:

$$\hat{O}_1(\vec{r}, t) = -\frac{2e}{\pi} \lim_{\eta \rightarrow 0} \int_0^1 \frac{xdx}{x^2 + p^{-2}} \int_0^\infty d\omega \cos \omega \left(|z| \sqrt{1 - x^2} - t \right) e^{-\eta \omega}, \quad (1.1)$$

где $\eta > 0$. Тогда после замены переменной $y = \sqrt{1 - x^2}$ и интегрирования по ω легко получить, что

$$\hat{O}_1(\vec{r}, t) = -\frac{2e}{\pi v} \lim_{\eta \rightarrow 0} \int_0^1 \frac{y dy}{v^2 - y^{-2}} \frac{\eta}{\eta^2 + (y|z| - t)^2}. \quad (1.2)$$

Интегрирование в этом выражении по y приводит к

$$\begin{aligned} \hat{O}_1(\vec{r}, t) = & -\frac{2e}{\pi v} \lim_{\eta \rightarrow 0} \frac{\eta}{1 - v^2(\eta^2 + t^2 + z^2/v^2)^2 / (4z^2 t^2)} \left\{ -\frac{v^2(\eta^2 + t^2 + z^2/v^2)}{4z^2 t^2} \ln \gamma - \frac{v}{2zt} \ln \gamma(1 + v) \right. \\ & - \frac{v^2(\eta^2 + t^2 + z^2/v^2)}{4t^2} \left[\frac{1}{2z^2} \ln \frac{\eta^2 + (|z| - t)^2}{\eta^2 + t^2} + \frac{t}{z^2 \eta} \left(\arctg \frac{|z| - t}{\eta} + \arctg \frac{t}{\eta} \right) \right] + \\ & \left. + \frac{v^2(\eta^2 + t^2)}{2zt} \frac{1}{z\eta} \left(\arctg \frac{|z| - t}{\eta} + \arctg \frac{t}{\eta} \right) \right]. \end{aligned} \quad (1.3)$$

Замечая далее, что при $\eta \rightarrow 0$ в (1.3) остаются только слагаемые, пропорциональные $(\arctg[(|z| - t)/\eta] + \arctg[t/\eta])$ и что для этих слагаемых

$$\arctg \frac{|z| - t}{\eta} + \arctg \frac{t}{\eta} = \frac{\pi}{2} [\text{sign}(|z| - t) + \text{sign}(t)] = \frac{\pi}{2} \theta(|z| - t) \theta(t),$$

приходим к следующему выражению для $\hat{O}_1(\vec{r}, t)$:

$$\hat{O}_1(\vec{r}, t) = \frac{e}{2} \left(\frac{1}{|z| + vt} - \frac{1}{|z| - vt} \right) \theta(|z| - t) \theta(t). \quad (1.4)$$

Таким образом возникновение ступенчатой функции $\theta(|z| - t)$ в $\hat{O}_1(\vec{r}, t)$ связано с предельным переходом $\eta \rightarrow 0$ в (1.3).

Вычисление $\hat{O}_2(\vec{r}, t)$ не представляет труда ввиду сходимости входящего в эту функцию интеграла по ω . В результате замены переменной $u = \sqrt{1 - x^2}$ и элементарных интегрирований находим:

$$\begin{aligned} \hat{O}_2(\vec{r}, t) = & \frac{e}{2} \left(\frac{1}{|z| - vt} - \frac{1}{|z| + vt} \right) \text{sign}(t) - \frac{e}{2} \left(\frac{1}{|z| - vt} + \frac{1}{|z| + vt} \right) = \\ = & -\frac{1}{|z| - vt} \theta(-t) - \frac{1}{|z| + vt} \theta(t). \end{aligned} \quad (1.5)$$

Подставляя полученные выражения (1.4) и (1.5) для \hat{O}_1 и \hat{O}_2 в (13), приходим к формуле (16) для потенциала свободных волн.

ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Рассмотрим переходное излучение на малых расстояниях от пластинки ($z \ll 2\gamma^2 / \omega$). Компонента Фурье общего выражения (50) для составляющей электрического поля переходного излучения, перпендикулярной оси z имеет вид (при рассмотрении переходного излучения интегрирование по q необходимо производить на промежутке $0 < q < \infty$):

$$E_{\rho}^f(\vec{r}, t) = -\frac{2e}{v} \int_0^{\infty} dq \frac{q^2 J_1(q\rho)}{q^2 + \omega^2 / (v^2 \gamma^2)} e^{iz\omega \sqrt{1 - q^2 / \omega^2}}. \quad (2.1)$$

В случае ультрарелятивистской частицы ($\gamma \gg 1$) z -составляющие электрического поля пренебрежимо малы по сравнению с компонентами, перпендикулярными оси z [15]. Тогда спектрально-угловое распределение переходного излучения (при $\vartheta \ll 1$) полностью определяется выражением (2.1). Действительно:

$$\frac{d\mathcal{E}}{d\omega} = \frac{r^2}{4\pi} \int dt (\vec{E} \times \vec{H}) \cdot \vec{n} = \frac{r^2}{4\pi} \int (E_{\rho}^f)^2 \cos \vartheta dt, \quad (2.2)$$

$$\frac{d\mathcal{E}}{d\omega d\omega} = \frac{4e^2}{\pi^2} \cos \vartheta |E_{\rho}^f(\vec{r}, \omega)|^2 = \frac{e^2 r^2}{\pi^2 v^2} \left| \int_0^{\infty} dq \frac{q^2 J_1(q\rho)}{q^2 + \omega^2 / (v^2 \gamma^2)} e^{iz\omega \sqrt{1 - q^2 / \omega^2}} \right|^2. \quad (2.3)$$

Предполагая, что основной вклад в интеграл по q дают значения $q \leq \omega / \gamma$, где $\gamma \gg 1$, учитывая, что $z \ll 2\gamma^2 / \omega$, разложим в ряд показатель экспоненты с точностью до члена, пропорционального q^2 . Обозначим $\xi = \omega r$ и сделаем в (2.3) замену переменных $q = (\omega / \gamma)x$, $\rho \approx r\vartheta$, $z \approx r$. Тогда, полагая $v = 1$, получим:

$$\frac{d\mathcal{E}}{d\omega d\omega} = \frac{e^2 \xi^2}{\pi^2 \gamma^2} \left| \int_0^{\infty} dx \frac{x^2 J_1(\xi \gamma^{-1} x \vartheta)}{x^2 + 1} e^{-i \frac{\xi}{2\gamma^2} x^2} \right|^2. \quad (2.4)$$

Запишем (2.4) в следующем виде:

$$\frac{d\mathcal{E}}{d\omega d\omega} = \frac{e^2 \xi^2}{\pi^2 \gamma^2} |I_1 - I_2|^2, \quad (2.5)$$

где

$$I_1 = \int_0^{\infty} dx x^2 J_1(\xi \gamma^{-1} x \vartheta) e^{-i \frac{\xi}{2\gamma^2} x^2} = -\frac{2i\gamma}{\xi \vartheta} \sin\left(\frac{\xi \vartheta^2}{4}\right) e^{i \frac{\xi \vartheta^2}{4}},$$

$$I_2 = \int_0^{\infty} dx \frac{J_1(\xi \gamma^{-1} x \vartheta)}{x^2 + 1} e^{-i \frac{\xi}{2\gamma^2} x^2}.$$

При $\gamma \gg 1$ справедливо $I_1 \gg I_2$. Пренебрежем в (2.5) I_2 по сравнению с I_1 . Тогда получаем:

$$\frac{d\mathcal{E}}{d\omega d\omega} \approx \frac{4e^2}{\pi^2} \frac{1}{\vartheta^2} \sin^2\left(\frac{\xi \vartheta^2}{4}\right). \quad (2.6)$$

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гинзбург В.Л., Франк И.М. Излучение равномерно движущегося электрона, возникающее при его переходе из одной среды в другую // ЖЭТФ. – 1946. – Т.16. – С.15-28.
2. Тер-Микаелян М.Л. Влияние среды на электромагнитные процессы при высоких энергиях. – Е.: Изд. АН Армянской ССР, 1969. – 457с.
3. Гарибян Г.М., Ши Я. Рентгеновское переходное излучение – Е.: Изд. АН Армянской ССР, 1983. – 320с.
4. Библиография работ по переходному излучению заряженных частиц (1945 – 1982) – Е.: Ереванский Физический Институт, 1983. – 354с.
5. Сборник «Ионизационные эффекты и переходное излучение релятивистских заряженных частиц» /Под редакцией Н.Г. Басова. - Труды ФИАН. - Т. 140. – М.: «Наука», 1982. – 208с.
6. Гинзбург В.Л., Цытович В.Н. Переходное излучение и переходное рассеяние. – М.: «Наука», 1984. – 360с.

7. Jackson J.D. Classical Electrodynamics. – New York: Wiley, 1999.
8. Rullhusen P., Artru X., Dhez P. Novel radiation sources using relativistic electrons. – World Scientific Publ., Singapore, 1998. – 202p.
9. Болотовский Б.М., Серов А.В. Особенности поля переходного излучения // УФН.– 2009. – Т.178, №5. – С.517-524.
10. Shibata Y., Hasebe S., Ishiki K., et al. Observation of coherent diffraction radiation from bunched electrons passing through a circular aperture in the millimeter- and submillimeter- wave length regions // Phys. Rev. E. – 1995. – Vol. 52. – P. 6737.
11. Шульга Н.Ф., Добровольский С.Н. К теории переходного излучения релятивистских электронов в тонкой металлической мишени // ЖЭТФ. – 2000. – Т. 117, вып. 4. – С. 668-672.
12. Verzilov V. A. Transition radiation in the pre-wave zone // Phys. Lett. A. – 2000. – Vol. 273. – P. 135-140.
13. Gorham P. et al. Radio-frequency measurements of coherent transition and Cherenkov radiation: implication for high energy neutrino detection // HEP archive. – 2000.
14. Castellano M., Verzilov V., Catani L. et al. Search for prewave zone effect in transition radiation // Phys. Rev. E. – 2003. – Vol. 67. – P. 015501-015504.
15. Dobrovolsky S.N., Shul'ga N.F. Transversal spatial distribution of transition radiation by relativistic electron in formation zone by the dotted detector // Nucl. Instrum. Methods B. – 2003. – Vol. 201. – P. 123-132.
16. Шульга Н.Ф., Сыщенко В.В., Сыщенко В.Г. Борновское и эйкональное приближения в теории переходного излучения // Вісник Харківського Університету, серія фізична «Ядра, частинки, поля»– 2004. – №628. – С.35-46.
17. Shul'ga N.F., Syshchenko V.V., Shul'ga S.N. On the motion of high-energy wave packets and transition radiation by “half-bare” electron // Phys. Lett. A. – 2009. – Vol. 374. – P.331-334.
18. Потылицын А.П., Рязанов М.И., Стриханов М.И., Тищенко А.А. Дифракционное излучение релятивистских частиц: учебное пособие. – Томск: Изд. Томского политехнического университета, 2008. – 347с.
19. Фейнберг Е.Л. Последовательное взаимодействие при высоких энергиях // ЖЭТФ. – 1966. – Т. 50. – С. 202.
20. Ахиезер А.И., Шульга Н.Ф. Излучение релятивистских частиц в монокристаллах // УФН. – 1982. – Т. 137. – С. 561-604.
21. Ахиезер А.И., Шульга Н.Ф. Электродинамика высоких энергий в веществе. – М.: «Наука», 1993. – С. 13.
22. Shul'ga N.F., Syshchenko V.V. On Ionization Energy Losses of Relativistic Particle Created in Matter // Nucl. Instrum. Methods B. – 2000. – Vol. B 164-165. – P. 180-185.
23. Akhiezer A.I., Shul'ga N.F., Fomin S.P. Landau-Pomeranchuk-Migdal Effect . – Physics Reviews. – 2005 – Vol. 22. – P. 1-215 (Edited by I. M. Khalatnikov), Cambridge Sci. Publ., Printed in UK.
24. Градштейн И.С., Рыжик И.М. Таблицы интегралов, сумм, рядов и произведений. – М.: «Гос. издат. физ.-мат. лит.», 1962. – С. 84.