

УДК 523.4

## ЭФФЕКТ ЗАТЕНЕНИЯ В РЕГОЛИТОПОДОБНЫХ СРЕДАХ. ЧИСЛЕННОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ

© 2000 г. Д. Г. Станкевич, Ю. Г. Шкуратов

*Астрономическая обсерватория Харьковского государственного университета, Украина*

Поступила в редакцию 20.10.98 г.

Представлены результаты компьютерного моделирования эффекта затенения в среде, состоящей из непрозрачных частиц с поверхностью, рассеивающей свет по закону Ламберта. Проведенное моделирование позволяет получать фотометрические характеристики многослойных сред, состоящих из частиц, со статистической погрешностью не более 1%, используя приближение геометрической оптики. Для оптически плотных статистически однородных сред единственным параметром, оказывающим влияние на обратное рассеяние, является плотность упаковки среды, причем имеет место следующее соотношение: чем меньше плотность упаковки, тем сильнее выражено оппозиционное усиление яркости. Для сред, состоящих из частиц разных размеров, это соотношение также справедливо. Фазовые кривые для монодисперсной и полидисперсной сред с одинаковой плотностью упаковки оказываются неразличимыми. Монослой полусферических частиц, размещенных случайным образом на ровной ламбертовской подложке, всегда дает фазовые кривые, выпуклые вверх. Монослой сферических частиц может дать почти линейный ход фазовой зависимости яркости в диапазоне фазовых углов 0–40°. В двухслойной модели оптически тонкий слой мелких частиц, помещенный сверху слоя крупных частиц, может значительно усилить оппозиционный эффект, однако это усиление существенно зависит от способа, которым сопряжены между собой слои частиц. Редко расположенные крупные частицы на ровной подложке, состоящей из мелких частиц, также делают ход фазовой функции яркости более крутым вблизи противостояния.

### ВВЕДЕНИЕ

Неровности планетных поверхностей занимают чрезвычайно широкий диапазон масштабов: от масштаба атомов до масштаба фигуры планетного тела. Как известно, расчет рассеяния электромагнитных волн такими поверхностями является чрезвычайно сложной задачей, решение которой практически всегда требует применения некоторых приближений. Если характерный масштаб неровностей поверхности много больше длины волны падающего излучения, таким приближением оказывается приближение геометрической оптики. В его рамках описание затенений одних частей шероховатой поверхности другими оказывается наиболее важным и сложным этапом решения задачи рассеяния. Для того чтобы рассчитать эффект затенения, нужно определить, какая доля поверхности одновременно видима и освещена. При этом необходимо использовать подходящую модель для описания структуры поверхности. В задачах дистанционного зондирования планет для описания случайных поверхностей естественно использовать статистический подход.

Можно условно выделить три типа структуры случайной поверхности, с которыми приходится иметь дело на практике. Первый из них адекватно описывается случайной однозначной и односвязной функцией. Второй – функцией, сохраняющей

односвязность, но неоднозначной. И, наконец, третий – функцией, обладающей как многосвязностью, так и многозначностью. Такие “порошкообразные” поверхности могут рассматриваться как среды. Планетные реголиты являются классическим примером таких сред, поэтому часто поверхности со структурой третьего типа называются в литературе по планетологии реголитоподобными.

Затенения на поверхностях со случайным однозначным рельефом изучены достаточно широко (Хямен-Антилла, 1965; Смит, 1967; Басс, Фукс, 1964; 1972; Хапке, 1984; Люмме и др., 1990; Шкуратов, Станкевич, 1992). Эти работы были выполнены с целью решения некоторых радиолокационных задач и усовершенствования статистических фотоклинометрических методов изучения рельефа планет.

Затенению в разреженных средах также посвящено большое количество работ (Хапке, 1966; 1981; 1986; Ирвин, 1966; Люмме, Боуэлл, 1981; Жуков и др., 1994). Эти теоретические работы ориентированы на изучение структуры планетного реголита. В них использован ряд упрощений, которые позволили решить задачу затенения аналитически. Например, предполагалось, что рассматриваемая среда статистически однородна, состоит из частиц одинакового размера, и эти час-

тицы расположены в пространстве независимо одна от другой.

В недавнее время попытка обобщить вариант теории затенения Халке на случай вертикально-неоднородной среды предпринята Хиллером (1997). Он аналитически показал, что порошкообразная среда, состоящая из частиц размера  $d_1$ , поверх которой размещен достаточно тонкий слой частиц размера  $d_2 < d_1$ , показывает существенно более выраженный эффект обратного рассеяния, нежели статистически однородная среда.

Для исследования эффекта затенения помимо аналитических методов использовалось также и компьютерное моделирование. Такое моделирование проводилось, например, на случайном однозначном рельефе (Броккельман, Хагфорс, 1966; Станкевич, Шкуратов, 1992). Численное моделирование использовалось и для изучения затенений в реголитоподобных средах (Пелтониemi, Люмме, 1992).

В настоящей работе мы развиваем подход, основанный на численном моделировании, в частности, рассматриваем случай вертикально-неоднородных сред, состоящих из непрозрачных сферических частиц с ламбертовской индикатрисой рассеяния. Сюда также включено рассмотрение монослоя непрозрачных частиц на плоской подложке.

В следующей нашей работе мы представим новую теоретическую модель теневого эффекта в реголитоподобной среде и приведем результаты ее сравнения с данными численного моделирования.

## ОПИСАНИЕ МОДЕЛИ

В этом разделе мы подробно опишем численную модель для расчета затенения в реголитоподобных средах. В частности, рассмотрим две важнейшие части решения этой задачи: генерацию модельной среды и трассировку лучей для расчета взаимных затенений.

### *Общее описание*

Схема наших компьютерных экспериментов предельно проста и имитирует ситуацию в природе: в памяти компьютера генерируется модель случайной среды с плоской (в среднем) границей, а затем рассматривается падение пучка параллельных лучей на эту границу при известной геометрии освещения и наблюдения.

Мы используем подход геометрической оптики со следующими допущениями и ограничениями: (1) для расчета эффекта затенения в реголитоподобной среде принимается во внимание только однократное рассеяние; (2) частицы среды взаимно не пересекаются; (3) частицы среды предпола-

гаются индикатрису элемента поверхности. Отметим, что предположение о ламбертовской индикатрисе введено лишь для определенности и может быть легко заменено на произвольную индикатрису. Учет только однократного рассеяния, напротив, крайне существенен, так как поверхность частиц предполагается рассеивающей, что делает крайне сложным прослеживание всех возможных траекторий луча, многократно взаимодействующего с частицами поверхности.

Конечно, такая модель не может претендовать на полное количественное описание реальности. Наблюдаемые фотометрические характеристики реголитовых поверхностей формируются, помимо теневого, и другими физическими механизмами, главнейшими из которых являются интерференционное усиление обратного рассеяния и многократное рассеяние. Главный смысл описываемой модели состоит как раз в изолированном рассмотрении только теневого механизма с целью выяснить, как физические параметры среды влияют на ту часть фотометрической функции, которая обусловлена эффектом затенения одних частиц среды другими.

### *Генерация среды*

В компьютерном эксперименте реголитоподобные поверхности генерировались со статистически плоской верхней границей, имеющей глобальную нормаль. Размер области, в которой генерировалась среда в описанных экспериментах, составлял  $S_0 = 2^{15} \times 2^{15}$  условных единиц. Толщина слоев среды изменялась в различных экспериментах. Каждый слой среды может быть описан двумя основными параметрами: (1) оптической толщиной

$$\tau = -\ln\left(\frac{I}{I_0}\right) = \frac{\pi}{S_0} \sum_i^n R_i^2, \quad (1)$$

где  $S_0$  – площадь основной плоскости,  $n$  – число частиц в слое,  $R_i$  – радиус  $i$ -ой частицы; и (2) – плотностью упаковки

$$\rho = \frac{4\pi}{3tS_0} \sum_i^n R_i^3, \quad (2)$$

где  $t$  – геометрическая толщина слоя.

Рассмотрим процедуру генерации статистически однородного слоя сферических частиц радиуса  $R$ . Чтобы сгенерировать одну частицу, мы используем три случайных числа  $x$ ,  $y$  и  $z$ , равномерно распределенных в параллелепипеде:

$$\begin{aligned} 0 &\leq x < x_{\max}, \\ 0 &\leq y < y_{\max}, \\ z_0 &\leq z < z_0 + t, \end{aligned} \quad (3)$$

и рассматриваем их как декартовы координаты центра генерируемой частицы. Затем мы рассчитываем расстояния от этой точки до центров всех ранее сгенерированных частиц. Если хотя бы одно из этих расстояний оказывается меньше диаметра частицы, то попытка генерации частицы считается неудачной. В противном случае координаты центра и радиус вновь сгенерированной частицы помещаются в список. Описанная процедура повторяется до достижения слоем частиц требуемой оптической и/или объемной плотности.

При реализации этого простого алгоритма мы, однако, встретились с некоторыми проблемами. Одна из них связана с требованием статистической однородности генерируемого слоя. В описанном процессе генерации каждая вновь генерируемая частица “чувствует” ранее созданные, т.е. не может занять некоторые положения. Это приводит: к возникновению ближнего порядка в расположении частиц и к некоторому увеличению вероятности появления частиц вблизи границ слоя, где новые частицы имеют меньшее число соседей, чем частицы, генерируемые в глубине слоя, что равносильно повышению плотности упаковок частиц вблизи границ.

Появление ближнего порядка в среде иллюстрируется рис. 1, на котором приведены результаты расчетов двухчастичной функции корреляции среды. Расчеты сделаны для разных значений плотности упаковки. Предполагалось, что среда составлена одинаковыми сферическими частицами. На зависимостях хорошо прослеживается максимум, величина которого возрастает при увеличении  $\rho$ . Наличие максимума свидетельствует о ближнем порядке в среде. Отметим, что описываемая скоррелированность расположения одинаковых частиц, формирующих плотную среду, хорошо известна в теории простых жидкостей (Крокстон, 1978). В полидисперсной системе описываемый максимум размывается – в этом случае ближний порядок нарушается тем, что мелкие частицы способны заполнить промежутки между крупными частицами. При плотностях упаковки близких к предельным значениям на двухчастичной функции корреляции среды могут появиться дополнительные максимумы.

От влияния боковых границ можно относительно просто избавиться, предполагая, что горизонтальные координаты модельного объема циклически замкнуты, т.е. точкой, следующей за  $x = x_{\max}$  снова является  $x = 0$  (аналогично, для  $y$ ). Таким образом конечная в пространстве реализация поверхности имитирует собой бесконечную поверхность. Этот прием кажется вполне естественным и, кстати, позволяет проводить трассировку лучей на произвольно длинной дистанции вдоль поверхности, что соответствует углам падения/рассеяния, близким к  $90^\circ$ . Применительно к верхней

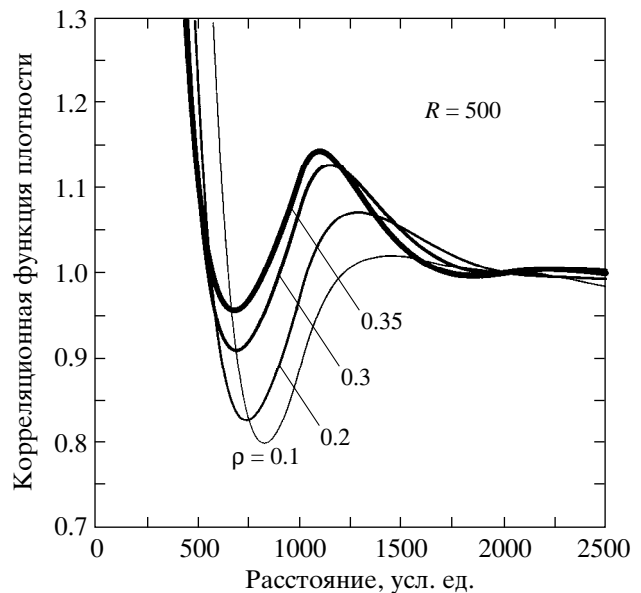


Рис. 1. Двухчастичная корреляционная функция среды при различных значениях  $\rho$ .

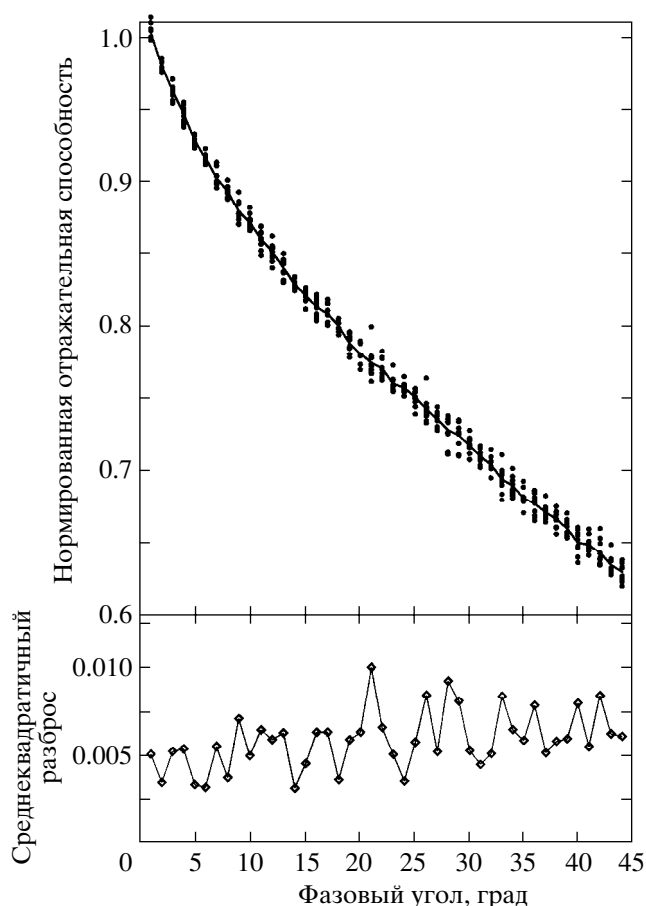
и нижней границе среды такая операция замыкания координаты  $z$  не столь обоснована и выглядит несколько искусственно, однако представляется все же необходимой для получения равномерного распределения плотности частиц внутри среды. В результате циклического замыкания координат наш модельный объем топологически эквивалентен гиперповерхности четырехмерного тора.

В рамках описанной модели среды можно генерировать как вертикально-однородные, так и неоднородные (слоистые) среды. В частности, были изучены тонкие слои на равной подложке и двуслойные структуры.

### Трассировка лучей

После генерации среды рассмотрим вторую важнейшую процедуру – трассировку лучей. Благодаря ей мы можем найти фотометрическую функцию  $F(i_0, \epsilon_0, \phi_0)$  сгенерированной поверхности, где  $i_0$  и  $\epsilon_0$  – углы падения и отражения, рассчитанные по отношению к глобальной нормали к поверхности, а  $\phi_0$  – азимутальный угол между плоскостями падения и отражения лучей.

Метод, примененный нами, может быть назван “обратной” трассировкой. Рассмотрим пучок лучей, направленных от наблюдателя к поверхности и равномерно распределенных в сечении, перпендикулярном направлению наблюдения. Для каждого луча находим первую точку пересечения с частицей поверхности. Легко понять, что именно эта точка поверхности видна при наблюдении в заданном направлении. Видимая точка может быть либо освещена, либо затенена. Чтобы выяс-



**Рис. 2.** Нормированная фазовая зависимость отрагательной способности статистически однородной среды, состоящей из частиц,  $R = 500$ ;  $\tau = 3.0$ ;  $\rho = 0.3$  при зеркальной геометрии освещения и наблюдения  $i_0 = \epsilon_0 = \alpha/2$ ,  $\varphi_0 = 180^\circ$  для десяти компьютерных реализаций среды.

нить это, делается попытка трассировать луч от этой точки к источнику света. Если эта попытка неудачна, т.е. освещающий луч пересекается с другой частицей среды (взаимное затенение) или образует угол падения по отношению к нормали к поверхности частицы (локальный угол падения  $i$ ) больше  $90^\circ$  (самозатенение), то данная точка является затененной, и ее окрестность не дает вклада в рассеянный средой световой поток. В противном случае луч беспрепятственно достигает источника света, что соответствует точке, одновременно видимой и освещенной, дающей свой вклад в рассеянный поток. Этот вклад может быть вычислен по известным локальным углам падения и отражения  $i$  и  $\epsilon$  и известной индикатрисе поверхности. Обратная трассировка (в отличие от прямой) обеспечивает статистически равномерное распределение лучей в картинной плоскости, что очень важно для правильности расчета фотометрической функции. Для ламбертовской

поверхности каждый успешно трассированный луч дает вклад в световой поток, пропорциональный  $\cos i$ .

Таким образом, в наших компьютерных экспериментах мы определяли следующую среднюю величину:

$$F(i_0, \epsilon_0, \varphi_0) = \frac{1}{N} \sum_k^N \cos i_k(i_0, \epsilon_0, \varphi_0), \quad (4)$$

где  $N$  – полное число лучей, а сумма берется только по тем лучам, которые успешно достигли источника света. Величина  $F(i_0, \epsilon_0, \varphi_0)$  ниже называется отрагательной способностью поверхности. Для примера заметим, что для плоской ламбертовской поверхности  $F = \cos i_0$ . Наибольший интерес для нас представляет зависимость отрагательной способности  $F$  не от углов  $i_0, \epsilon_0, \varphi_0$ , а от фазового угла  $\alpha$ , связанного с  $i_0, \epsilon_0, \varphi_0$  соотношением

$$\cos \alpha = \cos i_0 \cos \epsilon_0 + \sin i_0 \sin \epsilon_0 \cos \varphi_0. \quad (5)$$

Зависимость  $F(\alpha)$  будем называть фазовой функцией поверхности; в основном, она приводится ниже в нормированном виде  $F(\alpha)/F(1^\circ)$ .

#### Проверка модели

Все ниже приведенные результаты получены для  $10^4$  первичных лучей, чтобы обеспечить относительную точность результата около 1%. Чтобы проверить это, мы рассчитали фазовые функции для десяти реализаций среды с оптической толщиной  $\tau = 4$ , плотностью упаковки  $\rho = 0.3$  и размером частиц  $R = 500$ , что позволило подсчитать среднеквадратичную ошибку результата. Рисунок 2 иллюстрирует, что реальная точность модели оказывается даже несколько лучше 1%.

Поскольку наша модель дискретна и имеет дело с прямоугольной координатной сеткой  $2^{15} \times 2^{15}$ , в некоторых случайно выбранных узлах которой размещаются центры частиц среды, необходимо проверить изотропность модели. Для этой цели мы рассчитали фазовые кривые одной и той же реализации среды для одинаковой геометрии освещения / наблюдения, но в разных азимутах падения лучей по отношению к решетке. Как оказалось, остаточная анизотропия не проявляется на фоне статистических ошибок, т.е. она заведомо меньше 1%.

Третьим важным тестом для любой компьютерной модели светорассеяния является проверка соблюдения принципа взаимности Гельмгольца. С этой целью мы рассчитали фазовые кривые для рассеянного светового потока  $\Phi = F \cos \epsilon_0$  для двух различных геометрий падения/рассеяния: (1)  $i_0 = 0$ ,  $\epsilon_0 = \alpha$ ,  $\varphi_0 = 180^\circ$  и (2)  $i_0 = \alpha$ ,  $\epsilon_0 = 0$ ,  $\varphi_0 = 180^\circ$ , что соответствует взаимной перестановке источника

и наблюдателя. Рисунок 3 показывает, что фазовые зависимости светового потока для описанных случаев весьма близки, хотя некоторые систематические различия при больших фазовых углах и наблюдаются. Причиной этого, по-видимому, является то, что мы домножили для получения светового потока определяемую в модели величину отражательной способности  $F$  на множитель  $\cos \varepsilon_0$ , чтобы сделать корректным сравнение результатов для разных  $\varepsilon_0$ . Это справедливо, вообще говоря, для строго плоской поверхности, а в нашем случае следовало бы использовать множитель  $\cos \varepsilon_{\text{ef}}$ , где  $\varepsilon_{\text{ef}}$  – эффективный угол рассеяния, причем  $\varepsilon_{\text{ef}} \neq \varepsilon_0$  по причине некоторой неравности верхней границы генерируемой среды. Другими словами, даже при угле рассеяния, равном  $90^\circ$ , наша поверхность имеет ненулевую видимую площадь.

Хотя модель позволяет рассчитывать фотометрические характеристики при произвольной геометрии освещения и наблюдения, далее мы везде используем так называемую зеркальную геометрию светорассеяния:  $i_0 = \varepsilon_0 = \alpha/2$ ,  $\varphi_0 = 180^\circ$ , и ограничиваемся диапазоном фазовых углов  $0 < \alpha < 40^\circ$ , в котором описанные отклонения результатов модельных расчетов от принципа взаимности не наблюдаются. Доводом в пользу выбора “зеркальной” геометрии в качестве стандартной является принятое в физике планет разделение фотометрической функции на две части: фазовую функцию и распределение по диску. Предметом настоящей статьи является в основном фазовая зависимость, которую как раз и удобно рассчитывать для зеркальной точки на диске планеты.

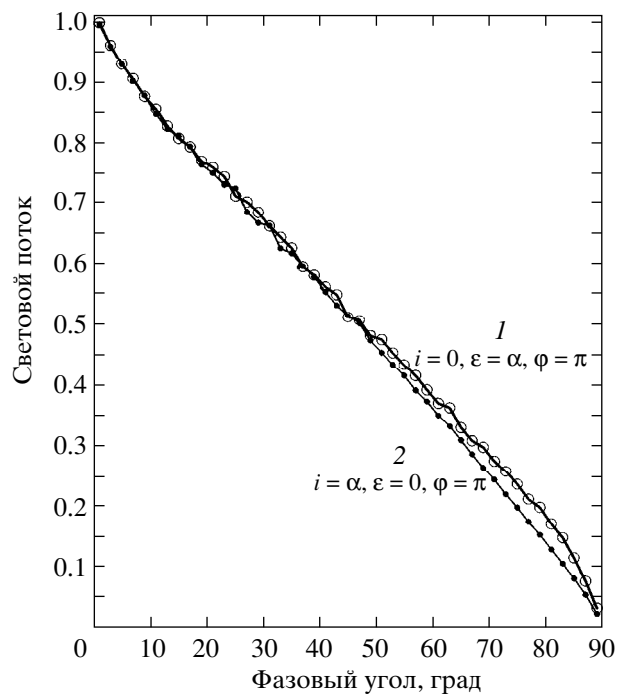
## РЕЗУЛЬТАТЫ И ОБСУЖДЕНИЕ

В этом разделе описываются результаты численного моделирования эффекта затенения в статистически однородных и неоднородных средах. В частности, здесь описан случай крайне неоднородной среды, состоящей из оптически тонкого покрова частиц, помещенных на ровную подложку.

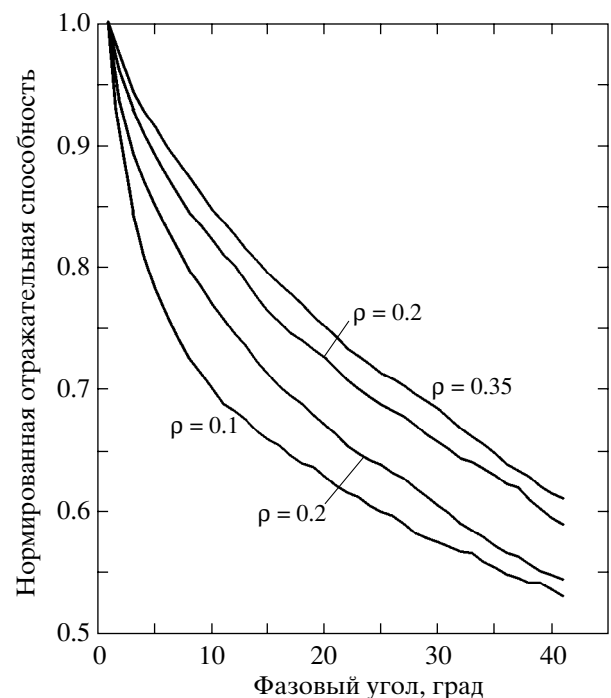
### Однородные среды

Нашей первой задачей было исследовать, как влияет на фазовые кривые плотность упаковки среды. На рис. 4 приведены фазовые кривые для статистически однородных сред с частицами одинаковых размеров. Как и предполагалось, возрастание параметра  $\rho$  делает пик обратного рассеяния менее выраженным.

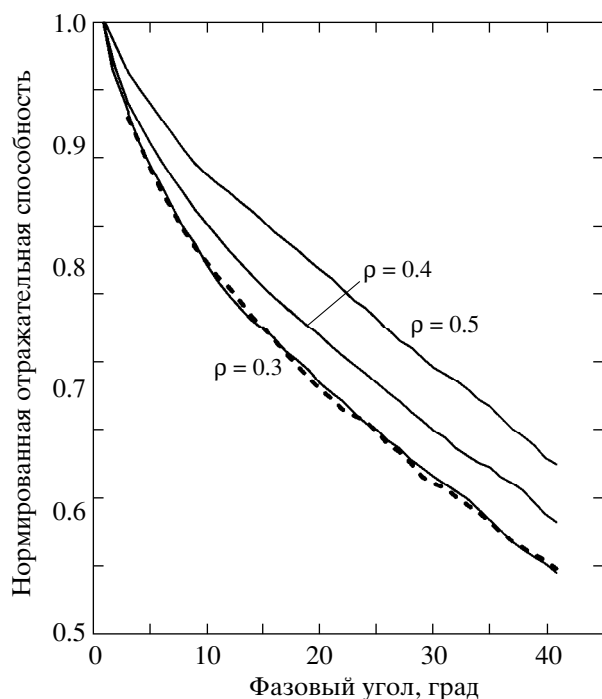
Генерация сред, составленных сферическими частицами одинакового размера, показала, что случайная упаковка с трудом достигает плотности свыше  $\rho = 0.36$  – при высоких плотностях трудно найти место для размещения каждой новой ча-



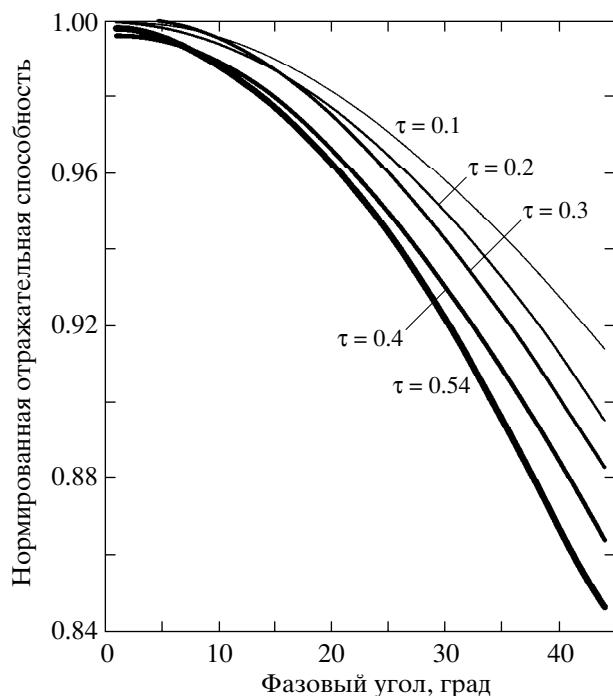
**Рис. 3.** Фазовая зависимость рассеянного светового потока для статистически однородной среды, состоящей из частиц,  $R = 500$ ,  $\tau = 3.0$ ,  $\rho = 0.3$  для различной геометрии освещения и наблюдения. Кривые 1 и 2 соответствуют следующим условиям  $i_0 = 0$ ;  $\varepsilon_0 = \alpha$ ;  $\varphi_0 = \pi$  и  $i_0 = \alpha$ ;  $\varepsilon_0 = 0$ ,  $\varphi_0 = \pi$  соответственно.



**Рис. 4.** Нормированная фазовая зависимость отражательной способности статистически однородной среды, состоящей из частиц,  $R = 500$ ,  $\tau = 2.0$  и разных величин плотности упаковки  $\rho$ .



**Рис. 5.** Нормированная фазовая зависимость отражательной способности статистически однородной среды, сформированной частицами с радиусом  $R = 500$ , 400, 300 и 200, взятыми в пропорциях, соответствующих равным  $\tau$  для каждой фракции. Пунктирная линия отвечает монодисперсной среде. (Результаты для среды, сформированной частицами, взятыми в пропорциях, соответствующих равным объемам фракций, практически совпадают с приведенными.)



**Рис. 6.** Нормированная фазовая зависимость отражательной способности монослоя полусфер с  $R = 500$ , расположенных на ламбертовской подложке.

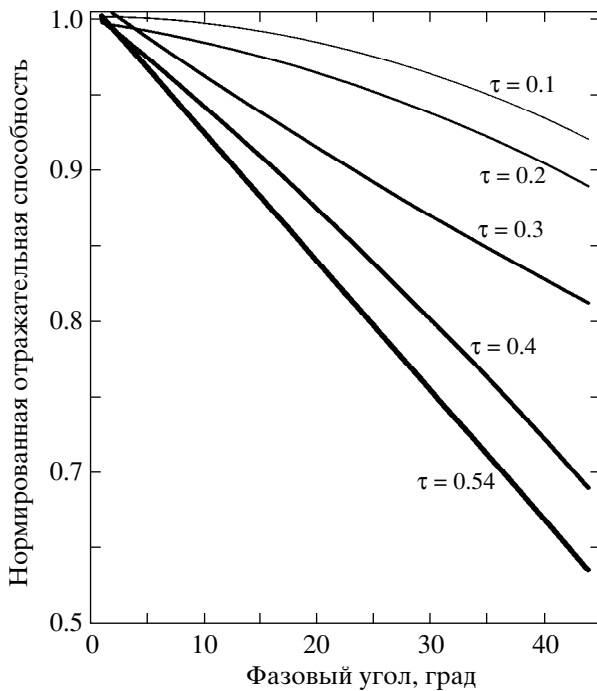
стицы. Более высокие плотности упаковки, характерные для планетных реголитов, например лунного (Хьюстон и др., 1974), могут быть смоделированы при рассмотрении полидисперсных сред, т.е. сред, сложенных частицами разных размеров. Мы использовали смесь частиц с радиусами  $R = 500, 400, 300$  и  $200$ . Результат, показанный на рис. 5, соответствует равному вкладу различных фракций в оптическую толщину среды. Результат, соответствующий равной объемной доле разных частиц практически не отличается от рис. 5 и поэтому не приведен. Для сравнения в рис. 5 введена также фазовая кривая для монодисперсной среды с  $\rho = 0.3$ . Как легко видеть, полученные результаты следуют тому же правилу: чем плотнее среда, тем слабее выражено обратное рассеяние. Более того, наши результаты показывают, что фазовые кривые для моно- и полидисперсных сред с равной плотностью упаковки  $\rho$  неотличимы друг от друга с высокой точностью. Это важный результат, который можно использовать при построении аналитических моделей – в некоторых случаях теория получается более простой, если предположить, что среда составлена одинаковыми частицами.

#### *Частицы на подложке*

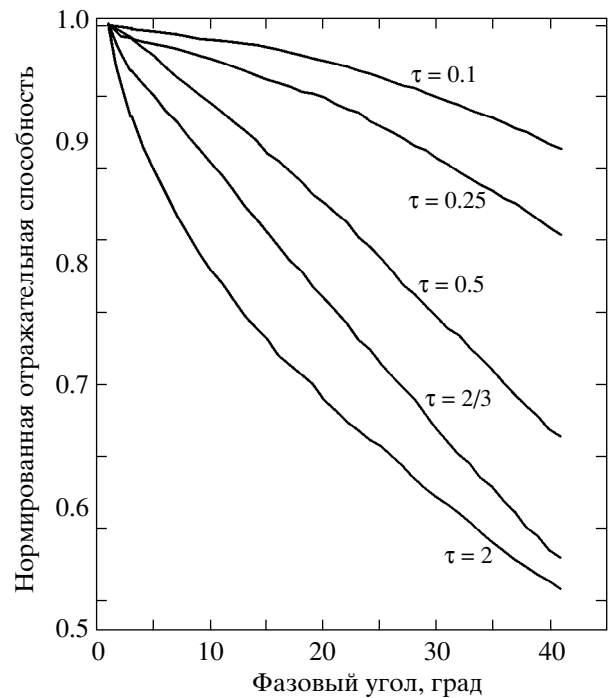
Мы рассмотрели эффект затенения для слоев одинаковых сферических частиц, помещенных на ровную подложку. Индикатриса подложки, как и поверхности частиц, предполагалась ламбертовской. Рассматривались три варианта модели: монослой частиц с центрами в плоскости подложки (только верхняя полусфера доступна свету); монослой сферических частиц, лежащих на подложке (т.е. в затенении участвует вся сфера) и – тонкий слой частиц со случайно расположенными по высоте центрами. Во всех этих случаях единственным существенным параметром слоя является его оптическая толщина  $\tau$ .

Расчеты для первого случая (частицы, наполовину погруженные в подложку) показывают, что с увеличением оптической толщины  $\tau$  слоя частиц, фазовая кривая становится более крутой, оставаясь тем не менее выпуклой вверх, как это показано на рис. 6. Максимальное  $\tau$ , достижимое в наших экспериментах для монослоя одинаковых частиц, составляет 0.54.

Второй вариант (частицы монослоя лежат на подложке) показывает постепенный переход фазовой кривой от ламбертовской к почти линейной при  $\tau$ , стремящемся к 0.54 (рис. 7). Для того чтобы достигнуть больших  $\tau$ , использовался третий вариант (тонкий слой частиц). Результаты, приведенные на рис. 8, показывают изменение фазовой кривой при переходе от практически монослоя (малые  $\tau$ ) к оптически плотной среде. Ин-



**Рис. 7.** Нормированная фазовая зависимость отражательной способности для монослоя сферических частиц с  $R = 500$ , расположенных на ламбертовской подложке.



**Рис. 8.** Нормированная фазовая зависимость отражательной способности слоя сферических частиц с  $R = 500$  и  $\rho = 0.3$  расположенных на ламбертовской подложке.

интересно отметить, что почти линейный ход фазовой кривой соответствует  $\tau = 2/3$ .

#### Двухслойные системы

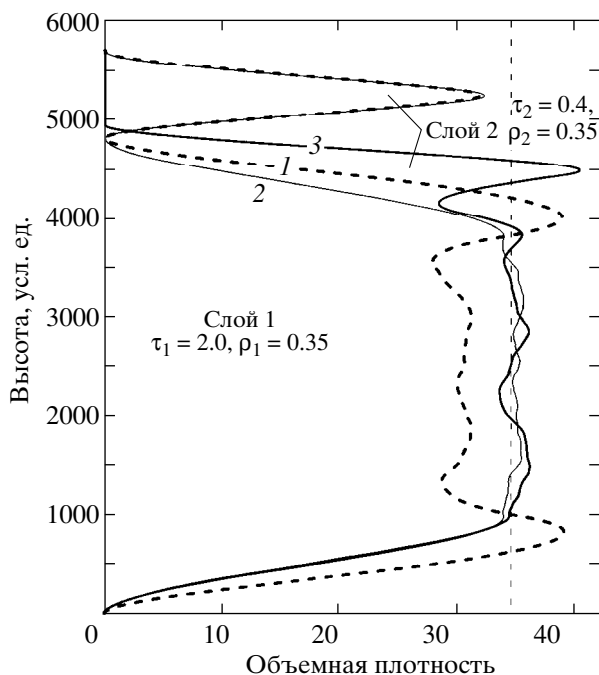
Эта серия модельных расчетов посвящена, в частности, проверке идеи Хиллера об усилении опозиционного эффекта в двухслойной системе с более мелкими частицами в верхнем слое (Хиллер, 1997). Мы получили фазовые кривые двухслойных систем с различными параметрами слоев и с различными способами перехода от слоя к слою. Обычно мы предполагали, что нижним является слой крупных частиц с радиусом  $R_1 = 500$ , плотностью упаковки  $\rho_1 = 0.3$  и оптической толщиной  $\tau_1 = 2$ . Параметры же верхнего слоя варьировались, чтобы понять их роль в формировании поведения фазовой кривой.

**Сопряжение слоев.** Вопрос о сопряжении слоев с различным размером частиц оказывается нетривиальным. В самом деле, как отмечалось ранее, чтобы получить равномерное распределение плотности частиц в слое, мы вынуждены применять циклическое замыкание вертикальной координаты  $z$ . Этот прием может быть корректно применен только к одному слою. В случае двухслойных систем мы сначала генерируем нижний слой, а затем верхний. Если замкнуть вертикальную координату в пределах верхнего слоя, он перестанет “чувствовать” нижний, т.е. Его частицы смо-

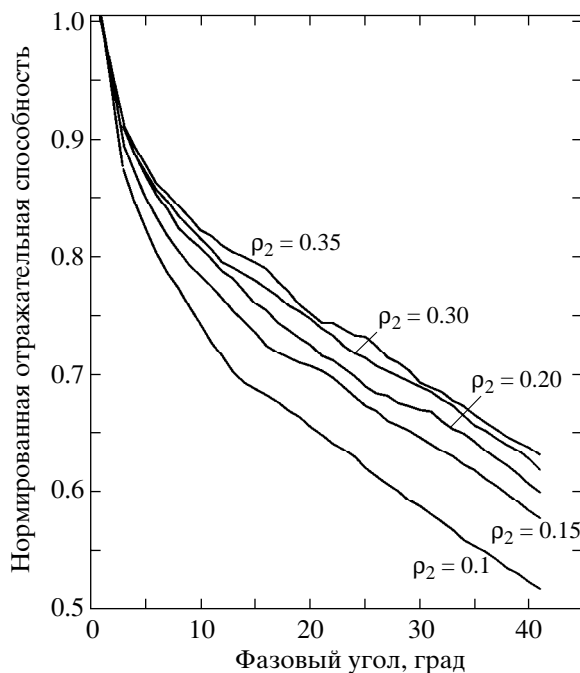
гут пересекаться с частицами нижнего слоя, что противоречит смыслу задачи. Если же мы замкнем циклически  $z$  в пределах всей двухслойной системы, то верхняя поверхность покрывающего слоя приобретет неровности, так как она будет контактировать с нижней поверхностью покрываемого слоя, состоящего в наших моделях из крупных частиц. По этим причинам мы генерировали верхний слой, не используя циклического замыкания  $z$ . Для сопряжения слоев использовались два различных способа.

Рассмотрим первый из них – когда слои не проникают друг в друга. При этом способе сопряжения верхний слой начинается там, где плотность нижнего слоя достигает нуля. Этот метод порождает область пониженной плотности упаковки между слоями. Результаты моделирования затенения в таких двухслойных системах приведены в работе Станкевича, Шкуратова (1998). В действительности такая разреженная зона между слоями вряд ли существует. Это большой недостаток описанного метода сопряжения слоев.

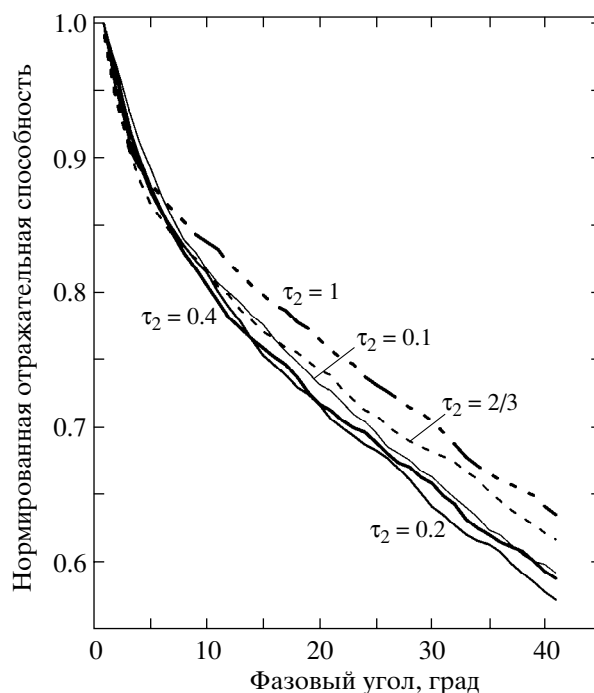
Рассмотрим второй способ сопряжения слоев: слои сопрягаются по плоскостям, в которых плотность каждого слоя составляет половину заданной, т.е. по тем плоскостям, за которые не входят центры частиц каждого слоя. В этом случае разреженный слой не образуется, хотя некоторые небольшие вариации плотности упаковки в



**Рис. 9.** Профиль объемной плотности для сред, имеющих различный тип сопряжения слоев: кривая 1 – случай без циклического замыкания первого слоя и с обедненным переходным слоем; кривая 2 – случай с циклическим замыканием первого слоя и с обедненным переходным слоем; кривая 3 – случай с циклическим замыканием первого слоя, и “корректным” сопряжением слоев.



**Рис. 10.** Нормированная фазовая зависимость отражательной способности двухслойной среды; нижний слой (более крупные частицы) характеризуется  $R_1 = 500$ ,  $\tau_1 = 2.0$ ;  $\rho_1 = 0.3$ , верхний (покрывающий) –  $R_2 = 250$ ,  $\tau_2 = 0.4$  и различной плотностью упаковки  $\rho_2$ . Использовано “корректное” сопряжение слоев.



**Рис. 11.** Нормированная фазовая зависимость отражательной способности двухслойной среды; нижний слой (более крупные частицы) характеризуется  $R_1 = 500$ ,  $\tau_1 = 2.0$ ,  $\rho_1 = 0.3$ , верхний (покрывающий) –  $R_2 = 250$ ,  $\rho_2 = 0.3$  и различной оптической толщиной  $\tau_2$ . Использовано “корректное” сопряжение слоев.

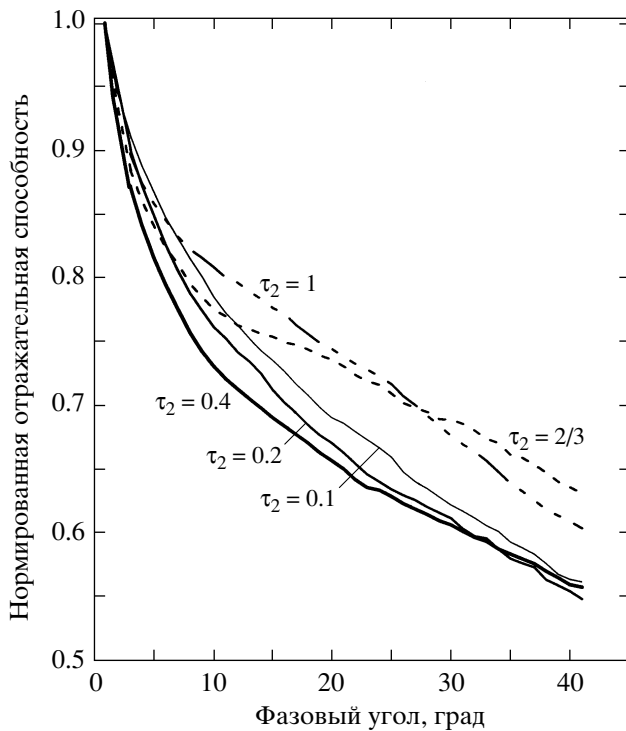
переходной зоне и остаются. Ниже такой способ сопряжения слоев называется “корректным” сопряжением.

На рис. 9 показаны вертикальные профили плотности для двухслойной системы с  $R_1 = 500$ ,  $\rho_1 = \rho_2 = 0.35$ ,  $\tau_1 = 2$ ,  $R_2 = 250$ ,  $\tau_2 = 0.4$  при различных способах сопряжения слоев и замыкания координаты  $z$ .

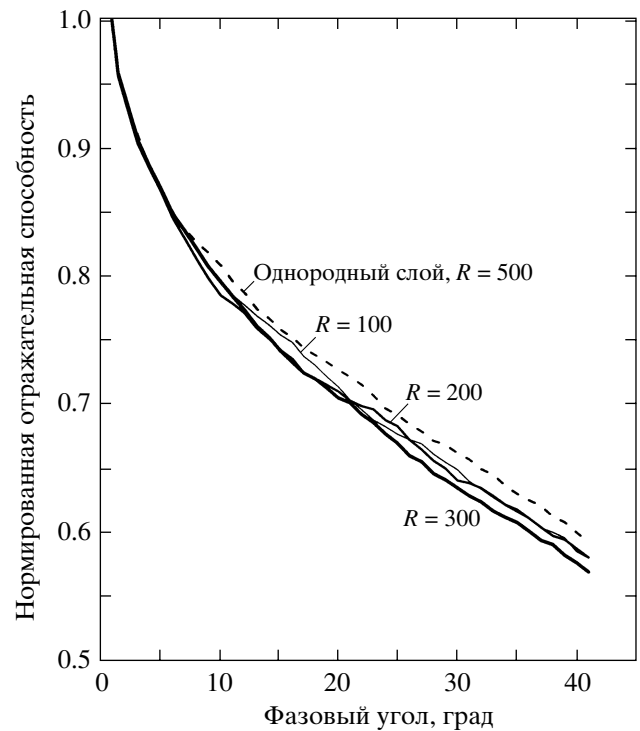
**Фазовые зависимости.** Рассмотрим вначале влияние плотности упаковки верхнего слоя (покрова) на поведение фазовых кривых поверхности. На рис. 10 приведены результаты расчетов для двухслойной системы с нижним слоем, имеющим  $R_1 = 500$ ,  $\rho_1 = 0.3$ ,  $\tau_1 = 2$  и верхним слоем  $R_2 = 250$ ,  $\tau_2 = 0.4$ , имеющим различные  $\rho_2$ . Использовалось корректное сопряжение слоев. Как можно видеть, даже оптически тонкий покров с низкой плотностью упаковки может заметно усилить опозиционный эффект. Когда плотность упаковки верхнего слоя возрастает до 0.30–0.35, фазовые кривые двухслойной системы становятся очень похожи на кривые однородной среды с той же плотностью.

Результаты расчетов для различной оптической толщины покрова  $\tau_2$  существенно зависят от примененного метода сопряжения слоев. Рисунок 11 показывает, что при корректном сопряже-

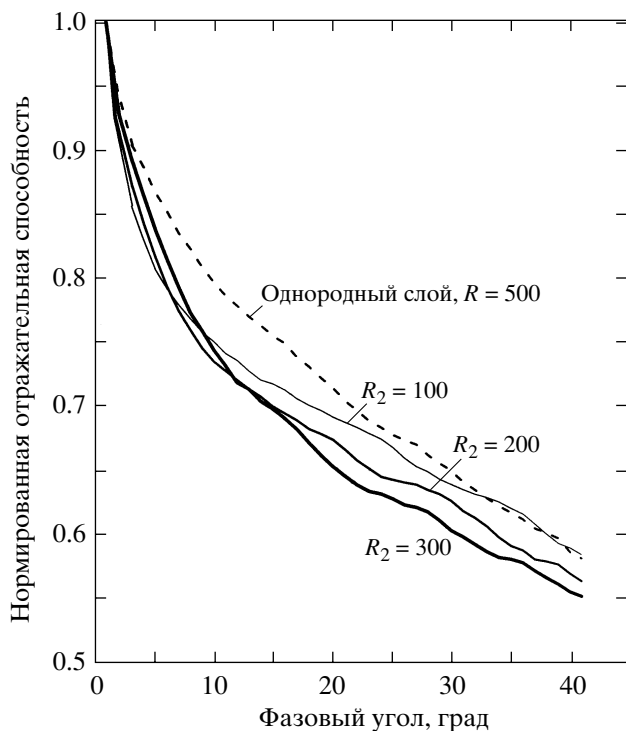




**Рис. 12.** То же, что на рис. 11, но с обедненным переходным слоем.



**Рис. 14.** То же, что на рис. 13, но с “корректным” сопряжением слоев.



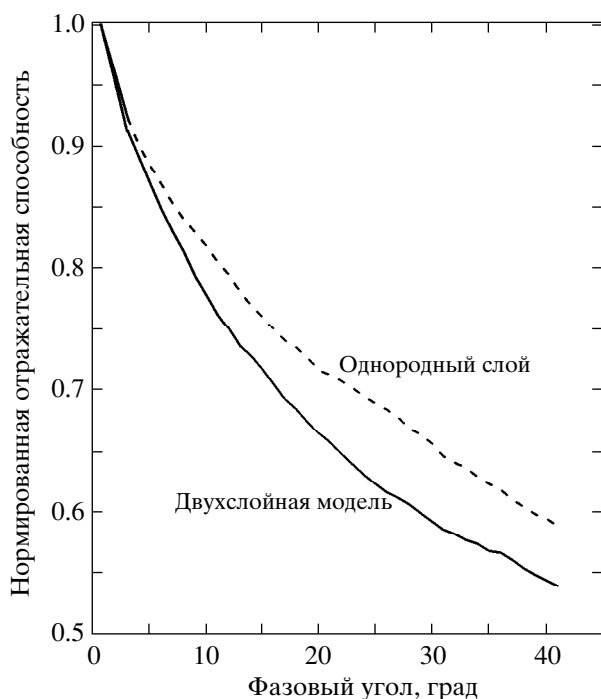
**Рис. 13.** Нормированная фазовая зависимость отражательной способности двухслойно среды; нижний слой (более крупные частицы) характеризуется  $R_1 = 500$ ,  $\tau_1 = 2.0$ ;  $\rho_1 = 0.3$ , верхний (покрывающий) –  $\tau_2 = 0.4$ ,  $\rho_2 = 0.3$  и различным размером частиц  $R_2$ . Присутствует обедненный переходной слой.

ний слоев наблюдается лишь очень слабая зависимость поведения кривых от  $\tau_2$ . Влияние покрова максимально для  $\tau_2 = 0.2-0.4$ , но оно не превышает 5% в диапазоне углов фазы  $0-40^\circ$ . Более сильная зависимость появляется при таком сопряжении слоев, когда имеется разреженная зона. Как видно из рис. 12, отклонение фазовых кривых от первоначального хода может достигать 10%. В обоих случаях остальные параметры среды следующие:  $R_1 = 500$ ,  $\rho_1 = \rho_2 = 0.3$ ,  $\tau_1 = 2$ ,  $R_2 = 250$ .

Предсказанный Хиллером эффект относится скорее к результату рис. 11, так как ни о какой разреженной зоне в теории Хиллера речи нет. Таким образом наши модельные вычисления показывают, что эффект реален, но сравнительно слаб: он слабее, чем это следует из расчетов Хиллера (1997).

Рисунки 13 и 14 иллюстрируют результаты расчетов для различных размеров частиц покровного слоя. При наличии разреженного слоя видно выраженное обострение оппозиционного пика с уменьшением размера частиц покровного слоя (рис. 13). Если мы используем корректное сопряжение слоев, то обнаружим лишь слабую, но тем не менее хорошо обнаружимую зависимость от размера частиц.

Мы также рассчитали модель, в которой тонкий слой крупных частиц покрывает оптически толстый слой мелких. Интересно отметить, что такая система также показывает некоторое обо-



**Рис. 15.** Нормированная фазовая зависимость отражательной способности двухслойной среды: нижний слой (более мелкие частицы), характеризующийся  $R_1 = 250$ ,  $\tau_1 = 2.0$  и  $\rho_1 = 0.3$ , покрыт слоем более крупных частиц:  $R_2 = 500$ ,  $\tau_2 = 0.4$ ,  $\rho_2 = 0.3$ . Использовано "корректное" сопряжение слоев.

стрение оппозиторного пика яркости по сравнению с однородной средой, как это видно из рис. 15. В данном случае единственно возможным способом сопряжения слоев оказывается способ с разреженной зоной, так как крупные частицы верхнего слоя не могут найти себе место среди мелких частиц нижнего. Параметры модели:  $R_1 = 250$ ,  $\rho_1 = \rho_2 = 0.3$ ,  $\tau_1 = 2$ ,  $R_2 = 500$ ,  $\tau_2 = 0.4$ . Для сравнения на рис. 15 приведена также фазовая кривая для однородной среды с  $\rho = 0.3$ .

## ВЫВОДЫ

Представленная компьютерная модель позволяет рассчитывать фотометрические характеристики реголитоподобных слоистых сред в приближении геометрической оптики при учете только однократного рассеяния с относительной точностью лучше 1%. Используя модель, нам удалось показать следующее.

1. Для статистически однородных сред имеет место соотношение: чем ниже плотность упаковки, тем сильнее выражено обратное рассеяние. То же справедливо и для полидисперсных сред, причем не существует разницы между фазовыми кривыми моно- и полидисперсных сред с равными плотностями упаковки частиц.

2. Монослой полусферических частиц на ровной ламбертовской поверхности дает фазовые кривые, выпуклые вверх. Монослой сферических частиц может дать практически линейный ход фазовой кривой в диапазоне фазовых углов 0–40°.

3. В двухслойной модели оптически тонкий покров мелких частиц приводит к усилению оппозиторного эффекта, но величина этого усиления сильно зависит от примененного метода сопряжения слоев модели.

4. Подтверждается зависимость параметров оппозиторного эффекта от размера частиц покровного слоя при равной плотности упаковки слоев (эффект Хиллера), однако этот эффект довольно невелик – не более 5%.

5. Редкие расположенные крупные частицы на толстом слое мелких также показывают усиление оппозиторного эффекта.

Работа выполнена при частичной поддержке фонда CRDF (грант UG2-295).

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- Басс Ф.Г., Фукс И.М. Об учете затенений при рассеянии волн на статистически неровной поверхности // Изв. ВУЗов. Радиофизика. 1964. Т. 7. № 1. С. 101–112.
- Басс Ф.Г., Фукс И.М. Рассеяние волн на статистически неровной поверхности. М.: Наука, 1972. 424 с.
- Броккельман, Хагфорс (Brockelman R., Hagfors T.). Note on the effect of shadowing on the backscattering of waves from a random rough surface // IEEE Trans. 1966. V. AP-14. № 5. P. 621–629.
- Жуков В.С., Шкуратов Ю.Г., Креславский М.А. и др. Фотометрические характеристики Фобоса и их интерпретация // Телевизионные исследования Фобоса / Ред. Аванесова Г.А. и др. М.: Наука, 1994. С. 80–94.
- Ирвин (Irvine W.M.). The shadowing effect in diffuse reflection // J. Geophys. Res. 1966. V. 71. P. 2931–2937.
- Крокстон К. Физика жидкого состояния. Статистическое введение. М.: Мир, 1978. 400 с.
- Люмме, Боуэлл (Lumme K., Bowell E.). Radiative transfer in the surfaces of atmosphereless bodies. 1. Theory // Astron. J. 1981. V. 86. № 11. P. 1694–1704.
- Люмме и др. (Lumme K., Peltoniemi J., Irvine W.). Some photometric techniques for atmosphereless solar system bodies // Adv. Space Res. 1990. V. 10. № 1. P. 187–193.
- Пелтониеми, Люмме (Peltoniemi J., Lumme K.). Light scattering by closely packed particulate media // J. Opt. Soc. Amer. (A). 1992. V. 9. № 8. P. 1320–1326.
- Смит (Smith B.G.). Lunar surface roughness shadowing and thermal emission // J. Geophys. Res. 1967. V. 72. № 16. P. 4059–4067.
- Станкевич Д.Г., Шкуратов Ю.Г. Численное моделирование затенений на статистически шероховатой планетной поверхности // Астрон. Вестн. 1992. Т. 26. С. 90–101.
- Станкевич Д.Г., Шкуратов Ю.Г. (Stankevich D.G., Shkuratov Yu.G.). Computer simulation of shadow-hiding

- opposition effect of particulate surface and comparison with the lunar phase function derived from Clementine data // Lunar and Planet. Sci. 29-th. LPI. Houston, Abstract № 1116.
- Ханке (Hapke B.). An improved theoretical lunar photometric function // Astron. J. 1966. V. 71. № 5. P. 333–339.
- Ханке (Hapke B.). Bidirectional reflectance spectroscopy. I. Theory // J. Geophys. Res. 1981. V. 86. № B4. P. 3039–3054.
- Ханке (Hapke B.). Bidirectional reflectance spectroscopy: 3. Correction for macroscopic roughness // Icarus. 1984. V. 59. P. 41–59.
- Ханке (Hapke B.). Bidirectional reflectance spectroscopy. 4. The extinction coefficient and the opposition effect // Icarus. 1986. V. 67. № 2. P. 264–280.
- Хиллер (Hillier J.K.). Shadow-hiding opposition surge for a two-layer surface // Icarus. 1997. V. 128. P. 15–27.
- Хьюстон и др. (Houston W.N., Mitchell J.K., Carrier W.D.). Lunar soil density and porosity // Proc. Lunar Sci. Conf. 5-th. LPI. Houston, 1974. P. 2361–2363.
- Хямен-Антилла и др. (Hamenn-Antilla K., Laakso P., Lumme K.). The shadow effect in the phase curves of lunar surface // Ann. Acad. Sci. Fenn. Ser. A. VI. Physica. 1965. P. 172.
- Шкуратов Ю.Г., Станкевич Д.Г. Теневой эффект для поверхности планеты с гауссовым мезорельефом // Астрон. Вестн. 1992. Т. 26. № 2. С. 89–101.