

## МОДЕЛИРОВАНИЕ ПЕНСИОННЫХ СБЕРЕЖЕНИЙ

*Меркулова Т.В., д.э.н., Тимошенко Ю.Г., аспирантка*

*Харьковский национальный университет имени В.Н. Каразина*

На основе предложенной двухпериодной модели проведен анализ накопления пенсионных сбережений за счет отчислений из дохода работающего индивида. Расчеты по модели с учетом реальных значений ее параметров, среди которых средняя зарплата и пенсия, продолжительность жизни, трудового и пенсионного периодов, коэффициент дисконтирования, показали возможные границы самостоятельного пенсионного обеспечения за счет индивидуальных доходов и накоплений.

**Ключевые слова:** негосударственные пенсионные фонды, система пенсионного обеспечения, двухпериодная модель, отчисления, выплаты, сбережения, ставка, пенсия, заработная плата.

С принятием Законов Украины «Об общеобязательном государственном пенсионном страховании» [1] и «О негосударственном пенсионном обеспечении» [2] в Украине началось реформирование пенсионной системы. В настоящее время она состоит из трех уровней. Первые два уровня относятся к обязательному государственному пенсионному страхованию.

Первый уровень представляет собой солидарную систему, в которой за счет текущих взносов выплачиваются пенсии сегодняшним пенсионерам без учета того, какую сумму средств нынешний пенсионер в качестве взносов перечислил на протяжении жизни в Пенсионный фонд.

Второй уровень образован по принципам накопительной системы: за счет взносов граждан происходит накопление средств на персональном пенсионном счете, и величина пенсионных выплат с этого счета будет зависеть от суммы аккумулированных на нем средств.

Третий уровень - система негосударственного пенсионного обеспечения, в соответствии с которой граждане и работодатели в добровольном порядке перечисляют взносы в свою пользу или в пользу третьих лиц на индивидуальные пенсионные счета в негосударственные фонды. Размер пенсии, которая выплачивается негосударственным пенсионным фондом, зависит от размера средств, аккумулированных на индивидуальном пенсионном счете, предусмотрено также наследование накопленных средств. Таким образом, второй и третий уровни пенсионной системы Украины основаны на принципах накопительного пенсионного обеспечения.

Опыт развитых стран в формировании систем пенсионного обеспечения во второй половине прошлого столетия показывает, что рост пенсионных выплат на фоне старения населения обусловил существенное усиление роли негосударственных пенсионных фондов, которые рассматриваются как необходимая составная часть системы пенсионного страхования.

Эффективность накопительной системы пенсионного обеспечения зависит

от ряда факторов, которые учитываются в расчетах и моделировании финансовых потоков, поступлений и выплат, пенсионных фондов, при этом управление потоками рассматривается как задача фонда [3; 4].

Целью данного исследования является моделирование накопления индивидуальных сбережений (пенсионных взносов) и анализ на этой основе возможностей персонального пенсионного обеспечения в зависимости от различных факторов, влияющих на этот процесс.

Анализ проведем с помощью двухпериодной модели, в основе которой лежат следующие содержательные допущения:

1. Жизнь индивида состоит из двух периодов: трудовая деятельность (активный период – период накопления) и пенсионный возраст (пассивный период). В течение активного периода он получает доход в виде заработной платы, в пенсионном возрасте получает пенсию из фонда сбережений, который он накопил путем отчислений из зарплаты. Индивид может самостоятельно планировать продолжительность обоих периодов.

2. Зарплата и пенсия возрастают с постоянными и в общем случае разными темпами (это дает возможность учесть и инфляционный рост доходов).

3. В активном периоде индивид осуществляет взносы на свое пенсионное обеспечение в виде постоянной доли личного дохода – ставки пенсионных взносов. Эти отчисления поступают в фонд, который использует накопленные средства с постоянной нормой рентабельности. В простом случае это может быть, например, банковский счет (депозит) с заданным процентом.

4. В пенсионном периоде индивид снимает средства со счета (из фонда) в размере пенсии с учетом ее роста, а на оставшуюся на счете сумму начисляются проценты по ставке, в общем случае отличной от ставки процента в активном периоде. Индивид может запланировать остаточную величину средств на счете к концу пенсионного периода (на следующий этап пенсионного планирования в случае продолжения жизни, наследство, расходы на погребение и др.).

Введем обозначения модели:

$z_1, p_1 > 0$  - начальная зарплата и начальная пенсия соответственно;

$g_z, g_p \geq 1$  - темпы роста зарплаты и пенсии;

$z_t = z_1 g_z^{t-1}, p_t = p_1 g_p^{t-1}$  - зарплата и пенсия на  $t$  – интервале

соответствующего периода;

$n, m \geq 1$  - продолжительность в интервалах активного и пенсионного периодов;

$f$  – ставка пенсионных взносов,  $0 < f < 1$ ;

$r, q > 0$  – ставки процентов по средствам на счете (фонде) в активном и пассивном периодах соответственно;

$S_{\min} \geq 0$  - остаточная сумма на пенсионном счете.

В активном периоде накопленные на пенсионном счете суммы в конце интервала выражаются следующим образом:

1-й интервал  $S_1 = fz_1(1+r),$

2-й интервал  $S_1 = (S_1 + fz_1 g_z)(1+r),$

$$n\text{-й интервал} \quad S_n = (S_{n-1} + fz_1 g_z^{n-1})(1+r).$$

Обозначив для удобства  $R = 1 + r$ , после преобразований получаем выражение для накопленной в конце трудового периода суммы средств

$$S_n = fz_1 R \left[ R^{n-1} + g_z \frac{R^{n-1} - g_z^{n-1}}{R - g_z} \right], \quad R \neq g_z. \quad (1)$$

В пенсионном периоде оставшиеся на счете после снятия пенсии суммы с учетом начисленных на остаток процентов будут иметь вид:

$$1\text{-й интервал} \quad S_{-1} = (S_n - p_1)(1+q),$$

$$2\text{-й интервал} \quad S_{-2} = (S_{-1} - p_1 g_p)(1+q),$$

$$m\text{-й интервал} \quad S_{-m} = (S_{-(m-1)} - p_1 g_p^{m-1})(1+q).$$

С учетом обозначения  $Q = 1 + q$  после преобразований получается выражение для остатка средств в конце пенсионного периода, и этот остаток должен быть равен запланированной величине  $S_{\min}$

$$S_{\min} = (S_n - p_1)Q^m - p_1 g_p Q \frac{Q^{m-1} - g_p^{m-1}}{Q - g_p}, \quad Q \neq g_p.$$

Последнее выражение дает нам возможность рассчитать начальную величину пенсии, которая далее будет расти с постоянным темпом в соответствии с допущениями модели

$$p_1 = Q^{m-1} \left[ S_n - \frac{S_{\min}}{Q^m} \right] \frac{(Q - g_p)}{(Q^m - g_p^m)}. \quad (2)$$

Таким образом, полученные формулы (1), (2) позволяют проводить многовариантные расчеты переменных модели, задавая различные значения параметров (продолжительность трудового и пенсионного периодов, процентные ставки, начальная зарплата и темпы роста и др.).

**1. Простейший случай:** зарплата и пенсия не изменяются  $g_z = g_p = 1$ , и индивид использует всю накопленную сумму  $S_{\min} = 0$ . Положим начальную зарплату равной 1. В этом случае формулы (1) и (2) упрощаются

$$S_n = fR \left[ \frac{R^{n-1} - 1}{R - 1} \right], \quad p_1 = S_n Q^{m-1} \frac{(Q - 1)}{(Q^m - 1)}. \quad (3)$$

Отметим, что при любой продолжительности пенсионного периода пенсия не будет меньше некоторой минимальной величины  $p_{\min} = S_n \frac{Q-1}{Q} > 0$ .

Интерес представляет вопрос о том, при каком условии уровень жизни индивида в пенсионном периоде не ухудшится, т.е. минимальная пенсия будет не меньше зарплаты после вычета пенсионных взносов  $p_{\min} \geq 1 - f$ . После преобразований получаем условие относительно ставки пенсионных взносов, необходимых для обеспечения нужной величины пенсии

$$f \geq \frac{Qr}{R - Q + qR^{n+1}}.$$

При постоянной ставке процента условие еще более упрощается  $f \geq \frac{1}{R^n}$ .

Так, например, для ставки 10% и трудовой деятельности 10 лет пенсионные взносы в размере не меньше 39 % зарплаты гарантируют, что в пенсионном возрасте, независимо от срока жизни, размер пенсии будет больше «чистой» зарплаты (оставшейся после отчислений). При 15-летнем стаже предельная ставка взносов снижается уже до 24% , при 20 – до 15%.

Аналогичное условие можно получить для известной продолжительности трудового и пенсионного периодов. В предположении равенства процентных ставок из (3) следует  $p_1 = fR^m \frac{(R^n - 1)}{(R^m - 1)}$ .

Требование, что пенсия должна быть не меньше «чистой» зарплаты, дает условие, связывающее ставки взносов и процентов и продолжительность периодов  $f \geq \frac{R^m - 1}{R^{m+n} - 1}$ .

В таблице 1 представлены результаты расчетов минимальной ставки взносов для различных параметров модели при условиях, что доходы (зарплата и пенсия) и проценты по вкладам постоянны и индивид использует всю накопленную на счете сумму. Периодом в расчетах может быть год, месяц или другой интервал, в зависимости от этого интерпретируются переменные зарплаты и пенсии. Поскольку зарплата принята за 1, то и накопленная сумма  $S_n$ , и пенсия  $p_1$  показывают их относительную величину, что удобно для сопоставлений.

Таблица 1

Результаты расчетов для вариантов без учета роста доходов

№ варианта	Параметры модели					
	$R = Q$	$n$	$m$	$f$	$S_n$	$p_1$
1	1,07	15	15	0,27	7,15	0,734
2	1,08	15	15	0,24	7,04	0,761
3	1,1	15	15	0,19	6,75	0,806
4	1,05	20	20	0,27	9,51	0,727
5	1,06	20	20	0,24	9,28	0,763
6	1,07	20	20	0,21	8,99	0,793
7	1,08	20	20	0,18	8,75	0,825
8	1,1	20	20	0,13	8,13	0,868
9	1,1	20	15	0,12	7,37	0,881
10	1,1	20	10	0,10	6,11	0,904

Все варианты, представленные в таблице 1, предусматривают умеренные ставки процента (8 – 10%), которые не превышают наблюдаемых на украинском рынке банковских услуг ставок по депозитным вкладам (табл.2).

Таблица 2

Динамика средней заработной платы, пенсии  
и процентов по депозитным вкладам в Украине [5]

Год	Средняя зарплата, грн.	Темп роста зарплаты, %	Средний размер назначенной пенсии, грн.	Ставки по депозитам в национальной валюте, %
2000	230	129,6	68,9	13,5
2001	311	135,2	83,7	11,2
2002	376	121	122,5	7,8
2003	462	122,8	136,6	7,1
2004	590	127,5	182,2	7,8
2005	806	136,7	316,2	8,5
2006	1041	129,2	406,8	7,6
2007	1351	129,7	478,4	8,6

Результаты вариантов наглядно показывают уменьшение критической ставки взносов при сокращении пенсионного периода (варианты 8 - 10), росте процентной ставки (варианты 1 – 3, 4 - 8) и трудового периода (варианты 3, 9).

Варианты 4 – 8 демонстрируют также, что снижение ставки взносов вследствие роста процентной ставки сопровождается двумя противоположными тенденциями: уменьшением накопленной пенсионной суммы и увеличением пенсии. Так проявляется в данном случае эффект замещения доходов: рост процентной ставки позволяет экономить текущие взносы, учитывая восполнение этих потерь за счет будущих процентных доходов.

Отметим, что самый привлекательный из представленных вариантов (10) предусматривает всего 10% пенсионных взносов при умеренной продолжительности трудового и пенсионного периода (соответственно 20 и 10 лет, если период – 1 год). Но и самые высокие взносы не превышают 27% (варианты 1, 4), что также не представляется слишком обременительным (например, на фоне совокупной ставки пенсионных взносов в Украине).

**2. Общий случай:** зарплата и пенсии растут с различными, но постоянными темпами (таким образом можно учитывать в модели инфляционный рост доходов).

Поставим условие сохранения в пассивном периоде уровня дохода, достигнутого к моменту выхода на пенсию  $p_1 = (1-f)z_n = (1-f)z_1g_z^{n-1}$ . Используя формулу (2), получаем выражение для ставки пенсионного взноса ,

$$f = \frac{g_z^{n-1} + Q^{m-1} \frac{(Q - g_p)S_{\min}}{(Q^m - g_p^m)Q^m z_1}}{g_z^{n-1} + R \left( R^{n-1} + g_z \frac{R^{n-1} - g_z^{n-1}}{R - g_z} \right) Q^{m-1} \frac{Q - g_p}{Q^m - g_p^m}}. \quad (4)$$

Задавая значения различных параметров по формуле (4), можно рассчитать

конкретную величину пенсионного взноса. Очевидно, что для некоторых сочетаний параметров не существует значения ставки в формально допустимой области от 0 до 1, однако реальные значения ставки не должны превышать, по крайней мере, 50%.

Варианты расчетов отличаются значениями параметров модели (табл.3). Темпы роста зарплаты приняты заниженными по сравнению с наблюдаемыми в Украине (см. табл.2). Начальная зарплата определена на уровне средней зарплаты в 2007г. (1351 грн.) [4], а в вариантах 2-4 отражена возможность ее увеличения за счет взносов в пенсионный фонд со стороны работодателей. Варианты 1-2 не предусматривают роста пенсии вообще, варианты 3-5 отражают возможность увеличения пенсии с учетом инфляции (предусмотрен оптимистичный сценарий – снижение инфляции до 5%).

Результаты расчетов при условии полного использования пенсионного вклада при жизни индивида показали, что такие значения возможны при определенных, также реалистичных комбинациях параметров. Ставки пенсионного взноса, достаточные для обеспечения пенсии в размере «чистой» зарплаты последнего года, получили вполне приемлемые значения во всех вариантах. Высокие значения ставки взносов в вариантах 4 – 5 обусловлены низкими процентными ставками и увеличением продолжительности пенсионного периода. Нужно обратить внимание также на то, что в этих вариантах предусмотрен рост пенсии, что усиливает пенсионную нагрузку в трудовом периоде. Самые низкие ставки получились в вариантах 2 (14%), 6 (18%): они не предусматривают роста пенсий и прогнозируют умеренное увеличение доходов (инфляции).

Таблица 3

Результаты расчетов для различных параметров модели

Параметры и переменные модели	№ вариантов расчетов					
	1	2	3	4	5	6
<i>Параметры модели</i>						
Ставка процента в активном периоде, $r$ (%)	10	10	10	8	8	8
Ставка процента в пенсионном периоде, $q$ (%)	10	10	10	8	6	6
Длительность активного периода, $n$ (год)	30	30	25	30	30	30
Длительность пенсионного периода, $m$ (год)	10	10	10	15	15	15
Начальная зарплата в месяц, $z_1/12$ (грн)	1351	1500	1500	1500	1351	1351
Темп роста зарплаты за год, $g_z$	1,15	1,08	1,08	1,1	1,1	1,05
Темп роста пенсии за год, $g_p$	1	1	1,05	1,05	1,05	1
<i>Расчетные переменные</i>						
Ставка пенсионного взноса, $f$ (%)	27	14	20	33	36	18

Начальная пенсия в месяц, $p_1/12$ (грн)	57038	12622	8036	15914	13809	4881
---	-------	-------	------	-------	-------	------

Из 3-х вариантов, основанных на увеличении начальной зарплаты с учетом начислений работодателей, вариант 3 выглядит усредненным: умеренный рост зарплаты и пенсии при банковском проценте 10% и средней продолжительности трудового периода. Ставка взноса получилась также невысокой (20%), что выглядит вполне оптимистично по сравнению с действующими ставками взносов в Украине (общая ставка с учетом взносов работодателей и работников, рассчитанная по отношению к зарплате с учетом начислений, составляет примерно 26%). При этом ставка варианта 3 обеспечивает пенсию в размере 80% зарплаты перед выходом на пенсию и ее ежегодный рост 5% в течение 10 лет.

**Выводы.** Представленная модель пенсионных расчетов при всех упрощающих допущениях, тем не менее, учитывает важнейшие параметры, влияющие на величину пенсионных взносов и выплат, и позволяет проводить многовариантные расчеты для реалистичных и прогнозных значений этих параметров. С ее помощью можно проанализировать возможности индивидуального пенсионного накопления, определить граничные условия и критические значения параметров, необходимые для обеспечения желаемых размеров пенсии. Результаты расчетов по модели также могут быть использованы для критического анализа действующих систем и программ пенсионного страхования, формирования их объективной оценки и обоснования эффективных изменений.

#### Литература:

1. Закон України «Про загальнообов'язкове державне пенсійне страхування» // Відомості Верховної Ради України. – 2003. - № 49-51. - Ст.376. (зі змінами та доп.: ВВР. - 2008. - №5-6, №7-8. - Ст.78).
2. Закон України «Про недержавне пенсійне забезпечення» // Відомості Верховної Ради України. – 2003. - № 47-48. - Ст.372. (зі змінами та доп.: ВВР. - 2005. - №13. - Ст.110).
3. Фалин Г.И. Актуарная математика в задачах / Г.И. Фалин, А.И. Фалин. - М.: ФИЗМАТЛИТ, 2003. – 192с.
4. Актуарные расчеты для НПФ [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.actuary.ru/>
5. Державний комітет статистики України [Электронный ресурс]. – Режим доступа: <http://www.ukrstat.gov.ua/>

Анотація.

## МОДЕЛЮВАННЯ ПЕНСІЙНИХ ЗАОЩАДЖЕНЬ

*Меркулова Т.В., д.е.н.,*

*Тимошенко Ю.Г., аспірантка*

*Харківський національний університет імені В.Н. Каразіна*

На базі запропонованої двоперіодної моделі був здійснений аналіз накопичення пенсійних заощаджень за рахунок відрахувань з прибутку працюючого індивіду. Розрахунки по моделі з урахуванням реальних значень її параметрів, поміж яких середня заробітна плата та пенсія, тривалість життя, трудового та пенсійного періодів, коефіцієнт дисконтування, показали ймовірні межі самостійного пенсійного забезпечення за рахунок доходів та накопичень.

**Ключові слова:** недержавні пенсійні фонди, система пенсійного забезпечення, двоперіодна модель, відрахування, виплати, заощадження, ставка, пенсія, заробітна плата.

Summary.

## MODELING OF PENSION SAVINGS

*Merkulova T.V., doctor of economics,*

*Tymoshenko Y.G., postgraduate student*

*V.N.Karazin Kharkiv National University*

The accumulation analysis of pension savings at the expense of assignments from the working person income have been carried out on the basis of the offered two-period model. Calculations of the model take into account real values of its parameters. These parameters are: average salary and pension, lifetime, duration of labour and pension periods, discount factor. These data have shown possible borders of the independent pension plan at the expense of the individual incomes and accumulations.

**Key words:** non-state pension funds, system of pension provision, two-period model, assignments, payments, savings, rate, pension, salary.