УСТОЙЧИВОСТЬ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ОПЕРАТОРА ШТУРМА—ЛИУВИЛЛЯ ПО ДВУМ СПЕКТРАМ (II)

Т. И. Рябушко

Обозначим через K_j и Λ_j граничные задачи, порождаемые уравнениями

$$l_j[y] = -\frac{d^2y}{dx^2} + q_j(x)\,y = \lambda^2 y \quad (j = 1,\ 2) \tag{1}$$

и краевыми условиями

$$y'(0) = 0,\ y(\pi) = 0\ (K),$$
$$y'(0) = 0,\ y'(\pi) = 0\ (\Lambda).$$

Будем считать, что собственные значения $\lambda_{j,m}^2$ краевых задач K_j и собственные значения $\mu_{j,m}^2$ краевых задач Λ_j неотрицательны.

В предыдущей работе мы выяснили, насколько сильно могут отличаться решения уравнений (1), если первые $N+1$ собственных значений краевых задач K_1, K_2 и Λ_1, Λ_2 совпадают.

В настоящей работе выяснено, как сильно при тех же условиях могут отличаться функции $q_1(x)$ и $q_2(x)$.

Обозначим через $\omega_j(\lambda, x)$ решения уравнений (1) при условиях

$$\omega_j(\lambda,\ 0) = 1,\ \omega_j'(\lambda,\ 0) = 0;$$

через $\rho_j(\lambda)$ — спектральные функции краевых задач K_j

$$\rho_j(\lambda) = \sum_{\lambda_{j,k}^2 < \lambda} \frac{1}{\alpha_{j,k}},$$

$$\alpha_{j,k} = \int_0^\pi \omega_j^2(\lambda_{j,k},\ x)\,dx.$$

Как показано в работе [1], имеет место формула

$$\int_0^x [q_1(t) - q_2(t)]\,dt =$$
$$= \int_0^\infty \omega_1(\lambda,\ x)\,\omega_2(\lambda,\ x)\,d[\rho_1(\lambda) - \rho_2(\lambda)],$$

которой мы и воспользуемся для оценки

$$\int_0^x [q_1(t) - q_2(t)]\,dt.$$

Введем следующие обозначения:

$$I_{1, N}(x) = \int\limits_0^{\left(\frac{N}{2}\right)^2} \omega_1(\lambda, x)\,\omega_2(\lambda, x)\,d[\rho_1(\lambda) - \rho_2(\lambda)],$$

$$I_{2, N}(x) = \int\limits_{\left(\frac{N}{2}\right)^2}^{\infty} \omega_1(\lambda, x)\,\omega_2(\lambda, x)\,d[\rho_1(\lambda) - \rho_2(\lambda)].$$

Пусть $\beta(x)$, $\beta_{-1}(x)$ — две произвольные неубывающие непрерывные функции. Обозначим через $V(x)$ множество всех операторов l, у которых

$$\int\limits_0^x |q(t)|\,dt \leqslant \beta(x),$$

$$\int\limits_0^x |q'(t)|\,dt \leqslant \beta_{-1}(x) \quad (0 \leqslant x \leqslant \pi).$$

Везде в дальнейшем будем предполагать, что уравнения (1) принадлежат множеству $V(x)$ и первые $N + 1$ собственных значений краевых задач K_1, K_2 и Λ_1, Λ_2 совпадают, причем

$$N \geqslant 7\sqrt{M}; \tag{I}$$

$$M = \frac{1}{3}\left\{\frac{1}{4}\beta_{-1}(\pi) + \frac{1}{4}q_0 + 5\beta^2(\pi)\right\};$$

$$q_0 = \max_{i=1,\,2}\ \max_{x\in[0,\,\pi]} |q_i(x)|.$$

Оценим интеграл $I_{1, N}(x)$. Для этого воспользуемся неравенством (3.21) из [1] и теоремой 1 из [2]. В результате имеем

$$|I_{1, N}(x)| \leqslant \frac{65M\left(1 + \frac{1}{N}\right)}{2N^2} \times$$

$$\times \exp\left\{2\beta_1(x) + \frac{33M\left(1 + \frac{1}{N}\right)}{N^2}\right\}\rho_1\left(\frac{N^2}{4}\right),$$

где

$$\beta_1(x) = \int\limits_0^x \beta(t)\,dt.$$

Применив для оценки $\rho_1\left(\frac{N^2}{4}\right)$ неравенство (3.25) из [1], получим

$$|I_{1,N}(x)| \leqslant \frac{65M\left(1+\frac{1}{N}\right)}{2N^2}\exp\left\{2\beta_1(x)+\frac{33M\left(1+\frac{1}{N}\right)}{N^2}\right\}\times$$
$$\times\frac{3}{2}\left[\frac{N}{2}+\beta\left(\frac{2}{N}\right)\exp\left\{2\beta_1\left(\frac{2}{N}\right)\right\}\right].$$

Таким образом,

$$|I_{1,N}(x)| < \frac{D(x)}{N}, \qquad \text{(2}$$

$$D(x) = 25M\left(1+\frac{1}{N}\right)\left[1+\frac{2}{N}\beta\left(\frac{2}{N}\right)\exp\left\{2\beta_1\left(\frac{2}{N}\right)\right\}\right]\times$$
$$\times\exp\left\{2\beta_1(x)+\frac{33M\left(1+\frac{1}{N}\right)}{N^2}\right\}. \qquad \text{(27)}$$

Чтобы оценить интеграл $I_{2,N}(x)$, представим его в следующем виде:

$$I_{2,N}(x) = \sum_{n>\frac{N}{2}}\left\{\frac{1}{\alpha_{1,n}}\omega_1(\lambda_{1,n},\ x)\,\omega_2(\lambda_{1,n},\ x)-\right.$$
$$\left.-\frac{1}{\alpha_{2,n}}\omega_1(\lambda_{2,n},\ x)\,\omega_2(\lambda_{2,n},\ x)\right\}=$$
$$=\sum_{n>N+1}\frac{1}{\alpha_{1,n}}\{\omega_1(\lambda_{1,n},\ x)\,\omega_2(\lambda_{1,n},\ x)-\omega_1(\lambda_{2,n},\ x)\,\omega_2(\lambda_{2,n},\ x)\}+$$
$$+\sum_{n>\frac{N}{2}}\omega_1(\lambda_{2,n},\ x)\,\omega_2(\lambda_{2,n},\ x)\left\{\frac{1}{\alpha_{1,n}}-\frac{1}{\alpha_{2,n}}\right\}.$$

Введем такие обозначения:

$$F_{j,n}(x) = \omega_1(\lambda_{j,n},\ x)\,\omega_2(\lambda_{j,n},\ x),$$

$$S_{1,N}(x) = \sum_{n>N+1}\frac{1}{\alpha_{1,n}}[F_{1,n}(x)-F_{2,n}(x)], \qquad (3)$$

$$S_{2,N}(x) = \sum_{n>\frac{N}{2}}F_{2,n}(x)\left[\frac{1}{\alpha_{1,n}}-\frac{1}{\alpha_{2,n}}\right].$$

Чтобы оценить суммы $S_{1,N}(x)$, $S_{2,N}(x)$ и тем самым интеграл $I_{2,N}(x)$, нам потребуется несколько предварительных лемм.

Лемма 1. *Для* $\lambda > \beta(x)$ *имеет место формула*

$$\omega_1(\lambda, x)\,\omega_2(\lambda, x) = \cos^2\lambda x + \frac{\sin 2\lambda x}{2\lambda}\cdot Q(x) + R(\lambda, x), \tag{4}$$

где

$$Q(x) = \frac{1}{2}\int_0^x [q_1(t) + q_2(t)]\,dt,$$

$$|R(\lambda, x)| \leqslant \frac{1}{\lambda^2}\left\{\beta_{-1}(x) + \frac{2\beta^2(x)}{1 - \frac{\beta(x)}{\lambda}} + \frac{\beta^2(x)}{\left[1 - \frac{\beta(x)}{\lambda}\right]^2}\right\}. \tag{5}$$

Доказательство. Представим произведение $\omega_1(\lambda, x)\,\omega_2(\lambda, x)$ в следующем виде:

$$\omega_1(\lambda, x)\,\omega_2(\lambda, x) = \cos^2\lambda x + [\omega_1(\lambda, x) - \cos\lambda x]\times$$
$$\times[\omega_2(\lambda, x) - \cos\lambda x] + [\omega_1(\lambda, x) + \omega_2(\lambda, x) - 2\cos\lambda x]\cos\lambda x.$$

Учитывая лемму 1 из [2], получаем

$$\cos\lambda x\,[\omega_1(\lambda, x) + \omega_2(\lambda, x) - 2\cos\lambda x] =$$
$$= \frac{\sin 2\lambda x}{4\lambda}\int_0^x [q_1(t) + q_2(t)]\,dt + r(\lambda, x),$$

где

$$|r(\lambda, x)| \leqslant \frac{1}{\lambda^2}\left\{\beta_{-1}(x) + \frac{2\beta^2(x)}{1 - \frac{\beta(x)}{\lambda}}\right\}$$

и

$$|\omega_1(\lambda, x) - \cos\lambda x|\cdot|\omega_2(\lambda, x) - \cos\lambda x| \leqslant \frac{\beta^2(x)}{[\lambda - \beta(x)]^2}.$$

Отсюда следует, что

$$\omega_1(\lambda, x)\,\omega_2(\lambda, x) = \cos^2\lambda x + \frac{\sin 2\lambda x}{2\lambda}\cdot Q(x) + R(\lambda, x).$$

Здесь

$$Q(x) = \frac{1}{2}\int_0^x [q_1(t) + q_2(t)]\,dt,$$

$$|R(\lambda, x)| \leqslant \frac{1}{\lambda^2}\left\{\beta_{-1}(x) + \frac{2\beta^2(x)}{1 - \frac{\beta(x)}{\lambda}} + \frac{\beta^2(x)}{\left[1 - \frac{\beta(x)}{\lambda}\right]^2}\right\}.$$

Лемма доказана.

Лемма 2. *Для* $n - 1 > 9\beta(\pi)$

$$F_{1,n}(x) - F_{2,n}(x) = -\frac{x(q_1 - q_2)}{\pi}\cdot\frac{\sin(2n-1)x}{2n-1} + R_n(x),$$

где

$$|R_n(x)| < \frac{1}{(n-1)^2}\Big\{2Mx + 2\beta_{-1}(\pi) + \\ + \frac{3}{4}(x^2 + 6x + 10)\beta^2(\pi)\Big\},$$

$$q_j = \int_0^\pi q_j(t)\,dt.$$

Доказательство. Исходя из формулы (4), получим

$$F_{1,n}(x) - F_{2,n}(x) = \frac{1}{2}(\cos 2\lambda_{1,n}x - \cos 2\lambda_{2,n}x) + \\ + \left(\frac{\sin 2\lambda_{1,n}x}{\lambda_{1,n}} - \frac{\sin 2\lambda_{2,n}x}{\lambda_{2,n}}\right)\cdot\frac{Q(x)}{2} + R(\lambda_{1,n}, x) - R(\lambda_{2,n}, x).$$

Отсюда следует, что

$$F_{1,n}(x) - F_{2,n}(x) = -x(\lambda_{1,n} - \lambda_{2,n})\sin 2\theta x + R_{1,n}(x),$$

где θ лежит между $\lambda_{1,n}$ и $\lambda_{2,n}$,

$$R_{1,n}(x) = (\lambda_{1,n} - \lambda_{2,n})\frac{Q(x)}{2}\cdot\left[\frac{\sin 2\lambda x}{\lambda}\right]'_{\lambda=\theta} + \\ + R(\lambda_{1,n}, x) - R(\lambda_{2,n}, x).$$

Учитывая неравенства (6), (7) из [2] и неравенство (5), получаем при $n-1 > 9\beta(\pi)$:

$$|R_{1,n}(x)| < \frac{4x\beta(x)}{n-1}\cdot\frac{\beta(\pi)}{n-1-\beta(\pi)} + \\ + \frac{2}{(n-1)^2}\left\{\beta_{-1}(x) + \frac{2\beta^2(x)}{1-\frac{\beta(x)}{n-1}} + \frac{\beta^2(x)}{\left[1-\frac{\beta(x)}{n-1}\right]^2}\right\} < \\ < \frac{1}{(n-1)^2}\left\{\frac{9x}{2}\beta^2(\pi) + \frac{9}{2}\beta^2(\pi) + \frac{81}{32}\beta^2(\pi) + 2\beta_{-1}(\pi)\right\} = \\ = \frac{1}{(n-1)^2}\left\{2\beta_{-1}(\pi) + \frac{9}{2}\left(x + \frac{25}{16}\right)\beta^2(\pi)\right\}. \quad (7)$$

Так как при $n-1 > 3\beta(\pi)$ имеет место равенство

$$\lambda_{j,n} = n - \frac{1}{2} + \frac{q_j}{(2n-1)\pi} + \frac{M_j}{(n-1)^2},$$

где

$$|M_j| \leqslant M = \frac{1}{3}\left\{\frac{1}{4}\beta_{-1}(\pi) + \frac{1}{4}q_0 + 5\beta^2(\pi)\right\},$$

то очевидно, что

$$\sin 2\theta x = \sin(2n-1)x + a_n(x), \quad (8)$$

причем в силу неравенства (7) из [2] при $n-1>9\beta(\pi)$

$$|a_n(x)| = |\sin 2\theta x - \sin(2n-1)x| \leqslant$$
$$\leqslant \left|\theta - \left(n - \frac{1}{2}\right)\right| \cdot 2x \leqslant \frac{2x\beta(\pi)}{2[n-1-\beta(\pi)]} < \frac{9x\beta(\pi)}{8(n-1)}. \tag{9}$$

Исходя из формул (6), (8) и леммы 2 из [2], окончательно получим

$$F_{1,n}(x) - F_{2,n}(x) = -\frac{x(q_1-q_2)}{\pi} \cdot \frac{\sin(2n-1)x}{2n-1} + R_n(x),$$

$$R_n(x) = -\frac{x(q_1-q_2)}{\pi} \cdot \frac{a_n(x)}{2n-1} -$$
$$-x\frac{M_{1,n}-M_{2,n}}{(n-1)^2} + R_{1,n}(x).$$

Отсюда с учетом неравенств (7), (9) запишем при $n-1>9\beta(\pi)$

$$|R_n(x)| < \frac{2x\beta(\pi)}{\pi(2n-1)} \cdot \frac{9x\beta(\pi)}{8(n-1)} + \frac{2Mx}{(n-1)^2} +$$
$$+ \frac{1}{(n-1)^2}\left\{2\beta_{-1}(\pi) + \frac{9}{2}\left(x + \frac{25}{16}\right)\beta^2(\pi)\right\} <$$
$$< \frac{1}{(n-1)^2}\left\{2Mx + 2\beta_{-1}(\pi) + \frac{3}{4}(x^2+6x+10)\beta^2(\pi)\right\}.$$

Лемма доказана.

Лемма 3. *Имеет место формула*

$$\|\omega\|^2 = \int_0^\pi \omega^2(\lambda, x)\,dx = \frac{\pi}{2} + \frac{\sin 2\lambda\pi}{4\lambda} + \frac{C(\lambda)}{\lambda^2},$$

где при $\lambda > 9\beta(\pi)$

$$|C(\lambda)| < C = \frac{1}{2}\beta(\pi) + \pi\beta_{-1}(\pi) + 11\beta^2(\pi).$$

Доказательство. Очевидно, что

$$\omega(\lambda, x) = \cos\lambda x + [\omega(\lambda, x) - \cos\lambda x].$$

Отсюда

$$\|\omega\|^2 = \int_0^\pi \cos^2\lambda x\,dx + \int_0^\pi 2\cos\lambda x\,[\omega(\lambda, x) - \cos\lambda x]\,dx +$$
$$= \int_0^\pi [\omega(\lambda, x) - \cos\lambda x]^2\,dx.$$

Согласно лемме 1 из [2] имеем

$$\int_0^\pi 2\cos\lambda x\,[\omega(\lambda,\ x)-\cos\lambda x]\,dx=$$

$$=\int_0^\pi \frac{\sin 2\lambda x}{2\lambda}\left(\int_0^x q\,(t)\,dt\right)dx+\frac{r(\lambda)}{\lambda^2}=\frac{1}{4\lambda^2}\Big\{-\cos 2\lambda\pi\cdot\int_0^\pi q(t)\,dt+$$

$$+\int_0^\pi \cos 2\lambda x\cdot q(x)\,dx\Big\}+\frac{r(\lambda)}{\lambda^2}, \qquad ($$

где в силу неравенства (4) из [2] при $\lambda>9\beta(\pi)$

$$|r(\lambda)|<2\pi\left\{\frac{1}{2}\beta_{-1}(\pi)+\frac{\beta^2(\pi)}{1-\frac{\beta(\pi)}{\lambda}}\right\}<\pi\beta_{-1}(\pi)+\frac{9\pi}{4}\beta^2(\pi). \qquad (11)$$

Из полученных формул следует, что

$$\|\omega\|^2=\frac{\pi}{2}+\frac{\sin 2\lambda\pi}{4\lambda}+\frac{C(\lambda)}{\lambda^2}.$$

Здесь согласно (10), (11) и неравенству (3) из [2] при $\lambda>9\beta(\pi$

$$|C(\lambda)|<\frac{1}{2}\beta(\pi)+\pi\beta_{-1}(\pi)+\frac{9\pi}{4}\beta^2(\pi)+$$

$$+\frac{\pi\beta^2(\pi)}{\left[1-\frac{\beta(\pi)}{\lambda}\right]^2}<\frac{1}{2}\beta(\pi)+\pi\beta_{-1}(\pi)+11\beta^2(\pi).$$

Лемма 4. *При* $\lambda_n>\beta(\pi)$

$$\left|\sqrt{\int_0^\pi \omega^2(\lambda_n,\ x)\,dx}-\sqrt{\frac{\pi}{2}}\right|\leqslant\sqrt{\frac{7\pi}{2}}\cdot\frac{\beta(\pi)}{\lambda_n-\beta(\pi)}.$$

Доказательство. Очевидно, что

$$\omega(\lambda_n,\ x)-\cos\left(n-\frac{1}{2}\right)x=\left[\cos\lambda_n x-\cos\left(n-\frac{1}{2}\right)x\right]+$$

$$+[\omega(\lambda_n,\ x)-\cos\lambda_n x].$$

Исходя из неравенств (3), (7) в [2], получим при $\lambda_n>\beta(x)$

$$\left|\omega(\lambda_n,\ x)-\cos\left(n-\frac{1}{2}\right)x\right|\leqslant\left|\cos\lambda_n x-\cos\left(n-\frac{1}{2}\right)x\right|+$$

$$+|\omega(\lambda_n,\ x)-\cos\lambda_n x|\leqslant$$

$$\leqslant\left|\lambda_n-\left(n-\frac{1}{2}\right)\right|x+\frac{\beta(x)}{\lambda_n-\beta(x)}\leqslant\frac{(x+2)\,\beta(\pi)}{2\,[\lambda_n-\beta(\pi)]}.$$

Отсюда следует, что

$$\sqrt{\frac{\pi}{2}}-\sqrt{\frac{7\pi}{2}\frac{\beta(\pi)}{\lambda_n-\beta(\pi)}}\leqslant\sqrt{\int_0^\pi \omega^2(\lambda_n, x)\,dx}\leqslant$$
$$\leqslant\sqrt{\frac{\pi}{2}}+\sqrt{\frac{7\pi}{2}\frac{\beta(\pi)}{\lambda_n-\beta(\pi)}}.$$

Следствие. *При* $\lambda_n > 9\beta(\pi)$

$$\alpha_n=\int_0^\pi \omega^2(\lambda_n, x)\,dx > \frac{\pi}{5}.$$

Лемма 5. *Для* $N > 9\beta(\pi)$

$$|I_{2, N}(x)| < \frac{E(x)}{N}, \tag{12}$$

где

$$E(x)=\frac{2\beta(\pi)}{\pi^2}\frac{x}{\sin x}+\frac{5}{\pi}\left[2Mx+2\beta_{-1}(\pi)+\frac{3}{4}(x^2+10x+10)\beta^2(\pi)\right]+$$
$$+(10M\pi+8c)\exp\{2\beta_1(x)\}. \tag{12'}$$

Доказательство. Исходя из формулы (3), имеем

$$S_{1, N}(x)=\sum_{n>N+1}\frac{1}{\alpha_{1, n}}[F_{1, n}(x)-F_{2, n}(x)]=$$
$$=\sum_{n>N+1}\frac{2}{\pi}[F_{1, n}(x)-F_{2, n}(x)]+$$
$$+\sum_{n>N+1}\left(\frac{1}{\alpha_{1, n}}-\frac{2}{\pi}\right)[F_{1, n}(x)-F_{2, n}(x)].$$

Подставив вместо разности $F_{1, n}(x)-F_{2, n}(x)$ выражение, полученное в лемме 2, запишем

$$S_{1, N}(x)=\sum_{n>N+1}\frac{2}{\pi}\left\{-\frac{x(q_1-q_2)}{\pi}\cdot\frac{\sin(2n-1)x}{2n-1}+R_n(x)\right\}+$$
$$+\sum_{n>N+1}\left(\frac{1}{\alpha_{1, n}}-\frac{2}{\pi}\right)\left\{-\frac{x(q_1-q_2)}{\pi}\cdot\frac{\sin(2n-1)x}{2n-1}+R_n(x)\right\}=$$
$$=-\frac{2x(q_1-q_2)}{\pi^2}\sum_{n>N+1}\frac{\sin(2n-1)x}{2n-1}+A_N(x),$$

где

$$A_N(x)=-\frac{x(q_1-q_2)}{\pi}\sum_{n>N+1}\left(\frac{1}{\alpha_{1, n}}-\frac{2}{\pi}\right)\times$$
$$\times\frac{\sin(2n-1)x}{2n-1}+\sum_{n>N+1}\frac{1}{\alpha_{1, n}}\cdot R_n.$$

Использовав для оценки $A_N(x)$ лемму 2 и 4, получим при $N > 9\beta(\pi)$

$$|A_N(x)| < \frac{20x\beta(\pi)}{\pi^3} \sum_{n > N+1} \frac{10\beta(\pi)}{(2n-1)[n-1-\beta(\pi)]} +$$

$$+ \frac{5}{\pi}\left\{2Mx + 2\beta_{-1}(\pi) + \frac{3}{4}(x^2+6x+10)\beta^2(\pi)\right\} \times$$

$$\times \sum_{n > N+1} \frac{1}{(n-1)^2} < \frac{B(x)}{N},$$

где

$$B(x) = \frac{5}{\pi}\left\{2Mx + 2\beta_{-1}(\pi) + \frac{3}{4}(x^2+10x+10)\beta^2(\pi)\right\}.$$

Поэтому

$$|S_{1,N}(x)| < \frac{4x\beta(\pi)}{\pi^2}\left|\sum_{n > N+1} \frac{\sin(2n-1)x}{2n-1}\right| + \frac{B(x)}{N},$$

откуда следует, что

$$|S_{1,N}(x)| < \frac{1}{N}\left\{\frac{2\beta(\pi)}{\pi^2}\frac{x}{\sin x} + B(x)\right\}. \tag{13}$$

Оценим теперь сумму $S_{2,N}(x)$:

$$S_{2,N}(x) = \sum_{n > \frac{N}{2}} F_{2,n}(x)\left[\frac{1}{\alpha_{1,n}} - \frac{1}{\alpha_{2,n}}\right].$$

Используя неравенство (3.21) из [1] и лемму 4, получаем

$$|S_{2,N}(x)| \leqslant \exp\{2\beta_1(x)\}\left[\sum_{n > \frac{N}{2}} \left|\frac{\sin 2\lambda_{1,n}\pi}{4\lambda_{1,n}} - \frac{\sin 2\lambda_{2,n}\pi}{4\lambda_{2,n}}\right| +\right.$$

$$\left. + \sum_{n > \frac{N}{2}} \frac{|C_1(\lambda) - C_2(\lambda)|}{(n-1)^2}\right] \leqslant \exp\{2\beta_1(x)\}\left[\sum_{n > \frac{N}{2}} \frac{|\lambda_{1,n} - \lambda_{2,n}|}{4} \times\right.$$

$$\left. \times \left\{\frac{\sin 2\lambda\pi}{\lambda}\right\}'_{\lambda=\theta} + 2C \sum_{n > \frac{N}{2}} \frac{1}{(n-1)^2}\right] <$$

$$< \left(\frac{5M\pi}{N} + 2C\right)\exp\{2\beta_1(x)\} \sum_{n > \frac{N}{2}} \frac{1}{(n-1)^2} <$$

$$< \frac{10M\pi + 8C}{N}\exp\{2\beta_1(x)\}. \tag{14}$$

Из неравенств (13) и (14) вытекает утверждение леммы. Из леммы 5 и неравенства (2) следует

Теорема. *Если выполнены условия* (I), *то*

$$\left| \int_0^x [q_1(t) - q_2(t)]\, dt \right| < \frac{D(x) + E(x)}{N},$$

где $D(x)$ и $E(x)$ выражены правыми частями равенств (2′), (12′).

ЛИТЕРАТУРА

1. В. А. Марченко, К. В. Маслов. Устойчивость задачи восстановления оператора Штурма—Лиувилля по спектральной функции., «Матем. сб.», 81 (124), 4, 1970.
2. Т. И. Рябушко. Устойчивость восстановления оператора Штурма—Лиувилля по двум спектрам. Сб. «Теория функций, функциональный анализ и их приложения», вып. 16. Изд-во Харьковск. ун-та, 1972.

Поступила 26 ноября 1971 г.