Выпуск 8 1969

ВЫЧИТАТЕЛЬНАЯ ПРОЦЕДУРА В НЕЛОКАЛЬНОЙ МОДЕЛИ КВАНТОВОЙ ЭЛЕКТРОДИНАМИКИ

В. А. Щербина

1. О СТРУКТУРЕ КОНТРЧЛЕНОВ К КОЭФФИЦИЕНТНЫМ ФУНКЦИЯМ

Переход от коэффициентных функций ряда теории возмущений для S-матрицы, описываемых произведениями $\Pi(G)$, к функциям $\widetilde{\Pi}[1-P(G)]\Pi(G)$, построенным в предыдущей работе, соответствует замене сглаженного оператора $H(x)$ в уравнении Шредингера; некоторым другим тоже, как будет ниже показано, ограниченным и самосопряженным. Вопрос этот достаточно подробно рассмотрен в известной работе А. Н. Боголюбова и Д. В. Ширкова [1], хотя нековариантность сглаживаний вносит некоторые особенности (см. также [2]).

Рассмотрим расходящуюся диаграмму G с k-вершинами: контрчлены к отвечающему ей произведению $e^k\Pi(G):\bar{\psi}\ldots A\ldots:$ можно разбить на две группы:

$$1) -e^k P(G)\widetilde{\prod_{G_j\neq G}}[1-P(G_j)]\,\Pi(G):\bar{\psi}\ldots A\ldots: ;$$

$$2)\ e^k\Sigma\pm\prod_{(j)}P(G_j)\,\Pi(G):\bar{\psi}\ldots A\ldots: \quad ,$$

где ни одна из $G_j\neq G$. Контрчлены первого типа и порождают поправки к гамильтониану в k-ом порядке по e, приводящие к замене в ряду для S коэффициентов $\Pi(G)$ на $\widetilde{\Pi}[1-P(G_j)]\,\Pi(G)$.

Заметим сразу же, что поскольку расходящиеся диаграммы всех типов встречаются в сколь угодно высоких порядках по e, то поправок к $H(x)$ будет бесконечно много, что может превратить его в неограниченный оператор. Поэтому мы будем включать в исправленный гамильтониан $H_N(x)$ контрчлены, отвечающие диаграммам G порядка не выше N. Ввиду их конечного числа вопрос о неограниченности $H_N(x)$ не возникает. Когда же $N\to\infty$, то коэффициентные функции в любом фиксированном порядке заменяются на $\widetilde{\Pi}[1-P(G_j)]\,\Pi(G)$.

Как вытекает из определения оператора $P(G)$, функционал $P(G)\widetilde{\prod_{G_j\neq G}}[1-P(G_j)]\,\Pi(G)$ локален, т. е. имеет вид

$$\Lambda_k(G)=P\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)\delta(x_2-x_1,\ x_3-x_1,\ldots,x_k-x_1), \tag{1}$$

где $P\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)$ — дифференциальный полином степени не выше n, а n — индекс расходимости диаграммы G.

Соответствующий контрчлен к гамильтониану $H(x)$ имеет вид

$$e^k \int P\left(\frac{\partial}{\partial y}\right) \delta(y_1 - x,\ y_2 - x,\ \ldots,\ y_{k-1} - x) : \bar{\psi} \ldots A \ldots : \times$$
$$\times \prod_{j=1}^{k-1} g(y_j)\, d^4 y_j = e^k \sum_{(j)} C_j(G)\, L_j \{ : \bar{\psi}(x) \ldots A(x) \ldots : \}, \qquad (2)$$

где $C_j(G)$ — некоторые константы, а $L_j\{: \bar{\psi}(x) \ldots A(x) \ldots :\}$ получаются из $: \bar{\psi}(x) \ldots A(x) \ldots :$ с помощью дифференцирования некоторых операторов $\bar{\psi}, \ldots, A, \ldots$, причем сумма порядков, входящих в L_j производных, не превосходит индекса расходимости n.

Стоящий справа в (2) оператор, очевидно, ограничен, если все $C_j(G)$ конечны. Следовательно, и все члены ряда для S с исправленным гамильтонианом тоже будут ограниченными.

В члены ряда для S порядка выше k контрчлен (1) войдет как целое, и при переходе от T-произведений к нормальным в хронологических спариваниях будут участвовать операторы из $L_j\{: \bar{\psi}(x) \ldots A(x) \ldots :\}$. Если $P\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)$ в $\Lambda_k(G)$ второго порядка, то, как нетрудно видеть, уже

$$\int P\left(\frac{\partial}{\partial y}\right) \delta(y_1 - x,\ \ldots,\ y_{k-1} - x) \prod_{j=1}^{k-1} g(y_j) d^4 y_j T\{: \bar{\psi} \ldots A \ldots : H(z)\} \neq$$
$$\neq \sum_{(j)} C_j(G)\, T\{L_j\{: \bar{\psi}(x) \ldots A(x) \ldots :\} H(z)\}. \qquad (3)$$

Действительно, при интегрировании по y слева мы получим операторный полином, коэффициентные функции которого будут содержать вторые производные от причинных функций.

Но сглаженная $D^c(x)$ имеет разрывную производную по x^0, т. е. $\frac{\partial^2}{\partial x^{0^2}} D^c(x)$ уже содержит $\delta(x^0)$. Это сразу видно, если перейти к преобразованиям Фурье:

$$\tilde{D}^c(k) = e^{-\alpha \vec{k}^2}(k^2 + i0)^{-1},$$

т. е.

$$F\left\{\frac{\partial^2}{\partial x^{0^2}} D^c(x)\right\} = \frac{-k^{0^2} e^{-\alpha \vec{k}^2}}{k^2 + i0} = -e^{-\alpha \vec{k}^2} - \frac{\vec{k}^2 e^{-\alpha \vec{k}^2}}{k^2 + i0}.$$

Правая же часть в (2) ограничена, поскольку вместе с операторами $\bar{\psi}(x)$, $\psi(x)$, $A(x)$ ограничены и все их производные.

Если слева в (2) после интегрирования по y заменить все $\frac{\partial^2}{\partial x^{0^2}} D^c(x)$ на $\Delta D^c(x)$, где Δ — оператор Лапласа, то равенство будет иметь место.

Из сказанного вытекает, что никакие поправки к гамильтониану взаимодействия $H(x)$ не дадут контрчленов к $\Pi(G)$ вида $\Lambda(G')\Pi(G'') = P(G')\Pi(G)$, если индекс n для G' больше двух. Что касается электродинамики, то поскольку $n \leqslant 2$ всегда, это возможно.

Сформулируем теперь правило построения контрчленов к сглаженному гамильтониану взаимодействия $H(x)$.

Для этого достаточно определить соответствующие функционалы $\Lambda_k(G)$, т. е. дать правило раскрытия произведений $P(G) \tilde{\prod}_{G_j \neq G} [1 - P(G_j)]\, \Pi(G)$ с учетом сделанных замечаний.

Выше мы определяли $P(G')\Pi(G)$ как $[P(G')\Pi(G')]\frac{\Pi(G)}{\Pi(G')}$, т. е. как результат следующего предельного перехода:

$$\lim_{\xi\to 0}\sum_{s=0}^{n_{G'}}\frac{1}{s!}\frac{\partial^s}{\partial\xi^s}\left\{\frac{1}{\xi^{4(r-1)}}\Pi\left(G';\ \frac{x}{\xi}\right)\right\}\frac{\Pi(G)}{\Pi(G')},$$

где $n_{G'}$ — индекс диаграммы G', а r — число ее вершин. $\Pi\left(G';\ \frac{x}{\xi}\right)$ получено из $\Pi(G')$ после замены координат ее вершин x_m на $\frac{x_m}{\xi}$.

Результат этого предельного перехода можно представить в виде суммы произведений

$$P_j\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)\delta(x-x_1,\ \ldots,\ x-x_{r-1})\,L_{j'}\Pi(G''),\tag{4}$$

где $L_{j'}\Pi(G'')$ получится из $\frac{\Pi(G)}{\Pi(G')}$ после замены всех x_m из G' на x и дифференцирования некоторых сомножителей получившегося произведения по x. Сумма порядков взятых производных j' и степень j полинома $P_j\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)$ при этом таковы, что $j+j'\leqslant n_{G'}$.

Теперь определим $P(G')\Pi(G)$ в виде суммы тех же произведений (4), что и ранее, с той разницей, что всюду $\frac{\partial^2}{\partial x^{0^2}}D^c_m(x-y)$ заменяются на $(\Delta-m^2)D^c(x-y)$.

Теперь, чтобы определить $\tilde{\Pi}[1-P(G_j)]\Pi(G)$ для новых $P(G_j)$, достаточно сказать, что операторы $P(G_k)$ для диаграмм разных классов перемножаются обычным образом.

2. ЭРМИТОВОСТЬ КОНТРЧЛЕНОВ

Для эрмитовости исправленного $H_N(x)$ достаточно, чтобы все операторы

$$-(i)^k\int P(G)\tilde{\prod_{G_j\neq G}}[1-P(G_j)]\Pi(G):\psi\ldots A:\prod_{i=1}^{k}g(x_i)\,d^4x_i\tag{5}$$

были антиэрмитовы (см. [3], стр. 157).

Сопряженный оператор для $\Pi(G):\psi\ldots A\ldots:$ получится, очевидно, если после приведения к нормальной форме антихронологического произведения $\bar{T}\left\{\prod_{i=1}^{k}H(x_i)\right\}=\left\{T\left\{\prod_{i=1}^{k}H(x_i)\right\}\right\}^*$ взять слагаемое, содержащее тот же набор операторов $\bar{\psi}$, ψ, A под знаком нормального произведения. Произведение $\overline{\Pi(G)}$, отвечающее этому сопряженному оператору, будет содержать перестановочные функции, соответствующие теперь уже антихронологическим спариваниям. И если хронологические спаривания связаны с причинными функциями соотношениями (см. [3], стр. 161)

$$\langle T(A_m(x)A_n(y))\rangle_0=ig^{mn}D^c_0(x-y),$$

$$\langle T(\psi_\alpha(x)\bar{\psi}_\beta(y))\rangle_0=\frac{1}{i}(i\hat{\partial}+m)_{\alpha\beta}D^c_m(x-y),$$

то для антихронологических формулы запишутся так:

$$\langle\bar{T}(A_m(x)A_n(y))\rangle_0=-ig^{mn}\overline{D^c_0}(x-y),$$

$$\langle\bar{T}(\psi_\alpha(x)\bar{\psi}_\beta(y))\rangle_0=-\frac{1}{i}(i\hat{\partial}+m)_{\alpha\beta}\overline{D^c_m}(x-y).$$

Отсюда видно, что для сглаженных операторов поля произведения $\overline{\Pi}(G)$ будут состоять из сомножителей, допускающих интегральные представления вида

$$\overline{S^c}(x) = -\frac{1}{16\pi^2}\int\limits_0^\infty \frac{dt}{\sqrt{t(t+ia)^3}}\left[\frac{1}{2}\overline{\psi}_1(t)\left(\frac{\hat{x}}{\overline{t}}\right) + \overline{\psi}_2(t)\right]\exp\left[\frac{i}{4}\left(\frac{x^2}{\overline{t}}\right)\right], \quad (6)$$

где

$$\left(\frac{\hat{x}}{\overline{t}}\right) = \frac{x^0\gamma^0}{t} - \frac{\vec{x}\vec{\gamma}}{t+ia}, \quad \left(\frac{x^2}{\overline{t}}\right) = \frac{{x^0}^2}{t} - \frac{\vec{x}^2}{t+ia},$$

$$\overline{D^c}(x) = -\frac{1}{16\pi^2}\int\limits_0^\infty \frac{dt}{\sqrt{t(t+ia)^3}}\overline{\psi}(t)\exp\left[\frac{i}{4}\left(\frac{x^2}{\overline{t}}\right)\right], \quad (6')$$

а функции ψ, ψ_1, ψ_2 определяются равенствами (5), (5′) предыдущей работы.

Рассмотрим теперь среднее оператора (5) между любыми двумя векторами Φ_1, Φ_2 с фиксированным числом частиц:

$$-(i)^n\int P(G)\prod_{G_j\neq G}^{\sim}[1-P(G_j)]\,\Pi(G)(\Phi_1, :\psi\ldots A\ldots:\Phi_2)\prod_{i=1}^{k}g(x_i)\,d^4x_i.$$

Для сопряженного оператора получим

$$-(-i)^n\int P(G)\prod_{G_j\neq G}^{\sim}[1-P(G_j)]\,\overline{\Pi(G)}\,(\Phi_1, :\psi\ldots A\ldots:\Phi_2)\prod_{i=1}^{k}g(x_i)\,d^4x_i.$$

Отсюда легко заключить, что для антиэрмитовости оператора (5) необходимо и достаточно, чтобы преобразования Фурье функций $(i)^nP(G)\tilde{\Pi}[1-P(G_j)]\,\Pi(G)$ и $(-i)^nP(G)\tilde{\Pi}[1-P(G_j)]\,\overline{\Pi}(G)$ различались знаками.

Указанный факт действительно имеет место, что можно проверить с помощью следующих построений.

Если взять преобразования Фурье функций $i^n\Pi(G)$ и $(-i)^n\overline{\Pi(G)}$ по переменным $u_i = x_i - x_1$ и разложить их в ряды Маклорена, то соответствующие члены этих рядов будут различаться только знаками, что довольно просто вытекает из равенств (6) и (6′) и свойств функций ψ, ψ_1, ψ_2. Отметим сразу же, что на самом деле функции $F\{\Pi(G)\}$ и $F\{\overline{\Pi}(G)\}$ в ряд Маклорена не разлагаются (он для них расходится), хотя и имеют производные всех порядков.

Из этого различия знаков следует, что и $F\{i^nP(G)\,\Pi(G)\}$, $F\{(-i)^nP(G)\overline{\Pi(G)}\}$ тоже различаются только знаками. Что же касается $F\{i^nP(G)\,\tilde{\Pi}[1-P(G_j)]\,\Pi(G)\}$ и $F\{(-i)^nP(G)\tilde{\Pi}[1-P(G_j)]\,\overline{\Pi(G)}\}$, то они получаются из выражений вида $F\{i^nP(G)\,\Pi(G;\xi)\}$ и аналогичного ему $F\{(-i)^nP(G)\overline{\Pi(G;\xi)}\}$ с помощью дифференцирований по вещественным параметрам $\xi = (\xi_1, \ldots, \xi_N)$ и последующего предельного перехода $\xi\to 0$. При этом ξ в $\Pi(G;\xi)$, $\overline{\Pi(G;\xi)}$ входят так, что по-прежнему соответствующие члены рядов Маклорена их преобразований Фурье различаются знаком. Это и доказывает окончательно антиэрмитовость операторов (5).

Выше мы изменили несколько процедуру раскрытия произведений $\tilde{\Pi}[1 - P(G_j)]\Pi(G)$. Но, как легко видеть, эти изменения не касаются свойств вещественности коэффициентов в $\Lambda(G)$.

Как уже говорилось, из антиэрмитовости операторов (5) вытекает, что переход от коэффициентов $\Pi(G)$ ряда для матрицы S к $(i)^n\tilde{\Pi}[1 - P(G_j)] \times \times \Pi(G)$ осуществляется с помощью эрмитовых и ограниченных добавок к оператору $H(x)$. Это и обеспечивает, очевидно, унитарность новой матрицы S_N.

Заканчивая рассмотрение вопроса об унитарности матрицы S_N, отметим следующее принципиальное обстоятельство.

А именно, эрмитовость исправленного гамильтониана $H_N(x)$ есть, помимо всего прочего, следствие того, что функции $\psi(t)$, $\psi_1(t)$, $\psi_2(t)$, устраняющие инфракрасную расходимость, допускают аналитическое продолжение в нижнюю полуплоскость и принимают на отрицательной мнимой полуоси вещественные значения. Именно по этой причине режущая функция $e^{-\varepsilon t}$, взятая для этой цели, нарушает унитарность S-матрицы.

3. ОБ УСЛОВИИ ПРИЧИННОСТИ

Рассмотрим теперь вопрос о том, в какой мере нелокальность $H_N(x)$ нарушает условие причинности для S_N-матрицы, полученное в работе Н. Н. Боголюбова и Д. В. Ширкова [1] (см. также [3, стр. 145]);

$$\frac{\delta}{\delta g(x)}\left(\frac{\delta S(g)}{\delta g(y)} S^* \; g)\right) = 0 \quad \text{при } x \lesssim y, \tag{7}$$

т. е. если $x^0 < y^0$ или x и y пространственно подобны.

Тот факт, что это условие нарушается, вытекает в данном случае из неперестановочности операторов $H_N(x)$, $H_N(y)$ для пространственно подобных x и y. Как было показано автором в работе [4], любое размазывание взаимодействия немедленно приводит к нарушению такой перестановочности.

Итак, представим функцию $\varkappa(\vec{\xi})$, с которой усреднялись операторы поля, в виде суммы

$$\varkappa(\vec{\xi}) = \varkappa_1(\vec{\xi}) + \varkappa_2(\vec{\xi}),$$

$$\varkappa_1(\vec{\xi}) = \omega(\vec{\xi};\ a)\,\varkappa(\vec{\xi},$$

$$\varkappa_2(\vec{\xi}) = [1 - \omega(\vec{\xi};\ a \quad \varkappa(\vec{\xi}),$$

где $$\omega(\vec{\xi};\ a) = \begin{cases} 1 \text{ при } |\vec{\xi}| < a \\ 0 \text{ при } |\vec{\xi}| > 2a \end{cases} \tag{8}$$

и достаточно гладкая всюду. Таким образом $\varkappa_1(\vec{\xi})$ финитна, а $\varkappa_2(\vec{\xi})$ вместе со всеми своими производными экспоненциально быстро стремится к нулю при $a \to 0$.

Соответственно этому разбиению возникает аналогичное для функции $\varphi(\vec{\xi}) = \varkappa^*\varkappa\ (\vec{\xi})$, с которой усредняются причинные функции в коэффициентах ряда для S_N. А именно, $\varphi(\vec{\xi}) = \varphi_1(\vec{\xi}) + \varphi_2(\vec{\xi})$, где $\varphi_1(\vec{\xi})$ финитна, а $\varphi_2(\vec{\xi})$ быстро стремится к нулю при $\alpha \to 0$.

Усредненные (и тем самым сглаженные) по $\varkappa$, φ операторы поля и причинные функции тоже соответственно распадаются на пары слагаемых, одно из которых будет стремиться к нулю при $\alpha \to 0$. Таким образом, каждый операторный функционал $\Pi(G) : \psi \ldots A \ldots :$ распадается на сумму слагаемых, в каждом из которых отдельные сомножители усреднены по φ_1, $\varkappa_1$ или φ_2, $\varkappa_2$.

Можно доказать следующее утверждение: *если среди сомножителей операторного функционала* $\Pi(G) : \psi \ldots A \ldots :$ *имеется хотя бы один, усредненный по* φ_2, $\varkappa_2$, *то этот функционал слабо стремится к нулю при* $\alpha \to 0$.

Доказательство этого факта весьма громоздко, и мы его опускаем.

Из сказанного немедленно вытекает, что замена средних операторов ψ, A по $\varkappa(\vec{\xi})$ на средние по $\varkappa_1(\vec{\xi})$ в заглаженном гамильтониане $H_N(x)$ в каждом фиксированном порядке ряда для S_N-матрицы приведет к погрешности, стремящейся к нулю при $N \to \infty$.

Можно показать, что то же справедливодля членов ряда по e для

$$\frac{\delta}{\delta g(x)}\left(\frac{\delta S_N(g)}{\delta g(y)} S_N^*(g)\right).$$

Оператор $H_N(x) = :\bar{\psi}_N(x) \hat{A}_N(x) \psi_N(x): + K_N(x)$ ($K_N(x)$ — контрчлены, включаемые в H_N) будет коммутировать с $H_N(y)$, если x и y пространственно подобны, а N достаточно велико (здесь $a \underset{N\to\infty}{\to} 0$ в (8)).

Действительно, например,

$$\psi_N(x) = \int \psi\left(x^0, \vec{x} - \vec{\xi}\right) \chi_1\left(\vec{\xi}\right) d^3\xi,$$

и так как область интегрирования стягивается к нулю при $N \to \infty$, то рано или поздно

$$[\psi_N(x), \bar{\psi}_N(y)]_+ = 0$$

для любой фиксированной пары $x \sim y$.

Поскольку $S_N(g)$ раскладывается в сходящийся по норме степенной ряд, то нетрудно доказать справедливость следующего равенства:

$$\frac{\delta}{\delta g(x)}\left(\frac{\delta S_N(g)}{\delta g(y)} S_N^*(g)\right) = e^2 i\theta(x^0 - y^0) S_N(\infty;\ x^0) \{ H_N(x) S_N(x^0;\ y^0) H_N(y) \times$$
$$\times S_N^*(x^0;\ y^0) - S_N(x^0;\ y^0) H_N(y) S_N^*(x^0;\ y^0) H_N(x)\} S_N^*(y^0;\ -\infty). \qquad (9)$$

Написанное выражение обращается в нуль при $x^0 < y^0$. Что же касается пространственно подобных x, y с $x^0 > y^0$, то ввиду нековариантности $H_N(x)$ справа мы нуля не получим.

Однако, как будет показано, для любых фиксированных $x \sim y$ выражение, стоящее справа в фигурных скобках, обращается в нуль в каждом фиксированном порядке ряда по e при достаточно больших N.

Так видоизменяется условие причинности для случая рассматриваемого нами нелокального взаимодействия. Этого факта, очевидно, достаточно, чтобы показать справедливость условия причинности для коэффициентных функций формального степенного ряда для S, полученного в локальном пределе из S_N при $N \to \infty$.

Итак, разложим выражение в фигурных скобках (9) в степенной ряд по e. В n-м порядке получим

$$\sum_{k=0}^{n} H_N(x)\frac{(i)^{n-k}}{(n-k)!}\int\limits_{y^0}^{x^0}\dots\int\limits_{y^0}^{x^0} T\left\{\prod_{j=1}^{n-k} H_N(x_j)\,g(x_j)\,d^4x_j\right\} H_N(y)\,\frac{(-i)^k}{k!}\int\limits_{y^0}^{x^0}\dots\int\limits_{y^0}^{x^0}\times$$

$$\times\overline{T}\left\{\prod_{j=n-k+1}^{n} H_N(x_j)\,g(x_j)\,d^4x_j\right\} - \sum_{k=0}^{n}\frac{i^{n-k}}{(n-k)!}\int\limits_{y^0}^{x^0}\dots\int\limits_{y^0}^{x^0}T\left\{\prod_{j=1}^{n-k}H_N(x_j)\,g(x_j)\,d^4x_j\right\}\times$$

$$\times H_N(y)\,\frac{(-i)^k}{k!}\int\limits_{y^0}^{x^0}\dots\int\limits_{y^0}^{x^0}\overline{T}\left\{\prod_{j=n-k+1}^{n}H_N(x_j)\,g(x_j)\,d^4x_j\right\}H_N(x). \qquad (10)$$

Нам предстоит показать, что это выражение обращается в нуль при $x\sim y$ для достаточно больших N.

Для этого разобьем область интегрирования по каждому из x_j, представляющую собой слой $y^0<x_j^0<x^0$ в четырехмерном пространстве, на три части:

1) область Λ: $y^0<x_j^0<x^0$, $\left|\vec{x}_j-\vec{x}\right|<(x^0-x_j^0)+2a_N$;

2) область V: $y^0<x_j^0<x^0$, $\left|\vec{x}_j-\vec{y}\right|<(x_j^0-y^0)+2a_N$;

3) область $F=C(\Lambda\cup V)$.

Здесь предположено, что N достаточно велико, т. е. радиус области финитности функции $\varkappa_1\left(\vec{\xi}\right)a_N$ достаточно мал, так что Λ и V не перекрываются.

Более того, равен нулю коммутатор $[H_N(\Lambda),\ H_N(V)]$, где под $H_N(\Lambda)$, например, понимается $H_N(x)$ для любого $x\in\Lambda$; $H_N(F)$ не коммутирует с $H_N(\Lambda)$, $H_N(V)$. Но при достаточно малом a_N область F можно представить в виде суммы

$$F=F_1\cup V_1\cup\Lambda_1,$$

где V_1 — часть конуса вида $(x_j^0-y^0)+2a_N<\left|\vec{x}_j-\vec{y}\right|<(x_j^0-y^0)+4a_N$ и Λ_1 соответственно. Вообще можно записать $F_k=F_{k+1}\cup V_{k+1}\cup\Lambda_{k+1}$ для всех $k<n=\left[\dfrac{\left|\vec{x}-\vec{y}\right|-|x^0-y^0|}{4a_N}\right]-2$. Такому разбиению будут соответствовать коммутационные соотношения вида

$$[H_N(x),\ H_N(V_k)]=0,\quad [H_N(y),\ H(\Lambda_k)]=0,\quad k=0,\ 1,\ \dots,\ n;$$

$$[H_N(\Lambda_k),\ H_N(V_i)]=0,\quad i,\ k=0,\ 1,\ \dots,\ n-1;$$

$$[H_N(F_n),\ H_N(V_k)]=0,\quad [H_N(F_n),\ H_N(\Lambda_k)]=0,\quad k<n.$$

Покажем теперь, что после симметризации по x_j подынтегральная функция в (10) обращается в нуль для любой фиксированной пары $x\sim y$ и достаточно больших N.

Действительно, каждое из слагаемых, порождаемых первым интегралом в (10), можно представить в виде

$$\frac{1}{k!}H_N(x)\,(i)^{n-k}T\,\{\Pi H_N(V_m)\}\,H_N(y)\,T\,\{\Pi H_N(\Lambda_m)\,\Pi H_N(F_r)\}\times$$

$$\times(-i)^k\overline{T}\,\{\Pi H_N(\Lambda_m)\,\Pi H_N(F_r)\}\,\overline{T}\,\{\Pi H_N(V_m)\},$$

если воспользоваться выписанными выше соотношениями коммутации и взять r достаточно большим. Из условия унитарности $S_N S_N^* = I$ теперь легко получить, что группы слагаемых с одинаковыми $T\left\{\prod^{m} H_N(V_s)\right\}$ и $\overline{T}\left\{\prod^{l} H_N(V_s)\right\}$ $(m + l \neq n)$ равны тождественно нулю. Если же $m + l = n$, то взаимно уничтожаются соответствующие слагаемые из первого и второго интегралов ввиду перестановочности $H(x)$ и $H(y)$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. Н. Боголюбов, Д. В. Ширков. УФН, 55, 149 (1955).
2. Б. М. Степанов. ДАН, 108, № 6 (1956); ДАН, 133, № 3 (1960).
3. Н. Н. Боголюбов, Д. В. Ширков. Введение в теорию квантованных полей. Гостехиздат, М., 1957.
4. В. А. Щербина. ДАН, 138, № 1 (1961).

Поступила 14 декабря 1967 г.