К ВОПРОСУ ОБ УСТРАНЕНИИ РАСХОДИМОСТЕЙ ИЗ РЯДА ДЛЯ МАТРИЦЫ РАССЕЯНИЯ КВАНТОВОЙ ТЕОРИИ ПОЛЯ

В. А. Щербина

Как известно (см., например, [1]), построение квантовой теории взаимодействующих полей на базе гамильтонова формализма наталкивается на целый ряд математических трудностей, проявляющихся в различного рода «расходимостях». Для их устранения уже давно (см., например, [2], [3]) были даны рецепты, оправдываемые с помощью некоторых физических соображений и нестрогих математических построений.

В математически строгой постановке задача об устранении ультрафиолетовых расходимостей из ряда теории возмущений для S-матрицы впервые была рассмотрена в работах Н. Н. Боголюбова и О. С. Парасюка [4—6]. Настоящая статья тесно примыкает к ним по своим результатам и, по сути, посвящена дальнейшему развитию теории R-операции Н. Н. Боголюбова.

Прежде чем формулировать рассмотренную ниже задачу, остановимся на некоторых трудностях современной теории квантовых полей.

Уже при изучении отдельных членов ряда теории возмущений для S-матрицы приходится сталкиваться с двумя расходимостями — «инфракрасной» и «ультрафиолетовой». Первая связана с медленным убыванием коммутаторов операторов свободных полей на бесконечности, а вторая возникает из-за их сингулярности в нуле.

Расходимость принципиально другой природы, возникающая в случае, когда среди взаимодействующих полей имеется хотя бы одно с целым спином, была продемонстрирована в работах Харста [7] и Тирринга [8] на примере скалярного поля φ с лагранжианом взаимодействия $\lambda\varphi^3$.

Если смотреть на ряд теории возмущений для S-матрицы как на формальный степенной ряд по «e», то задачу об устранении расходимостей из отдельных его членов можно сформулировать как задачу о регуляризации произведений причинных функций, соответствующих различным Фейнмановским диаграммам, возникающим в членах каждого порядка. При этом регуляризованные коэффициентные функции должны удовлетворять некоторой бесконечной цепочке равенств, представляющей собой следствие накладываемых на матрицу рассеяния условий унитарности и причинности [9].

Во избежание недоразумений отметим, что принятый в физической литературе термин «регуляризация» заменен в данной работе на «сглаживание». Под регуляризацией будем понимать, как принято всюду в математической литературе, построение по данной функции с неинтегрируемыми локальными особенностями такой обобщенной в смысле Шварца функции, которая совпадает с исходной всюду в области ее регулярности.

Применяемые обычно ([1], стр. 111—113) при регуляризации коэффициентных функций ряда для S ковариантные процедуры сглаживания причинных функций сразу приводят к нарушению условий унитарности и причинности, так что соответствующие тождества в допредельном случае не выполняются. Проверка их выполнения в предельном случае для регуляризованных (перенормированных) коэффициентных функций очень затруднена ввиду большой сложности и громоздкости полученных до сих пор [6] параметрических представлений для указанных функций и весьма сложной структурой возникающих здесь произведений из функций Δ^c, Δ^{c*} и $\Delta^{(-)}$. Автору неизвестно, чтобы эти тождества кем-либо были строго доказаны для регуляризованных тем или иным способом коэффициентных функций.

Дополнительным осложняющим изучение регуляризованных коэффициентов ряда S-матрицы обстоятельством является наличие упомянутой выше инфракрасной расходимости, приводящей к тому, что преобразования Фурье этих функций по независимым аргументам представляются в виде параметрических интегралов Фейнмана, условно сходящихся на бесконечности далеко не для всех значений импульсов. А вводимые обычно в этом случае режущие множители $e^{-\varepsilon \sum t_i}$ также нарушают унитарность S-матрицы.

Наконец, отметим, что полученные в работе [6] представления Фурье-образов коэффициентных функций в виде параметрических интегралов могут и не иметь смысла для вещественных значений импульсов k, что связано с вычитанием контрчленов, взятых при комплексных значениях k. Это обстоятельство, по-видимому, особенно сильно затрудняет доказательство унитарности, построенной в работах [4—6] вычитательной процедуры на основе указанных параметрических представлений.

Однако все перечисленные выше трудности в построении вычитательной процедуры для коэффициентных функций ряда S-матрицы можно обойти на следующем аппроксимационном пути. Достаточно построить последовательность S_N унитарных матриц, разлагающихся в сходящиеся степенные ряды, каждый член которых при $N \to \infty$ будет иметь своим пределом регуляризованный член ряда теории возмущений *для S-матрицы. От S_N следует, очевидно, потребовать, чтобы члены ее* ряда теории возмущений в пределе удовлетворяли и условиям причинности в виде упоминавшихся уже выше тождеств из [9] (см. также [1], стр. 150). Несколько в стороне стоит условие градиентной инвариантности, так как оно линейно по S и может проверяться в каждом порядке теории возмущений в отдельности.

Автору удалось построить последовательность матриц S_N с перечисленными выше свойствами, так что полученный на ее основе формальный степенной ряд для матрицы рассеяния удовлетворяет всем необходимым физическим требованиям в любом конечном порядке теории возмущений.

В данной работе формулируется вычитательная процедура и даются формулы для вычисления регуляризованных коэффициентных функций (т. е. их конечной части) ряда теории возмущений для S. Вопрос же о построении соответствующей последовательности S_N будет подробно рассмотрен в последующих работах автора.

Все доказательства сходимости полученных для регуляризованных коэффициентных функций параметрических интегралов содержатся в работе [10], депонированной в ВИНИТИ в 1964 году.

Итак, рассмотрим связную Фейнмановскую диаграмму G с вершинами $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ и с произвольным числом внутренних линий различных типов. Как обычно, линии, соединяющей x_i, x_k, сопоставляется причинная функция $f_l(x_i - x_k)$ (индексом l занумерованы в произвольном порядке внутренние линии диаграммы) вида

$$f_l(x) = P_l\left(\frac{\partial}{\partial x}\right)\int\limits_0^\infty \psi_l(t)\exp\left(-i\frac{x^2}{4t}\right)\frac{dt}{t^2} = \int\limits_0^\infty P_l\left(-i\frac{gx}{2t}\right)\psi_l(t)\exp\left(-i\frac{x^2}{4t}\right)\frac{dt}{t^2}, \quad (1)$$

где g — метрический тензор, P_l — полином с матричными коэффициентами степени не выше первой, а $\psi_l(t)$ — ограниченная функция, хорошо убывающая на бесконечности. Отметим, что обычно $\psi_l(t) = \exp(-im_l^2 t)$, и чтобы получить для $\psi_l(t)$ нужные свойства на бесконечности, достаточно усреднить соответствующую причинную функцию на финитной гладкой функции $\varphi(m_l^2)$, «размазав» массу частицы m_l по некоторому малому интервалу на правой полуоси.

Не имея возможности останавливаться на этом подробнее, заметим только, что такой способ устранения инфракрасных расходимостей предпочтительней введения под знак интеграла (1) множителя $\exp(-\varepsilon t)$, как это обычно делают, так как указанное усреднение по массам можно произвести без нарушения унитарности.

Всей диаграмме $G(x_1, x_2, \dots, x_n)$ будем сопоставлять прямое (по матричным индексам) произведение $\prod(G) = \prod\limits_{l=1}^{L} f_l(x_i - x_k)$ функций, отвечающих внутренним линиям, опуская матричные и операторные множители, соответствующие вершинам и внешним линиям.

Рассмотрим множество «обобщенных вершин» диаграммы G, т. е. совокупностей вершин $(x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_k})$ множества $(x_1, x_2, \dots, x_n)$ и отвечающих им внутренних линий, соединяющих между собой вершины из $(x_{i_1}, x_{i_2}, \dots, x_{i_k})$.

Всякой связной диаграмме $G_i = G(x_{i_1}, \dots, x_{i_k})$ сопоставим индекс расходимости

$$n_i = \sum_{(G_i)} \lambda_l - 4(k_i - 1), \quad (2)$$

где $\lambda_l = 2$, если соответствующий линии l полином P_l из (1) нулевой степени, и $\lambda_l = 3$, если P_l — первой степени. Сумма $\sum\limits_{(G_i)}$ взята по всем внутренним линиям диаграммы G_i.

Назовем диаграмму G_i расходящейся, если $n_i \geqslant 0$.

Среди всех расходящихся диаграмм G_i выделим множество тех, для которых соответствующие произведения $\prod(G_i)$ причинных функций не распадаются после подходящей замены переменных на прямые произведения некоторых групп сомножителей.

Выделенную таким образом совокупность $\{G\}$ диаграмм $G(x_{i_1}, \dots, x_{i_k})$ разобьем на классы по следующему правилу.

К первому классу отнесем все те $G_i \in \{G\}$, которые не содержат внутренних расходящихся частей. В k-тый класс включаются все те диаграммы, которые содержат в качестве внутренних частей диаграммы не выше $(k-1)$-го класса, а сами в него не входят.

Определим теперь T-операцию равенствами

$$T(G_i)\coprod(G_i)=\int\limits_0^1\frac{(1-\tau)^{n_i}}{n_i!}\,d\tau\,\frac{\partial^{n_i+1}}{\partial\tau^{n_i+1}}\,\frac{1}{\tau^{4(k_i-1)}}\int\limits_0^\infty\coprod_{l\in\{l\}_i}\frac{\psi_l(t_l)\,dt_l}{t_l^2}\times$$
$$\times P_l\left[-i\,\frac{g(x_i-x_k)}{2t_l\tau}\right]\exp\left[-i\,\frac{(x_i-x_k)^2}{4t_l\tau^2}\right],$$
$$T(G_i)\prod(G)=\left[T(G_i)\prod(G_i)\right]\prod{}'(G_i),\quad \prod(G)=\prod(G_i)\prod{}'(G_i).$$

Здесь $\{l_i\}$ — совокупность индексов, отвечающих внутренним линиям G_i. Числа n_i, k_i определяются равенством (2).

Введем теперь в рассмотрение произведение вида

$$\coprod_{\{G\}}T(G_j)\coprod(G)=\int\limits_0^1\coprod_{(j)}\frac{(1-\tau_j)^{n_j}}{n_j!}\,d\tau_j\,\frac{\partial^{n_j+1}}{\partial\tau_j^{n_j+1}}\,\frac{1}{\tau_j^{4(k_j-1)}}\times$$
$$\times\int\limits_0^\infty\coprod_{l=1}^{L}\frac{\psi_l(t_l)\,dt_l}{t_l^2}\,P_l\left[-i\,\frac{g(x_i-x_k)}{2t_l\pi_l(\tau)}\right]\exp\left[-i\,\frac{(x_i-x_k)^2}{4t_l\pi_l^2(\tau)}\right], \qquad (3)$$

где G_j пробегает все $\{G\}$, а $\pi_l(\tau)$ обозначают произведения τ_j, относящихся к тем $\prod(G_j)$, в которые входит l-тый сомножитель.

Как показано автором [10], $\prod T(G_j)\prod(G)$ представляет собой функционал, определенный над всем пространством Шварца S, так как после выполнения в (3) интегрирования по x с $\varphi(x)\in S$ интеграл по t и τ становится абсолютно сходящимся.

Полученный функционал и будет представлять собой «конечную часть» произведения $\prod(G)$. Если в (1) вместо $\psi_l(t)$ поставить $\psi_l^{\nu}(t)$, имеющую при $t=0$ корень достаточно высокой кратности, чтобы сгладить $f_l(x)$, то $\prod T(G_j)\prod(G)$ можно расписать в терминах контрчленов.

Преобразование Фурье $F\left[\prod(G_j)\right]$ имеет вид $\delta\left(\sum p_i\right)\tilde{\prod}(G_j;\ p)$. Обозначим через $\tilde{P}(G_j)\tilde{\prod}(G_j;\ p)$ сумму первых членов ряда Маклорена функций $\tilde{\prod}$ до степени n_j включительно. Положим теперь

$$P(G_j)\prod(G_j)=F^{-1}\left\{\delta\left(\sum p_i\right)\tilde{P}(G_j)\tilde{\prod}(G_j;\ p)\right\}.$$

Нетрудно видеть, что $T(G_i)=1-P(G_i)$. Однако равенство $\prod T(G_i)=$ $=\prod[1-P(G_j)]$ не имеет места. Чтобы расписать $\prod T(G_j)$ в терминах $P(G_j)$, введем понятие о покрывающих системах диаграмм. Будем говорить, что некоторая совокупность $\{G\}_k$ ($G_i\in\{G\}_k$, только когда G_i есть внутренняя часть G_k, т. е. $G_k\,\bar{\in}\,\{G\}_k$) покрывает диаграмму G_k, если G_k стягивается в одну точку при одновременном стягивании всех $G_i\in\{G\}_k$ в точку.

Будем, кроме того, считать, что сомножители в $\prod T(G_j)$ расположены справа налево в порядке возрастания класса диаграмм G_j. Тогда имеет место равенство

$$\prod_{(j)} T(G_j) \prod(G) = \tilde{\prod_{(j)}} [1 - P(G_j)] \prod(G), \tag{4}$$

где под $\tilde{\prod}$ понимается сумма произведений операторов $P(G_j)$, получающаяся после перемножения биномов $1 - P(G_j)$ и вычеркивания всех слагаемых, в которых имеются группы сомножителей, отвечающие покрывающим системам диаграмм для сильно связных G_k.

Можно записать равенство

$$\prod_{(j)} T(G_j) \prod(G) = \prod(G) + \sum(-1)^k \prod_{l=1}^{k} P(G_{i_l}) \prod(G), \tag{5}$$

где под знаком суммы справа собраны контрчлены, регуляризующие $\prod(G)$. Если теперь $\psi_l^{\gamma}(t) \to \psi_l(t)$, то левая часть будет иметь пределом (3).

Отыскание параметрического представления для преобразования Фурье от (3) приводится по сути к построению квадратичной формы, обратной к $A(u) = \sum_{l=1}^{L} \frac{(u_i - u_k)^2}{t_l \pi_l^2(\tau)}$, где $u_j = x_j - x_1$, $u_1 = 0$.

В заключение рассмотрим вопрос о возможности отличного от предложенного выше выбора операторов $P(G_i)$, участвующих в построении вычитательной процедуры.

Во-первых, нетрудно показать, что можно в качестве $\tilde{P}(G_i) \tilde{\prod}(G_i;\ p)$ брать сумму n_i первых членов ряда Тейлора с центром разложения в любой точке на вещественной оси вектора p и в некоторых комплексных точках. Однако в этом случае не существует простого аналога левой части формулы (5).

Во-вторых, центр разложения в ряд Тэйлора функции $\tilde{\prod}(G_i; p)$, если ее рассматривать как функцию матриц $\hat{p}_i = \sum_{k=0}^{3} g^{kk} p_i^k \gamma^k$ для импульсов p_i частиц из внешних линий фейнмановской диаграммы, можно помещать в «точках» a_i, где a_i — некоторые матрицы четвертого порядка. Можно, например, взять $a_i = mI$, где I — единичная матрица, а m — некоторый скаляр. Нетрудно видеть, что $\hat{p}_i \neq mI$ ни при каких значениях p_i, если $m \neq 0$.

Если мы теперь обозначим через $\tilde{p}'(G_i)$ операторы, соответствующие отличному от нуля центру разложения $\tilde{\prod}(G_i;\ p)$ в ряд Тэйлора, то между отвечающей им операцией $\tilde{\prod_{(j)}}[1 - P'(G_j)]$ и $\tilde{\prod_{(j)}}[1 - P(G_j)]$ существует связь, даваемая формулой

$$\tilde{\prod_{(j)}}[1 - P'(G_j)] \prod(G) = \tilde{\prod_{(j)}} [1 - P(G_j)] \prod(G) + \sum_{(k)} \tilde{\prod}_k \prod(G),$$

где $\tilde{\prod}_k$ — все возможные произведения, которые можно получить из $\tilde{\prod\limits_{(j)}}[1-P(G_j)]$ заменой любых сомножителей $[1-P(G_j)]$ на $[P(G_j)-$ $-P'(G_j)]$ соответственно. Каждое из выражений $\tilde{\prod}_k \prod(G)$ представляет собой «конечный контрчлен», так как операторы $[P(G_j)-P'(G_j)]$ устраняют *«главную расходимость» в G_j точно так же, как и $[1-P(G_j)]$.*

Рассмотрим в заключение несколько простых примеров, иллюстрирующих сказанное ранее.

Собственноэнергетической диаграмме электрона во втором порядке соответствует функция вида

$$-e^2 : \bar{\psi}(x)\,\gamma^m S^c(x-y)\,g^{mn} D_0^c(x-y)\,\gamma^n \psi(y).$$

Причинные функции после сглаживания по массе имеют следующие параметрические представления:

$$S^c(x) = -\frac{\hat{x}}{32\pi^2}\int_0^\infty \frac{\psi_1(t)\,dt}{t^3}\exp\left(-i\frac{x^2}{4t}\right) - \frac{1}{16\pi^2}\int_0^\infty \frac{\psi_2(t)}{t^2}\exp\left(-i\frac{x^2}{4t}\right)dt =$$

$$= \hat{x}D_1(x) + D_2(x) \qquad (6)$$

$$D_0^c(x) = -\frac{1}{16\pi^2}\int_0^\infty \frac{\psi_0(t)}{t^2}\exp\left(-i\frac{x^2}{4t}\right)dt,$$

где

$$\psi_1(t) = \int_0^\infty e^{-is^2t}\varphi_m(s^2)\,ds^2, \quad \psi_2(t) = \int_0^\infty e^{-is^2t}\sqrt{s^2}\,\varphi_m(s^2)\,ds^2,$$

$$\psi_0(t) = \int_0^\infty e^{-is^2t}\varphi_0(s^2)\,ds^2.$$

Поэтому

$$\gamma^m S^c(x-y)\,\gamma^n g^{mn} D_0^c(x-y) = 2D_2(x-y)\,D_0^c(x-y) -$$
$$-2(\hat{x}-\hat{y})\,D_1(x-y)\,D_0^c(x-y).$$

Расходящимися здесь являются оба слагаемых

$$D_2(u)\,D_0^c(u) = \frac{1}{(4\pi)^4}\int_0^\infty\int_0^\infty \frac{\psi_2(t_1)\,\psi_0(t_2)}{t_1^2 t_2^2}\,dt_1\,dt_2\exp\left[-\frac{iu^2(t_1+t_2)}{4t_1t_2}\right],$$

$$\hat{u}D_1(u)\,D_0^c(u) = \frac{\hat{u}}{2(4\pi)^4}\int_0^\infty\int_0^\infty \frac{\psi_1(t_1)\,\psi_0(t_2)}{t_1^3 t_2^2}\,dt_1\,dt_2\exp\left[-\frac{iu^2(t_1+t_2)}{4t_1t_2}\right].$$

«Конечная часть» для каждого из этих произведений может быть сразу выписана на основании (3). Например,

$$T\{\hat{u}D_1(u)\,D_0^c(u)\} = \int_0^1 (1-\tau)\,d\tau\,\frac{\partial^2}{\partial\tau^2}\left\{\frac{1}{\tau^4}\,\frac{\hat{u}}{\tau}\,D_1\left(\frac{u}{\tau}\right)D_0^c\left(\frac{u}{\tau}\right)\right\},$$

и в импульсном пространстве

$$\int T\{\hat{u}D_1(u)\,D_0^c(u)\}\,e^{-ipu}\,d^4u =$$

$$= \frac{1}{(4\pi)^2}\int_0^1 (1-\tau)\,d\tau \int_0^\infty\int_0^\infty \frac{t_2\psi_1(t_1)\,\psi_0(t_2)\,dt_1\,dt_2}{(t_1+t_2)^3}\,\frac{\partial^2}{\partial\tau^2}\left\{\tau\hat{p}\exp\left(i\tau^2p^2\frac{t_1t_2}{t_1+t_2}\right)\right\}. \qquad (7)$$

Перемещение центра разложения из начала координат (при построении T-операции) в другую точку, например, $\hat{p}=mI$ породит добавку к (7) вида

$$(P-P')\{\hat{u}D_1(u)\,D_0^c(u)\} = -P'(1-P)\{\hat{u}D_1(u)\,D_0^c(u)\} =$$
$$= -P'T\{\hat{u}D_1(u)\,D_0^c(u)\}. \qquad (8)$$

Использованное здесь соотношение $P-P'=-P'(1-P)$ вытекает из легко проверяемого тождества $P'P=P$.

В импульсном пространстве (8) имеет вид

$$c_1(m)+c_2(m)(\hat{p}-m),$$

где

$$c_1(m) = \frac{1}{(4\pi)^2}\int_0^1 (1-\tau)\int_0^\infty\int_0^\infty \frac{t_2\psi_1(t_1)\,\psi_0(t_2)\,dt_1\,dt_2}{(t_1+t_2)^3}\,\frac{\partial^2}{\partial\tau^2}\left\{\tau m\exp\left(i\tau^2m^2\frac{t_1t_2}{t_1+t_2}\right)\right\}d\tau \qquad (9)$$

$$c_2(m) = \frac{dc_1(m)}{dm}.$$

Отметим, что интегралы в (7), (9) сходятся абсолютно. Этот общий факт обусловлен размазыванием массы в причинных функциях и наличием вычитаний, устраняющих ультрафиолетовые расходимости. Простейшей вершинной части Γ_3 в квантовой электродинамике соответствует произведение, расходящаяся часть которого в x-представлении имеет вид

$$4(x^2-xy)\,D_1(x)\,D_1(x-y)\,D_0^c(y) =$$

$$= \frac{(x^2-xy)}{(4\pi)^6}\int_0^\infty \prod_{i=1}^3 \frac{\psi_i(t_i)\,dt_i}{t_i^{\lambda_i}}\exp\left\{-\frac{i}{4}\left[\frac{x^2}{t_1}+\frac{(x-y)^2}{t_2}+\frac{y^2}{t_3}\right]\right\},$$

где λ_1, $\lambda_2=3$, $\lambda_3=2$, а функции ψ_i задаются (6).

Преобразование Фурье

$$4\int e^{-ikx+ipy}(x^2-xy)\,D_1(x)\,D_1(x-y)\,D_0^c(y)\,d^4x\,d^4y,$$

соответствующее переходу: электрон $\vec{p}\to$ фотон $\vec{k}+$ электрон $(\vec{p}-\vec{k})$, дается расходящимся интегралом

$$\frac{1}{(2\pi)^2}\sum_{n=0}^3 g^{nn}\left(\frac{\partial^2}{\partial k^{n2}}+\frac{\partial^2}{\partial k^n\partial p^n}\right)\int_0^\infty\prod_{i=1}^3\frac{\psi_i(t_i)\,dt_i}{t_i^{\lambda_i-2}}\,\frac{1}{\left(\sum t_i\right)^2}\exp i\left[p^2\frac{t_1(t_2+t_3)}{\sum t_i}-\right.$$
$$\left.-2pk\frac{t_1t_3}{\sum t_i}+k^2\frac{t_3(t_1+t_2)}{\sum t_i}\right].$$

Вычитание в нуле по p, k дает конечную часть

$$\frac{4}{\pi^2}\int_0^1 d\tau \int_0^\infty \prod_{i=1}^{3} \frac{\psi(t_i)\,dt_i}{t_i^{\lambda_i-2}} \frac{t_3 t_2}{\left(\sum t_i\right)^3} \frac{\partial}{\partial\tau} \exp i\tau^2 \left[p^2 \frac{t_1(t_2+t_3)}{\sum t_i} - \right.$$

$$\left. -2pk\frac{t_1 t_3}{\sum t_i} + k^2 \frac{t_3(t_1+t_2)}{\sum t_i}\right] + \text{слагаемые, не содержащие расходимостей.}$$

Поправка от перехода к точке $p = mI$, $k = 0$ имеет вид

$$\frac{4}{\pi^2}\int_0^{m^2} ds \int_0^\infty \prod_{i=1}^{3} \frac{\psi_i(t_i)\,dt_i}{t_i^{\lambda_i-3}} \frac{(t_2+t_3)}{\left(\sum t_i\right)^4} \exp\left[is\frac{t_1(t_2+t_3)}{\sum t_i}\right] = c(m).$$

В x-пространстве, следовательно, к $T\Gamma_3 = (1-P)\Gamma_3$ добавляется конечный контрчлен $c(m)\,\delta(x)\,\delta(y)$.

Комбинируя полученные результаты, легко вычислить соответствующие поправки и для более сложных диаграмм. Например, собственноэнергетической диаграмме электрона четвертого порядка соответствует коэффициентная функция вида

$$\sum\nolimits_4 = -i\gamma^m S^c(x_1-x_2)\,\gamma^k S^c(x_2-x_3)\,\gamma^n g^{mn} D_0^c(x_1-x_3)\,S^c(x_3-x_4)\,\gamma^l g^{kl} D_0^c(x_2-x_4).$$

Выражение для конечной части после вычитания в нуле как всегда пишется автоматически. Пересчет к другому центру разложения вызовет появление поправок, на вычислении которых мы и остановимся.

Символически эти поправки можно записать в виде:

1) $\left[1-P\left(\sum_4\right)\right]\left[P\left(\Gamma_3^1\right)-P'\left(\Gamma_3^1\right)\right]\sum_4$;

2) $\left[1-P\left(\sum_4\right)\right]\left[P\left(\Gamma_3^2\right)-P'\left(\Gamma_3^2\right)\right]\sum_4$;

3) $\left[P\left(\sum_4\right)-P'\left(\sum_4\right)\right]\left[1-P\left(\Gamma_3^1\right)\right]\left[1-P\left(\Gamma_3^2\right)\right]\sum_4$;

4) $\left[P\left(\sum_4\right)-P'\left(\sum_4\right)\right]\left[P\left(\Gamma_3^1\right)-P'\left(\Gamma_3^1\right)\right]\sum_4$;

5) $\left[P\left(\sum_4\right)-P'\left(\sum_4\right)\right]\left[P\left(\Gamma_3^2\right)-P'\left(\Gamma_3^2\right)\right]\sum_4$.

Здесь Γ_3^1 и Γ_3^2 — вершинные функции, соответствующие вершинам $G(x_1, x_2, x_3)$ и $G(x_2, x_3, x_4)$.

Так как $[P(\Gamma_3^1)-P'(\Gamma_3^1)]\,\Gamma_3^1 = c(m)\,\delta(x_1-x_2)\,\delta(x_1-x_3)$, то вычисление поправок 1) и 4) сводится непосредственно к проделанным выше вычислениям конечной части и поправки к ней для электронной собственноэнергетической части (то же и для 2), 5)). Что же касается поправки 3), то ее вычисление принципиально ничем не отличается от проделанных ранее выкладок для $\sum_2$.

ЛИТЕРАТУРА

1. Н. Н. Боголюбов и Д. В. Ширков. Введение в теорию квантовых полей. Гостехиздат, М., 1957.
2. F. J. Dyson. Phys. Rev., 75, 1736 (1949).
3. A. Salam. Nuovo Cimento, 3, 484 (1956).
4. Н. Н. Боголюбов, О. С. Парасюк. ДАН СССР, 100, № 3 (1955)
5. Н. Н. Боголюбов, О. С. Парасюк. «Изв. АН СССР, сер. матем.», 20 (1956).
6. О. С. Парасюк. УМН, XII, № 3 (1960).
7. C. A. Hurst. Proc. Cambr. Phil. Soc, 18, 625 (1948).
8. W. Thirring. Helv. Phys. Acta, 26, 33 (1953).
9. Н. Н. Боголюбов, Д. В. Ширков. УФН, 55, вып. 2 (1955).
10. В. А. Щербина. О вычислительном формализме в квантовой теории поля. Каталог депонированных работ. Изд-во ВИНИТИ, 1964.