УДК 517.958

И. Д. ЧУЕШОВ

ОБ ОДНОЙ СИСТЕМЕ УРАВНЕНИЙ С ЗАПАЗДЫВАНИЕМ, ВОЗНИКАЮЩЕЙ В АЭРОУПРУГОСТИ

1. Нелинейные колебания упругой пологой оболочки, защемленной по контуру, могут быть описаны (см., например, [1, 2]) с помощью следующих уравнений:

$$(1-\alpha\Delta)\ddot{u}+(\varepsilon_1-\varepsilon_2\Delta)\dot{u}+\Delta^2 u-[u+f,\ v+\theta]=p(x,\ t); \quad (1)$$

$$\Delta^2 v+[u+2f,\ u]=0,\ x=(x_1,\ x_2)\in\Omega,\ t>0; \quad (2)$$

$$u\,|_{\partial\Omega}=\left.\frac{\partial u}{\partial n}\right|_{\partial\Omega}=0,\ v\,|_{\partial\Omega}=\left.\frac{\partial v}{\partial n}\right|_{\partial\Omega}=0. \quad (3)$$

Здесь Ω — ограниченная область в R^2 с кусочно-гладкой границей, $\dot{u}=\frac{\partial u}{\partial t}$, параметры $\varepsilon_1,\ \varepsilon_2$ — неотрицательны, $\alpha>0$,

$$[u,\ v]=\frac{\partial^2 u}{\partial x_1^2}\cdot\frac{\partial^2 v}{\partial x_2^2}+\frac{\partial^2 u}{\partial x_2^2}\cdot\frac{\partial^2 v}{\partial x_1^2}-2\frac{\partial^2 u}{\partial x_1\partial x_2}\cdot\frac{\partial^2 v}{\partial x_1\partial x_2},$$

функции $f(x)$, $\theta(x)$, $p(x,\ t)$ предполагаются известными. Отметим, что в (1)—(3) $u(x,\ t)$ — величина поперечного прогиба оболочки, а $v(x,\ t)$ — функция напряжений. Случай $\alpha,\ \varepsilon_2>0$ отвечает учету инерции вращения элементов оболочки [1].

Если оболочка находится в сверхзвуковом потенциальном потоке газа, движущегося в направлении оси x_1, то аэродинамическая нагрузка потока может быть учтена [3] с помощью равенства $p(x,\ t)=$ $=p_0(x)+p_1(u;\ x,\ t)$, где

$$p_1(u;\ x,\ t)=-\frac{\gamma}{2\pi k}\left(\frac{\partial}{\partial t}+U\frac{\partial}{\partial x_1}\right)\int\limits_{-\infty}^{x_1}d\xi\int\limits_0^{2\pi}d\theta w^*\Big(\xi,\ x_2-$$
$$-\frac{x_1-\xi}{k}\cos\theta,\ t-\frac{x_1-\xi}{k^2}(U-\sin\theta)\Big).$$

Здесь $w^*(x,\ t)$ — продолжение нулем функции $w(x,t)=\frac{\partial u}{\partial t}+U\frac{\partial u}{\partial x_1}$ с области Ω на R^2, параметр $U>1$ имеет смысл скорости набегающего потока, $k=\sqrt{U^2-1}$, $\gamma>0$. Отметим, что при таком выборе аэродинамической нагрузки мы пренебрегаем влиянием концевых кромок и вихревой пелены на характер колебаний оболочки. Во многих случаях это вполне оправдано [3].

Используя очевидное равенство

$$\frac{\partial w}{\partial t}\Big(\xi,\ x_2-\frac{x_1-\xi}{k}\cos\theta,\ t-\frac{x_1-\xi}{k^2}(U-\sin\theta)\Big)=$$
$$=\frac{k^2}{U-\sin\theta}\left[\frac{d}{d\xi}w-\frac{\partial w}{\partial\xi}-\frac{\cos\theta}{k}\cdot\frac{\partial w}{\partial x_2}\right]$$

и граничные условия для функции $u(x, t)$, нетрудно величину $p(x, t)$ преобразовать к виду

$$p(x, t) = p_0(x) - \gamma\left[\frac{\partial u}{\partial t} + U\frac{\partial u}{\partial x_1} + q(u; x, t)\right], \tag{4}$$

где

$$q(u; x, t) = \frac{1}{2\pi k}\int_{-\infty}^{x_1} d\xi \int_0^{2\pi} d\theta \left[\left(a_\theta \cdot \frac{\partial}{\partial x_1} + b_\theta \cdot \frac{\partial}{\partial x_2}\right)^2 u\right]^* \times$$

$$\times \left(\xi,\ x_2 - \frac{x_1 - \xi}{k}\cos\theta,\ t - \varkappa_\theta(x_1 - \xi)\right),$$

$$a_\theta = (U\sin\theta - 1)(U - \sin\theta)^{-1},\ b_\theta = k\cos\theta(U - \sin\theta)^{-1},$$

$$\varkappa_\theta(\xi) = \frac{\xi}{k^2}(U - \sin\theta),$$

$\psi^*(x)$ — продолжение функции $\psi(x)$ нулем с Ω на R^2.

Таким образом, возникает квазилинейная система уравнений в частных производных с запаздыванием на время $t_* = l(U - 1)^{-1}$, где l — размер области Ω в направлении оси x_1. Поэтому начальные условия следует задавать в виде (ср. [4]):

$$u|_{t\in(-t_*, 0)} = \varphi(x, t),\ u|_{t=0} = u_0(x),\ \dot{u}|_{t=0} = u_1(x). \tag{5}$$

В данной работе доказана теорема существования и единственности слабых решений задачи (1)—(5) и изучается асимптотическое поведение при $t \to \infty$ решений этой системы. Существенную роль при этом играет схема, использованная в работе [2], которая посвящена исследованию асимптотического поведения решений задачи (1)—(5) в рамках «поршневой» теории ($q(u; x, t) \equiv 0$).

2. Всюду в дальнейшем предполагаются выполненными следующие условия:

$$f(x) \in H^3(\Omega) \cap H_0^2(\Omega),\ \theta(x) \in H^4(\Omega),\ p_0(x) \in L^2(\Omega);$$

$$u_0(x) \in H_0^2(\Omega),\ u_1(x) \in H_0^1(\Omega),\ \varphi(x, t) \in L^2(-t_*, 0; H_0^2(\Omega)), \tag{6}$$

где $H^s(\Omega)$ — соболевское пространство порядка s, $L^2(a, b; H)$ — пространство квадратично интегрируемых на $[a, b]$ вектор-функций со значениями в H. Аналогичный смысл имеет используемое ниже обозначение $L^\infty(a, b; H)$. Кроме того, норму в пространстве $H_0^1(\Omega)$ определим равенством $\|\cdot\|_1^2 = ((1 - \alpha\Delta)\cdot, \cdot)$, а в пространстве $H_0^2(\Omega)$ соотношением $\|\cdot\|_2 = \|\Delta\cdot\|$, где $\|\cdot\|$, $(\cdot, \cdot)$ — норма и скалярное произведение в $L^2(\Omega)$. Пусть также

$$\mathscr{L}_T = \{u(t) \in L^\infty(0, T; H_0^2(\Omega)) / \dot{u}(t) \in L^\infty(0, T; H_0^1(\Omega))\},$$

где производная $\dot{u}(t)$ понимается в смысле обобщенных функций.

Слабым решением задачи (1)—(5) на интервале $[0, T]$ будем называть вектор-функцию $u(t)$, лежащую в пространстве $L^2(-t_*, T; H_0^2(\Omega))$ и такую, что а) $u(t) \in \mathscr{L}_T$; б) в смысле обобщенных функций выполнено (1), (4) с учетом зависимости функции v от u согласно (2); в) вектор-функции $u(t)$ и $\dot{u}(t)$ слабо непрерывны в $H_0^2(\Omega)$ и $H_0^1(\Omega)$ соответственно, $t \in [0; T]$; г) справедливы начальные условия (5).

Теорема 1. *Пусть выполнены условия (6) и* $\alpha > 0$, ε_1, $\varepsilon_2 \geqslant 0$. *Тогда на любом интервале* $[0, T]$ *слабое решение задачи* (1)—(5) *существует и единственно. При этом вектор-функция* $y(t) = (u(t) \cdot \dot{u}(t))$ *сильно непрерывна в пространстве* $F = H_0^2(\Omega) \times H_0^1(\Omega)$ *при* $t \in [0, T]$ *и имеет место энергетическое соотношение*

$$E(y(t)) = E(y_0) + \int_0^t (-(\varepsilon_1 - \varepsilon_2\Delta)\dot{u}(\tau) + p_0 + p_1(u; \tau), \dot{u}(\tau))\, d\tau, \quad (7)$$

где

$$y_0 = (u_0; u_1), \; y(t) = (u(t); \dot{u}(t));$$

$$E(y(t)) = E_0(y(t)) - \frac{1}{2}([u(t) + 2f, u(t)], \theta);$$

$$E_0(y(t)) = \frac{1}{2}\left(\| \dot{u}(t)\|_1^2 + \|\Delta u(t)\|^2 + \frac{1}{2}\|\Delta v(u(t))\|^2\right),$$

причем $v = v(u(t)) \in H_0^2$ *определяется по* $u(t)$ *согласно* (2).

Доказательство теоремы проводится стандартным методом (при $f = \theta = 0$, $p_1(u; t) = 0$ см. [1, 5]), опирающимся на принцип компактности. Приближенные решения ищутся в виде

$$u_m(t) = \sum_{k=1}^m g_k(t)\, e_k(x),$$

где $\{e_k\}$ — ортонормированный в $H_0^1(\Omega)$ базис собственных функций спектральной краевой задачи

$$\Delta^2 v = \mu(1 - \alpha\Delta)v, \; v|_{\partial\Omega} = \frac{\partial v}{\partial n}\Big|_{\partial\Omega} = 0$$

(предполагается, что последовательность $\{\mu_k\}$ соответствующих собственных чисел является неубывающей). Локальная теорема существования приближенных решений при этом получается, если соответствующую систему с запаздыванием для $g_k(t)$ записать в интегральной форме и воспользоваться методом последовательных приближений [4]. Возможность продолжения этих решений на любой интервал $[0, T]$ вытекает из теоремы 2.3.2 [4] и приведенной ниже априорной оценки, доказательство которой опирается на следующее утверждение.

Лемма 1. *Пусть* $u(t) \in L^2(-t_*, T; H_0^2(\Omega))$, $t_* = l(U-1)^{-1}$. *Тогда*

$$\| q(u; t)\|^2 \leqslant ct_* \int_{t-t_*}^t \|\Delta u(\tau)\|^2 d\tau, \; t \in [0, T]; \quad (8)$$

$$\| q(u;\ t) \|_{-1}^2 \leqslant ct_* \int\limits_{t-t_*}^{t} \| u(\tau) \|_1^2 d\tau,\ t \in [0,\ T]; \tag{9}$$

$$\int\limits_0^t \| q(u;\ \tau) \|^2 d\tau \leqslant ct_*^2 \int\limits_{-t_*}^{t} \| \Delta u(\tau) \|^2 d\tau,\ t \in [0,\ T]. \tag{10}$$

Доказательство. Достаточно рассмотреть случай, когда $u(x,\ t)$ — непрерывная по t функция со значениями $C_0^\infty(\Omega)$. При этом очевидно, что

$$\int\limits_\Omega | q(u;\ x,\ t) |^2 dx \leqslant \frac{c}{k^2} \sum_{|\beta|=2} \int\limits_0^{2\pi} d\theta \int\limits_a^b d\xi \int\limits_\xi^b dx_1 \int\limits_c^d dx_2 | \psi_\beta(\xi,\ \theta,\ t) |^2,$$

где

$$\psi_\beta(\xi,\ \theta,\ x,\ t) = [D^\beta u]^* \left(\xi,\ x_2 - \frac{x_1 - \xi}{k} \cos\theta,\ t - \frac{x_1 - \xi}{k^2} (U - \sin\theta)\right),$$

$[a,\ b] \times [c,\ d]$ — минимальный прямоугольник, содержащий область Ω; $\beta = (\beta_1,\ \beta_2)$, $|\beta| = \beta_1 + \beta_2$. Делая сначала замену $x_2 \to x_2 - k^{-1}(x_1 - \xi)\cos\theta$, а затем $x_1 \to t - k^{-2}(x_1 - \xi)(U - \sin\theta)$, нетрудно получить оценку (8). Для доказательства (9) следует рассмотреть величину $S_\Omega q(u;\ x,\ t)\varphi(x)\, dx$, где $\varphi \in C_0^\infty(\Omega)$, выполнить подходящие замены переменных и воспользоваться формулой интегрирования по частям. Оценка (10) получается интегрированием неравенства (8).

Так же, как и в [1, 5], благодаря свойству симметрии, скобки $[u,\ v]$ можно установить равенство (7) для $y(t) = y_m(t) = (u_m(t);\ \dot{u}_m(t))$. Из этого равенства с помощью леммы 1 и оценки

$$c_1 E_0(y) - c_2 \leqslant E(y) \leqslant c_3(1 + E_0(y)), \tag{11}$$

вытекающей из леммы 3.2 [2], получаем, что

$$E_0(y_m(t)) \leqslant c_1 \left(1 + E_0(y_m(0)) + \int\limits_{-t_*}^{0} \| u_m(\tau) \|_2^2 d\tau\right) + \\ + c_2 \int\limits_0^t E_0(y_m(\tau))\, d\tau.$$

Лемма Гронуолла позволяет отсюда извлечь априорную оценку вида

$$E_0(y_m(t)) \leqslant c_1 \left(1 + E_0(y_m(0)) + \int\limits_{-t_*}^{0} \| u_m(\tau) \|^2 d\tau\right) e^{c_2 t} \leqslant C_T,\ t \in [0,\ T],$$

из которой вытекает $*$ — слабая компактность семейства $\{y_m(t)\}$ в пространстве $L^\infty(0,\ T;\ \mathscr{F})$, $\mathscr{F} = H_0^2(\Omega) \times H_0^1(\Omega)$. Это обстоятельство так же, как и в [1,5], дает возможность доказать существование слабого решения задачи (1)—(5). Рассматривая теперь $u(t)$ как слабое решение линейной задачи вида

$$(1-\alpha\Delta)\ddot{u}+\Delta^2 u=f(t),\ u|_{\partial\Omega}=\left.\frac{\partial u}{\partial n}\right|_{\partial\Omega}=0,$$

можно показать, что вектор-функция $y(t)=(u(t);\ \dot{u}(t))$ сильно непрерывна в $\mathcal{F}=H_0^2(\Omega)\times H_0^1(\Omega)$, и установить энергетическое соотношение (7). Утверждение о единственности решений доказывается без особого труда и опирается на лемму Гронуолла (ср. [5]).

Отметим, что из (7) и (11) легко извлечь

$$E_0(y(t))\leqslant c\left(1+E_0(y_0)+\int\limits_{-t_*}^{0}\|\varphi(\tau)\|_2^2\,d\tau\right)e^{at},\qquad(12)$$

где $y(t)=(u(t);\ \dot{u}(t))$, $y_0=(u_0;\ u_1)$, $u(t)$ — слабое решение задачи (1)—(5).

3. Пусть S_t — сильно непрерывная полугруппа, действующая в пространстве $\boldsymbol{H}=F\times L^2(-t_*,\ 0;\ H_0^2(\Omega))$ по формуле

$$S_t(u_0;\ u_1;\ \varphi(s))=(u(t);\ \dot{u}(t);\ u(t+s)),\ s\in(-t_*,\ 0),\ t>0,$$

где $u(t)$ — слабое решение задачи (1)—(5).

Теорема 2. *Если $\varepsilon_2>0$, то полугруппа S_t обладает компактным максимальным аттрактором $\boldsymbol{M}$, т. е. существует компактное множество $\boldsymbol{M}$ в пространстве $\boldsymbol{H}$ такое, что $S_t\boldsymbol{M}=\boldsymbol{M}$ и*

$$\lim_{t\to+\infty}\sup\{\mathrm{dist}_{\boldsymbol{H}}(S_t y,\ \boldsymbol{M})\mid y\in\boldsymbol{B}\}=0$$

для любого ограниченного в $\boldsymbol{H}$ множества $\boldsymbol{B}$.

Отметим, что максимальный (глобальный) аттрактор играет важную роль при исследовании предельного поведения бесконечномерных динамических систем (см., например, [6, 7] и приведенные там ссылки).

Доказательство теоремы 2 проводится по схеме, широко использовавшейся ранее (см. [2, 6, 7] и др.), и опирается на приведенные ниже леммы.

Лемма 2. *Полугруппа S_t является диссипативной в $\boldsymbol{H}$, т. е. существует $R>0$ такое, что $\|S_t h\|_{\boldsymbol{H}}\leqslant R$ для всех $h\in\boldsymbol{B}$, $t\geqslant t_0(\boldsymbol{B})$, где $\boldsymbol{B}$ — произвольное, ограниченное в $\boldsymbol{H}$ множество.*

Доказательство. Как и в [2], на пространстве F рассмотрим функционал $V(y)=E(y)+\nu\Phi(y)$, где $\nu>0$,

$$\Phi(y)=((1-\alpha\Delta)u_0,\ u_1)+\frac{1}{2}((\varepsilon_1+\gamma-\varepsilon_2\Delta)u_0,\ u_0),\ y=(u_0;\ u_1).$$

При этом из леммы 3.2 [2] вытекает, что для достаточно малых $\nu>0$ и некоторого $d>0$ справедлива оценка

$$c_1(1+E_0(y))\leqslant V_d(y)\leqslant c_2(1+E_0(y)),\qquad(13)$$

где $V_d(y)=V(y)+d$. А повторение рассуждений, проведенных при доказательстве леммы 3.1 [2], и использование оценки (9) позволяют подобрать $\nu > 0$ так, чтобы

$$\frac{d}{dt} V_d(y(t)) + \nu V_d(y(t)) \leqslant C_1 + C_2 \int\limits_{t-t_*}^{t} \| u(\tau) \|_1^2 \, d\tau, \qquad (14)$$

где $y(t) = (u(t); \dot{u}(t))$, $u(t)$ — решение задачи (1)—(5). Однако из леммы 3.2 [2] вытекает, что $\| u \|_1^2 \leqslant C_\delta + \delta \cdot E_0(y)$, где $\delta > 0$ может быть взято сколь угодно малым. Поэтому из (13), (14) имеем, что

$$\frac{d}{dt} V_d(y(t)) + \nu V_d(y(t)) \leqslant C_\delta + \delta \int\limits_{t-t_*}^{t} V_d(y(\tau)) \, d\tau, \ t \geqslant t_*.$$

Следовательно, для $\Psi(t) = V_d(y(t)) \exp(\nu t)$ получаем, что

$$\frac{d}{dt} \Psi(t) \leqslant C_\delta e^{\nu t} + \delta e^{\nu t_*} \int\limits_{t-t_*}^{t} \Psi(\tau) \, d\tau, \ t \geqslant t_*.$$

Интегрируя это неравенство от t_* до t, можно доказать, что

$$\Psi(t) \leqslant \Psi(t_*) + C_\delta \nu^{-1} e^{\nu t} + \delta t_* e^{\nu t_*} \int\limits_{0}^{t} \Psi(\tau) \, d\tau, \ t \geqslant t_*.$$

Поэтому для достаточно малых $\delta > 0$, лемма Гронуолла приводит к оценке

$$E_0(y(t)) \leqslant C_1 + C_2 (1 + E_0(y(t_*)) + \int\limits_{0}^{t_*} E_0(y(\tau)) \, d\tau) e^{-\nu \frac{t}{2}}, \ t \geqslant t_*,$$

из которой с помощью (12) извлекается утверждение леммы.

Пусть K_A^σ — множество элементов $(v_0;\ v_1;\ \psi(s))$ из H, для которых справедлива оценка

$$\| v_0 \|_{2+\sigma}^2 + \| v_1 \|_{1+\sigma}^2 + \operatorname*{ess\,sup}_{s \in (-t_*,\, 0)} (\| \psi(s) \|_{2+\sigma}^2 + \| \dot{\psi}(s) \|_{1+\sigma}^2) \leqslant A,$$

где $0 < \sigma \leqslant 1/2$, $A > 0$, $\| \cdot \|_\sigma$ — норма в пространстве $H^\sigma(\Omega)$.

Лемма 3. *Найдется $A > 0$ такое, что для любого ограниченного в H множества B*

$$\lim_{t \to \infty} \sup \{ \operatorname{dist}_H (S_t h,\ K_A^\sigma) \mid h \in B \} = 0, \ 0 < \sigma \leqslant 1/2.$$

Доказательство. Пусть $\varepsilon_2 = \alpha\varepsilon$, $\varepsilon_1 + \gamma = \varepsilon + \beta$, $\beta = \varepsilon_1 + \gamma - \varepsilon_2 \alpha^{-1}$,

$$B(y(t)) = [u(t) + f,\ v(t) + \theta] + p_0 - \gamma \left[U \frac{\partial u}{\partial x_1} + q(u;\ x,\ t) \right] - \beta \dot{u}(t),$$

где $y(t) = (u(t);\ \dot{u}(t))$, $u(t)$ — решение задачи (1)—(5), $v(t) \in H_0^2(\Omega)$ определяется по $u(t)$ согласно (2). Очевидно, что

$$y(t) = T_t y_0 + \int_0^t T_{t-\tau}(0;\ (1-\alpha\Delta_D)^{-1} B(y(\tau))\, d\tau, \qquad (15)$$

где T_t — сильно непрерывная группа оператора в $\mathscr{F}$, отвечающая задаче

$$(1-\alpha\Delta)\ddot{u} + \varepsilon(1-\alpha\Delta)\dot{u} + \Delta^2 u = 0;$$
$$u|_{\partial\Omega} = \frac{\partial u}{\partial n}\Big|_{\partial\Omega} = 0, \quad u|_{t=0} = u_0, \quad \dot{u}|_{t=0} = u_1.$$

Если $u(t)$ решение задачи (1)—(5) такое, что $\|y(t)\|_{\mathscr{F}} \leqslant R$, то с помощью (8) легко проверить, что $\|B(y(\tau))\|_{-1+\sigma} \leqslant C_R$, $0 < \sigma \leqslant 1/2$ (при $q \equiv 0$ соответствующее рассуждение см. в [2]). Поэтому, как и в [2], из (15) можно извлечь утверждение леммы.

В виду компактности множества K_A^σ в пространстве H из лемм 2 и 3 вытекает, что полугруппа S_t обладает максимальным аттрактором в H.

Конечномерность аттрактора полугруппы S_t автору доказать не удалось. Дело в том, что по сравнению со случаем, разобранным в [2], наличие запаздывания в системе (1) - (5) приводит к значительному расширению фазового пространства. Поэтому техника, развитая в [2], оказывается недостаточной для того, чтобы свести ситуацию к теореме О. А. Ладыженской. Справедливо, однако, следующее утверждение о конечности числа существенных мод системы (1)—(5).

Теорема 3. *При $\varepsilon_2 > 0$ найдется $N_0 > 0$ такое, что для любой пары решений $u_1(t)$, $u_2(t)$ задачи (1)—(5) из условия*

$$\lim_{t\to\infty} \{|(\dot{u}_1(t) - \dot{u}_2(t), e_k)_1| + |(u_1(t) - u_2(t), e_k)_1|\} = 0, k = 1, 2, \ldots, N_0,$$

вытекает, что

$$\lim_{t\to\infty} (\|u_1(t) - u_2(t)\|_2 + \|\dot{u}_1(t) - \dot{u}_2(t)\|_1) = 0.$$

Доказательство. Пусть $y_i(t) = (u_i(t);\ \dot{u}_i(t))$, а P_N — ортопроектор в $\mathscr{F}$ на $\mathrm{Lin}\{(e_k;\ 0),\ (0;\ e_k),\ k = 1,\ 2,\ \ldots,\ N\}$. Тогда в силу (15), как и в [2], имеем, что

$$\|(1-P_N)(y_1(t) - y_2(t))\|_{\mathscr{F}} \leqslant Me^{-\omega t}\{\|y_1(0) - y_2(0)\|_{\mathscr{F}} +$$
$$+ \frac{c}{(\mu_{N+1})}\sigma/2 \cdot \int_0^t e^{\omega\tau} \|B(y_1(\tau)) - B(y_2(\tau))\|_{-1+\sigma}\, d\tau\}, \quad 0 < \sigma \leqslant \frac{1}{2}.$$

Но в силу леммы 1 и рассуждений, приведенных в [2], получаем, что

$$\|B(y_1(\tau)) - B(y_2(\tau))\|_{-1+\sigma} \leqslant c_R \|y_1(\tau) - y_2(\tau)\|_{\mathscr{F}} +$$
$$+ c\Big[\int_{\tau-t_*}^{\tau} \|u_1(s) - u_2(s)\|_2^2\, ds\Big]^{1/2}.$$

Поэтому легко проверить, что

$$\| (1 - P_N)(y_1(t) - y_2(t)) \|_{\mathscr{F}} \leqslant Me^{-\frac{\omega}{2}t} \Big\{ \| y_1(0) - y_2(0) \|_{\mathscr{F}} +$$

$$+ \| u_1 - u_2 \|_{L^2(-t_*, 0; H_0^2)} + c\mu_{N+1}^{-\frac{\sigma}{2}} \Big[\int_0^t e^{\omega\tau} \| y_1(\tau) - y_2(\tau) \|_{\mathscr{F}}^2 \, d\tau \Big]^{1/2} \Big\}.$$

Рассуждая так же, как и в [2], из этой оценки можно извлечь утверждение теоремы.

В заключение отметим, что при $\alpha = \varepsilon_2 = 0$, следуя схеме, описанной в [8], и используя представленную выше технику, можно доказать глобальную теорему существования сильных решений (их определение при $q \equiv 0$ см. в [8]) системы (1)—(5) при условии, что $u_0(x) \in H^4(\Omega) \cap H_0^2(\Omega)$, $u_1(x) \in H_0^2(\Omega)$, а функция $\varphi(t) \in L^2(-t_*, 0; H_0^2(\Omega))$ такова, что $\dot{\varphi}(t) \in L^2(-t_*, 0; H_0^2(\Omega))$. Такие решения определяются однозначно. Поэтому в подходящем функциональном пространстве может быть построена соответствующая эволюционная полугруппа S_t. Если параметры $\varepsilon_1 > 0$ и $U > 1$ достаточно велики, то для полугруппы S_t имеет место аналог теоремы 2.

Список литературы: 1. *Морозов Н. Ф.* Избранные двумерные задачи теории упругости. Л., 1978. 184 с. 2. *Чуешов И. Д.* Конечномерность аттрактора в некоторых задачах нелинейной теории оболочек // Мат. сб. 1987. 133, № 4. С. 419—428. 3. *Красильщикова Е. А.* Тонкое крыло в сжимаемом потоке. М., 1978. 224 с. 4. *Хейл Дж.* Теория функционально-дифференциальных уравнений. М., 1984. 422 с. 5. *Лионс Ж.-Л.* Некоторые методы решения нелинейных краевых задач. М., 1972. 588 с. 6. *Бабин А. В.*, *Вишик М. И.* Неустойчивые инвариантные множества полугрупп нелинейных операторов и их возмущения // Успехи мат. наук. 1986. 41, вып. 4. С. 3—34. 7. *Ладыженская О. А.* О нахождении минимальных глобальных аттракторов для уравнений Навье-Стокса и других уравнений с частными производными // Успехи мат. наук. 1987. 42, вып. 6. С. 25—60. 8. *Чуешов И. Д.* Сильные решения и аттрактор системы уравнений Кармана // Докл. АН УССР. Сер. А. 1988. № 5. С. 22—25.

Поступила в редколлегию 10.02.89