УДК 517.5

С. А. ОРЛОВ

ОПИСАНИЕ ФУНКЦИЙ ГРИНА КАНОНИЧЕСКИХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНЫХ СИСТЕМ. Ч. 2 *

§ 5. Свойства диссипативных функций Грина в $[0, \infty)$

1°. В силу принудительного принципа симметрии

$$\Omega(\bar{\lambda}) = \Omega^*(\lambda),\ W(t, \bar{\lambda}) = W_1^*(t, \lambda),\ Z(\bar{\lambda}) = Z_1^*(\lambda),$$
$$K(s, t, \bar{\lambda}) = K_1^*(t, s, \lambda). \tag{5.1}$$

Так как неравенства (4.14) и (4.15) равносильны неравенствам (4.3) и (4.4), то, учитывая, что

$$\Gamma(b, \lambda) = J - W(b, \lambda) J W^*(b, \lambda) =$$
$$= \int_0^b W(t, \lambda) \frac{H(t, \lambda) - H^*(t, \lambda)}{i} W^*(t, \lambda)\, dt,$$

неравенству (4.3) можно придать следующий вид

$$\frac{\Omega(\lambda) - \Omega^*(\lambda)}{2i} - \frac{\lambda - \bar{\lambda}}{i} \int_0^\infty Z(\lambda) W(t, \lambda) \rho(t\lambda) W^*(t, \lambda) Z^*(\lambda)\, dt \geqslant 0 \tag{5.2}$$

и аналогично

$$\frac{\Omega(\lambda) - \Omega^*(\lambda)}{2i} - \frac{\lambda - \bar{\lambda}}{i} \int_0^\infty Z_1^*(\lambda) W_1^*(t, \lambda) \rho(t, \lambda) W_1(t, \lambda) Z_1(\lambda)\, dt \geqslant 0. \tag{5.3}$$

Из (5.2) и (5.3) следует, что $W_1(t, \lambda) Z_1(\lambda)$ и $(Z(\lambda) W(t, \lambda)^*$ принадлежат $L_2^\rho[0, \infty)$, поэтому

$$\begin{gathered} \int_0^\infty K_1^*(t, s, \lambda) \rho(t, \lambda) K_1(t, s, \lambda)\, dt < \infty, \\ \int_0^\infty K_1(t, s, \lambda) \rho(s, \lambda) K_1^*(t, s, \lambda)\, ds < \infty; \end{gathered} \tag{5.4}$$

* Первая часть работы опубликована в вып. 51 настоящего сборника.

аналогичное имеет место и для $K(s, t, \lambda)$. Таким образом, ядра $K(s, t, \lambda)$ и $K_1(t, s, \lambda)$ принадлежат к типу ядер Карлемана. Из этого легко следует, что при любом $\psi(s) \in L_2^{\rho}(0, \infty)$ и $\varphi(s) \in L_2^{\rho}(0, \infty)$ имеют смысл

$$x(t, \lambda) = R_\lambda^{(1)}\psi = \int_0^\infty K_1(t, s, \lambda)\rho(s, \lambda)\psi(s)\,ds, \tag{5.5}$$

$$y(t, \lambda) = \varphi R_\lambda = \int_0^\infty \varphi(s, \lambda)\rho(s, \lambda)K(s, t, \lambda)\,ds. \tag{5.6}$$

Непосредственной проверкой легко убедиться в том, что $y(t, \lambda)$ и $x(t, \lambda)$ есть решения неоднородного уравнения

$$-i\frac{dy}{dt}J = yH + \varphi\rho, \quad iJ\frac{dx}{dt} = Hx + \rho\psi. \tag{5.7}$$

2°. *Свойства оператора* $R_\lambda^{(1)}\psi$. Так как $\Omega(\lambda) \in \boldsymbol{N}_W(\infty)$, то $\Omega(\lambda) \in \boldsymbol{N}_W(b)$ при любом $b \in [0, \infty)$. Поэтому диссипативная функция Грина в $[0, \infty)$ является диссипативной функцией Грина в $[0, b)$ при любом $b \in (0, \infty)$. Следовательно, в силу (3.13) при любой финитной функции $\psi_a(t) \in L_\rho^2[0, \infty)$, $\psi_a(t) = 0$ при $t > a$ будет выполняться неравенство

$$\left\{(R_\lambda\psi_a, R_\lambda\psi_a)_\rho^{(b)}\right\}^{1/2} \leqslant \frac{1}{\operatorname{Im}\lambda}\left\{(\psi_a, \psi_a)_\rho^b\right\}^{1/2}. \tag{5.8}$$

Пусть ψ — произвольная функция из $L_2^{\rho}[0, \infty)$, и $\psi_a = P_a\psi$,

$$P_a\psi = \psi_a = \begin{cases} \psi(t), & t \leqslant a \\ 0 & t > a, \end{cases}$$

$$R_\lambda\psi - R_\lambda\psi_a = \int_a^\infty K_1(t, s, \lambda)\rho(s, \lambda)\psi(s)\,ds.$$

Следовательно, $R_\lambda\psi_a$ равномерно по t стремится к $R_\lambda\psi$ в любом конечном t-интервале: это позволяет в неравенстве (5.8) перейти к пределу по $a \to \infty$, т. е.

$$\left\{(R_\lambda\psi, R_\lambda\psi)_\rho^b\right\}^{1/2} \leqslant \frac{1}{\operatorname{Im}\lambda}\left\{(\psi, \psi)_\rho^b\right\}^{1/2}.$$

Устремляя теперь $b \to \infty$, получим

$$\{(R_\lambda\psi, R_\lambda\psi)_\rho\}^{1/2} \leqslant \frac{1}{\operatorname{Im}\lambda}(\psi, \psi)_\rho^{1/2}. \tag{5.9}$$

Итак, оператор R_λ отображает все пространство $L_2^{\rho}[0, \infty)$ на множество решений неоднородного дифференциального уравнения (5.4), и его норма имеет оценку $\|R_\lambda\| \leqslant \frac{1}{\operatorname{Im}\lambda}$. Из (3.12), учитывая, что $R_\lambda\psi$ — решение, следует

$$\frac{\lambda - \bar{\lambda}}{i}(R_\lambda\psi, R_\lambda\psi) = \frac{(R_\lambda\psi, \psi)_\rho - (\psi, R_\lambda\psi)_\rho}{i} -$$
$$- \lim_{b \to \infty}[x^*(0, \lambda)Jx(0, \lambda) - x^*(b, \lambda)Jx(b, \lambda)]. \tag{5.10}$$

Так как выражение в скобках неотрицательно, то

$$(R_\lambda\psi, R_\lambda\psi) \leqslant \frac{(R_\lambda\psi, \psi) - (\psi, R_\lambda\psi)}{\lambda - \bar{\lambda}}. \tag{5.11}$$

Аналогичными свойствами обладает оператор $\varphi R_\lambda^{(1)}$.

3°. *Граничные условия в интервале* $[0, \infty)$. Докажем, что $y(t, \lambda)$, $x(t, \lambda)$ удовлетворяют граничным условиям типа (3.9) при $b \to \infty$. Имеем

$$y(t, \lambda) = \int_0^\infty \varphi(s)\rho(s, \lambda) K(t, s, \lambda)\, ds =$$

$$= \int_0^t \varphi(s)\rho(s, \lambda) W_1(s, \lambda) Z(\lambda) W(t, \lambda)\, ds +$$

$$+ \int_t^\infty \varphi(s)\rho(s, \lambda) W_1(s, \lambda) Z_1(\lambda)\, ds\, W(t, \lambda).$$

Так как $W(b, \lambda) J W_1(b, \lambda) = J$, то

$$y(b, \lambda) J W_1(b, \lambda) Z_1(\lambda) = \int_0^b \varphi(s)\rho(s, \lambda) W_1(s, \lambda)\, ds Z(\lambda) J Z_1(\lambda) +$$

$$+ \int_b^\infty \varphi(s)\rho(s, \lambda) W_1(s, \lambda) Z_1(\lambda)\, ds J Z_1(\lambda).$$

Но $Z(\lambda) J Z_1(\lambda) = Z_1(\lambda) J Z(\lambda)$. Поэтому

$$y(b, \lambda) J W_1(b, \lambda) Z_1(\lambda) = \int_0^b \varphi(s)\rho(s, \lambda) W_1(s, \lambda) Z_1(\lambda)\, ds J Z(\lambda) +$$

$$+ \int_b^\infty \varphi(s)\rho(s, \lambda) W_1(s, \lambda) Z_1(\lambda)\, ds J Z_1(\lambda).$$

Следовательно,

$$\lim_{b\to\infty} y(b, \lambda) J W_1(b, \lambda) Z_1(\lambda) = \int_0^\infty \varphi(s)\rho(s, \lambda) W_1(s, \lambda) Z_1(\lambda)\, ds J Z(\lambda) =$$

$$= y(0, \lambda) J Z(\lambda).$$

Итак,

$$y(0, \lambda) J Z(\lambda) = \lim_{b\to\infty} y(b, \lambda) J W_1(b, \lambda) Z_1(\lambda). \tag{5.12}$$

Аналогично доказывается, что

$$Z_1(\lambda) J x(0, \lambda) = \lim_{b\to\infty} Z(\lambda) W(b, \lambda) J x(b, \lambda). \tag{5.13}$$

Итак, доказана

Теорема 5.1. *Всякая диссипативная функция Грина в интервале* $[0, \infty)$ *является функцией Грина краевой задачи*

$$-i\frac{dy}{dt}J = yH + \varphi\rho, \quad iJ\frac{dx}{dt} = Hx + \rho\psi.$$

Граничные условия определяются соответственно формулами (5.12) и (5.13). При этом выполнены неравенства

$$\lim_{b\to\infty} [x^*(0, \lambda) Jx(0, \lambda) - x^*(b, \lambda) Jx(b, \lambda)] \geqslant 0; \tag{5.14}$$

$$\lim_{b\to\infty} [y(0, \lambda) Jy^*(0, \lambda) - y(b, \lambda) Jy^*(b, \lambda)] \leqslant 0. \tag{5.15}$$

§ 6. Канонические функции Грина в $[0, \infty)$

1°. В конечном интервале $[0, b)$ мы образ J-унитарной пары в преобразовании (3.6) — $\Omega(\lambda)$ назвали канонической функцией, а соответствующую функцию Грина — канонической. По существу, это аналог ядра ортогональной резольвенты в случае линейной зависимости от λ, когда $H(t,\lambda) = \lambda H(t) + A(t)$, $H(t) > 0$, $A = A^*$. Однако даже в этом случае, как было доказано в [5] для случая квазидифференциальных уравнений, предел ортогональных резольвент может быть не ортогональной резольвентой, а обобщенной резольвентой в смысле Наймарка. Канонические функции характеризуются тем, что всюду, где имели место неравенства, должны быть равенства, причем если в одной точке имеет место равенство, то и при всех λ должно быть равенство.

2°. **Лемма 6.1.** *Пусть $\tilde{\Omega}(\lambda) \in N_W(\infty)$ и является пределом канонических функций. Тогда если в некоторой точке λ_0* ($\operatorname{Im}\lambda_0 > 0$) в неравенстве *(4.3) или (4.4) будет иметь место равенство, то при всех λ* ($\operatorname{Im}\lambda > 0$) *в неравенстве (4.3) и (4.4) будет иметь место равенство.*

Доказательство. Рассмотрим пары

$$A = \tilde{Z}_1(\lambda) J, \quad B^{(n)} = -\tilde{Z}(\lambda) \tilde{W}(b_n, \lambda) J;$$
$$A_1 = J\tilde{Z}(\lambda), \quad B_1^{(n)} = -J\tilde{W}_1(b_n, \lambda) \tilde{Z}_1(\lambda).$$

Пара $(A, B^{(n)})$ — неособая J-растягивающая, $(A_1^*, B_1^{(n)*})$ — ее J-ортогональная. Предел J-формы $(A, B^{(n)})$ дает неравенство (4.3), предел J-формы $(A_1^*, B_1^{(n)*})$ дает неравенство (4.4). Покажем, что эти пары компактны. Для этого воспользуемся матричными кругами

$$-JB^{(n)} = i[R(\lambda) + R_1(\lambda)\tilde{v}(\lambda)] R(\lambda) Z^{-1}(b_n, \lambda, I) Z_1(b_n, \lambda, I),$$

ибо $W(b_n, \lambda) = Z^{-1}(b_n, \lambda, I) Z_1(b_n, \lambda, I)$ (из (4.9)).

$$\lim_{b_n\to\infty} Z(b_n, \lambda, I) = Z(\lambda, I) = C(\lambda) R(\lambda); \ C(\lambda) \text{ — обратима:}$$

$$C(\lambda) = i[R(\lambda) + R_1(\lambda) v_\lambda]; \quad \operatorname{Im}\Omega(\lambda, I) = C(\lambda) C(\lambda)^* > 0.$$

Следовательно,

$$-B^{(n)}J = \tilde{C}(\lambda) R(\lambda) R^{-1}(b_n, \lambda) C^{-1}(b_n, \lambda) JZ_1(b_n, \lambda, I).$$

Но из теоремы 2.1 из [1] $\lim\limits_{b_n\to\infty} R(\lambda) R^{-1}(b_n, \lambda) = P(\lambda)$, $C^{-1}(b_n, \lambda)$ ограничена, поэтому $-B^{(n)}J$ ограничена на любом компакте $Q \in \{\operatorname{Im}\lambda > 0\}$. Аналогично доказывается компактность $B_1^{(n)}$. Выделим последовательность b_{n_k} такую, что

$$\lim_{k\to\infty} B^{(n_k)} = B(\lambda), \quad \lim_{k\to\infty} B_1^{(n_k)} = B_1(\lambda).$$

Пары (A, B) и (A_1^*, B_1^*) J-ортогональны и неравенства (4.3) и (4.4) будут J-формами этих пар, т. е. $AJA^* - BJB^* \leqslant 0$, $A_1^*JA_2 - B_1^*JB_1 \geqslant 0$. Но если в какой-то точке J-нерастягивающая пара J-унитарна, то она и при всех λ J-унитарна, ибо эквивалентна J-унитарной паре. Лемма доказана.

Выясним, в каком случае возможно равенство в (4.3) и (4.4). Из [1] получим выражение для неравенства (4.3).

$$\frac{\tilde{\Omega}(\lambda) - \tilde{\Omega}(\lambda)^*}{2i} - \lim \tilde{Z}(\lambda)(J - W(b, \lambda) JW^*(b, \lambda)) \tilde{Z}^*(\lambda) =$$
$$= \tilde{C}(\lambda) \tilde{C}^*(\lambda) - \lim \tilde{C}(\lambda) R(\lambda) ((J - W(b, \lambda) JW^*(b, \lambda)) R(\lambda) C^*(\lambda) =$$
$$= \tilde{C}(\lambda) \tilde{C}^*(\lambda) - \tilde{C}(\lambda) P(\lambda) \tilde{C}^*(\lambda) \geqslant 0.$$

Итак, равенство в (4.3) равносильно равенству $\tilde{C}(\lambda) \tilde{C}^*(\lambda) - \tilde{C}(\lambda) P(\lambda) \times \times \tilde{C}^*(\lambda) = 0$, а это равносильно тому, что $R_1(\lambda)[I - \tilde{v}_\lambda P \tilde{v}_\lambda] R(\lambda) = 0$. Последнее равенство равносильно равенству

$$P_1(\lambda) - [P_1(\lambda) v_\lambda^* P(\lambda)] \cdot [P_1(\lambda) \tilde{v}_\lambda^* P(\lambda)]^* = 0. \tag{6.1}$$

Аналогично доказывается, что равенство в (4.4) равносильно равенству

$$P(\lambda) - [P(\lambda) \tilde{v}_\lambda^* P_1(\lambda)] \cdot [P(\lambda) \tilde{v}_\lambda^* P_2(\lambda)]^* = 0. \tag{6.2}$$

Но (6.1) и (6.2) возможны лишь при $m = m_1$. Пусть

$$\begin{gathered} P_1 = U_1 \begin{bmatrix} I_m & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} U_1^*, \ P = U \begin{bmatrix} I_m & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} U^*; \\ \tilde{v}_{\lambda_0} = U_1 \begin{bmatrix} v_m & 0 \\ 0 & I_k \end{bmatrix} U^*, \ v_m v_m^* = I_m. \end{gathered} \tag{6.3}$$

Тогда в точке λ_0 выполняются равенства (4.3) и (4.4). Но согласно теоремы 3.5 из [1], предельный матричный круг заполнен значениями функций из $N_W(\infty)$, т. е. в каждой точке λ_0 для любого $v_{\lambda_0} : v_{\lambda_0} v_{\lambda_0}^* \leqslant I$ существует функция $\tilde{\Omega}(\lambda)$, принимающая в точке λ_0 значение (4.6) с матрицей $\tilde{v}_{\lambda_0}$. Итак, доказана

Теорема 6.1. *Если* $\operatorname{rang} R(\lambda) = \operatorname{rang} R_1(\lambda) = m$, *то каждой унитарной матрице* v_m *m-го порядка* (6.3) *отвечает каноническая функция Грина. Различным* v_m *отвечают различные функции Грина в* $[0, \infty)$.

§ 7. Штурмовы граничные условия.

1°. Пусть

$$\begin{gathered} J = J_{pq} = \begin{bmatrix} -I_p & 0 \\ 0 & I_q \end{bmatrix}; \ A = \begin{bmatrix} I_p & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \ B = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ v_{qp} & I_q \end{bmatrix}; \\ A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & I_q \end{bmatrix}; \ B_1 = \begin{bmatrix} I_p & 0 \\ \tilde{v}_{qp} & 0 \end{bmatrix}. \end{gathered} \tag{7.1}$$

Пары (A, B) и (A_1^*, B_1^*) неособенные и J — ортогональные. Условие J-нерастягиваемости пары (A, B) равносильно условию $v_{qp} v_{qp}^* - I_q \leqslant 0$.

Образ этих пар в преобразовании (3.6) имеет вид

$$\Omega = \begin{bmatrix} iI_p & 0 \\ -2iV_{qp}(b, \lambda, v_{qp}) & I_q \end{bmatrix}, \tag{7.2}$$

где

$$V_{qp}(b_n, \lambda, v_{qp}) = (v_{qp}\tilde{w}_{12} + \tilde{w}_{22})^{-1}(v_{qp}\tilde{w}_{11} + \tilde{w}_{22}) = \\ = (w_{21} + w_{22}v_{qp}) \cdot (w_{11} + w_{22}v_{qp})^{-1}. \tag{7.3}$$

Здесь $\|\tilde{w}_{jk}\|$ и $\|w_{jk}\|$ — блоки матриц $W_1(b_n, \lambda)$, $W(b_n, \lambda)$. Граничные условия имеют вид

$$Ax(0) + Bx(b) = 0,\ x_1(0) = 0,\ v_{qp}x_1(b) + x_2 = 0,\ x = \begin{pmatrix} x_1 \\ x_2 \end{pmatrix}.$$

Согласно теореме 3 из [2], $\Omega(b_n, \lambda, v_{qp})$ имеет предел

$$\lim_{b_n \to \infty} V_{pq}(b_n, \lambda, v_{qp}) = s_{21}(\lambda) + s_{22}(\lambda)\, v_{pq}(\lambda)\, [I_p - s_{12}v_{qp}]^{-1} s_{11}, \tag{7.4}$$

где

$$S(\lambda) = \begin{bmatrix} s_{11} & s_{12} \\ s_{21} & s_{22} \end{bmatrix} = (I - i\Omega(\lambda, I))^{-1}(I + i\Omega(\lambda, I)). \tag{7.5}$$

Здесь $S(\lambda)$ — сжатие, обладающее свойством

$$\operatorname{def} s_{11}(\lambda) = \operatorname{def} R^2(\lambda),\ \operatorname{def} s_{22}(\lambda) = \operatorname{def} R_1^2(\lambda).$$

Имеем

$$Z(\lambda, v) = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ -iV_{qp}(\lambda, v_{qp}) & iI_q \end{bmatrix};\ Z_1 = \begin{bmatrix} iI_p & 0 \\ V_{qp} & 0 \end{bmatrix}. \tag{7.6}$$

Условие на бесконечности имеет вид

$$Z_1 Jx(0) = \lim_{b \to \infty} ZW(b, \lambda)\, Jx(b, \lambda).$$

Если $\operatorname{def} R(\lambda)$ либо $\operatorname{def} R_1(\lambda)$ максимален, т. е. $\operatorname{def} R(\lambda) = p$, то $s_{11} = 0$, если $\operatorname{def} R_1(\lambda) = q$, то $s_{22} = 0$, т. е. имеет место единственность, т. е. $V_{qp}(\lambda, v_{pq}) = V_{qp}(\lambda, 0) = s_{21}(\lambda)$.

Из следствия к теореме 3 из [2] вытекает, что на аналитическом q-мерном пространстве векторов размерности d_1, удовлетворяющих условию $f(\lambda)\, s_{22}(\lambda) = 0$, все функции $V_{qp}(\lambda, v_{qp})$ совпадают. На аналитическом p-мерном пространстве (столбцовых векторов) размерности d_1 все функции $V_{qp}(\lambda, v_{qp})$ совпадают. Следовательно, на этих подпространствах совпадают и функции Грина.

2°. Аналогичная ситуация имеет место и для гамильтоновых систем. Пусть

$$J = J_2 = \begin{bmatrix} 0 & iI_n \\ -iI_n & 0 \end{bmatrix};\ A = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & I_n \end{bmatrix};\ B = \begin{bmatrix} b_1(\lambda) & b_2(\lambda) \\ 0 & 0 \end{bmatrix}; \\ A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & I_n \end{bmatrix};\ B_1 = \begin{bmatrix} C_1(\lambda) & 0 \\ C_2(\lambda) & 0 \end{bmatrix}. \tag{7.7}$$

Здесь условия J_2-нерастягиваемости, неособенности, J-ортогональности пар имеют вид

$$1)\ \frac{b_2b_1^*-b_1b_2^*}{i}\geqslant 0,\ 2)\ b_1b_1^*+b_2b_2^*>0,\ 3)\ b_1c_2-b_2c_1=0,$$
$$4)\ \frac{c_1^*c_2-c_2^*c_1}{i}\geqslant 0,\ c_1^*c_1+c_2^*c_2>0 \tag{7.8}$$

(4 следует из 1 — 3).

Образ пар (7.8) в преобразовании (3.6) имеет вид

$$\Omega(b_n,\lambda,A,B)=\begin{bmatrix}2\omega(b_n,b_1,b_2) & -I_n\\ -I_n & 0\end{bmatrix}, \tag{7.9}$$

где

$$\omega(b_n,\lambda,b_1,b_2)=(b_1\tilde{w}_{11}+b_2\tilde{w}_{21})^{-1}(b_1\tilde{w}_{12}+b_2\tilde{w}_{22})=$$
$$=(w_{21}c_1+w_{22}c_2)(w_{11}c_1+w_{12}c_2)^{-1}=\omega(b_n,\lambda,c_1,c_2). \tag{7.10}$$

Согласно теореме 2 из [2], существует предел

$$\lim\omega(b_n,\lambda,b_1,b_2)=\omega(\lambda,b_1,b_2)=$$
$$=\omega(\lambda,0,1)-\frac{1}{2}r_1(\lambda)\{b_1[r_1(\lambda)+2(\Omega_{12}-I)\Omega_{22}^{-1}]+2b_2\}^{-1}b_1r(\lambda),$$

где

$$r(\lambda)=\Omega_{11}(\lambda)-(\Omega_{12}(\lambda)-I)\Omega_{22}(\lambda)^{-1}(\Omega_{21}(\lambda)+I);$$
$$r_1(\lambda)=\Omega_{11}(\lambda)-(\Omega_{12}(\lambda)+I)\Omega_{22}(\lambda)^{-1}(\Omega_{21}(\lambda)-I);$$
$$\operatorname{def}r(\lambda)=d=\operatorname{def}R(\lambda);\ \operatorname{def}r_1(\lambda)=d_1=\operatorname{def}R_1(\lambda);$$
$$\omega(\lambda,0,I)=\frac{1}{2}[\Omega_{11}(\lambda)-(\Omega_{12}(\lambda)+I)\Omega_{22}(\lambda)^{-1}(\Omega_{21}(\lambda)+I)].$$

Кроме того, $\omega(\lambda,b_1,b_2)=\omega(\lambda,c_1,c_2)$, где

$$\omega(\lambda,c_1,c_2)=\omega(\lambda,0,I)-$$
$$-\frac{1}{2}r_1(\lambda)c_1\{Ir_1(\lambda)+2\Omega_{22}^{-1}(\Omega_{21}(\lambda)-I)c_1+2c_2\}^{-1}r(\lambda).$$

Здесь также если $d=n$ либо, если $d_1=n$, то имеет место единственность. Аналогично, как и в предыдущем пункте, формулируется следствие. Здесь $p=q=n$.

Отметим, что дифференциальная система второго порядка ($n=2$) с дробно-линейным вхождением спектрального параметра рассматривалась в [3]

Список литературы: 1. *Орлов С. А.* Гнездящиеся матричные круги, аналитически зависящие от параметра, и теоремы об инвариантности рангов радиусов предельных матричных кругов // Изв. АН СССР. Сер. мат. 1976. **40**, № 3. С. 593—644. 2. *Орлов С. А.* Параметризация предельных матричных кругов, аналитически зависящих от параметра // Теория функций, функцион. анализ и их прил. 1984. Вып. 41. С. 96—107. 3. *Weyl H.* Über das Pick—Newanlinna'sche Interpolationsproblem und sein infinitesimalen Analogen // Ann. of Math. 1935. **36**, N 1. P. 230—254.

Поступила в редколлегию 21.01.86