УДК 517.535.4

Л. Р. ПОДОШЕВ

О СЛОЖЕНИИ ИНДИКАТОРОВ КОЭФФИЦИЕНТОВ ФУРЬЕ ЛОГАРИФМА МОДУЛЯ ЦЕЛОЙ ФУНКЦИИ

Введение. Пусть $A(\rho(r))$ — класс целых функций конечного порядка $\rho > 0$ и нормального типа при уточненном порядке $\rho(r) \to \rho$. Обозначим для $f \in A(\rho(r))$

$$F(r, k, f) = \frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \ln|f(re^{i\varphi})| \cos k\varphi \, d\varphi, \quad k = \overline{0, \infty}, \tag{0.1}$$

$$F(r, k, f) = -\frac{1}{2\pi} \int_0^{2\pi} \ln|f(re^{i\varphi})| \sin k\varphi \, d\varphi, \quad k = -\overline{\infty, -1} \tag{0.2}$$

коэффициенты Фурье $\ln|f(re^{i\varphi})|$.

Связь между асимптотическим поведением коэффициентов Фурье и асимптотическим поведением самой целой функции изучалась в работах [1—4].

В [1] изучались следующие характеристики роста коэффициентов при $r \to \infty$:

$$\bar{F}[k, f] = \varlimsup_{r\to\infty} F(r, k, f) r^{-\rho(r)}; \ \underline{F}[k, f] = \varliminf_{r\to\infty} F(r, k, f) r^{-\rho(r)}.$$

Назовем $\bar{F}[k, f]$, $\underline{F}[k, f]$ соответственно верхним и нижним индикаторами коэффициентов Фурье $\ln|f|$.

Напомним, что $f \in A(\rho(r))$ называется функцией вполне регулярного роста, если существует равномерный по φ предел:

$$h[f, \varphi] = \lim \ln|f(re^{i\varphi})| r^{-\rho(r)}, \tag{0.3}$$

когда $re^{i\varphi} \to \infty$, не принимая значений из некоторого C_0-множества, т. е. множества покрываемого объединения кружков K_j на плоскости, радиусы δ_j и центры z_j которых удовлетворяют условию

$$\varlimsup_{R\to\infty} \frac{1}{R} \sum_{|z_j|<R} \delta_j = 0. \tag{0.4}$$

Пусть $\boldsymbol{Z}$ — множество целых чисел. Если $f \in A(\rho(r))$ — функция вполне регулярного роста, то $F[\overline{k}, f] = \underline{F}[k, f]$ при $k \in \boldsymbol{Z}$ [1, с. 10] и нетрудно показать, что для любой $g \in A(\rho(r))$ при всех целых k выполняются равенства

$$\underline{F}[k, fg] = \underline{F}[k, f] + \underline{F}[k, g], \tag{0.5}$$

$$\overline{F}[k, fg] = \overline{F}[k, f] + \overline{F}[k, g]. \tag{0.6}$$

Верна следующая

Теорема 1. *Пусть $f \in A(\rho(r))$ (ρ — нецелое) и при всех $g \in A(\rho(r))$, $k \in \boldsymbol{Z}$ выполняется равенство (0.5) либо при всех $g \in A(\rho(r))$, $k \in \boldsymbol{Z}$ выполняется равенство (0.6), тогда f — функция вполне регулярного роста.*

Будет доказана более общая теорема. Обозначим $D(S)$ — пространство функций, бесконечно дифференцируемых на окружности $S = \{z : |z| = 1\}$; $D'(S)$ — соответствующее пространство обобщенных функций.

Для $f \in A(\rho(r))$, $\psi \in D(S)$ обозначим

$$F(r, \psi, f) = \int_0^{2\pi} \ln|f(re^{i\theta})| \psi(\theta)\, d\theta; \tag{0.7}$$

$$\overline{F}[\psi, f] = \overline{\lim_{r \to \infty}} F(r, \psi, f)\, r^{-\rho(r)}; \tag{0.8}$$

$$\underline{F}[\psi, f] = \underline{\lim_{r \to \infty}} F(r, \psi, f)\, r^{-\rho(r)}; \tag{0.9}$$

$$(W, \psi) \overset{def}{=} \int_0^{2\pi} W(e^{i\theta}) \psi(\theta)\, d\theta.$$

Будем называть семейство $\Phi \subset D(S)$ тотальным, если оно обладает следующим свойством: из условия $(W, \psi) = 0$ для $\psi \in \Phi$ следует, что $W = 0$ в $D'(S)$ (т. е. $W = 0$ почти всюду в S).

Теорема 2. *Пусть $f \in A(\rho(r))$ (ρ — нецелое число) и Φ — тотальное семейство. Для того чтобы f была функцией вполне регулярного роста, необходимо и достаточно выполнение хотя бы одного из условий:*

а) при всех $g \in A(\rho(r))$, $\psi \in \Phi$ выполняется равенство

$$\underline{F}[\psi, fg] = \underline{F}[\psi, f] + \underline{F}[\psi, g]; \tag{0.10}$$

б) при всех $g \in A(\rho(r))$, $\psi \in \Phi$ выполняется равенство

$$\overline{F}[\psi, fg] = \overline{F}[\psi, f] + \overline{F}[\psi, g]. \tag{0.11}$$

Необходимость условий (0.10), (0.11) непосредственно следует из [1, лемма 6]. Достаточность условий *а*, *б* устанавливается в § 1, в § 2 доказываются вспомогательные леммы.

§ 1. Пусть $U(\rho(r))$ — класс субгармонических в плоскости функций $u(z)$, $z \in \mathbf{C}$ нормального типа при уточненном порядке $\rho(r)$, $\rho(r) \to \rho$, $D'(\boldsymbol{C})$ — пространство обобщенных функций над основным пространством финитных бесконечно дифференцируемых функций на плоскости.

В [5, с. 148] для $u \in U(\rho(r))$ рассматривалось следующее преобразование $(\cdot)_t$ вида:

$$u_t(z) = u(tz)\, t^{-\rho(t)}. \tag{1.1}$$

Множество пределов в $D'(\boldsymbol{C})\, u_{t_j}$ при $t_j \to \infty$ было названо предельным для u и обозначено $\mathrm{Fr}[u]$ [5, с. 148]. Будем писать $u \in U_{\mathrm{reg}}$, если предельное множество $\mathrm{Fr}[u]$ состоит из одной функции. Во всем дальнейшем изложении будем считать $\rho > 0$ — нецелым числом.

Доказательство теоремы 2 будет основано на следующей теореме для субгармонических функций.

Теорема 1. 1. *Пусть* $u \in U(\rho(r))$, Φ — *тотальное семейство и выполняется хотя бы одно из условий а, б:*

а) при всех $w \in U(\rho(r))$, $\psi \in \Phi$

$$\varliminf_{t\to\infty} ((u+w)_t,\ \psi) = \varliminf_{t\to\infty} (u_t,\ \psi) + \varliminf_{t\to\infty} (w_t,\ \psi); \tag{1.2}$$

б) при всех $w \in U(\rho(r))$, $\psi \in \Phi$

$$\varlimsup_{t\to\infty} ((u+w)_t,\ \psi) = \varlimsup_{t\to\infty} (u_t,\ \psi) + \varlimsup_{t\to\infty} (w_t,\ \psi), \tag{1.3}$$

тогда $u \in U_{\mathrm{reg}}$.

Переход от теоремы 1.1 к теореме 2 основан на следующих утверждениях:

1) $f \in A(\rho(r))$ является функцией вполне регулярного роста тогда и только тогда, когда $\ln|f| \in U_{\mathrm{reg}}$ [5, с. 162];

2) для любой $u \in U(\rho(r))$ существует $f \in A(\rho(r))$, для которой $\mathrm{Fr}[u] = \mathrm{Fr}[\ln|f|]$, причем $\lim\limits_{t\to\infty} (\ln|f| - u)_t = 0$ в $D'(\boldsymbol{C})$ [6, с. 464, теорема об асимптотической аппроксимации субгармонической функции логарифмом модуля целой; 5, теорема 4. 2. 1].

Перейдем к доказательству теоремы 1.1. Предположим, что равенство (1.2) выполняется для любой функции $w \in U(\rho(r))$ при всех $\psi \in \Phi$, покажем, что $u \in U_{\mathrm{reg}}$.

Нам понадобится следующая

Лемма 1. *Пусть* $w \in U(\rho(r))$, $\psi \in D(S)$, *тогда выполняются следующие равенства:*

$$\varliminf_{t\to\infty} (w_t,\ \psi) = \inf_{v \in \mathrm{Fr}[w]} (v,\ \psi), \tag{1.4}$$

$$\varlimsup_{t\to\infty} (w_t,\ \psi) = \sup_{v \in \mathrm{Fr}[w]} (v,\ \psi), \tag{1.5}$$

причем inf *и* sup *достигаются.*

Воспользуемся леммой 1 и перепишем равенство (1.2) в следующем эквивалентном виде:

$$\inf_{v\in \mathrm{Fr}[u+w]}(v,\ \psi)=\inf_{v\in \mathrm{Fr}[u]}(v,\ \psi)+\inf_{v\in \mathrm{Fr}[w]}(v,\ \psi). \tag{1.6}$$

Предположим противное, т. е. u не принадлежит U_{reg}. Тогда существуют функции $v^0\in \mathrm{Fr}\,[u]$ и $\psi^0\in\Phi$ такие, что

$$(v^0,\ \psi^0)>\inf_{v\in\ \mathrm{Fr}[u]}(v,\ \psi^0) \tag{1.7}$$

Обозначим $U\,[\rho,\ \sigma]$ — множество субгармонических функций $v(z)$, $z\in \boldsymbol{C}$, удовлетворяющих условиям $M(r,\ v)\leqslant\sigma r^{\rho}$ для $r\in(0,\ \infty)$ и $v(0)=0$, где $M(r,\ v)=\max\{v(z):|z|=r\}$. Рассмотрим для $v\in U\,[\rho,\ \sigma]$ преобразование $(\cdot)_\tau$ [5, с. 149]. вида

$$v_\tau(z)\overset{\mathrm{def}}{=\!=}v(\tau z)\,\tau^{-\rho}. \tag{1.8}$$

Нам понадобятся следующие леммы.

Лемма 2. *Пусть* $\psi^0\in D(S)$, *существует* $v\in U\,[\rho,\ \sigma]$ *для некоторого* $\sigma>0$, *обладающая следующими свойствами*

$$\lim_{\tau\to0}v_\tau=\lim_{\tau\to\infty}v_\tau=\tilde v\ \textit{в}\ D'(\boldsymbol{C}), \tag{1.9}$$

$$(v_\tau,\ \psi^0)>(v,\ \psi^0)\ \textit{для}\ \tau\neq1,\ \tau\in(0,\ \infty), \tag{1.10}$$

$$(\tilde v,\ \psi^0)>(v,\ \psi^0). \tag{1.11}$$

Лемма 3. *Пусть* $v\in U\,[\rho,\ \sigma]$ *и* $\lim\limits_{\tau\to0}v_\tau=\lim\limits_{\tau\to\infty}v_\tau=\tilde v$ *в* $D'(\boldsymbol{C})$, $u\in U\,(\rho\,(r))$ *и* $v^0\in \mathrm{Fr}\,[u]$, *тогда найдется* $w^0\in U\,(\rho\,(r))$ *такая, что*

$$\mathrm{Fr}\,[w^0]=\{v_\tau:\tau\in(0,\ \infty)\}\,U\,\{\tilde v\} \tag{1.12}$$

и выполняется следующее условие (1.13): если $\{t_n\}_{n=1}^{\infty}$, $t_n\to\infty$ *такова, что* $\lim\limits_{t_n\to\infty}w^0_{t_n}=v_\tau$ *для некоторого* $\tau\in(0,\ \infty)$ *и существует предел в* $D'(\boldsymbol{C})$ u_{t_n} *при* $t_n\to\infty$, *то* $\lim\limits_{t_n\to\infty}u_{t_n}=v^0_\tau$.

Доказательство леммы 3 основано на некоторой модификации конструкции использованной при доказательстве достаточности теоремы 2 в [7], доказательство этой леммы опускаем, доказательство леммы 2 приводится в § 2.

Воспользуемся леммой 2 и построим по ψ^0, выбранной в неравенстве (1.7), функцию $v\in U\,[\rho,\ \sigma]$, удовлетворяющую условиям (1.9) — (1.11). Далее, применим лемму 3 для функций v, $\tilde v$ исходной функции u, $v^0\in \mathrm{Fr}\,[u]$, выбранной в (1.7), и получим $w^0\in U\,(\rho\,(r))$, удовлетворяющую условиям (1.12), (1.13).

По условию теоремы должно выполняться равенство

$$\inf_{\omega\in \mathrm{Fr}[u+w^0]}(\omega,\ \psi^0)=\inf_{\omega\in \mathrm{Fr}[u]}(\omega,\ \psi^0)+\inf_{\omega\in \mathrm{Fr}[w^0]}(\omega,\ \psi^0). \tag{1.14}$$

Пусть $\gamma \in \mathrm{Fr}\,[u + w^0]$ такова, что $(\gamma, \psi^0) = \inf\limits_{\omega \in \mathrm{Fr}[u+w^0]} (\omega, \psi^0)$ тогда, учитывая (1.10) — (1.12), перепишем (1.14) в виде

$$(\gamma, \psi^0) = \inf_{\omega \in \mathrm{Fr}[u]} (\omega, \psi^0) + (v, \psi^0). \tag{1.15}$$

Так как $\gamma \in \mathrm{Fr}\,[u + w^0]$, то $\gamma = \lim\limits_{t_n \to \infty} (u + w^0)_{t_n}$ в $D'(C)$. При необходимости переходя к подпоследовательностям, считаем, что u_{t_n} и $w^0_{t_n}$ имеют пределы в $D'(C)$. Так как $\mathrm{Fr}\,[w^0] = \{v_\tau : \tau \in (0, \infty)\} \cup \{\tilde{v}\}$, то возможны два случая $w^0_{t_n} \to v_\tau$, $\tau \in (0, \infty)$ и $w^0_{t_n} \to \tilde{v}$.

Рассмотрим первый случай; тогда в силу (1.13) $u_{t_n} \to v^0_\tau$ и $\gamma = v_\tau + v^0_\tau$. Подставляя это выражение в (1.15), получаем

$$(v^0_\tau, \psi^0) - \inf_{\omega \in \mathrm{Fr}[u]} (\omega, \psi^0) = (v, \psi^0) - (v_\tau, \psi^0). \tag{1.16}$$

Это равенство приводит к противоречию, так как при $\tau = 1$ оно противоречит (1.7), а при $\tau \neq 1$ — (1.10).

Рассмотрим второй случай, когда $w^0_{t_n} \to \tilde{v}$, обозначим $v^2 = \lim\limits_{t_n \to \infty} u_{t_n}$ и перепишем (1.15) в виде

$$(v^2, \psi^0) - \inf_{\omega \in \mathrm{Fr}[u]} (\omega, \psi^0) = (v, \psi^0) - (\tilde{v}, \psi^0). \tag{1.17}$$

Но последнее равенство противоречит (1.11); полученное противоречие завершает доказательство первой части (условие *а*) теоремы 1.1.

Доказательство второй части (условие *б*) теоремы 1.1. основывается на рассуждениях, приведенных выше. Ограничимся кратким изложением плана доказательства.

Равенство (1.3) перепишем так:

$$\sup_{\omega \in \mathrm{Fr}[u+w]} (\omega, \psi) = \sup_{\omega \in \mathrm{Fr}[u]} (\omega, \psi) + \sup_{\omega \in \mathrm{Fr}[w]} (\omega, \psi).$$

Доказательство проводим от противного, при этом пользуемся следующей леммой, которая доказывается аналогично лемме 2.

Лемма. *Пусть $\psi^0 \in D(S)$. Существует $v \in U[\rho, \sigma]$ для некоторого $\sigma > 0$, обладающая следующими свойствами:*

$$\lim_{\tau \to 0} v_\tau = \lim_{\tau \to \infty} v_\tau = \tilde{v} \text{ в } D'(C),$$

$$(v_\tau, \varphi^0) < (v, \psi^0) \text{ для } \tau \neq 1,\ \tau \in (0, \infty),$$

$$(\tilde{v}, \psi^0) < (v, \psi^0).$$

Доказательство леммы опускаем.

§ 2. 2.1. Доказательство леммы 1. Пусть $w \in U(\rho(r))$, $\psi \in D(S)$, покажем, что $\underline{\lim\limits_{t \to \infty}} (w_t, \psi) = \inf\limits_{v \in \mathrm{Fr}[w]} (v, \psi)$ и inf достигается.

Пусть $\{t_n\}_{n=1}^{\infty}$ такова, что

$$\lim_{t_n\to\infty}(w_{t_n}, \psi) = \varliminf_{t\to\infty}(w_t, \psi).$$

Выберем, пользуясь компактностью семейства $\{w_t\}$ [5, с. 148], подпоследовательность последовательности $\{w_{t_n}\}$, сходящуюся в $D'(\boldsymbol{C})$ (сохраним для нее то же обозначение). Пусть $w_{t_n}\to v^1$ в $D'(\boldsymbol{C})$, тогда $w_{t_n}\to v^1$ в $D'(S)$ [8, с. 12], откуда получаем

$$\varliminf_{t\to\infty}(w_t, \psi) = \lim_{t_n\to\infty}(w_{t_n}, \psi) = (v^1, \psi) \geqslant \inf_{v\in \mathrm{Fr}[w]}(v, \psi). \quad (2.1.1)$$

Пусть $(v_n, \psi)\to \inf\limits_{v\in\mathrm{Fr}[w]}(v, \psi)$. Выберем из $\{v_n\}$ подпоследовательность, сходящуюся в $D'(\boldsymbol{C})$, сохраним для нее то же обозначение. Пусть $v_n\to v^2$ в $D'(\boldsymbol{C})$, тогда $v_n\to v^2$ в $D'(S)$, откуда

$$\inf_{v\in\mathrm{Fr}[w]}(v, \psi) = \lim_{n\to\infty}(v_n, \psi) = (v^2, \psi),$$

т. е. inf достигается. В силу замкнутости предельного множества $v^2\in\mathrm{Fr}[w]$. Пусть $w_{t_k}\to v^2$ в $D'(\boldsymbol{C})$, тогда

$$\varliminf_{t\to\infty}(w_t, \psi) \leqslant \lim_{t_k\to\infty}(w_{t_k}, \psi) = (v^2, \psi) = \inf_{v\in\mathrm{Fr}[w]}(v, \psi), \quad (2.1.2)$$

откуда, учитывая (2.1.1), получаем, что равенство (1.4) выполняется. Равенство (1.5) доказывается аналогично, доказательство опускаем. 2.2. Доказательство леммы 2. Представим $\psi^0\in D(S)$ в виде ряда Фурье:

$$\psi^0(\theta) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty}(a_n\cos n\theta + b_n\sin n\theta).$$

Пусть для определенности $a_k\neq 0$. При доказательстве леммы будем рассматривать следующие три случая:
$k=0$; $k\neq 0$ и $k\leqslant p$; $k>p$, где $p=[\rho]$. Рассмотрим вначале случай, когда $a_0\neq 0$, $a_0>0$. Положим $v(z)=|z|^{\rho}\varphi(|z|)$, где

$$\varphi(r) = \begin{cases}(r-r_0)^2 + C, & r\leqslant r_0,\\ \dfrac{2}{\pi}(r_0^2+c)\,\mathrm{arctg}\, r, & r>r_0,\end{cases}$$

$$C = (2r_0^2\,\mathrm{arctg}\, r_0)[(\pi-2)\,\mathrm{arctg}\, r_0]^{-1}>0,\ r_0>0.$$

Выбирая $r_0>0$ достаточно большим, можно показать, что $\varphi(r)$ удовлетворяет при $r\in(0, r_0)$ и $r\in(r_0, \infty)$ неравенству $r^2\varphi''(r) + (2\rho+1)r\varphi'(r)+\rho^2\varphi(r)\geqslant 0$, откуда получаем $\Delta v\geqslant 0$ при $|z|\in(0, r_0)$ и $|z|\in(r_0, \infty)$. Заметим, что v непрерывна в силу выбора C. Учитывая $0<\varphi(r_0)\leqslant\varphi(r)$, получаем, что при всех достаточно малых $t>0$ и $z_0=e^{i\theta}$ выполняется неравенство $v(z_0)\leqslant m(z_0, t, v)$, где $m(z_0, t, v)$ — среднее значение $v(z)$ на окружности радиуса t

с центром в точке z_0. Поэтому v субгармоническая функция. Положим $\tilde{v}(z) = (r_0^2 + c)|z|^\rho$. Учитывая, что $\lim\limits_{\tau\to 0} v_\tau = \lim\limits_{\tau\to\infty} v_\tau = \tilde{v}$ в $D'(\boldsymbol{C})$ и $(v_\tau, \psi_0) = \pi a_0 \varphi(\tau)$, получаем, что функция $w(z) = v_{r_0}(z)$ удовлетворяет условиям леммы 2. Когда $a_0 < 0$, легко видеть, что функция $w(z) = v_\tau(z)$, где

$$v(z) = \begin{cases} \ln|z|, & |z| \geqslant 1, \\ 0, & |z| < 1, \end{cases}$$

$\tau = e^{\frac{1}{\rho}}$, удовлетворяет условиям этой леммы.

Рассмотрим случай, когда $a_0 = 0$, $a_k \neq 0$, $0 < k < p$. Будем искать функцию v в виде

$$v(Re^{i\varphi}) = \int\limits_{c_1}^{c_2}\int\limits_0^{2\pi} H(R, r, \varphi, \theta)\, g(r, \theta)\, r dr d\theta,$$

где

$$H(R, r, \varphi, \theta) = \frac{1}{2}\ln\left(1 - 2\frac{R}{r}\cos(\varphi - \theta) + \frac{R^2}{r^2}\right) + \\ + \sum_{n=1}^{p}\left(\frac{R}{r}\right)^n \frac{\cos n(\varphi - \theta)}{n};$$

$0 < c_1 < c_2$, $g(r, \theta) = (1 - \cos k\theta \operatorname{sgn} a_k) r^{\rho-2}$, $\theta \in [0, 2\pi)$, $p = [\rho]$.

Обозначим $T(\tau) = (v_\tau, \psi^0)$. Производя вычисления, получаем:

$$T'(\tau) = \begin{cases} 0, & \tau < c_1 \\ \dfrac{|a_k|\pi^2 c_1^\rho}{k\tau^{\rho+1}}\left[\left(\dfrac{c_1}{\tau}\right)^k - \left(\dfrac{\tau}{c_1}\right)^k\right], & c_1 \leqslant \tau \leqslant c_2, \\ |a_k|\pi^2 (k\tau^{\rho+1})^{-1}\gamma(\tau), & \tau > c_2, \end{cases}$$

где $\gamma(\tau) = \tau^k (c_2^{\rho-k} - c_1^{\rho-k}) - \tau^{-k}(c_2^{\rho+k} - c_1^{\rho+k})$.

Таким образом, $T'(\tau) < 0$ при $c_1 < \tau \leqslant c_2$, учитывая, что $\gamma(\tau)$ монотонно возрастает, $\gamma(c_2) < 0$, $\gamma(\tau) \to \infty$ при $\tau \to \infty$, заключаем, что существует единственная точка $\tau_0 \in (c_2, \infty)$ такая, что $T'(\tau) < 0$ при $c_1 < \tau < \tau_0$ и $T'(\tau) > 0$ при $\tau > \tau_0$.

Заметим также, что $T(\tau_0) < 0$, $\lim\limits_{\tau\to 0} v_\tau = \lim\limits_{\tau\to\infty} v_\tau = 0$ в $D'(\boldsymbol{C})$ и условия леммы 2 выполняются для функции $w(z) = v_{\tau_0}(z)$. Когда $k > p$, полагаем $g(r, \theta) = (1 + \cos k\theta \operatorname{sgn} a_k) r^{\rho-2}$ и проводим аналогичные рассуждения. Случай $a_k = 0$, $b_k \neq 0$ получается при замене в выражении для $g(r, \theta)$ $\cos k\theta$ на $\sin k\theta$ и a_k на b_k. Лемма доказана.

Список литературы: 1. *Азарин В. С.* О регулярности роста коэффициентов Фурье логарифма модуля целой функции. — Теория функций, функц. анализ и их прил., 1977, вып. 27, с. 9—22. 2. *Кондратюк А. А.* Метод рядов Фурье для целых и мероморфных функций вполне регулярного роста. — Мат. сб., 1978, **106** (148), № 3 (7), с. 386—408. 3. *Кондратюк А. А.* Метод рядов Фурье для целых и мероморфных функций вполне регулярного роста II. — Мат. сб., 1980, **113** (155), № 1 (9), с. 118—132. 4. *Rubel L. A., Taylor B. A.* A Fourier series method for meromorfic and entire functions. — Bull. Soc. Math. France, 1968 (96), p. 53—96. 5. *Азарин В. С.* Об асимптотическом поведении субгармонических функций конечного порядка. — Мат. сб., 1979, **108** (150), № 2, с. 147—167. 6. *Азарин В. С.* О лучах вполне регулярного роста целой функции. — Мат. сб., 1979, **79** (121), с. 463—476. 7. *Азарин В. С., Гинер В. Б.* О строении предельных множеств целых и субгармонических функций. — Теория функций, функц. анализ и их прил., 1982, вып. 38, с. 3—12. 8. *Агранович П. З.* О функциях вполне регулярного роста многих переменных. — Теория функций, функц. анализ и их прил., 1977, вып. 30, с. 3—13.

Поступила в редколлегию 12.11.82.