УДК 517.5

Ю. М. ДЮКАРЕВ, В. Э. КАЦНЕЛЬСОН

МУЛЬТИПЛИКАТИВНЫЕ И АДДИТИВНЫЕ КЛАССЫ СТИЛТЬЕСА АНАЛИТИЧЕСКИХ МАТРИЦ-ФУНКЦИЙ И СВЯЗАННЫЕ С НИМИ ИНТЕРПОЛЯЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ. 3

Настоящая статья является продолжением работ [1, 2]. В ней используются результаты этих работ. Нумерация параграфов и формул является продолжением соответствующей нумерации в [1, 2]. Обо начения согласованы с [1, 2].

6°. Отщепление элементарных множителей (случай полюсов в общем положении).

Пусть точки $z_1, \ldots, z_n$ находятся в общем положении и $m\times\times m$ — матрица-функция $w(z)$ класса W_S — имеет в этих точках полюсы с лорановскими разложениями $w(z)=2\tau_k c_k(z-z_k)^{-s_k}+ + b_k(z-z_k)^{-s_k+1}+\cdots$, $\tau_k=\operatorname{Im} z_k$, $k=1, 2, \ldots, n$ **(6.1)**.

Запишем пару основных матричных неравенств отщепления (5.2′) и (5.3′):

$$\left[\begin{array}{c|c} A_0 & B_0 \\ \hline * & C_0 \end{array}\right]=\left[\begin{array}{c|c} \dfrac{4\tau_j\tau_k}{i(\bar z_k-z_j)}c_jJ_Hc_k^* & \begin{matrix}\dfrac{2\tau_1c_1}{i(z-z_1)}\\ \cdots\\ \dfrac{2\tau_nc_n}{i(z-z_n)}\end{matrix} \\ \hline * & \dfrac{w^*(z)J_Hw(z)-J_H}{i(\bar z-z)} \end{array}\right]\geqslant 0$$

$$\left[\begin{array}{c|c} A_1 & B_1 \\ \hline * & C_1 \end{array}\right]=\left[\begin{array}{c|c} \dfrac{-4\tau_j\tau_k}{i(\bar z_k-z_j)}c_{j,P}J_Hc_{k,P}^* & \begin{matrix}\dfrac{-2\tau_1c_{1,P}}{i(z-z_2)}\\ \cdots\\ -\dfrac{2\tau_nc_{n,P}}{i(z-z_n)}\end{matrix} \\ \hline * & \dfrac{J_H-w_P^*(z)J_Hw_P(z)}{i(\bar z-z)} \end{array}\right]\geqslant 0.$$

По лемме о неотрицательной блок-матрице (см. [3, гл. 2, § 2, п.° 4]) уравнения $A_0X=B_0$, $A_1Y=B_1$ **(6,2)** имеют решения. Принимая во внимание вид блоков B_0 и B_1, приходим к выводу, что существуют решения вида

$$X = Q_0 \cdot \begin{bmatrix} \frac{I_2}{i(z-z_1)} \\ \vdots \\ \frac{I_2}{i(z-z_n)} \end{bmatrix}, \quad Y = Q_1 \cdot \begin{bmatrix} \frac{I_2}{i(z-z_1)} \\ \vdots \\ \frac{I_2}{i(z-z_n)} \end{bmatrix}. \tag{6.3}$$

Введем матрицы

$$F_0 = \begin{bmatrix} 2\tau_1 c_1 & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & 2\tau_n c_n \end{bmatrix}, \quad F_1 = \begin{bmatrix} -2\tau_1 c_{1,P} & & 0 \\ & \ddots & \\ 0 & & -2\tau_n c_{n,P} \end{bmatrix}.$$

Очевидно, что

$$B_0 = F_0 \begin{bmatrix} \frac{I_2}{i(z-z_1)} \\ \cdots \\ \frac{I_2}{i(z-z_n)} \end{bmatrix}, \quad B_1 = F_1 \begin{bmatrix} \frac{I_2}{i(z-z_1)} \\ \cdots \\ \frac{I_2}{i(z-z_n)} \end{bmatrix}.$$

Отсюда в силу линейной независимости функций $(z-z_1)^{-1}, \ldots$ $\ldots, (z-z_n)^{-1}$ вытекает, что Q_0 и Q_1 удовлетворяют следующим матричным уравнениям: $A_0Q_0 = F_0$, $A_1Q_1 = F_1$ **(6.4)**. Рассмотрим матрицы $H_0 = Q_0^* A_0 Q_0 = Q_0^* F_0 = F_0^* Q_0 \geqslant 0$, **(6.5)**; $H_1 = Q_1^* A_1 Q_1 = Q_1^* F_1 = F_1^* Q_1 \geqslant 0$ **(6.6)** и положим* $\omega(z) = I_2 + iJ_H D^* H \Omega \times$ $\times (z) D$ **(6.7)**, где

$$H = \begin{bmatrix} H_0 & 0 \\ 0 & H_1 \end{bmatrix}; \quad D = \begin{bmatrix} 0 & d_0 \\ d_1 & 0 \end{bmatrix};$$

$$d_0^* = \underbrace{[0, I, 0, I, \ldots, 0, I]}_{2n}, \quad d_2^* = \underbrace{[I, 0, I, 0, \ldots, I, 0]}_{2n};$$

$$\Omega(z) = \left[\begin{array}{c|c} (zI_{2n} - Z)^{-1} & Z_l (zI_{2n} - Z)^{-1} \\ \hline -Z_u (zI_{2n} - Z)^{-1} & -z(zI_{2n} - Z)^{-1} \end{array}\right];$$

$$\boldsymbol{Z_u} = \begin{bmatrix} z_1 I & & & & 0 \\ & I & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & z_n I & \\ 0 & & & & I \end{bmatrix}; \quad Z_l = \begin{bmatrix} I & & & & 0 \\ & z_1 I & & & \\ & & \ddots & & \\ & & & I & \\ 0 & & & & z_n I \end{bmatrix},$$

$Z = Z_l Z_u$, I_{2n} — единичная $2n \times 2n$ блок-матрица (с m-мерными единицами на диагонали).

Докажем, что $\omega(z)$ является элементарной матрицей-функцией класса W_S и отщепляется справа в классе $\boldsymbol{W_S}$ от $\omega(z)$. При этом будем пользоваться тождествами

---

* Обозначения здесь сходны, но не тождественны с обозначениями в § 1.

$$\begin{bmatrix} I_{2n} & 0 \\ 0 & I_{2n} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & Z_l \\ -Z_u & 0 \end{bmatrix} \Omega(z) = \begin{bmatrix} zI_{2n} & 0 \\ 0 & -I_{2n} \end{bmatrix} \Omega(z); \tag{6.8}$$

$$\begin{bmatrix} 0 & Z_l \\ -Z_u & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_0 & 0 \\ 0 & F_1 \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} F_0 & 0 \\ 0 & F_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & Z_l \\ -Z_u & 0 \end{bmatrix}; \tag{6.9}$$

$$A_0 Z_u^* + Z_l A_1 = -F_0 d_0 d_1^* F_1^* \tag{6.10}$$

$$HDJ_H D^* H = -i \left[\begin{array}{c|c} 0 & -Z_u^* \\ \hline Z_l^* & 0 \end{array} \right] H + iH \left[\begin{array}{c|c} 0 & Z_l \\ \hline -Z_u & 0 \end{array} \right]. \tag{6.11}$$

Тождество (6.8) очевидно, а (6.9) вытекает из коммутационных соотношений: $Z_l F_1 = -F_0 Z_l$, $-Z_u F_0 = F_1 Z_u$. Тождество (6.10) проверяется исходя из равенства

$$A_0 Z_u^* = i \left\| \frac{4\tau_j \tau_k}{i(\bar{z}_k - z_j)} c_j \left[\begin{array}{c|c} 0 & -J \\ \hline I & 0 \end{array} \right] c_k^* P^*(z_k) \right\|;$$

$$Z_l A_1 = i \left\| \frac{-4\tau_j \tau}{i(\bar{z}_k - z_j)} c_j \left[\begin{array}{c|c} 0 & -I \\ \hline z_j/\bar{z}_k & 0 \end{array} \right] c_k^* P^*(z_k) \right\|;$$

$$F_0 d_0 d_1^* F_1^* = \left\| -4\tau_j \tau_k c_j \left[\begin{array}{c|c} 0 & 0 \\ \hline 1/\bar{z}_k & 0 \end{array} \right] c_k^* P^*(z_k) \right\|.$$

Докажем тождество (6.11). Имеет место цепочка равенств:

$$HDJ_H D^* H = i \begin{bmatrix} Q_0^* & 0 \\ 0 & Q_1^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_0 & 0 \\ 0 & F_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & d_0 \\ d_1 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -I \\ I & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & d_1^* \\ d_0^* & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_0^* & 0 \\ 0 & F_1^* \end{bmatrix} \times$$
$$\times \begin{bmatrix} Q_0 & 0 \\ 0 & Q_1 \end{bmatrix} = i \begin{bmatrix} Q_0^* & 0 \\ 0 & Q_1^* \end{bmatrix} \left[\begin{array}{c|c} 0 & F_0 d_0 d_1^* F_1^* \\ \hline -F_1 d_1 d_0^* F_0^* & 0 \end{array} \right] \begin{bmatrix} Q_0 & 0 \\ 0 & Q_1 \end{bmatrix} =$$
$$= i \begin{bmatrix} Q_0^* & 0 \\ 0 & Q_1^* \end{bmatrix} \left[\begin{array}{c|c} 0 & -Z_l A_1 - A_0 Z_l^* \\ \hline Z_u A_0 + A_1 Z_l^* & 0 \end{array} \right] \begin{bmatrix} Q_0 & 0 \\ 0 & Q_1 \end{bmatrix} = i \begin{bmatrix} Q_0^* & 0 \\ 0 & Q_1^* \end{bmatrix} \times$$
$$\times \left\{ - \begin{bmatrix} 0 & Z_l \\ -Z_u & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} A_0 & 0 \\ 0 & A_1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} A_0 & 0 \\ 0 & A_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -Z_u^* \\ Z_l^* & 0 \end{bmatrix} \right\} \begin{bmatrix} Q_0 & 0 \\ 0 & Q_1 \end{bmatrix} =$$
$$= -i \begin{bmatrix} Q_0^* & 0 \\ 0 & Q_1^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & Z_l \\ -Z_u & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_0 & 0 \\ 0 & F_1 \end{bmatrix} + i \begin{bmatrix} F_0^* & 0 \\ 0 & F_1^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & -Z_u^* \\ Z_l^* & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_0 & 0 \\ 0 & Q_1 \end{bmatrix} =$$
$$= i \begin{bmatrix} Q_0^* & 0 \\ 0 & Q_1^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_0 & 0 \\ 0 & F_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & Z_l \\ -Z_u & 0 \end{bmatrix} - i \begin{bmatrix} 0 & -Z_u^* \\ Z_l^* & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} F_0^* & 0 \\ 0 & F_1^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} Q_0 & 0 \\ 0 & Q_1 \end{bmatrix} =$$
$$= i \begin{bmatrix} H_0 & 0 \\ 0 & H_1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 0 & Z_l \\ -Z_u & 0 \end{bmatrix} - i \begin{bmatrix} 0 & -Z_u^* \\ Z_l^* & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} H_0 & 0 \\ 0 & H_1 \end{bmatrix}.$$

Первое из этой цепочки равенств вытекает из (6.5)—(6.6), третье — из (6.10), пятое — из (6.4), шестое — из (6.9), седьмое — из (6.5), (6.6)

Вычислим J_H — форму матрицы-функции $\omega(z)$:

$$\omega^*(z) J_H \omega(z) - J_H = -iD^*\Omega^*(z) HD + iD^*H\Omega(z) D +$$
$$+ D^*\Omega^*(z) HDJ_H D^*H\Omega(z) D = -iD^*\Omega^*(z) HD + iD^*H\Omega(z) D -$$
$$= -iD^*\Omega^*(z)\begin{bmatrix} 0 & -Z_u^* \\ Z_l^* & 0 \end{bmatrix} H\Omega(z) D +$$
$$+ iD^*\Omega^*(z) H \begin{bmatrix} 0 & Z_l \\ -Z_u & 0 \end{bmatrix}\Omega(z) D = -iD^*\Omega^*(z) H \left\{\begin{bmatrix} I_{2n} & 0 \\ 0 & I_{2n} \end{bmatrix} -\right.$$
$$\left. - \begin{bmatrix} 0 & Z_l \\ -Z_u & 0 \end{bmatrix}\Omega(z)\right\} D + iD^*\left\{\begin{bmatrix} I_{2n} & 0 \\ 0 & I_{2n} \end{bmatrix} - \Omega^*(z)\begin{bmatrix} 0 & -Z_u^* \\ Z_l^* & 0 \end{bmatrix}\right\} H\Omega(z) D =$$
$$= -iD^*\Omega^*(z) H \begin{bmatrix} zI_{2n} & 0 \\ 0 & -I_{2n} \end{bmatrix}\Omega(z) D +$$
$$+ iD^*\Omega^*(z)\left[\begin{array}{c|c} \bar{z} I_{2n} & 0 \\ \hline 0 & -I_{2n} \end{array}\right] H\Omega(z) D =$$
$$= i(\bar{z} - z) D^*\Omega^*(z)\begin{bmatrix} I_{2n} \\ 0 \end{bmatrix} H_0 [I_{2n}, 0]\, \Omega(z) D.$$

В этой цепочке равенств второе равенство вытекает из тождества (6.11), а пятое — из (6.8).

Окончательный результат можно записать в виде

$$\frac{\omega^*(z) J_H \omega(z) - J_H}{i(\bar{z} - z)} = \left[\frac{I_2}{z - z_1}, \ \ldots, \ \frac{I_2}{z - z_n}\right] H_0 \begin{bmatrix} \dfrac{I_2}{z - z_1} \\ \vdots \\ \dfrac{I_2}{z - z_n} \end{bmatrix}. \quad (6.12)$$

Далее рассмотрим матрицу-функцию $\omega_P(z) = P(z)\,\omega(z)\,P^{-1}(z)$. В соответствии с (6.7) она может быть записана в виде $\omega_P(z) = I_2 + iJ_H D^* H\Omega_P(z) D$, где

$$\Omega_P(z) = \left[\begin{array}{c|c} z(zI_{2n} - Z)^{-1} & Z_l (zI_{2n} - Z)^{-1} \\ \hline -Z_u (zI_{2n} - Z)^{-1} & -z(zI_{2n} - Z)^{-1} \end{array}\right].$$

Вычисление J_H-формы $\omega_P(z)$ по существу повторяет соответствующее вычисление для $\omega(z)$. При этом используется тождество

$$\begin{bmatrix} I_{2n} & 0 \\ 0 & I_{2n} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 0 & Z_l \\ -Z_u & 0 \end{bmatrix}\Omega_P(z) = \begin{bmatrix} I_{2n} & 0 \\ 0 & -zI_{2n} \end{bmatrix}\Omega_P(z).$$

Окончательный результат имеет вид

$$\frac{J_H - \omega_P^*(z) J_H \omega_P(z)}{i(\bar{z} - z)} = \left[\frac{I_2}{\bar{z} - \bar{z}_1}, \ \ldots, \ \frac{I_2}{\bar{z} - \bar{z}_n}\right] H_1 \begin{bmatrix} \dfrac{I_2}{z - z_1} \\ \vdots \\ \dfrac{I_2}{z - z_n} \end{bmatrix}. \quad (6.13)$$

3*

Равенства (6.12), (6.13) означают, что $\omega(z)$ является элементарной (в смысле определения 1.2) матрицей-функцией класса $\boldsymbol{W_S}$.

Значения $\omega(z)$ в точках $z=\infty$ и $z=0$ таковы:

$$\omega(\infty)=\left[\begin{array}{c|c}\dfrac{I}{d_1^*H_1d_1} & \dfrac{0}{I}\end{array}\right]; \tag{6.14}$$

$$\omega(0)=\left[\begin{array}{c|c}\dfrac{I-d_0^*H_0Z^{-1}d_1}{0} & \dfrac{-d_0^*H_0Z^{-1}\,d_0}{I-d_1^*H_1Z^{-1}\,d_0}\end{array}\right]. \tag{6.15}$$

Аналогично тому, как это было проделано в 1°, можно вычислить $J_{\text{П}}$-форму матрицы-функции $\omega(z)$. Окончательный результат вычислений $\omega^*(z)J_{\text{П}}\omega(z)-J_{\text{П}}=(z+\bar z)D^*\Omega^*(z)\begin{bmatrix}I_{2n}\\0\end{bmatrix}H_0\,[_{2n},\ 0]\,\Omega\times$

$$\times(z)D+2D^*\Omega^*(z)\begin{bmatrix}0\\I_{2n}\end{bmatrix}H_1\,[0,\ I_{2n}]\,\Omega(z)D. \tag{6.16}$$

Возвращаясь к решениям уравнений (6.2), отметим, что в силу леммы о неотрицательной блок-матрице имеют место неравенства $C_0-X^*A_0X\geqslant 0$, $C_1-Y^*A_1Y\geqslant 0$. С учетом соотношений (6.3), (6.5), (6.6), (6.12) и (6.13) эти неравенства можно записать в виде

$$\frac{w^*(z)J_Hw(z)-J_H}{i(\bar z-z)}\geqslant\frac{\omega^*(z)J_H\omega(z)-J_H}{i(\bar z-z)};$$

$$\frac{J_H-w_P^*(z)J_Hw_p(z)}{i(\bar z-z)}\geqslant\frac{J_H-\omega_P^*(z)J_H\omega_P(z)}{i(\bar z-z)}.$$

А отсюда вытекает (теорема 2.1), что $\omega(z)$ отщепляется справа в классе $\boldsymbol{W_S}$ от $w(z)$, т. е. $w(z)=w_1(z)\,\omega(z)$ **(6.17)**, где $w_1(z)\in\boldsymbol{W_S}$.

Покажем, что у матрицы-функции $w_1(z)$ порядки полюсов в точках $z_1,\ \dots,\ z_n$ понижаются. Для этой цели нам будет удобнее перейти от представления $\omega(z)$ в виде (6.7) к следующему ее представлению:

$$\omega(z)=\begin{bmatrix}I&0\\h&I\end{bmatrix}\cdot\left\{I_2+iJ_H\,[I_2,\ \dots,\ I_2]\,H_0\begin{bmatrix}\dfrac{I_2}{z-z_1}\\ \vdots\\ \dfrac{I_2}{z-z_n}\end{bmatrix}\right\};$$

$h=d_1^*H_1d_1$ **(6.18)**. Справедливость представления (6.18) проверяется непосредственным вычислением. При этом используется тождество $H_1d_1d_0^*H_0=Z_l^*H_0+H_1Z_u^*$, которое легко получить из (6.11).

Из (6.17) следует, что $w_1(z)=w(z)\,\omega^{-1}(z)$ **(6.19)**. Матрица-функция $\omega^{-1}(z)$ легко вычисляется исходя из представления (6.18):

$$\omega^{-1}(z)=\left\{I_2-iJ_H\left[\frac{I_2}{z-\bar z_1},\ \dots,\ \frac{J_2}{z-\bar z_n}\right]H_0\begin{bmatrix}I_2\\ \vdots\\ I_2\end{bmatrix}\right\}\begin{bmatrix}I&0\\-h&\mathrm{I}\end{bmatrix}.$$

Подставив в (6.19) это выражение для $\omega^{-1}(z)$ и разложение в ряд Лорана функции $w(z)$ в окрестности точки z_k (см. (6.1)), получим, что порядок полюса в точке z_k у матрицы-функции $w_1(z)$ станет ниже, чем соответствующий порядок полюса у матрицы-функции $w(z)$ точно тогда, когда имеет место равенство

$$2\tau_k c_k = 2\tau_k c_k i J_H \left[\frac{I_2}{z_k - \bar{z}_1}, \ \ldots, \ \frac{I_2}{z_k - \bar{z}_n}\right] H_0 \begin{bmatrix} I_2 \\ \vdots \\ I_2 \end{bmatrix}.$$

Докажем это равенство. Имеем

$$2\tau_k c_k i J_H \left[\frac{I_2}{z_k - \bar{z}_1}, \ \ldots, \ \frac{I_2}{z_k - \bar{z}_n}\right] H_0 \begin{bmatrix} I_2 \\ \vdots \\ I_2 \end{bmatrix} =$$

$$= i\left[\frac{4\tau_1\tau_k c_k J_H c_1^*}{z_k - \bar{z}_1}, \ \ldots, \ \frac{4\tau_n\tau_k c_k J_H c_n^*}{z_k - \bar{z}_n}\right] Q_0 \begin{bmatrix} I_2 \\ \vdots \\ I_2 \end{bmatrix} = [0, \ \ldots, \ \underset{k}{I_2}, \ \ldots, 0] \times$$

$$\times A_0 Q_0 \begin{bmatrix} I_2 \\ \vdots \\ I_2 \end{bmatrix} = [0, 0, \ \ldots, \ \underset{k}{I_2}, \ldots, 0] \begin{bmatrix} 2\tau_1 c_1 \\ \vdots \\ 2\tau_n c_n \end{bmatrix} = 2\tau_k c_k.$$

Первое и третье равенства в этой цепочке следуют из (6.5) и вида F_0. Таким образом, порядки полюсов в точках $z_1, \ldots, z_n$ понижаются.

Убедимся в том, что у матрицы-функции $w_1^{-1}(z)$ порядки полюсов в точках $z_1, \ldots, z_n$ не повышаются. Пусть $w^{-1}(z) = d \times \times (z - z_k)^{-p} + \cdots$ $(p \geqslant 0)$ — лорановское разложение функции $w^{-1}(z)$ вблизи z_k. Из равенства $w(z)\,w^{-1}(z) = I$ вытекает, что $c_k d = 0$ **(6.20)**. Имеем (см. (6.19)) $w_1^{-1}(z) = \omega(z)\,w^{-1}(z)$. Подставим в последнее равенство лорановские разложения в окрестности точек z_k функций $\omega(z)$ и $\omega^{-1}(z)$. Порядок полюса не повысится, если выполнено равенство

$$i J_H [I_2, \ \ldots, \ I_2] H_0 \begin{bmatrix} 0 \\ \vdots \\ \dfrac{I_2}{z - z_k} \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} d = 0.$$

Это равенство следует из (6.20), если заметить, что $H_0 = Q_0^* F_0$.

Итак, доказана следующая основная

Теорема 6.1. *Пусть точки $z_1, \ldots, z_n$ находятся в общем положении и матрица-функция $w(z)$ класса $\boldsymbol{W_S}$ имеет в этих точках полюсы со следующими лорановскими разложениями: $w(z) = 2\tau_k c_k (z - z_k)^{-s_k} + b_k (z - z_k)^{s_k+1} + \cdots$, и пусть функция $\omega(z)$ построена по формуле (6.7).*

Тогда 1. $\omega(z)$ является элементарной матрицей-функцией класса $\boldsymbol{W_S}$ с нормировкой вида (6.14), (6.15); 2. $\omega(z)$ отщепляется справа в классе W_S от $w(z)$: $w(z) = w_1(z)\,\omega(z)$, $w_1(z) \in W_S$; 3. порядки полюсов у частного $w_1(z)$ в точках $z_1, \ldots, z_n$ понижаются (по сравнению с порядками соответствующих полюсов у $w(z)$); 4. порядки полюсов у обратной к частному матрицы-функции $w_1^{-1}(z)$ не повышаются (по сравнению с порядками соответствующих полюсов у обратной к исходной матрицы-функции $\omega^{-1}(z)$).

Список литературы: 1. *Дюкарев Ю. М., Кацнельсон В. Э.* Мультипликативные и аддитивные классы Стилтьеса аналитических матриц-функций и связанные с ними интерполяционные задачи. 1. — Теория функций, функцион. анализ и их прил., 1981, вып. 36, с. 13—27. 2. *Дюкарев Ю. М.* Мультипликативные и аддитивные классы Стилтьеса аналитических матриц-функций и связанные с ними интерполяционные задачи. 2. (Неравенства Шварца—Пика и неравенства отщепления).— Теория функций, функцион. анализ и их прил., 1982, вып. 38, с. 40—48.

Поступила в редколлегию 09.06.81.