УДК 517.432

А. В. КУЖЕЛЬ

АНАЛОГ ФОРМУЛЫ М. Г. КРЕЙНА ДЛЯ РЕЗОЛЬВЕНТ НЕСАМОСОПРЯЖЕННЫХ РАСШИРЕНИЙ ЭРМИТОВА ОПЕРАТОРА

При описании самосопряженных расширений симметрического оператора A с конечными и равными дефектными числами существенную роль играет формула М. Г. Крейна для резольвент двух таких расширений, установленная в [1, 2]. Результаты работы [1] различными методами и в различных направлениях изучались и обобщались на случай бесконечных дефектных чисел, а также, когда область определения оператора A не предполагается плотной и т. п. (относительно полную библиографию по рассматриваемому циклу вопросов можно найти в [3]).

В настоящей заметке устанавливается связь между резольвентами произвольных двух линейных (правильных — см. п. 1) расширений эрмитова оператора A, область определения которого не предполагается плотной.

1. ***Терминология.*** В дальнейшем будем придерживаться следующей терминологии. Оператор A, действующий в гильбертовом пространстве H, называется *эрмитовым*, если для любых векторов f и g из области определения $D(A)$ $(Af, g) = (f, Ag)$. Если, кроме того, $\overline{D(A)} = H$, то оператор A называется *симметрическим*. Симметрический оператор A называется *самосопряженным*, если $A^* = A$.

Действующий в H замкнутый линейный оператор B с плотной (в H) областью определения будем называть *правильным расширением* эрмитова оператора A, если* $A \subset B$, $A \subset B^*$. Любое самосопряженное расширение эрмитова оператора A (если оно существует), а также квазисамосопряженные расширения симметрического оператора A с индексом дефекта (m, m) [2] и квазиэрмитовы операторы [4] являются правильными расширениями соответствующего оператора A.

2. Оператор $T_{\mu\varkappa}$. Пусть $\lambda \in \rho(B)$, где $\rho(B)$ — множество регулярных точек оператора B. Рассмотрим оператор $T_{\mu\lambda} = (B - \mu I) \times (B - \lambda I)^{-1}$. Очевидно, что $T_{\lambda\lambda} = I$, $T_{\mu\lambda}^{-1} = T_{\lambda\mu}$ (если $\mu \in \rho(B)$) и $T_{\mu\lambda}^* = T_{\overline{\mu}\overline{\lambda}}$, если оператор B самосопряженный.

Теорема. *Если B есть правильное расширение эрмитова оператора A, то*

$$T_{\mu\lambda} : H_{\overline{\mu}} \to H_{\overline{\lambda}}, \quad T_{\mu\lambda}^* : H_{\mu} \to H_{\lambda}, \tag{1}$$

где $H_z\,(z \in \{\lambda, \mu, \overline{\lambda}, \overline{\mu}\})$ — дефектные подпространства оператора A.

---

* Рассматриваемые расширения эрмитова оператора A часто называют квазиэрмитовыми расширениями этого оператора [3]. Однако, учитывая то, что класс правильных расширений эрмитова оператора A может содержать и самосопряженные операторы, мы предпочитаем пользоваться термином «правильные расширения».

Доказательство. Пусть $g(\bar{\mu}) \in H_{\bar{\mu}}$. Так как $T_{\mu\lambda} = I + (\lambda - \mu) R_\lambda$, где $R_\lambda = (B - \lambda I)^{-1}$, то $\forall f \in D(A)$,

$$((A - \bar{\lambda} I) f,\ T_{\mu\lambda} g(\bar{\mu})) = ((A - \bar{\lambda} I) f,\ g(\bar{\mu})) + (\bar{\lambda} - \bar{\mu})((A - \bar{\lambda} I) f,\ R_\lambda g(\mu)). \quad (2)$$

При этом так как $((A - \bar{\mu} I) f,\ g(\bar{\mu})) = 0$, то

$$((A - \bar{\lambda} I) f,\ g(\bar{\mu})) = (\bar{\mu} - \bar{\lambda})(f,\ g(\bar{\mu})). \quad (3)$$

Кроме того

$$((A - \bar{\lambda} I) f,\ R_\lambda g(\bar{\mu})) = ((B^* - \bar{\lambda} I) f,\ R_\lambda g(\bar{\mu})) = (f,\ g(\bar{\mu})). \quad (4)$$

Подставляя (3), (4) в (2) получим, что $((A - \bar{\lambda} I) f,\ T_{\mu\lambda} g(\bar{\mu})) = 0$ $(\forall f \in D(A))$, т. е. $T_{\mu\lambda} g(\bar{\mu}) \in H_{\bar{\lambda}}$. Этим первое соотношение из (1) доказано. Чтобы обосновать второе соотношение из (1), рассмотрим оператор $\tilde{T}_{\alpha\beta} = (B^* - \alpha I)(B^* - \beta I)^{-1}$. Тогда $T^*_{\mu\lambda} = \tilde{T}_{\bar{\mu}\bar{\lambda}}$. Учитывая, что B^* также есть правильное расширение оператора A, приходим, на основании предыдущих рассуждений, к заключению, что при любом $g(\mu) \in H_\mu$ $T^*_{\mu\lambda} g(\mu) = \tilde{T}_{\bar{\mu}\bar{\lambda}} g(\mu) \in H_\lambda$, т. е. $T^*_{\mu\lambda} : H_\mu \to H_\lambda$.

Следствие 1. Если $\{\mu, \lambda\} \subset \rho(B)$, то

$$\dim H_\mu = \dim H_\lambda;\ \dim H_{\bar{\mu}} = \dim H_{\bar{\lambda}}. \quad (5)$$

Действительно, если $\{\mu, \lambda\} \subset \rho(B)$, то оператор $T_{\mu\lambda}$ обратим, причем $T^{-1}_{\mu\lambda} = T_{\lambda\mu}$. При этом $T_{\mu\lambda} : H_{\bar{\mu}} \to H_{\bar{\lambda}}$; $T^{-1}_{\mu\lambda} : H_{\bar{\lambda}} \to H_{\bar{\mu}}$, откуда и вытекает равенство размерностей $H_{\bar{\mu}}$ и $H_{\bar{\lambda}}$. Аналогично, используя тот факт, что $T^*_{\mu\lambda} : H_\mu \to H_\lambda$; $(T^*_{\mu\lambda})^{-1} = T^*_{\lambda\mu} : H_\lambda \to H_\mu$, приходим к первому равенству из (5).

Следствие 2. Пусть B есть правильное расширение эрмитова оператора A, $\lambda \in \rho(B)$ и H_z $(z \in \{\mu, \bar{\mu}, \lambda, \bar{\lambda}\})$ — дефектные подпространства оператора A. Тогда векторы $R_\lambda g(\bar{\mu})$ $(g(\bar{\mu}) \in H_{\bar{\mu}})$ и $R^*_\lambda g(\mu)$ $(g(\mu) \in H_\mu)$ можно представить в виде

$$R_\lambda g(\bar{\mu}) = \frac{g(\bar{\lambda}) - g(\bar{\mu})}{\lambda - \mu};\ R^*_\lambda g(\mu) = \frac{g_*(\lambda) - g(\mu)}{\bar{\lambda} - \bar{\mu}}, \quad (6)$$

где $g(\bar{\lambda}) \in H_{\bar{\lambda}} : g_*(\lambda) \in H_\lambda$.

Действительно, так как $T_{\mu\lambda} = I + (\lambda - \mu) R_\lambda$, то, на основании предыдущей теоремы

$$T_{\mu\lambda} g(\bar{\mu}) = g(\bar{\mu}) + (\lambda - \mu) R_\lambda g(\bar{\mu}) = g(\bar{\lambda}) \in H_{\bar{\lambda}},$$

откуда и вытекает первое равенство из (6).

Аналогично, воспользовавшись равенством $T^*_{\mu\lambda} = I + (\bar{\lambda} - \bar{\mu}) R^*_\lambda$, получим второе равенство из (6).

3. Аналог формулы М. Г. Крейна. Пусть операторы B, $\tilde{B}$ являются правильными расширениями эрмитова оператора A и $\lambda \in \rho(B, \tilde{B})$, где $\rho(B, \tilde{B}) = \rho(B) \cap \rho(\tilde{B})$. Покажем, что в таком случае

$$(\tilde{R}_\lambda - R_\lambda) f \begin{cases} = 0 & (f \in M_\lambda), \\ \in H_{\bar{\lambda}}^{-} & (f \in H_{\bar{\mu}}^{-},\ \mu \neq \lambda), \end{cases} \tag{7}$$

где R_λ, $\tilde{R}_\lambda$ — резольвенты операторов B и $\tilde{B}$ соответственно, $M_\lambda = (A - \lambda I) D(A)$, $H_z = M_z^{\perp}$.

Действительно, пусть $\varphi = R_\lambda f$, где $f \in M_\lambda$. Тогда $f = (B - \lambda I)\varphi$. А так как $\lambda \in \rho(B)$, то $\varphi \in D(A)$. Но тогда, учитывая, что $A \subset \tilde{B}$, получим $f = (A - \lambda I)\varphi = (\tilde{B} - \lambda I)\varphi$, откуда $\varphi = \tilde{R}_\lambda f$. Следовательно, $(\tilde{R}_\lambda - R_\lambda) f = 0$.

Если же $f \in H_{\bar{\mu}}^{-}$, где $\mu \neq \lambda$, то на основании следствия 2 в подпространстве $H_{\bar{\lambda}}^{-}$, найдутся такие векторы $g(\bar{\lambda})$ и $\tilde{g}(\bar{\lambda})$, что

$$R_\lambda f = \frac{g(\bar{\lambda}) - f}{\lambda - \mu}; \ \tilde{R}_\lambda f = \frac{\tilde{g}(\bar{\lambda}) - f}{\lambda - \mu}.$$

Но тогда $(\tilde{R}_\lambda - R_\lambda) f \in H_{\bar{\lambda}}^{-}$.

Рассмотрим оператор

$$\Gamma_\lambda = \tilde{R}_\lambda - R_\lambda \ (\lambda \in \rho(B, \tilde{B})). \tag{8}$$

На основании (7) Γ_λ аннулируется на M_λ и при $\mu \neq \lambda$ отображает $H_{\bar{\mu}}$ в $H_{\bar{\lambda}}^{-}$.

Пусть $\{\lambda, \mu\} \subset \rho(B, \tilde{B})$. Подставляя в функциональное уравнение $\tilde{R}_\lambda - \tilde{R}_\mu = (\lambda - \mu)\tilde{R}_\lambda \tilde{R}_\mu$ вместо $\tilde{R}_\lambda$ и $\tilde{R}_\mu$ их значения из (8) и учитывая равенство $R_\lambda - R_\mu = (\lambda - \mu) R_\lambda R_\mu$, получим $\Gamma_\lambda - \Gamma_\mu = (\lambda - \mu)[R_\lambda \Gamma_\mu + \Gamma_\lambda R_\mu + \Gamma_\lambda \Gamma_\mu]$. Последнее равенство на основании соотношения $T_{\alpha\beta} = I + (\beta - \alpha) R_\beta$ можно переписать в виде

$$\Gamma_\lambda T_{\lambda\mu} = T_{\mu\lambda}\Gamma_\mu + (\lambda - \mu)\Gamma_\lambda \Gamma_\mu. \tag{9}$$

Воспользовавшись тем, что

$$T_{\lambda\mu} - (\lambda - \mu)\Gamma_\mu = I + (\mu - \lambda) R_\lambda - (\lambda - \mu)(\tilde{R}_\mu - R_\mu) = \tilde{T}_{\lambda\mu}, \tag{10}$$

где $\tilde{T}_{\lambda\mu} = (\tilde{B} - \lambda I)(\tilde{B} - \mu I)^{-1}$, преобразуем равенство (9) к виду

$$\Gamma_\lambda \tilde{T}_{\lambda\mu} = T_{\mu\lambda}\Gamma_\mu. \tag{11}$$

Если теперь учесть, что оператор $\tilde{T}_{\lambda\mu}$ обратим и на основании (10) $\tilde{T}_{\lambda\mu}^{-1} = [T_{\lambda\mu} - (\lambda - \mu)\Gamma_\mu]^{-1}$, то равенство (11) можно переписать так: $\Gamma_\lambda = T_{\mu\lambda}\Gamma_\mu [T_{\lambda\mu} - (\lambda - \mu)\Gamma_\mu]^{-1}$. Последняя формула дает возможность находить оператор Γ_λ при любом $\lambda \in \rho(B, \tilde{B})$, зная значение этого оператора в некоторой фиксированной точке $\mu \in \rho(B, \tilde{B})$.

Рассмотрим тот случай, когда A — эрмитов оператор с индексом дефекта (r, r) $(r < \infty)$ и $\{\lambda, \mu\} \subset \rho(B)$, где, как и раньше, B — правильное расширение оператора A. Предполагая μ фиксированным, выберем в дефектном подпространстве $H_{\bar{\mu}}^{-}$ некоторый базис $\{g_k(\bar{\mu})\}_{k=1}^{r}$. Учитывая, что оператор $T_{\mu\lambda}$ отображает, в силу теоремы 1, $H_{\bar{\mu}}^{-}$ в $H_{\bar{\lambda}}^{-}$ и обратим (так как $\{\lambda, \mu\} \subset \rho(B)$), приходим к заключению, что в качестве базиса в $H_{\bar{\lambda}}^{-}$ можно взять совокупность векторов $\{g_k(\bar{\lambda})\}_{k=1}^{r}$, где

$$g_k(\bar{\lambda}) = T_{\mu\lambda} g_k(\bar{\mu}) \ (k \in \{1, 2, \ldots, r\}). \tag{12}$$

Тогда оператор Γ_λ, отображающий все пространство H в $H_{\bar{\lambda}}^{-}$, можно записать так:

$$\Gamma_\lambda f = \sum_{k=1}^{r} c_k(f)\, g_k(\bar{\lambda}), \tag{13}$$

где $c_k(f)$ — линейные функционалы, зависящие от параметра λ и в силу линейной независимости системы векторов (12), переводящие в нулевой любой вектор из M_λ. Следовательно, $c_k(f) = (f, h_k(\lambda))$, где $h_k(\lambda) \in H_\lambda$. Но тогда $h_k(\lambda) = \sum_{m=1}^{r} \overline{p_{mk}(\lambda)} g_m(\lambda)$ и, таким образом,

$$c_k(f) = \sum_{m=1}^{r} p_{mk}(\lambda)\,(f, g_m(\lambda)). \tag{14}$$

Подставляя (14) в (13), получим

$$\Gamma_\lambda = \sum_{k, m=1}^{r} (\cdot, g_m(\lambda))\, p_{mk}(\lambda)\, g_k(\bar{\lambda}) \tag{15}$$

или, что то же самое,

$$\tilde{R}_\lambda = R_\lambda + \sum_{k, m=1}^{r} (\cdot, g_m(\lambda))\, p_{mk}(\lambda)\, g_k(\bar{\lambda}). \tag{16}$$

Чтобы выяснить свойства матрицы функции $P(\lambda) = \| p_{mk}(\lambda) \|$, рассмотрим $r \times r$-матрицу $S = \| (\Gamma_\lambda T_{\lambda\mu} g_\alpha(\mu), g_\beta(\bar{\lambda})) \|$, которая, в силу равенства (9), может быть записана так:

$$S = \| (T_{\mu\lambda} \Gamma_\mu g_\alpha(\mu), g_\beta(\bar{\lambda})) \| + (\lambda - \mu) \| (\Gamma_\lambda \Gamma_\mu g_\alpha(\mu), g_\beta(\bar{\lambda})) \|. \tag{17}$$

С другой стороны, в силу (15),

$$S = \| (T_{\alpha\mu} g_\alpha(\mu), g_m(\lambda)) \|\, P(\lambda)\, G(\bar{\lambda}), \tag{18}$$

где $G(\bar{\lambda}) = \| (g_k(\bar{\lambda}), g_m(\bar{\lambda})) \|$ — матрица Грама базисных векторов $\{g_k(\bar{\lambda})\}_{k=1}^{r}$. А так как $T_{\lambda\mu}^{*}$ отображает H_λ в H_μ, то

$$T_{\lambda\mu}^{*} g_m(\lambda) = \sum_{j=1}^{r} t_{mj} g_j(\mu). \tag{19}$$

Но при этом

$$\| (T_{\lambda\mu} g_\alpha(\mu),\ g_m(\lambda)) \| = \| \sum_{j=1}^{r} (g_\alpha(\mu),\ g_j(\mu))\, t_m^{j*} \| = G(\mu)\, T^*, \tag{20}$$

где $t_{jm}^* = \bar{t}_{mj}$; $T = \| t_{km} \|$ $(T = T(\lambda,\ \mu))$.

Подставляя (20) в (18), получим

$$S = G(\mu)\, T^* P(\lambda)\, G(\bar{\lambda}). \tag{21}$$

Чтобы преобразовать первое слагаемое в правой части равенства (17), заметим, что на основании (15) и (12) $T_{\mu\lambda}\Gamma_\mu g_\alpha(\mu) = \sum_{k,\ m=1}^{r} (g_\alpha(\mu),\ g_m(\mu))\, P_{mk}(\bar{\mu})\, g_k(\lambda)$. Но тогда

$$\| (T_{\mu\lambda}\Gamma_\mu g_\alpha(\mu),\ g_\beta(\bar{\lambda})) \| = G(\mu)\, P(\mu)\, G(\bar{\lambda}). \tag{22}$$

Аналогично, учитывая (15), находим, что $\Gamma_\lambda \Gamma_\mu g_\alpha(\mu) = \sum_{k,\ m=1}^{r} \times$ $\times (g_\alpha(\mu),\ g_m(\mu))\, p_{mk}(\mu)\, \Gamma_\lambda g_k(\bar{\mu}) = \sum_{k,\ m,\ s,\ j=1}^{r} (g_\alpha(\mu), g_m(\mu))\, p_{mk}(\mu) \times$ $\times (g_k(\bar{\mu}),\ g_j(\lambda))\, p_{js}(\lambda)\, g_s(\bar{\lambda})$, после чего

$$\| (\Gamma_\lambda \Gamma_\mu g_\alpha(\mu),\ g_\beta(\bar{\lambda})) \| = G(\mu)\, P(\mu)\, G(\bar{\mu},\ \lambda)\, P(\lambda)\, G(\bar{\lambda}), \tag{23}$$

где

$$G(\bar{\mu},\ \lambda) = \| (g_k(\bar{\mu}),\ g_j(\lambda)) \|. \tag{24}$$

Подставляя (21) — (23) в (17) и умножая полученное равенство слева и справа соответственно на $G^{-1}(\mu)$ и $G^{-1}(\bar{\lambda})$, получим

$$T^* P(\lambda) = P(\mu) + (\lambda - \mu)\, P(\mu)\, G(\bar{\mu},\ \lambda)\, P(\lambda). \tag{25}$$

Таким образом, значения матриц-функций $P(\lambda)$ и $P(\mu)$ в любых двух точках λ и μ из множества $\rho(B,\ \tilde{B})$ связаны между собой равенством (25).

Выясним более детально свойства матрицы T. Умножая скалярно равенство (19) справа на вектор $g_n(\mu)$, получим

$$TG(\mu) = \| (g_m(\lambda),\ T_{\lambda\mu} g_n(\mu)) \|. \tag{26}$$

При этом на основании равенства $T_{\lambda\mu} = I + (\mu - \lambda) R_\mu$

$$T_{\lambda\mu} g_n(\mu) = g_n(\mu) + (\mu - \lambda)\, R_\mu g_n(\mu). \tag{27}$$

С другой стороны, на основании равенства (12) получаем (при $\lambda = \bar{\mu}$), что $T_{\mu\mu} g_n(\mu) = g_n(\bar{\mu})$; а так как $T_{\bar{\mu}\mu} = I + (\mu - \bar{\mu}) R_\mu$, то $R_\mu g_n(\mu) = \dfrac{g_n(\bar{\mu}) - g_n(\mu)}{\mu - \bar{\mu}}$.

Подставляя это равенство в (27), получим

$$T_{\lambda\mu} g_n(\mu) = \frac{\bar{\mu} - \bar{\lambda}}{\bar{\mu} - \mu} g_n(\mu) + \frac{\mu - \lambda}{\mu - \bar{\mu}} g_n(\bar{\mu}). \tag{28}$$

Воспользовавшись равенствами (26), (28), найдем T:

$$T = \left[\frac{\mu - \bar{\lambda}}{\mu - \bar{\mu}} G(\lambda, \mu) + \frac{\bar{\mu} - \bar{\lambda}}{\bar{\mu} - \mu} G(\lambda, \bar{\mu}) \right] G^{-1}(\mu). \tag{29}$$

Пусть, в частности, оператор B самосопряженный. Покажем, что в таком случае матрица T является единичной. Действительно, если $B^* = B$, то $T^*_{\lambda\mu} = T_{\bar{\lambda}\bar{\mu}}$. Тогда, на основании (19),

$$T_{\bar{\lambda}\bar{\mu}} g_m(\lambda) = \sum_{j=1}^{r} t_{mj} g_j(\mu). \tag{30}$$

Кроме того, в силу (12)

$$g_m(\lambda) = T_{\mu\bar{\lambda}} g_m(\bar{\mu}); \quad g_m(\mu) = T_{\bar{\mu}\mu} g_m(\bar{\mu}). \tag{31}$$

Но тогда очевидно

$$T_{\bar{\lambda}\bar{\mu}} g_m(\lambda) = T_{\bar{\lambda}\bar{\mu}} T_{\mu\bar{\lambda}} g_m(\bar{\mu}) = T_{\mu\bar{\mu}} g_m(\bar{\mu}) = g_m(\mu). \tag{32}$$

Следовательно, учитывая (30), (32), $T = E$.

4. Взаимно простые расширения. Расширения B и $\tilde{B}$ оператора A называются взаимно простыми, если $D(B) \cap D(\tilde{B}) = D(A)$. Покажем, что в случае правильных взаимно простых расширений эрмитова оператора A $\operatorname{Ker} \Gamma_\lambda = M_\lambda$ **(33).**

Действительно, на основании (7) всегда $M_\lambda \subset \operatorname{Ker} \Gamma_\lambda$. Покажем, что в рассматриваемом случае имеет место и обратное включение. Пусть $\Gamma_\lambda f = \tilde{R}_\lambda f - R_\lambda f = 0$. Тогда вектор $g = R_\lambda f = \tilde{R}_\lambda f$ содержится в области определения оператора B и оператора $\tilde{B}$. А так как B и $\tilde{B}$ — взаимно простые расширения, то $g \in D(A)$. Но тогда $f = (B - \lambda I) g = (A - \lambda I) g \in M_\lambda$, что и доказывает равенство (33).

Если при этом A — эрмитов оператор с индексом дефекта (r, r) $(r < \infty)$, то условие (33), с учетом вида оператора Γ_λ (равенство (15)) и в силу линейной независимости совокупности векторов $\{g_k(\bar{\lambda})\}_{k=1}^{r}$, дает возможность сделать заключение об обратимости матрицы $P(\lambda)$ при $\lambda \in \rho(B, \tilde{B})$. В таком случае равенство (25) можно переписать так:

$$P^{-1}(\lambda) = P^{-1}(\mu) T^* - (\lambda - \mu) G(\bar{\mu}, \lambda). \tag{34}$$

В частности, если $B^* = B$, то, как было показано, $T = E$, т. е. (34) преобразуется в известную формулу, устанавливаемую в случае самосопряженных расширений симметрического оператора (см., например, [2, с. 374]).

В заключение отметим, что если операторы B и $\tilde{B}$ самосопряженные, то $R_\lambda^* = R_{\bar{\lambda}}$, $\tilde{R}_\lambda^* = \tilde{R}_{\bar{\lambda}}$. Но тогда $\Gamma_\lambda^* = \Gamma_{\bar{\lambda}}$. Учитывая при этом выражение для оператора Γ_λ (равенство (15)), приходим к заключению, что в случае самосопряженных расширений эрмитова оператора A

$$P^*(\lambda) = P(\bar{\lambda}). \tag{35}$$

Имеет место в некотором смысле и обратное утверждение: если выполняется равенство (35) и одно из расширений B или $\tilde{B}$ эрмитова оператора A является самосопряженным, то таким будет и второе из указанных расширений.

Список литературы: 1. *Крейн М. Г.* О резольвентах эрмитова оператора с индексом дефекта (m, m).— Докл. АН СССР, 1946, **52**, № 8, с. 657—660. 2. *Ахиезер Н. И., Глазман И. М.* Теория линейных операторов в гильбертовом пространстве.— М.: Наука, 1966.— 543 с. 3. *Цекановский Э. Р., Шмульян Ю. Л.* Теория бирасширений операторов в оснащенных гильбертовых пространствах. Неограниченные операторные узлы и характеристические функции.— Усп. мат. наук, 1977, **32**, № 5, с. 69—124. 4. *Кужель А. В.* Спектральный анализ неограниченных несамосопряженных операторов.— Докл. АН СССР, 1958, **119**, № 5, с. 868—871.

Поступила 30 декабря 1979 г.