УДК 517.55

А. Л. РОНКИН

КВАЗИПОЛИНОМИАЛЬНЫЕ НУЛЕВЫЕ МНОЖЕСТВА

В работе [1] нами был приведен следующий результат: пусть функция $f(z_1, \ldots, z_n)$ при любых фиксированных значениях $n-1$ переменной, как функция от оставшейся переменной z_i, является квазиполиномом, т. е. конечной суммой вида $\sum\limits_{k,\, l} c_{k,\, l} z_i^k \exp \lambda_l z_i$.

Тогда функция $f(z_1, \ldots, z_n)$ имеет вид $f(z_1, \ldots, z_n) = \sum\limits_{k=1}^{l} Q_k \times$ $\times (z_1, \ldots, z_n) \exp \lambda_k (z_1, \ldots, z_n)$, где $Q_k(z_1, \ldots, z_n)$ — полиномы, а $\lambda_k(z_1, \ldots, z_n)$ — полиномы, линейные по каждой переменной [1].

Этот результат является в некотором смысле аналогом следующего факта, относящегося к обычным полиномам: функция, являющаяся полиномом по каждой переменной при фиксированных значениях остальных переменных, является полиномом по совокупности переменных.

Подобный результат имеет место, если вместо условия, чтобы функция f являлась полиномом по каждой переменной при фиксированных остальных переменных, потребовать, чтобы она, как функция соответствующей переменной, имела конечное число корней. Тогда [см. 2; 3] функция f имеет вид $f(z_1, \ldots, z_n) = P \times$ $\times (z_1, \ldots, z_n) \exp Q(z_1, \ldots, z_n)$, где $P(z_1, \ldots, z_n)$ — полином, а $Q(z_1, \ldots, z_n)$ — целая функция.

Нами установлено, что близкое по характеру утверждение имеет место и в случае, когда пересечения нулевого множества целой функции с плоскостями параллельными координатным являются множествами нулей квазиполиномов.

Теорема. *Пусть* $w_i \subset \boldsymbol{C}$ — *множества положительной емкости,* $i = 1, 2, \ldots, n$. *Пусть далее целая функция* $f(z_1, \ldots, z_n)$ *при каждых фиксированных* $(z_1, \ldots, z_{j-1}, z_{j-1}, \ldots, z_n) \in w_1 \times \cdots \times w_{j-1} \times w_{j+1} \times \cdots \times w_n$, $j = 1, 2, \ldots, n$, *как функция переменного* z_j *представляется в виде произведения от квазиполинома от* z_j *на целую функцию от* z_j, *нигде не обращающуюся в ноль. Тогда функция* $f(z_1, \ldots, z_n)$ *имеет вид* $f(z_1, \ldots, z_n) = \Theta(z_1, \ldots, z_n) \exp Q(z_1, \ldots, z_n)$, *где* $Q(z_1, \ldots, z_n)$ — *целая функция,* $\Theta(z_1, \ldots, z_n) = \sum_{k=1}^{l} d_k(z_1, \ldots, z_n) \exp \lambda_k(z_1, \ldots, z_n)$ $d_k(z_1, \ldots, z_n)$ — *полиномы;* $\lambda_k(z_1, \ldots, z_n)$ — *полиномы, линейные по каждой переменной.*

Доказательство этой теоремы, которое мы опускаем, основывается на приведенном в начале заметки результате и на возможности выделения из целой функции множителя, являющегося в некотором смысле аналогом произведения Вейерштрасса [см. 4; 5].

Заметим еще, что если функция $f(z)$ имеет не более чем минимальный тип при порядке 2, то, как прямо следует из ее представления, она является квазиполиномом по совокупности переменных.

В заключение приношу глубокую благодарность Б. Я. Левину за внимание к работе.

Список литературы: *1. Ронкин А. Л.* О квазиполиномах.— Функцион. анализ, 1978, т. 12, вып. 3, с. 45—46. **2.** *Садуллаев А.* Критерии алгебраичности аналитических множеств.— В кн.: О голоморфных функциях многих комплексных переменных. Красноярск, 1976, с. 107—122. **3.** *Ронкин Л. И.* Некоторые вопросы распределения нулевых точек целых функций многих переменных.— Мат. сб., 1972, т. 87, с. 351—368. **4.** *Lelong P.* Sur l'extension aux fonctions entieres de *n* variables, d'ordre fini,d'un developpement cononique de Weierstrass.— C. R. Acad. Sci. Paris, 1953 v. 237, p. 865-867. **5.** *Ронкин Л. И.* Введение в теорию целых функций многих переменных. М., Наука, 1971. 430 с.

Поступила 17 марта 1978 г.