УДК 517.946

В. М. БОРОК

О КРАЕВОЙ ЗАДАЧЕ В ПОЛОСЕ ДЛЯ НЕКОТОРЫХ ДИФФЕРЕНЦИАЛЬНО-ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ УРАВНЕНИЙ

В работах [1], [2] приведены максимальные классы единственности решения задачи Коши для различных систем линейных уравнений в частных производных с преобразованным пространственным аргументом. В данной статье исследуется аналогичный вопрос по отношению к задаче Дирихле в полосе. Мы получаем точное описание классов единственности для рассмотренных систем уравнений, а также изучаем условия на функцию $f(r) > 0$, определенную при $r > 0$, которые гарантируют, что решение $\overline{u}(x, t)$ системы уравнений

$$\frac{\partial^2 \overline{u}(x, t)}{\partial t^2} = A\overline{u}(\alpha x, t), \tag{1}$$

$$-\infty < x < \infty, \quad 0 \leqslant t \leqslant T < \infty, \quad \overline{u}(x, t) \in C^n,$$

A — комплекснозначная матрица $n \times n$, $\alpha \in R^1$, удовлетворяющее однородным краевым условиям

$$\overline{u}(x, 0) = \overline{u}(x, T) = 0, \quad -\infty < x < \infty \tag{2}$$

и оценке $\|\overline{u}(x, t)\| \leqslant Cf(|x|), \quad -\infty < x < \infty, \quad 0 \leqslant t \leqslant T,$ (3)

тождественно равна нулю. При этом исследуются классические решения задачи (1)—(2), непрерывные при $x \in R^1$, $t \in [0, T]$.

Разложим решение $\overline{u}(x, t)$ задачи (1)—(2) в ряд Фурье (равномерно сходящийся)

$$\overline{u}(x, t) = \sum_{k=1}^{\infty} \overline{y}_k(x) \sin\frac{k\pi t}{T}, \tag{4}$$

$$\text{где } \overline{y}_k(x) = \frac{2}{T}\int_0^T \overline{u}(x, t) \sin\frac{k\pi t}{T}\, dt \tag{5}$$

— непрерывные функции при всех $x \in R^1$, удовлетворяющие в силу выражений (3) и (5) оценке

$$\|\overline{y}_k(x)\| \leqslant C_1 f(|x|), \qquad -\infty < x < \infty. \tag{6}$$

Подставляя равенство (4) в формулу (1), получаем

$$-\frac{k^2\pi^2}{T^2}\overline{y}_k(x) = A\overline{y}_k(\alpha x), \quad -\infty < x < \infty, \quad k = 1, 2, \ldots. \tag{7}$$

Пусть сначала α не принимает значений 0, 1, -1 и пусть $\beta = 1/\alpha$, W — Жорданова форма матрицы A, $W = PAP^{-1}$, $\det P \neq 0$,

$$\bar{z}_k(x) = P\overline{y}_k(\alpha x). \tag{8}$$

Из выражения (7) следует $\bar{z}_k(\beta x) = -T^2 k^{-2}\pi^{-2} W \bar{z}_k(x)$. (9)
Система (9), очевидно, распадается на конечное число систем вида

$$\zeta_j(\beta x) = \gamma\zeta_j(x) + \zeta_{j+1}(x), \tag{10}$$

$j = 1, \ldots, p-1$, $\zeta_p(\beta x) = \gamma\zeta_p(x)$, где $\gamma = -T^2 k^{-2}\pi^{-2}\lambda$; λ — одно из собственных значений матрицы A. Ясно, что если $\gamma = 0$, решение $\bar{\zeta}(x) = (\zeta_1(x), \ldots, \zeta_p(x))$ системы (10) тождественно равно нулю. Если же $\gamma \neq 0$, имеет место

Лемма. *Общее решение системы* (10) *при* $\gamma \neq 0$ *имеет вид*

$$\zeta_j(x) = |x|^\delta \exp\left\{i \arg\gamma \frac{\ln|x|}{\ln|\beta|}\right\} \begin{cases} H_j^+(x), & x > 0; \\ H_j^-(x), & x < 0; \end{cases} \tag{11}$$

$$H_p^\pm(x) = h_p^\pm\left(\frac{\ln|x|}{\ln|\beta|}\right);$$

$$H_j^\pm(x) = h_j^\pm\left(\frac{\ln|x|}{\ln|\beta|}\right) + \sum_{k=j+1}^{p} h_k^\pm\left(\frac{\ln|x|}{\ln|\beta|}\right) \sum_{r=1}^{k-j} A_{jrk}(\ln|x|)^r, \tag{12}$$

$j = 1, \ldots, p-1$, *где* $\delta = \ln|\gamma|\,[\ln|\beta|]^{-1}$, *постоянные* A_{jrk} ($j = 1, \ldots, p-1$; $k = j+1, \ldots, p$; $r = 1, \ldots, k-j$) *определяются рекуррентно из систем*

$$A_{j\,1\,j+1} = (\gamma\ln|\beta|)^{-1}, \quad j = 1, \ldots, p-1; \tag{13}$$

$$\begin{cases} \sum\limits_{r=1}^{k-j} A_{jrk}(\ln|\beta|)^r = 0; \\ \sum\limits_{r=q+1}^{k-j} A_{jrk} C_r^q (\ln|\beta|)^{r-q} = \gamma^{-1} A_{j+1\,qk}, \end{cases} \tag{14}$$

$j = 1, 2, \ldots, p-2$; $k = j+2, \ldots, p$; $q = 1, \ldots, k-j-1$, *а функции* $h_j^\pm(t)$ — *любые функции, удовлетворяющие соотношениям:*

$$\text{при } \beta > 0\text{: } h_j^\pm(t+1) \equiv h_j^\pm(t); \tag{15}$$

$$\text{при } \beta < 0\text{: } h_j^\pm(t+2) \equiv h_j^+(t); \quad h_j^-(t) \equiv h_j^+(t+1). \tag{16}$$

Доказательство. Убедимся прежде всего, что постоянные A_{jrk} однозначно определяются соотношениями (13)—(14). При $j = p-1$ определению подлежат лишь $A_{p-1\,1\,p}$; согласно формуле (13) $A_{p-1\,1\,p} = (\gamma\ln|\beta|)^{-1}$. Если уже известны значения $A_{j-1\,r\,k}$ при $k = j+2, \ldots, p$; $r = 1, \ldots, k-j-1$, то для определения A_{jrk} ($k = j+1, \ldots, p$; $r = 1, \ldots, k-j$) используем равенство

(13) при $k = j+1$, а при любом фиксированном k, $j+2 \leqslant k \leqslant p$, — систему (14), содержащую $k-j$ равенств и имеющую треугольную структуру. Таким образом, равенства (13)—(14) однозначно определяют все входящие в выражение (12) постоянные A_{jrk}.

Совершим в выражении (10) замену искомой функции $\bar{\zeta}(x)$ согласно формулам (11) — (12) и найдем соотношения, которым должны удовлетворять новые искомые функции $h_j^{\pm}(x)$, $j = 1, \ldots, p$. Пусть сначала $\beta > 0$. Подставляя уравнение (11) в последнее уравнение системы (10), приходим к выражению (15) при $j = p$. Пусть соотношения (15) установлены для функций $h_{j+1}^{\pm}(t)$, $h_{j+2}^{\pm} \times \times (t), \ldots, h_p^{\pm}(t)$. Подставляя равенства (11) — (12) в уравнение с номером j системы (10), совершая необходимые элементарные преобразования с учетом формул (13) — (14) и соотношений (15) для функций $h_{j+1}^{\pm}(t), \ldots, h_p^{\pm}(t)$, приходим к формуле (15) для функций $h_j^{\pm}(t)$. Та же последовательность рассуждений при $\beta < 0$ приводит к выражению (16).

Следствие *Решение* $\bar{\zeta}(x) \not\equiv 0$ *системы* (10) *является непрерывным при всех* $x \in R^1$ *тогда и только тогда, когда выполнено одно из двух условий:*

i) $\delta > 0$ и все функции $h_j^{\pm}(t)$, $j = 1, \ldots, p$, непрерывны при всех значениях t;

ii) $\gamma = 1$, $h_1^{+}(x) \equiv h_1^{-}(x) \equiv \text{const}$, $h_j^{\pm}(x) \equiv 0$, $j = 2, \ldots, p$. Справедливость этого утверждения вытекает из формул (11) — (12) с учетом выражений (15) — (16).

Теорема 1. *Пусть число* $-k^2\pi^2T^{-2}$ *является собственным значением матрицы A. Тогда а) система* (7) *имеет ограниченное при* $-\infty < x < \infty$ *непрерывное решение* $\bar{y}_k(x) \not\equiv 0$; *б) если* $|\alpha| = 1$, *существует финитное нетривиальное решение* $\bar{y}_k(x)$ системы (7); *в) если* $|\alpha| \neq 1$ *и* $\lim\limits_{|x| \to \infty} \| \bar{y}_k(x) \| = 0$, *то* $\bar{y}_k(x) \equiv 0$.

Доказательство. Пусть сначала α не принимает значений 0, ± 1. Приведем систему (7) к виду (9). Очевидно из выражения (8), что непрерывные решения системы (7) и (9) соответствуют друг другу. Непрерывные решения системы (9) составляются из непрерывных решений систем вида (10), на которые она распадается. Для одной из них заведомо осуществляется условие *ii* следствия. Нетривиальным непрерывным решением этой системы служит $\bar{\zeta}(x) = C(1, 0, \ldots, 0)$, $C = \text{const} \neq 0$. Тогда и система (7) имеет решение $\bar{y}_k(x) = \bar{C} \neq 0$ (им служит один из столбцов матрицы P^{-1}). Итак, утверждение *а* доказано при $\alpha \neq 0$, $\alpha \neq \pm 1$.

При $\alpha = 0$ из формулы (7) видно, что $\bar{y}_k(x) \equiv \bar{y}_k(0)$, причем, поскольку $-k^2\pi^2T^{-2}$ — собственное значение матрицы A, то существует решение $\bar{y}_k(0) = \bar{a}_k \neq 0$ системы

$$-k^2\pi^2T^{-2}\bar{a}_k = A\bar{a}_k. \tag{17}$$

При $\alpha = 1$ непрерывным решение системы (7) служит

$$\bar{y}_k(x) = f(x)\,\bar{a}_k, \tag{18}$$

где $\bar{a}_k \neq 0$ — решение (17), а $f(x)$ — любая непрерывная функция; при $\alpha = -1$ также выражение (18) дает решение системы (7), но при условии, что $f(x) \equiv f(-x)$, $-\infty < x < \infty$. Таким образом, утверждения *а* и *б*, а также *в* при $\alpha = 0$ доказаны. Пусть, наконец, $\alpha \neq 0$, $\alpha \neq \pm 1$, $\lim\limits_{|x| \to \infty} \| \bar{y}_k(x) \| = 0$. Как и выше, исследование сводится к рассмотрению системы (10). При этом должно быть выполнено соотношение

$$\lim_{|x| \to \infty} \| \bar{\zeta}(x) \| = 0. \tag{19}$$

Но в случае i $(\delta > 0)$ для нетривиального непрерывного решения системы (10), как видно из формул (11), (12), $\overline{\lim\limits_{|x| \to \infty}} \| \bar{\zeta}(x) \| = \infty$, а в случае ii такое решение является постоянным. Следовательно, непрерывные решения системы (10), удовлетворяющие соотношению (19), тождественно равны нулю. Поэтому то же верно и для решений системы (7).

Теорема 2. *Пусть* $-k^2\pi^2T^{-2}$ *не является собственным значением матрицы* A. *Для того, чтобы система* (7) *имела нетривиальные решения, непрерывные при* $-\infty < x < \infty$, *необходимо и достаточно выполнения одного из трех следующих условий: а)* $|\alpha| > 1$ *и существует собственное значение* λ *матрицы* A *такое, что* $0 < |\lambda| < k^2\pi^2T^{-2}$; *б)* $0 < |\alpha| < 1$ *и существует собственное значение* λ *матрицы* A *такое, что* $|\lambda| > k^2\pi^2T^{-2}$; *в)* $\alpha = -1$, $k^2\pi^2T^{-2}$ — *собственное значение матрицы* A.

Доказательство. При $\alpha \neq 0$, $\alpha \neq \pm 1$ сводим систему (7) к виду (9). В силу леммы и ее следствия, система (9) имеет непрерывные при $-\infty < x < \infty$ нетривиальные решения лишь при условии, что хотя бы одна из систем (10) удовлетворяет условиям i или ii. Но случай ii невозможен, поскольку $-k^2\pi^2T^{-2}$ не является собственным значением матрицы A, а в случае i имеем $\delta = \ln [T^2\lambda k^{-2}\pi^{-2}]\,[-\ln|\alpha|]^{-1}$. Это и приводит к условиям *а* и *б*.

При $\alpha = -1$ систему (7) можно записать в виде

$$-k^2\pi^2T^{-2}\bar{y}_k(-x) = A\bar{y}_k(x),$$

откуда $(k\pi T^{-1})^4\,\bar{y}_k(x) = A^2\bar{y}_k(x)$.

Таким образом, нетривиальное решение $\bar{y}_k(x)$ системы (7) при каждом x является собственным вектором матрицы A^2, отвечающим собственному значению $(k\pi T^{-1})^4$. Поскольку $-k^2\pi^2T^{-2}$ не является собственным значением матрицы A, приходим к выводу *в*. Отметим, что в этом случае, как видно непосредственно из выражения (7), формула (18), где $\bar{a}_k \neq 0$ — решение системы (17), а $f(x) \not\equiv 0$ — любая непрерывная четная функция, дает нетривиальное непрерывное решение системы (7), которая при $\alpha = 0$ и $\alpha = 1$, очевидно имеет лишь тривиальные решения. Теорема доказана.

Легко видеть, что если матрица A имеет только нулевые собственные значения, то задача (1) — (2) имеет лишь тривиальные решения.

Пусть $\lambda_i \neq 0$ — собственное значение матрицы A. Обозначим $k_i = \min\{k : k \geqslant 1,\ k^2\pi^2 \geqslant T^2 |\lambda_i|\}$; $\rho = \min\limits_{i:\lambda_i \neq 0} \{k_i^2\pi^2 T^{-2} |\lambda_i|^{-1}\}$; $\Omega_i = \{k : k \geqslant 1,\ k^2\pi^2 \leqslant |\lambda_i| T^2\}$; $\bar{k}_i = \sup \Omega_i$, если $\Omega_i \neq \varnothing$; $\bar{\rho} = \max\limits_{i:\Omega_i \neq \varnothing} \{\bar{k}_i^2 \pi^2 T^{-2} |\lambda_i|^{-1}\}$.

Теорема 3. *Пусть* $|\alpha| > 1, \rho > 1, \beta(x) > 0$ *при* $x > 0, \lim\limits_{x\to\infty} \beta(x) = 0$. *Если* $\bar{u}(x, t)$ — *решение задачи* (1) — (2), *удовлетворяющее оценке* (3) *при*

$$f(x) = \beta(x)(1+x)^{\ln\rho\cdot[\ln|\alpha|]^{-1}}, \tag{20}$$

то $\bar{u}(x, t) \equiv 0$. *При любом* $\beta_0 > 0$ *существует решение* $\bar{u}(x, t) \not\equiv 0$ *задачи* (1) — (2), *удовлетворяющее оценке* (3) *с* $f(x) = \beta_0 (1+x)^{\ln\rho[\ln|\alpha|]^{-1}}$.

Доказательство. Разлагая решение $\bar{u}(x, t)$ в ряд Фурье (4), получим для его коэффициентов $\bar{y}_k(x)$ оценки (6). Мы хотим установить, что $\bar{y}_k(x) \equiv 0$. Условие $\rho > 1$ означает, что числа $-k^2\pi^2 T^{-2}$, $k = 1, 2, \ldots$ не являются собственными значениями матрицы A. Поэтому при любом фиксированном значении k, $k = 1, 2, \ldots$, нетривиальное непрерывное решение $\bar{y}_k(x)$ системы (7) в силу теоремы 2а, представляет собой линейную комбинацию функций вида (11) — (12), где величина δ принимает значения $\delta_i = \ln[k^2\pi^2 T^{-2} |\lambda_i|^{-1}] [\ln|\alpha|]^{-1}$, причем $\lambda_i \neq 0$ здесь может быть любым собственным значением матрицы A, для которого $k^2\pi^2 > T^2 |\lambda_i|$. Из определения ρ вытекает, что $\delta_i \geqslant \ln\rho [\ln|\alpha|]^{-1}$. Тогда из формул (11) — (12) видно, что для нетривиального вектора $\bar{\zeta}(x)$

$$\overline{\lim_{|x|\to\infty}} \|\bar{\zeta}(x)\| |x|^{-\ln\rho[\ln|\alpha|]^{-1}} > 0. \tag{21}$$

То же соотношение (21) верно и для нетривиального решения $\bar{y}_k(x)$ системы (7). Но последнее противоречит оценке (6) при условии (20). Отсюда при любом k $\bar{y}_k(x) \equiv 0$, что и устанавливает справедливость первого утверждения теоремы.

Выберем теперь i так, чтобы $\rho = k_i^2\pi^2 T^{-2} |\lambda_i|^{-1}$. Система (7) при $k = k_i$ приводится к виду (9); система (9) содержит в качестве составляющей систему (10), где $\gamma = -T^2\lambda_i k_i^{-2}\pi^{-2}$, откуда $|\gamma| = \rho^{-1}$. В силу формул (11) — (12) эта система (10) имеет решение

$$\zeta_1(x) = \exp\{\ln|x| [\ln\rho - i\arg\gamma] [\ln|\alpha|]^{-1}\}, \tag{22}$$
$$\zeta_2(x) = \cdots = \zeta_p(x) = 0.$$

Тогда соответствующая система (7) имеет решение $\bar{y}_{k_i}(x) = \zeta_1(x)\bar{p}$, где $\bar{p}$ — один из столбцов матрицы P^{-1}. Нетривиальным решением задачи (1) — (2) будет функция $\overline{u}(x, t) = \zeta_1(x) \times \times \sin(k_i \pi t T^{-1}) \overline{p}$.

Теорема доказана.

Теорема 4. *Пусть* $|\alpha| > 1$, $\rho = 1$, *но среди чисел* $-k^2\pi^2T^{-2}$ *нет собственных значений матрицы* A. *Тогда справедлив результат теоремы* 3 *с заменой* ρ *на* $\rho^* = \min\limits_{i:\lambda_i \neq 0} \{k_i^{*2}\pi^2T^{-2}|\lambda_i|^{-1}\}$, $K_i^* = \min\{k : k \geqslant 1, k^2\pi^2 > T^2|\lambda_i|\}$.

Доказательство аналогично доказательству теоремы 3 с учетом следующего замечания. Среди собственных значений λ_i матрицы имеются такие, что $\lambda_i = k_i^2\pi^2T^{-2}$. Однако непрерывные решения соответствующей системы (10) тождественно равны нулю ($\delta = 0$, $\gamma = -1$). Поэтому нетривиальные непрерывные решения системы (10), отвечающие собственному значению $\lambda_i = k_i^2\pi^2T^{-2}$ матрицы A, возможны лишь при $k > k_i$, что и объясняет замену величины k_i величиной k_i^*.

Теорема 5. *Пусть* $0 < |\alpha| < 1$. *Если все множества* Ω_i, $i = 1, \ldots, n$, *являются пустыми, то задача* (1) — (2) *имеет лишь тривиальное решение* $\overline{u}(x, t) \equiv 0$.

Если среди множеств Ω_i, хотя бы одно не является пустым и $\overline{\rho} < 1$, то справедлив результат теоремы 3 с заменой ρ на $\overline{\rho}$.

Доказательство. Как и при доказательстве теоремы 3 следует установить, что решение $\overline{y}_k(x)$ каждой из систем (7) ($K = 1, 2, \ldots$), непрерывное при $-\infty < x < \infty$ и удовлетворяющее соответствующей оценке (6), тождественно равно нулю. При фиксированном K функция $\overline{y}_k(x)$ является линейной комбинацией нетривиальных непрерывных решений систем вида (10), в которых γ принимает значения $\gamma_{ik} = T^2|\lambda_i|k^{-2}\pi^{-2}$, $i = 1, \ldots, n$. Если $\Omega_i = \varnothing$, то при любом k, $k = 1, 2, \ldots$, имеем $|\gamma_{ik}| < 1$, следовательно, $\delta_{ik} = \ln|\gamma_{ik}|[\ln|\beta|]^{-1} < 0$. Непрерывное решение соответствующей системы (10) тождественно равно нулю. Если таковы все множества Ω_i, то при любом k, $\overline{y}_k(x) \equiv 0$ и, следовательно, $\overline{u}(x, t) \equiv 0$. Если $\Omega_i \neq \varnothing$, то при $k > \overline{k}_i$ $|\gamma_{ik}| < 1$ и снова непрерывное решение соответствующей системы (10) тривиально. Если же $k \leqslant \overline{k}_i$, то $|\gamma_{ik}| \geqslant |\gamma_{i\overline{k}_i}|$, откуда $\delta_{ik} = -\ln|\gamma_{ik}|[\ln|\alpha|]^{-1} \geqslant -\ln|\gamma_{i\overline{k}_i}| \times [\ln|\alpha|]^{-1} \geqslant -\ln\overline{\rho}[\ln|\alpha|]^{-1}$. Из формул (11) — (12) видно, что для нетривиального решения $\overline{\zeta}(x)$ системы (10) при $\gamma = \gamma_{ik}$ имеет место соотношение $\overline{\lim\limits_{|x|\to\infty}} \|\overline{\zeta}(x)\| \exp\{-\ln|x| \ln\overline{\rho}[\ln|\alpha|]^{-1}\} > 0$. Поэтому решения системы (10), непрерывные при всех x и удовлетворяющие оценке вида (6), где $f(x) = \beta(x)(1 + x)^{\ln\rho[\ln|\alpha|]^{-1}}$, $\lim\limits_{x\to\infty} \beta(x) = 0$, тождественно равны нулю. Отсюда вытекает требуемое. При замене $\beta(x)$ на $\beta_0 > 0$ в определении функции $f(x)$ находим i из условия $\overline{\rho} = \overline{k}_i^2\pi^2T^{-2}|\lambda_i|^{-1}$. Тогда $|\gamma_{i\overline{k}_i}| = \overline{\rho}^{-1}$, $\delta_{ik_i} = \ln\overline{\rho}[\ln|\alpha|]^{-1}$

и соответствующая система (10) имеет решение вида (22) — (23) с заменой ρ на $\bar{\rho}$.

Теорема 6. *Пусть* $0 < |\alpha| < 1$, $\bar{\rho} = 1$, *но среди чисел* $-k^2\pi^2T^{-2}$, $k = 1, 2, \ldots$, *нет собственных значений матрицы* A. *Тогда справедлив результат теоремы 5 с заменой* $\bar{\rho}$ *на* $\bar{\rho}^*$, *где определение* $\bar{\rho}^*$ *отличается от определения* $\bar{\rho}$ *заменой множества* Ω_i *множеством* $\Omega_i^* = \{k : k \geqslant 1,\ k^2\pi^2 < |\lambda_i| T^2\}$.

Доказательство. В дополнение к доказательству теоремы 5 установим, что если $\bar{k}_i^2\pi^2 = T^2|\lambda_i|$, то непрерывное решение $\bar{\zeta}(x)$ соответствующей системы (10) тождественно равно нулю. Действительно, для этой системы $\gamma = -T^2\lambda_i\bar{k}_i^{-2}\pi^{-2} = -1$, так как $\lambda_i = -k^2\pi^2T^{-2}$, $k = 1, 2, \ldots$, $\delta = 0$ и требуемое вытекает из следствия к лемме.

Теорема 7. *Пусть последовательность* $\{-k^2\pi^2T^{-2}\}_{k=1}^{\infty}$ *содержит собственные значения матрицы* A. *Тогда, если* $|\alpha| \neq 1$, *то решения задачи* (1) — (2), *удовлетворяющие оценке* (3), *где* $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = 0$, *тождественно равны нулю, и существуют нетривиальные ограниченные при любом* $t \in [0, T]$ *решения; если* $|\alpha| = 1$, *то существуют финитные при* $t \in [0, T]$ *решения задачи* (1) — (2).

Доказательство. Пусть $-k_0^2\pi^2T^{-2}$ — собственное значение матрицы A. В силу теоремы 1, система (7) при $k = k_0$ имеет нетривиальное решение $\bar{y}_{k_0}(x)$, финитное, если $|\alpha| = 1$ и ограниченное при $|\alpha| \neq 1$. Соответствующим решением задачи (1) — (2) служит функция $\bar{u}(x, t) = \bar{y}_{k_0}(x)\sin(k_0\pi T^{-1}t)$.

При $|\alpha| \neq 1$ оценка (6), где $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = 0$, дает, в силу теоремы 1, $\bar{y}_{k_0}(x) \equiv 0$.

Список литературы: 1. *Борок В. М., Житомирский Я. И.* О задаче Коши для линейных уравнений в частных производных с линейно преобразованным аргументом.— Докл. АН СССР, 1971, т. 200, № 3, с. 515—518. 2. *Болковой С. Н., Житомирский Я. И.* О задаче Коши для эволюционных функциональных уравнений.— Дифференциальные уравнения, 1974, т. 10, № 11, с. 2021 — 2028.

Поступила 10 января 1977 г.