УДК 517.519

Е. В. Токарев

ПИСЬМО В РЕДАКЦИЮ

Как мне указал Е. М. Семенов, в доказательстве предложения 2 работы [1] имеется неточность, вследствие чего утверждение пункта *а* упомянутого предложения оказывается неверным.

Действительно, можно для любого $0<\alpha<1$ построить в пространстве $L_2(0,1)$ такое подпространство B, для которого $\eta_{L_2}(B)=\alpha$. Для этого достаточно взять в качестве B подпространство $L_2(0,1)$, натягиваемое системой функций $x_n(t)=\alpha\psi_n(t)+\beta r_n(t)\chi_{\left[\frac{1}{2},1\right]}$, где $\psi_n(t)$ — функция Хаара, ортонормированная в L_2, носитель которой содержится в интервале $[0, 1/2]$; $r_n(t)$ — система функций Радемахера; $\beta=\sqrt{2}(1-\alpha)$.

Приведем предложение 2 работы [1] в исправленном виде.

Предложение 2. *Пусть E — сепарабельное симметричное пространство функций; B — такое подпространство E, что $\eta_E(B)<1$. Тогда*

а) B рефлексивно;

б) B замкнуто в метрике $L_1(0,1)$;

в) если E — пространство Лоренца $\Lambda(\varphi)$, то из условия $\eta_E(B)<1$ вытекает, что $\eta_E(B)=0$.

Доказательство. Пусть B удовлетворяет условиям предложения. Из леммы 3 работы [1] и теоремы вложения [2] следует, что для всех $x\in B$

$$\|x\|_{L_1}\leqslant\|x\|_{M\varphi}\leqslant\|x\|_E\leqslant C\|x\|_{L_1}\leqslant C\|x\|_{M\varphi}, \tag{1}$$

где $\varphi(t)=t/\psi_E(t)$, а C — некоторая постоянная.

Неравенства (1) означают, что B является замкнутым подпространством $L_1(0,1)$, что доказывает пункт *б*, и одновременно замкнутым подпространством $M(\varphi)$. Поскольку E сепарабельно, то нормы всех элементов E абсолютно непрерывны. Последнее означает, что B является также замкнутым подпространством $M_0(\varphi)$, т. е. не содержит l_1, а такое подпространство в $L_1(0,1)$ рефлексивно [3]. Это доказывает пункт *а*.

Предположим теперь, что $0<\eta_{\Lambda\varphi}(B)=\alpha<1$.

В силу определения $\eta_E(B)$, в B найдется система функций

$$x_n(t)=a_n(t)+b_n(t),$$

причем, $\operatorname{supp} a_n=e_n$; $\operatorname{mess} e_n\to 0$;

$$\|a_n(t)\|_{\Lambda\varphi}=\alpha;\ \|b_n(t)\chi_{[e_n]}(t)\|_{\Lambda\varphi}\leqslant\alpha 2^{-n-2}$$

и система $\{a_n(t)\}_{n=1}^{\infty}$ натягивает в $\Lambda(\varphi)$ подпространство, ε-изометричное пространству l_1.

Легко видеть, что

$$(\alpha/2-\varepsilon)\sum|\xi_k|\leqslant\|\sum\xi_k x_k(t)\|_{\Lambda\varphi}\leqslant\sum|\xi_k|,$$

т. е. $\{x_k(t)\}$ эквивалентна стандартному базису l_1, что противоречит рефлексивности B.
Это доказывает пункт *в*.

В уточнении нуждается также и следствие 1 из теоремы 1 работы [1].

Следствие 1. *Для слабой компактности бесконечномерного множества K в пространстве $\Lambda(\varphi)$ (соответственно $M_0(\varphi)$ необходимо и достаточно, чтобы*

а) K было ограничено;

б) $\eta_{\Lambda\varphi}(K) = 0$ (соответственно $\eta_{M_0(\varphi)}(K) < 1$).

Пользуюсь случаем выразить признательность *Е. М. Семенову*.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Токарев Е. В. О подпространствах некоторых функций симметричных пространств.— В кн.: Теория функций, функциональный анализ и их приложения. Вып. 24, Харьков, 1975, с. 156—161.
2. Семенов Е. М. Теоремы вложения для банаховых пространств измеримых функций.— ДАН СССР, 1964, т. 156, вып. 6, с. 1292—1295.
3. Kadec M. T., Pelczynski A.— «Studia Math». 1962, vol. 21, p. 161—176.

Поступила 11 марта 1976 г.