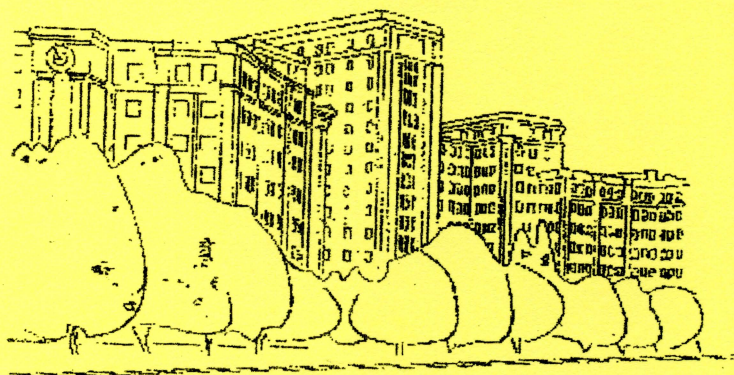


Министерство образования и науки Украины
Харьковский национальный университет
им. В.Н.Каразина

К 200-летию Харьковского университета

В.В.Ульянов

ВВОДНЫЕ ЛЕКЦИИ ПО КВАНТОВОЙ МЕХАНИКЕ. II



Харьков 2002

Министерство образования и науки Украины
Харьковский национальный университет
им. В.Н.Каразина

К 60-летию кафедры теоретической физики

В.В.Ульянов

**ВВОДНЫЕ ЛЕКЦИИ
ПО КВАНТОВОЙ МЕХАНИКЕ. II**

Учебное пособие

Харьков 2002

УДК 530.145

Ульянов В.В. Вводные лекции по квантовой механике. Ч.II. -
Харьков: ХНУ, 2002. - 28 с.

Вводные лекции написаны в 1977 году по горячим следам реально прочитанного автором курса квантовой механики. Они продолжают серию изданий, приуроченную к 200-летию Харьковского университета и 60-летию кафедры теоретической физики.

Посвящаются Льву Элеазаровичу Паргаманику - профессору кафедры теоретической физики, известному физику-теоретику, воспитавшему многих выдающихся специалистов.

Предназначены для преподавателей, студентов и аспирантов физических специальностей вузов.

Рецензент -
доктор физ.-мат. наук, профессор А.М.Ермолаев.

Издается по решению кафедры теоретической физики
от 12 октября 2001 года

© Харьковский национальный
университет, 2002

ПРЕДИСЛОВИЕ

Среди учебников по квантовой механике Лекции В.В.Ульянова выгодно отличаются тем, что в них на первый план выдвигается толкование основных понятий квантовой механики, а математический аппарат органично вплетается в текст, не заслоняя физического смысла понятий. Изложение материала глубокое и всесторонне продуманное.

Автор рассказывает о происхождении терминов (этого, к сожалению, нет в стандартных учебниках), совершает экскурсы в историю квантовой физики и философию, приводит высказывания физиков о физиках, оценивает существующую литературу.

Чувствуется глубокое понимание автором проблем квантовой физики, его лекторское мастерство. Каждая лекция снабжена оживляющими элементами.

Нет сомнения в том, что издание Лекций В.В.Ульянова будет способствовать более глубокому пониманию квантовой механики студентами, преподавателями, специалистами.

А.М.Ермолаев

Квантовая механика принадлежит
к тем достижениям человечества,
которые всегда будут вызывать
восхищение и удивление.

М.И.Каганов

В В Е Д Е Н И Е

Это пособие написано в 1977 году, когда я читал курс квантовой механики и впервые решил после каждой лекции записать ее реальное содержание в конспективной форме.

Вторую часть рукописи подготовил к изданию мой сын Николай, сумевший расшифровать текст, написанный моим неразборчивым почерком. Я очень благодарен ему за это.

Умышленно оставляю все в том виде, какой имели эти наброски в то время, лишь введя некоторые цитаты из книг, изданных в разные годы. Я не собирался их издавать, но сейчас показалось, что они могут служить документальной страничкой истории нашей кафедры. Ссылки на литературу даны по списку, приведенному в первой части "Вводных лекций".

Посвящаются моему учителю Льву Элеазаровичу Паргаманику - профессору кафедры теоретической физики Харьковского университета, известному физику-теоретику.

Лев Элеазарович в течение многих лет читал курс лекций по квантовой механике физикам и радиофизикам нашего Университета.

Пусть эта небольшая книжечка записей лекций послужит выражением нашей признательности этому человеку, отдавшему лучшие годы своей жизни служению благородному делу университетского образования.

Издание приурочено к 200-летию Харьковского университета и 60-летию кафедры теоретической физики.

Надеюсь, что эти записки прочитают также и те, кто пожелает окунуться в физическую атмосферу второй половины прошлого столетия.

В.В.Ульянов

6-я лекция

Краткое содержание

1. Примеры к теме "Волновая функция":
 2. $\Psi(x) = Ae^{-\alpha|x|}$,
 3. ДС,
 4. ТС (самостоятельно).
2. Новый параграф § 2. Собственные состояния и собственные значения физических величин.

Принцип наблюдаемых Гейзенберга (1925-1927). Общая идея очистки теории Бора от лишних элементов. Бритва Оккама.

3. Собственные состояния $\Psi_A(q)$. Измерение. Воспроизводимые измерения.
4. Собственные значения. Спектр.
5. Примеры спектров (непрерывный, дискретный, комбинированный).
6. Особая роль энергии. Диалектика прерывности и непрерывности.
7. Вырождение.
8. Иллюстрации к вырождению ($T = \frac{\vec{p}^2}{2m}$ и множество состояний с $|\vec{p}| = \text{const}$). Как из одномерия рождается двумерия?
9. Д/з
 - а) ВСЭ, Квантовая механика (Берестецкий).
 - б) В.С.Готт, Ф.В.Недзельский. Диалектика прерывности и непрерывности в физической науке. 1975.
10. Подведение итогов.
11. План дальнейшего изложения.

Все еще может считаться лучшим критерием корректности новых концепций старая латинская поговорка: "Simplex sigillum veri" (простота это признак истинности), которая была выведена большими буквами в аудитории Геттингенского университета. Понимание обычно достигается тогда, когда мы можем сказать: "да ведь это то же самое, что и ...", т. е. мы устанавливаем связь рассматриваемой проблемы с другими проблемами... Концепция будет принята просто из-за этой ее объединяющей мощи.

В.Гейзенберг

6-я лекция

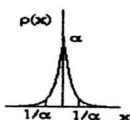
Волновая функция (продолжение)

1. Второй пример (иллюстрация к теме волновая функция).

$$\Psi(x) = Ae^{-\alpha|x|}, \quad x \in (-\infty, \infty).$$

Постановки задачи (смысл α , общий физический смысл ситуации).

Нормировка $|A|^2 2 \int_0^\infty e^{-2\alpha x} dx = \frac{|A|^2}{\alpha} = 1,$



$$\rho(x) = \alpha e^{-2\alpha|x|}.$$

Основная область:

$$\frac{\rho(1/\alpha)}{\rho(0)} = e^{-2} = \frac{1}{7.4}.$$

Хвосты распределения:

$$W(|x| > 1/\alpha) = 2 \int_{1/\alpha}^\infty \rho(x) dx = e^{-2},$$

$$W(-1/\alpha < x < 1/\alpha) = 1 - e^{-2}.$$

Два режима движения. Задание ошибки d определения координаты.

Классический режим $d \gg 1/\alpha$. Точное положение частицы $x=0$.

Неклассический режим $d \ll 1/\alpha$. Необходимо задавать все

распределение (полная информация). Грубая характеристика: $\bar{x}=0$ и основная область $|x| \sim 1/\alpha$ (флуктуации величин).

2. Третий пример на ВФ: ДС

$$\Psi(E_n)$$

$$\Psi = \begin{pmatrix} \Psi(E_2) \\ \Psi(E_1) \end{pmatrix}, \quad W_{E_n} = |\Psi(E_n)|^2, \quad \sum_n |\Psi(E_n)|^2 = 1.$$

$$\Phi = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}, \quad \Psi = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \quad \chi = \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

3. Четвертый пример ВФ: ТС

$$\Psi = \begin{pmatrix} 1 \\ i \\ 0 \end{pmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}}.$$

Самостоятельно выбрать состояние Ψ и (пронормировав) указать физический смысл.

4. Подведение итогов по теме "Волновая функция".

5. Переход к новой теме. Взаимоотношение между вероятностным описанием и достоверными элементами квантовой механики.

6. О вопросах. Какие вопросы задают (первая стадия, чтобы понять, вторая - чтобы развивать исследование. Важно уметь задавать вопросы, ставить их природе).

7. О понимании. Математики полужутливо говорят о трех уровнях понимания. "Самый низкий - это приятное чувство, что понял аргументацию. Средний уровень - это, когда можешь повторить ее. Высший уровень - когда можешь опровергнуть ее".

(Из Лакатоса "Док-ва и опровержения" высказывание Проппера.)
 Есть люди, которые стараются перескочить через первые две стадии и сразу же начинают с попыток опровержения, не испытав "приятного чувства понимания аргументации". Так возникают беспорядочные споры. Психологи рекомендуют предварительно уравнивать платформы, достигнуть единства понимания вопроса, а уже затем вы сможете перетянуть собеседника на свою сторону.

8. Новая тема: § 2. Собственные состояния и собственные значения физических величин

Рассматривается некоторая физическая величина A .

Формирование величин в физической теории. Законы сохранения и энергия, момент, импульс. Подход в духе Гейзенберга - изгнание ненаблюдаемых элементов из теории Бора. Методологический принцип наблюдаемых. Бритва Оккама. Его конкретное частное проявление: существуют состояния, в которых измерение величины A воспроизводимо. Что значит измерение и что означает воспроизводимость. Иначе, говорят, что A имеет определенное значение. Это - собственное состояние.

9. Обозначения: A $\Psi_A(q)$ Индекс состояния. Достоверность кладется в основу. Устойчивость, воспроизводимость измерения кладется в основу представлений о физической величине. Собственные значения.

10. Множество собственных значений величины A - спектр, $\{A\}$.
 О терминологии (слово "спектр"). О соответствии

$$\begin{array}{cccc} \Psi_{A_1}(q) & \Psi_{A_2}(q) & \dots & \Psi_{A_n}(q) \\ A_1 & A_2 & \dots & A_n \end{array}$$

11. Примеры спектров: а) Дискретные.

Энергия отдельного главного колебания в системе, совершающей малые колебания - осциллятора

$$E_n = \hbar\omega(n+1/2), \quad n=0,1,2,\dots$$

Проекция момента импульса на некоторую ось.

б) Непрерывные (сплошные) $A_{\min} < A < A_{\max}$.

Координаты не квантуются (постулат квантовой механики).

Импульс (иногда вводится искусственное квантование).

Энергия свободно движущейся частицы (кинетическая энергия).

в) Комбинированные (смешанные).

Энергия атома водорода (и др. атомов).

Полная энергия складывается из внутренней энергии атома

(например, $E_n = -\frac{me^4}{2\hbar^2} \cdot \frac{1}{n^2}$, $n=1,2,\dots$) и энергии его

поступательного движения (задача двух тел). Для молекул еще и вращательное движение с колебательным.

Диалектика прерывности и непрерывности в спектрах энергии.

Примеры. Различные энергетические ветви.

Два типа величин: вопрос о спектре решается однажды и вопрос об энергетическом спектре решается в каждом конкретном случае по-своему. Одна из фундаментальных проблем – проблема энергетического спектра системы. Для задач термодинамики достаточно знать структуру энергетического спектра, но в кинетике нужны и соответствующие собственные состояния $\Psi_E(q)$.

12. Вырождение. Простое собственное значение. Кратность вырождения. Одно из собственных значений принадлежит СФ.

A_1	A_2	A_3	A_4	...	<u>Вырождено собственное значение, а не собственное состояние.</u>
$\Psi_{A_1}(q)$	$\Psi_{A_2}(q)$	$\Psi_{A_3}^{(1)}(q)$	$\Psi_{A_3}^{(2)}(q)$	$\Psi_{A_4}(q)$...

Пример кинетической энергии $T = \frac{\vec{p}^2}{2m}$.

Бесконечное множество состояний с одинаковыми по модулю (длине) векторами $|\vec{p}_1| = |\vec{p}_2| = \dots$. Кратность вырождения кинетической энергии равна бесконечности.

Переход к одномерии – двукратное вырождение: \vec{p} и $-\vec{p}$.

Как согласовать конечность кратности в одномерии с бесконечной кратностью дву- и трехмерия. (Вопрос для самостоятельного обдумывания.)

Роль симметрии. Детализация описания состояний.

Необходимость набора характеристик – добавочных величин, уточняющих классификацию состояний.

13. Д/з 1. ВСЭ. Квантовая механика (Берестецкий) – обязательно.
2. Книга Готта и Недзельского (дополнительно).

Оживляющие элементы:

1. Полушутливое высказывание математиков о понимании и психологии спора.
2. Бритва Оккама. "Сущностей не следует умножать сверх необходимости."

7-я лекция
Краткое содержание

1. Пример $\Psi_p(\vec{r})$.
2. Обозначения Дирака $\langle \vec{r} | \vec{p} \rangle$ и т. д.
3. Произвольные состояния $\Psi(q)$: а) невоспроизводимое измерение A ,
б) наблюдается только значение
из спектра.

§ 3. Принцип суперпозиции

4. Смысл термина.
5. Примеры из жизни, физики, волновых теорий.
6. Формулировка в квантовой механике. Обобщение.
7. О личности Дирака.
8. Роль коэффициентов Фурье.
9. Связь с двумя первыми принципами.
10. Новые идеи, вносимые принципом суперпозиции.
11. Пример.
12. Случай непрерывного спектра.
13. Единство дискретности и непрерывности.

§ 4. Вычисление вероятностей наблюдений

14. Условие нормировки.
15. Явный вид коэффициентов Фурье.

- Д/з 1. Блохинцев. § 11. Принцип суперпозиции состояний.
2. ФЭС. Суперпозиции принцип.
3. Каковы особенности измерений в квантовой механике?
4. Дополнительно. П.Дирак. Принципы квантовой механики.
1960. Гл. I, § 4.

Однажды Паскаль зашел в гости к своему приятелю-виноделу. Тот как раз давил виноград и попросил Паскаля помочь. Энергичный Паскаль с готовностью приналег на пресс.

- Надо же, как хорошо пошло дело! - воскликнула вошедшая супруга винодела, взглянув на вытекающий из-под пресса виноградный сок. Какое там давление?

- Там один паскаль, - ответил винодел.

С тех пор это и стало единицей давления.

Услышал Евг. Обухов (ЛП, 6 мая 1981 г.)

7-я лекция

Собственные состояния и собственные значения физических величин (окончание)

1. Пример состояний с определенным импульсом.

Волны де Бройля $\Psi(\vec{r}, t) = A e^{i(\vec{p}\vec{r} - Et)}$, $E = \frac{\vec{p}^2}{2m}$.

Плоские волны $\Psi_{\vec{p}}(\vec{r}) = C e^{i\vec{p}\vec{r}}$. В одномерном случае

$$\Psi_p(x) = C e^{i p x}.$$

2. Обозначения Дирака

$$\Psi_A(q) \quad \langle q | A \rangle$$

$$\Psi_{\vec{p}}(\vec{r}) \quad \langle \vec{r} | \vec{p} \rangle$$

3. Произвольное состояние $\Psi(q)$ приводит к невоспроизводимости измерения величины A , однако могут наблюдаться только значения A из спектра.

§ 3. Принцип суперпозиции

1. Название super (лат.) – над, сверх } наложение
positio (лат.) – положение }

2. Связь с личностью Дирака. О Дираке и его книге
(см. отдельно).

3. Примеры объединений, суперпозиций в жизни (Ильф и Петров),
(Михайлов, Петров, Харламов).

Важно новое качество. Колебание струны – основной тон и обертоны – окраска звучания. О процессе сложения сил во 2-м законе Ньютона. Интерференция в волновых образованиях.

4. В квантовой механике есть один новый, качественно своеобразный элемент: $\Psi(q) = C_1 \Psi_{A_1}(q) + C_2 \Psi_{A_2}(q)$

отвечает состояниям, где возможно наблюдение как значения A_1 с вероятностью $W_1 = |C_1|^2$, так и значения A_2 с вероятностью $W_2 = |C_2|^2$, однако другие значения (кроме A_1 и A_2) невозможны.

5. Обобщение на случай участия всех собственных состояний из спектра A : $\Psi(q) = \sum_n C_n \Psi_{A_n}(q)$,

$$W_n = |C_n|^2.$$

Нормировка $\sum_n |C_n|^2 = 1$.

6. Обобщение на случай непрерывного спектра величины A :

$$\Psi(q) = \int_{A_{\min}}^{A_{\max}} dA C_A \Psi_A(q), \quad dW_A = |C_A|^2 dA, \quad \int_{A_{\min}}^{A_{\max}} dA |C_A|^2 = 1.$$

7. Волновой пакет.

8. Обратное утверждение - принцип спектрального разложения.

Чтение в обратном порядке $\Psi(q) = \sum_n C_n \Psi_n(q)$.

Синтез, объединение, суперпозиция, пакет, сложение.

Анализ, разложение. Полнота (замкнутость)

системы собственных функций.

9. Новое, что вносит принцип суперпозиции:

1. Линейность теории.

2. Неопределенность. Статистичность (по отношению к величине A).

3. Интерференцию. Волновой характер (по отношению к координатам).

10. Иллюстрация интерференции:

$$\begin{aligned} \Psi(q) &= \Psi_1(q) + \Psi_2(q), & \Psi_1(q) &= |\Psi_1(q)| e^{i\varphi_1(q)}, \\ |\Psi(q)|^2 &= |\Psi_1(q)|^2 + |\Psi_2(q)|^2 + 2|\Psi_1(q)||\Psi_2(q)|\cos[\varphi_1(q) - \varphi_2(q)], \\ |z|^2 &= |z_1 + z_2|^2 = (z_1^* + z_2^*)(z_1 + z_2) = |z_1|^2 + |z_2|^2 + z_1^* z_2 + z_1 z_2^*, \\ 2\operatorname{Re}(z_1 z_2^*) &= 2|z_1||z_2|\cos(\varphi_1 - \varphi_2). \end{aligned}$$

Еще одно проявление фаз волновой функции - в таких соотношениях интерференционного типа.

11. Взаимосвязь принципов (статистического, наблюдаемых и суперпозиции).

Единство дискретного и непрерывного - общая негласная идея (жест "рубление" и "тянучка").

12. Примеры: а) $\Psi(x) = B \sin kx = \frac{B}{2i}(e^{ikx} - e^{-ikx})$,

$$1. p_1 = \hbar k, \quad p_2 = -\hbar k,$$

$$2. W_1 = W_2 = \frac{1}{2}.$$

3. Физическая реализация на встречных пучках.

Стоячая волна из двух бегущих.

$$б) \Psi(x) = D \sin^2 kx \text{ (самостоятельно).}$$

§ 4. Вычисление вероятностей результатов измерений

1. Принцип суперпозиции решает вопрос принципиально:



$$\Psi(q) = \sum_n C_n \Psi_n(q).$$

2. Условие нормировки: $\int |\Psi(q)|^2 dq = 1$ по координатам,
 $\sum_n |C_n|^2 = 1$ по величине A .

3. Преобразование равенства

$$\begin{aligned} \sum_n C_n^* C_n &= \int dq \Psi^*(q) \Psi(q) = \\ &= \sum_n C_n^* \int dq \Psi_n^*(q) \Psi(q). \end{aligned}$$

Из сравнения получаем явно коэффициенты Фурье:

$$C_n = \int dq \Psi_n^*(q) \Psi(q).$$

Оживляющие элементы

1. О поведении Дирака на семинаре (воспоминания Тамма).
 О зрелище "говорящий Дирак".
2. Ильф о двух типах людей.
3. Дискретное и непрерывное (жест "рубление" и "тянучка")
4. Кто готовит Д/з и как? Др. вопросы аудитории.
5. О книге Дирака и неясных местах (воспоминание Фейнмана).

О Дираке

В заметке "Кванты памяти" Д.Данина вспоминается, как Тамм рассказывал о Дираке.

1. На одном семинаре Гейзенберг докладывал о новой работе Гейтлера весьма неясно и путано, ссылаясь на отсутствие оригинала работы. Возникла дискуссия. В конце кто-то спросил у Дирака, что он думает по этому поводу. Дирак ответил, что он знает работу Гейтлера хорошо, так как ему объяснил все сам автор. "Почему же вы молчали, Поль?" "Но меня никто не просил выступать."

2. Однажды, увидев Тамма и Дирака оживленно беседовавших, один физик сказал, что не может отделаться от изумления, ибо стал свидетелем картины "говорящий Дирак" - зрелища весьма нетривиального. (Наука и жизнь, № 10, 137, 1977)

(в вольном пересказе).

Ильф говорил, что люди делятся на две категории: на тех, кто входит в автобус первым, даже если есть очередь, и на тех, кто всегда садится в автобус последним.

(Т.Тэсс. Наука и жизнь, № 10, 108, 1977)

О книге Поля Дирака "Принципы квантовой механики"

1. Впервые вышла в 1930 году (издана в СССР в 1932 г.). Четвертое издание - в 1958 году (издано в СССР в 1960 г.).

2. Первая глава - "Принцип суперпозиции". В ней особенно желательно почитать § 4 (Суперпозиция и индетерминизм).

3. Книга написана неровно: некоторые места очень легко читаются, совершенно ясный и четкий, легкий текст (например, о δ -функциях), другие же места трудны для понимания и чтения, содержат неясности, туманные рассуждения, нечеткие высказывания. В связи с этим книгу можно рекомендовать, видимо, только подготовленному читателю (или в виде дополнительной литературы, по отдельным кусочкам).

4. Однако именно эти-то не совсем ясные места и являются особенно ценными, так как часто свидетельствуют не столько о недостатках изложения, сколько о возможностях развития квантовой механики, оказывают стимулирующее действие на пытливого читателя. В этом отношении показателен пример Р.Фейнмана. В своих воспоминаниях он говорит о создании своего метода интегралов по траекториям, родившегося из одного места в книге Дирака, где слегка была намечена связь с классикой через действие и функцию Лагранжа.

5. Такие места учебников являются трудными для чисто учебных целей, но могут оказаться толчковыми для любопытствующего исследователя. Разумеется, вовсе не обязательно, чтобы такое место было "белым пятном" в теории: это может быть "белым пятном" на карте знаний самого написавшего книгу.

Один пучок света и другой пучок - ничего нового, но если когерентны (пучок и его часть), то совершенно новая картина.

В природе и жизни - наложение (не просто сложение одинаковых элементов, а объединение разнотипных в нечто новое): одежда человека, гармония красок (проблема эстетического, психофизиологического объединения).

Возникновение нового при суперпонировании - введение статистичности и появление интерференции. Линейная комбинация. Линейность теории. Не простое наложение, а эффективное, созидательное, креативное сложение.

Из собственных состояний создается новое качество - статистичность, неопределенность. Взаимосвязь двух первых принципов. Любопытная историческая аналогия (Гейзенберг рассказал Дираку о своей работе и тот развил ее).

Дифракция - отклонение от геом. оптики, огибание препятствий. Интерференция - всегда присуща волнам.

8-я лекция

Краткое содержание

1. Повторение предыдущего материала.
2. Вычисление вероятностей для дискретной величины.
3. Вычисление вероятностей для непрерывной величины.
4. Условия ортонормированности и замкнутости (полноты) для дискретных и непрерывных величин.
5. Пример нормировки плоских волн на непрерывный спектр импульса.
6. Новое: § 5. Вычисление средних значений физических величин.

Введение операторов.

Объяснение роли средних и неопределенностей. Постановка задачи. Цель ближайшего рассказа.

7. Д/з 1. Влохинцев § 12. Вероятность импульсов микрочастицы.
 2. В каждом параграфе лекций найти главную формулу и подумать, зачем она нужна, что она дает, для чего она служит.
 3. Дополнительно: статья акад. Н.Г.Басова. Перспективы развития квантовой электроники. В кн. Физика и научно-технический прогресс. – М.: Знание, 1977.
8. Оживляющие элементы: Рассказ о посещении лекций при проверке КГУ. О жизни студентов КГУ. Об идее устраивать паузу внутри часа.

Вольфганг Паули был стопроцентным теоретиком. Его неспособность обращаться с любым экспериментальным оборудованием вошла у друзей в поговорку. Утверждали даже, что ему достаточно просто войти в лабораторию, чтобы в ней что-нибудь сразу же перестало работать. Это мистическое явление окрестили "эффектом Паули" (в отличие от знаменитого "принципа Паули" в квантовой теории). Из документально зарегистрированных проявлений эффекта Паули самым поразительным, несомненно, является следующий. Однажды в лаборатории Джеймса Франка в Геттингене произошел настоящий взрыв, разрушивший дорогую установку. Время этого ЧП было точно зафиксировано. Как потом оказалось, взрыв произошел именно в тот момент, когда поезд, в котором Паули следовал из Цюриха в Копенгаген, остановился на 8 минут в Геттингене.

Из книги "Физики шутят"

1. Продолжение темы: § 4. Вычисление вероятностей результатов наблюдений.

2. Схема рассуждений:
$$\begin{cases} \Psi(q) = \sum C_n \Psi_n(q) \\ C_n = \int dq \Psi_n^*(q) \Psi(q) \end{cases}$$

$$W_n = |C_n|^2$$

$$W_n = \left| \int dq \Psi_n^*(q) \Psi(q) \right|^2$$

3. Для непрерывной величины все этапы нужно повторить (задание убедиться самостоятельно):

$$\rho(A) = |C_A|^2,$$

$$\Psi(q) = \int dA C_A \Psi_A(q),$$

$$C_A = \int dq \Psi_A^*(q) \Psi(q),$$

$$\rho(A) = \left| \int dq \Psi_A^*(q) \Psi(q) \right|^2,$$

4. Следствия: а) условие ортонормированности

$$C_n = \int dq \Psi_n^*(q) \Psi(q) = \int dq \Psi_n^*(q) \sum_m C_m \Psi_m(q) = \sum_m C_m \int dq \Psi_n^*(q) \Psi_m(q),$$

$$\int dq \Psi_n^*(q) \Psi_m(q) = \delta_{nm},$$

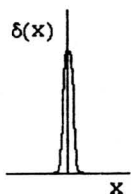
- б) условие полноты (замкнутости)

$$\Psi(q) = \sum C_n \Psi_n(q) = \sum \int dq' \Psi_n^*(q') \Psi(q') \Psi_n(q) = \int dq' \Psi(q') \sum_n \Psi_n^*(q') \Psi_n(q),$$

$$\sum_n \Psi_n^*(q') \Psi_n(q) = \delta(q - q').$$

5. Некоторые свойства δ -функции:

а) $\delta(x) = \begin{cases} 0, & x \neq 0, \\ \infty, & x = 0, \end{cases} \quad \int_{-\infty}^{\infty} \delta(x) dx = 1.$



Не застывший график, а процесс (предел последовательности функций с фиксированной площадью).

Обобщенные функции. Дирак.

б) $\int_{-\infty}^{\infty} f(x') \delta(x - x') dx' = f(x),$

в) $\delta(-x) = \delta(x),$

г) $\delta(x) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} dx e^{ikx},$

д) $\delta(cx) = \frac{\delta(x)}{|c|},$

е) $\delta(\vec{r}) = \delta(x) \delta(y) \delta(z).$

6. Условие ортонормированности и полноты для непрерывной величины (убедиться самостоятельно):

$$\int dq \Psi_A^*(q) \Psi_{A'}(q) = \delta(A - A'),$$

$$\int dA \Psi_A^*(q') \Psi_A(q) = \delta(q - q').$$

7. Конкретный пример плоских волн. Нормировка с. ф. импульса

частицы на непрерывный спектр.

Должно быть:

$$\begin{aligned}\Psi_{\vec{p}}(\vec{r}) &= C e^{\frac{i}{\hbar} \vec{p} \cdot \vec{r}}, & |C|^2 \int d\vec{r} e^{\frac{i}{\hbar} (\vec{p}' - \vec{p}) \cdot \vec{r}} &= & \int d\vec{r} \Psi_{\vec{p}}^*(\vec{r}) \Psi_{\vec{p}'}(\vec{r}) = \delta(\vec{p} - \vec{p}') \\ &= |C|^2 \int_{-\infty}^{\infty} dx e^{\frac{i}{\hbar} x (p'_x - p_x)} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} dy e^{\frac{i}{\hbar} y (p'_y - p_y)} \cdot \int_{-\infty}^{\infty} dz e^{\frac{i}{\hbar} z (p'_z - p_z)} = \\ &= |C|^2 2\pi\delta\left(\frac{p'_x - p_x}{\hbar}\right) 2\pi\delta\left(\frac{p'_y - p_y}{\hbar}\right) 2\pi\delta\left(\frac{p'_z - p_z}{\hbar}\right) = \\ &= |C|^2 (2\pi\hbar)^3 \delta(\vec{p}' - \vec{p}), & |C|^2 &= \frac{1}{(2\pi\hbar)^3},\end{aligned}$$

$$\boxed{\Psi_{\vec{p}}(\vec{r}) = \frac{e^{\frac{i}{\hbar} \vec{p} \cdot \vec{r}}}{(2\pi\hbar)^{3/2}}}$$

В одномерном движении

$$\Psi_p(x) = \frac{e^{\frac{i}{\hbar} p x}}{(2\pi\hbar)^{1/2}}.$$

8. Новая тема: § 5. Вычисление средних значений физических величин. Введение операторов.

Дано состояние с $\Psi(q)$. Интересуемся величиной A с дискретным спектром A_n . Полная информация содержится в распределении вероятностей W_n . Однако часто достаточно знать основные грубые характеристики распределения: $\langle A \rangle$ и δA .

Дисперсия величины A

$$D_A = \overline{(A - \bar{A})^2} = \bar{A^2} - (\bar{A})^2.$$

Неопределенность величины A

$$\delta A = \sqrt{D_A}.$$

Смысл первых моментов. Режим малого разброса и режим большого разброса.

Методический интерес введения оператора не в связи с его главной ролью, а в его второстепенном проявлении. Намечены пути решения вопроса.

Я говорил и говорю, что известный, а лучше сказать, неизвестный нам микромир вовсе не такой, каким мы его стараемся представить себе с помощью математики.

Луи де Бройль

Кванты, как масляное пятно, быстро пропитали собой все области физики.

Луи де Бройль

9-я лекция

Краткое содержание

1. Вычисление средних значений физических величин.
2. Введение операторов.
3. Пример операторов координат и функций от координат.
4. Основная роль операторов. Уравнение для собственных значений и собственных функций.
5. Пример операторов импульса и функций от импульса.
6. Построение операторов потенциальной, кинетической и полной энергии. Гамильтониан. Примеры для одной и двух частиц в потенциальном поле с потенциальным взаимодействием.
7. Д/з 1. Л.Л. [2], § 3.

2. Какие конкретные операторы Вам известны?

3. Дополнительно: Современные проблемы физики. -
М.: Знание, 1976 (с. 19).

М.В.Волькенштейн. Современная биофизика.

Оживляющие элементы: а) Подъем.

б) Собственные представления:

Для любого осла где-то травка проросла.

Вполне логично говорить, что научное открытие уменьшает область неизвестного. Но не менее логично утверждать, что она при этом увеличивается. По вине самого открытия и увеличивается. Когда человек идет в гору, перед ним все раздвигается горизонт, но и все протяженной становятся земли, лежащие за горизонтом.

Об этом давно замеченном свойстве научного прогресса прекрасно сказал однажды Луи де Бройль:

"В большой аудитории Сорбонны на отличной фреске, созданной Пюви де Шаванном, изображены на обширной поляне фигуры, несколько стилизованные, согласно обычной манере этого художника; они символизируют человечество, наслаждающееся самыми возвышенными духовными радостями: литературой, наукой и искусством; но эту светлую поляну окружает темный лес, который символически указывает нам, что, несмотря на блестящие завоевания мысли, тайны вещей продолжают окружать нас со всех сторон.

Да, мы находимся в центре огромного темного леса. Понемногу мы освобождаем вокруг себя небольшой участок земли и создаем маленькую поляну. И теперь, благодаря успехам науки, мы непрерывно и во все возрастающем темпе раздвигаем ее границы. Однако все время перед нами пребывает эта таинственная опушка леса - непроницаемого и безграничного леса Неведомого".

Д.Данин

1. Воспоминания предыдущего материала: основные цели и задачи были сформулированы в конце предыдущего занятия.

2. Дано $\Psi(q)$, известно A_n $\Psi_{A_n}(q)$.

Найти \bar{A}_Ψ , или $\langle A \rangle$.

На основании общих соотношений $\Psi(q) = \sum_n C_n \Psi_{A_n}$,

$$C_n = \int dq \Psi_{A_n}^*(q) \Psi(q),$$

$$W_n = |C_n|^2.$$

3. Расчет среднего значения:

$$\begin{aligned} \langle A \rangle &= \sum_n A_n W_n = \sum_n A_n C_n^* C_n = \\ &= \sum_n A_n \left(\int dq \Psi_{A_n}^*(q) \Psi(q) \right) C_n = \\ &= \int dq \Psi^*(q) \sum_n A_n \Psi_{A_n}(q) C_n. \end{aligned}$$

Введение операторов:

$$\langle A \rangle = \int dq \Psi^*(q) \hat{A} \Psi(q), \quad (1)$$

$$\hat{A} \Psi(q) = \sum_n A_n \Psi_{A_n}(q) C_n, \quad (2)$$

$$C_n = \int dq \Psi_{A_n}^*(q) \Psi(q). \quad (3)$$

4. Объяснение смысла операции и записи

$$(\hat{A} \Psi)(q).$$

Интегральный характер преобразования в общем виде.

5. Использование (1) для нахождения операторов координат.

Начинаем для простоты со случая одной координаты x . Дано $\Psi(x)$.

$$\text{С одной стороны } \langle x \rangle = \int x dW_x =$$

$$= \int x |\Psi(x)|^2 dx = \int dx \Psi^*(x) x \Psi(x).$$

С помощью оператора же на основании (1)

$$\langle x \rangle = \int dx \Psi^*(x) \hat{x} \Psi(x), \text{ так что}$$

$$\hat{x} \Psi(x) = x \Psi(x). \text{ Так, } \hat{x} \Psi(0) = 0.$$

То же получается и в случае нескольких координат:

$\hat{x} \Psi(x, y, z) = x \Psi(x, y, z)$. То же касается и других координат x, y, z .

Кратко пишут $\hat{F} \Psi(\vec{r}) = \vec{r} \Psi(\vec{r})$, подчеркивая различие общего операторного символа \hat{F} и некоторых значений аргумента \vec{r} . Формальные записи $\hat{F} = \vec{r}$. Помнить, что это относится только к координатному представлению, т. е. оператор координаты в своем собственном представлении сводится к умножению на координатный аргумент волновой функции. То же касается всех других операторов в своих собственных представлениях.

Общее понятие о собственном представлении.

То же получится и для любой функции от координат: $\widehat{f(\vec{r})} = f(\vec{r})$.

6. В качестве примера применения соотношений (1) и (2) идет запись результата действия некоторого оператора \hat{A} на собственную волновую функцию величины A . Выбираем $\Psi_{A_m}(q)$ и действуем оператором \hat{A} . В силу (3) $C_n = \int dq \Psi_{A_n}^*(q) \Psi_{A_m}(q) = \delta_{nm}$ получаем из (2)

$$\hat{A} \Psi_{A_m}(q) = A_m \Psi_{A_m}(q).$$

Убираем номер m (величина может иметь и сплошной спектр), а также индекс представления (соотношение работает во всех представлениях).

Приходим к уравнению

$$\hat{A} \Psi_A = A \Psi_A. \quad (4)$$

Здесь и проявляется основная роль оператора - решение такого уравнения (при известном явном виде оператора \hat{A}) при заданных граничных условиях в конкретном представлении должно давать наблюдаемые в природе собственные значения величины A (спектр) и собственные функции (собственные состояния).

7. Приведем пример, касающийся, однако, работы правила (4) в несколько ином плане. Для импульса частицы \vec{p} известны собственные функции и собственные значения, а нужно найти оператор. Так как

$$\Psi_{\vec{p}}(\vec{r}) = \frac{e^{i\vec{p}\vec{r}}}{(2\pi\hbar)^{3/2}}, \quad \text{то} \quad \hat{p} \Psi_{\vec{p}}(\vec{r}) = \vec{p} \Psi_{\vec{p}}(\vec{r})$$

соответствует $\hat{p} = \frac{\hbar}{i} \nabla$, так как

$$\nabla e^{i\vec{p}\vec{r}} = \frac{i}{\hbar} \vec{p} e^{i\vec{p}\vec{r}}.$$

Таким образом, в координатном представлении оператор импульса также является локальным оператором, связанным со сдвигом в пространстве.

8. Другие примеры операторов, построенных на основе координат и импульсов:

Потенциальная энергия частицы

Векторный потенциал частицы

$$\widehat{U(\vec{r})} \Psi(\vec{r}') = U(\vec{r}') \Psi(\vec{r}').$$

в электромагнитном поле

Кинетическая энергия частицы

$$\widehat{A(\vec{r})} = A(\vec{r})$$

E_k приводит в силу $p_x^2 = -\hbar^2 \frac{\partial^2}{\partial x^2}$ и

$\hat{p}^2 = -\hbar^2 \Delta$ к оператору в координатном представлении

$$\hat{E}_k = \frac{\hat{p}^2}{2m} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta.$$

Функция Гамильтона частицы в потенциальном поле

$H = \frac{\vec{p}^2}{2m} + U(\vec{r})$ квантуется по правилу: оператор Гамильтона

(гамильтониан) $\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m} \Delta + U(\vec{r})$ (в коорд. представлении).

Для двух частиц, взаимодействующих потенциально,

$$H = \frac{\vec{p}_1^2}{2m_1} + \frac{\vec{p}_2^2}{2m_2} + U_1(\vec{r}_1) + U_2(\vec{r}_2) + U_{1,2}(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|)$$

дает оператор

$$\hat{H} = \frac{\hat{p}_1^2}{2m_1} + \frac{\hat{p}_2^2}{2m_2} + \hat{U}_1(\vec{r}_1) + \hat{U}_2(\vec{r}_2) + \hat{U}_{1,2}(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|)$$

В координатном представлении этот оператор действует по правилу

$$\hat{H} = -\frac{\hbar^2}{2m_1} \Delta_1 - \frac{\hbar^2}{2m_2} \Delta_2 + U_1(\vec{r}_1) + U_2(\vec{r}_2) + U_{1,2}(|\vec{r}_1 - \vec{r}_2|)$$

9. Следующая тема касается математической схемы квантовой механики.
10. Подведение итогов по лекции и по последним разделам, начиная с главных принципов.
11. Планы ближайших занятий. Темы и цели.

Известный физик П.Эренфест обучил своего цейлонского попугая произносить фразу: "Aber, meine Herren, das ist keine Physik" ["Но, господа, ведь это не физика" (нем.)]. Этого попугая он предлагал в качестве председателя в дискуссиях о новой квантовой механике в Геттингене.

Из книги "Физики шутят"

10-я лекция
Краткое содержание

1. Вводные замечания.
2. Тема: § 6. Математическая схема квантовой механики.
3. План рассказа.
4. Линейное пространство. Векторы.
5. Скалярное произведение. Норма. Ортогональность. Проекция.
6. Линейные операторы. Свойства эрмитовых операторов. Базис.
7. Конкретная реализация в квантовой механике. Примеры из теории.
8. Д/з.
9. Переход к новой теме.
10. Тема: § 7. Уравнение Шредингера
11. Принцип причинности. Качественные стороны.
12. Количественная запись принципа причинности.
13. Обсуждение волнового уравнения Шредингера.
14. Постановка ближайших задач.
15. Фрагменты из книги "Физики продолжают шутить".

Можно было бы это, несколько парадоксально, сформулировать примерно так: движение частицы подчиняется вероятностным законам, сама вероятность распространяется в соответствии с законом причинности.

М. Борн

А.Эйнштейн - М.Борну

Я был страшно рад узнать, что тебе (увы, с непостижимым опозданием) присудили Нобелевскую премию за твой фундаментальный вклад в современную квантовую теорию. Твоя последовательная статистическая интерпретация внесла полную ясность в современную квантовую механику. Я в этом совершенно убежден.

§ 6. Математическая схема квантовой механики

1. Вводные замечания о целях этого параграфа. Воспоминания из линейной алгебры. Без доказательств. Согласование физических требований и математического обеспечения.
2. План рассказа:
 - 1) Линейное пространство. Векторы.
 - 2) Скалярное произведение. Норма.
Ортогональность. Проекция.
 - 3) Линейные операторы. Свойства эрмитовых операторов. Базис.
3. Определение линейного пространства. Векторы.
Конкретизация в случае квантовой механики:
волновые функции некоторого представления $\Psi(q)$,
принцип суперпозиции.
4. Введение метрики. Определение скалярного произведения двух векторов Ψ и Φ его свойствами:
 - а) эрмитова симметрия $(\Psi, \Phi) = (\Phi, \Psi)^*$,
 - б) линейность $(\Psi, \lambda\Phi) = \lambda(\Psi, \Phi)$, $(\lambda\Psi, \Phi) = \lambda^*(\Psi, \Phi)$,
 $(\Psi, \Phi_1 + \Phi_2) = (\Psi, \Phi_1) + (\Psi, \Phi_2)$,
 - в) положительная определенность
 $(\Psi, \Psi) > 0$, $(\Psi, \Psi) = 0$ при $\Psi \equiv 0$.
5. Конкретная реализация скалярного произведения в квантовой механике: $(\Psi, \Phi) = \int dq \Psi^*(q) \Phi(q)$.
Проверка выполнения всех требуемых свойств тривиальна.
Норма волнового вектора $\|\Psi\| = \sqrt{(\Psi, \Psi)} =$

$$= \sqrt{\int dq |\Psi(q)|^2} .$$
 Ортогональность отличных от нуля векторов

$$(\Psi, \Phi) = 0 .$$
6. Примеры записи конкретных соотношений в квантовой механике через скалярное произведение:

а) коэффициенты Фурье $\Psi(q) = \sum_n C_n \Psi_n(q)$,

$$C_n = \int dq \Psi_{A_n}^*(q) \Psi(q) = (\Psi_{A_n}, \Psi).$$

$$\text{проекция } C_n = (\Psi_{A_n}, \Psi),$$

$$\text{б) вероятности } W_n = |C_n|^2 = \left| (\Psi_{A_n}, \Psi) \right|^2,$$

$$\text{в) средние значения } \overline{A_\Psi} = \int dq \Psi^*(q) \hat{A} \Psi(q) = (\Psi, \hat{A} \Psi),$$

$$\text{г) условие ортонормированности } \int dq \Psi_{A_n}^*(q) \Psi_{A_m}(q) = \delta_{nm},$$

$$(\Psi_{A_n}, \Psi_{A_m}) = \delta_{nm},$$

$$(\Psi_{A'}, \Psi_{A'}) = \delta(A - A').$$

$$\begin{aligned} 7. \text{ Линейные операторы: } \hat{A}(C_1 \Psi_1 + C_2 \Psi_2) = \\ = C_1 \hat{A} \Psi_1 + C_2 \hat{A} \Psi_2. \end{aligned}$$

Примеры нелинейных операций (*, |, ()^α, функции).

Реализация в квантовой механике: операторы физических величин - линейные операторы.

8. Оператору \hat{B} сопоставляется сопряженный \hat{B}^* по правилу

$$(\Psi, \hat{B} \Phi) = (\hat{B}^* \Psi, \Phi).$$

9. Эрмитовы (самосопряженные) операторы:

$$\hat{B}^* = \hat{B}, \text{ или } (\Psi, \hat{B} \Phi) = (\hat{B} \Psi, \Phi).$$

Пример эрмитова оператора в квантовой механике - оператор физической величины.

10. Внутренние свойства операторов - собственные значения и собственные векторы - определяются уравнением

$$\hat{B} \Psi_B = B \Psi_B.$$

11. Эрмитовы операторы имеют следующие свойства:

а) собственные значения эрмитовых операторов вещественны:

$$B^* = \frac{(\Psi_B, \hat{B} \Psi_B)^*}{(\Psi_B, \Psi_B)} = B$$

(есть и обратное утверждение),

б) средние значения эрмитовых операторов вещественны:

$$\langle \hat{B} \rangle^* = (\Psi, \hat{B} \Psi)^* = \langle \hat{B} \rangle,$$

для физической величины A $\langle \hat{A} \rangle = \langle A \rangle$.

в) собственные векторы, принадлежащие разным собственным значениям, ортогональны:

$$\Psi B | \hat{B} \Psi_B = B \Psi_B,$$

$$\hat{B} \Psi_B = B' \Psi_B | \Psi_B,$$

$$0 = (B - B') (\Psi_B, \Psi_B) \Rightarrow (\Psi_B, \Psi_B) = 0 \quad \forall B' \neq B,$$

процесс ортогонализации собственных векторов при вырождении (вообще говоря, нужно говорить о полном наборе величин),

г) собственные векторы эрмитова оператора образуют полную систему функций (замкнутую) - базис в линейном пространстве,

в частности, собственные функции величин $\{\Psi_A\}$

позволяют реализовать принцип

спектрального разложения

$$\Psi(q) = \sum_n C_n \Psi_n(q)$$

(сходимость в среднем и т. д.).

§ 7. Уравнение Шредингера

1. Переход от вопросов при фиксированном t к проблеме движения системы, изменения ее состояния со временем $\Psi(t)$.
2. Принцип причинности можно связать с именем Шредингера (1926 г.), поскольку основное уравнение эволюции было предложено именно Шредингером и носит его имя.
3. Качественная формулировка конкретного проявления принципа причинности в квантовой механике: зная состояние $\Psi(t)$ в некоторый момент времени t , можно найти состояние $\Psi(t+\Delta t)$ в любой другой момент времени $t+\Delta t$. Задача Коши и порядок ожидаемого дифференциального уравнения.
4. Рассматриваем два близких момента времени,

$$\text{т. е. } \Delta t \equiv \delta t \rightarrow 0,$$

$$\Psi(t+\delta t) = \Psi(t) + \delta t \frac{\partial \Psi}{\partial t}(t) + \dots$$

Знать $\Psi(t+\delta t)$ означает знать $\frac{\partial \Psi}{\partial t}(t)$, т. е. по $\Psi(t)$ целиком

определять $\frac{\partial \Psi}{\partial t}(t)$ с помощью некоторого закона, операции,

которую обозначим $\frac{1}{i\hbar}\hat{H}$:

$$\frac{\partial\Psi}{\partial t}(t) = \frac{1}{i\hbar}\hat{H}\Psi(t).$$

Дополнительное условие - начальное - $\Psi(t_0)$.

5. Волновое уравнение Шредингера, нестационарное уравнение Шредингера, уравнение движения, уравнение эволюции:

$$\begin{cases} \frac{\partial\Psi}{\partial t}(t) = \frac{\hat{H}\Psi}{i\hbar}(t), \\ \Psi(t_0). \end{cases}$$

Количественная запись принципа причинности на математическом языке операций дифференцирования по времени и преобразования по другим переменным, связанным с конкретным представлением.

6. Трудности решения уравнения Шредингера.

Физический допуск и приближенные методы решения. В координатном представлении - это обычно уравнение в частных производных. В общем случае - интегро-дифференциальное уравнение.

7. Генератор движения обозначен условно

$$\left(\frac{1}{i\hbar}\hat{H}\right)$$

. Нужно убедиться, что \hat{H} есть оператор

Гамильтона. Эволюционная роль оператора энергии.

Нерелятивистская форма уравнения движения. Исторический ход получения этого уравнения Шредингером.

8. Д/з 1. Л.Л. [2], § 8 (Гамильтониан),

§ 9 (Дифференцирование операторов по времени).

2. Что я знаю о терминах в квантовой механике? (Нужно выписать все встретившиеся в лекциях понятия и о каждом сказать не только "что это такое", но и "зачем оно".)

3. Физики продолжают шутить. - М.: Мир, 1968.

9. Оживляющие элементы:

а) подъем и согревание (в аудитории было холодно),

б) из книги "Физики продолжают шутить": стр. 291 (постоянная Планка), 293 (стол и теоретики), 43 (Дирак),

53 (о подключении к розетке).

П Р И Л О Ж Е Н И Е

Фрагмент из книги М.И.Каганова "Школа Ландау: Что я о ней думаю", с. 215 (из совместной с И.М.Лифшицем статьи "Физика твердого тела на карте науки" в ежегоднике "Будущее науки" за 1972 год).

Физика твердого тела традиционно является местом приложения сил квантовой механики. Разъяснив существование стабильных атомов и молекул, квантовая механика с естественной необходимостью пришла к объяснению свойств макроскопических тел, в первую очередь кристаллов. Как известно, один из фундаментальных результатов квантовой механики - это вывод о существовании дискретных энергетических состояний атома (и молекулы). Вывод, позволивший объяснить основные экспериментальные факты (дискретную структуру оптических спектров, опыты по рассеянию атомных частиц и др.), а также дающий возможность рассчитывать свойства макроскопических совокупностей атомов и молекул - газов (их теплоемкость, сжимаемость и т. п.).

Среди дискретных состояний атомов и молекул есть одно, играющее особую роль. Это - основное состояние, состояние с наименьшей энергией, состояние, в котором атом (молекула) может находиться бесконечно долго, если какое-либо внешнее воздействие не выведет его (ее) из этого состояния. В отличие от классической механики квантовая механика утверждает, что основное состояние не соответствует покою, отсутствию движения. К примеру, "классический" маятник* в основном состоянии покоится, а "квантовый" совершает колебания, энергия которых равна $1/2 \hbar \omega_0$ (ω_0 - собственная частота колебаний маятника).

* То есть маятник, который мы описываем формулами классической механики. Любой маятник квантовый, но если масса маятника достаточно велика, то прибегать к квантовому рассмотрению нет необходимости - квантовые поправки совершенно несущественны.



Л.Э.Паргаманик (слева) и В.В.Ульянов
обсуждают квантовые проблемы (1987 г.)

фото О.И.Любимова

СОДЕРЖАНИЕ

ВТОРОЙ ЧАСТИ

Предисловие А.М.Ермолаева	3
Введение.	4
Шестая лекция	5
Седьмая лекция.	9
Восьмая лекция.	14
Девятая лекция.	17
Десятая лекция.	21
Приложения.	26

Навчальне видання

Володимир Володимирович Ульянов
ВСТУПНІ ЛЕКЦІЇ З КВАНТОВОЇ МЕХАНІКИ
Частина друга

Навчальний посібник

Відповідальний за випуск О.М.Єрмолаєв

Підп. до друку 12.08.2002. Формат 60х84 1/16. Папір офсетний
Друк ризографічний. Ум. друк. арк. 1,6. Обл.-вид. арк. 1,8.

ХНУ, 61077 Харків, пл. Свободи, 4.

